$\boxed{C(1)}$ A sugestão dada não é a mais correta.

Seja dado (G,E) nas condições do enunciado. Para cada elemento $a \in G$ e $1 \leq i \leq k$ associe-se a letra proposicional $c_{a,i}$. Considerem-se todas estas letras proposicionais e o seguinte conjunto T de fórmulas proposicionais:

$c_{a,1} \vee \cdots \vee c_{a,k}$, para $a \in G$

$\neg (c_{a,i} \wedge c_{a,j})$, para $a \in G$ e $i \neq j$

$\neg (c_{a,i} \wedge c_{b,i})$, sempre que há aresta entre a e b $(1 \leq i \leq k)$

Note-se que se T é satisfazível, então (G,E) pode ser colorido com k cores. Com efeito, se v é uma valoração das letras proposicionais que torna todas as fórmulas de T verdadeiras, diz-se que $a \in G$ tem cor i $(1 \leq i \leq k)$ se $v(c_{a,i}) = 1$. Por definição de T, esta coloração faz o trabalho.

Usa-se o teorema da compacidade para ver que T é satisfazível. Seja $F \subseteq T$ finito. Seja $G' \subseteq G$ o conjunto dos elementos a de G tais que, para algum i $(1 \leq i \leq k)$, $c_{a,i}$ ocorre como sub-fórmula de alguma fórmula de F. Claro que G' é finito. Seja $E' = E \cap (G' \times G')$. Então (G',E') é um subgrafo finito de (G,E). Por hipótese, há uma coloração $\mathcal{C}$ de (G',E'). Agora define-se a seguinte valoração:

$v(c_{a,i})$: se $a \in G'$ e i é a cor de a de acordo com $\mathcal{C}$

É claro que $\tilde{v}(\varphi) = 1$ para todo $\varphi \in F$.

Dado que T é finitamente satisfazível, por compacidade T é satisfazível. //