<u>Exercício 7</u>: Equações diferenciais ordinárias (parte I)

Deve ser entregue relatório em duas semanas.

1. **Dinâmica de população:** considere uma população num ambiente “infinito" onde a taxa de crescimento da população é uma constante r. Neste caso o número de bactérias $n(t)$ no tempo t satisfaz a equação diferencial

$$n'(t) = r\, n(t). \qquad (1)$$

   a. Implemente os métodos de Euler progressivo e regressivo. Para a condição initial $n(0) = 1$ resolva (1) numericamente para:
   b. $r = 1$, no intervalo $t \in (0,5]$ com passos $h = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \frac{1}{64}\}$. Verifique numericamente que a convergência é de ordem 1 em h. Resolva no Mathematica com a função Dsolve.
   c. $r = -1$ no intervalo $t \in (0,10]$ com passos $h = \{2.2, 1.8, 0.8, 0.4, 0.2\}$. Discuta a dependência dos resultados no h. Resolva no Mathematica com a função Dsolve.

2. **Dinâmica de população em ambiente confinado:** suponhamos que neste ambiente não podem coexistir mais de B indivíduos, e que no instante inicial o número de indivíduos $n(0) \ll B$ com a taxa de crescimento inicial r. Neste caso o número de bactérias $n(t)$ no tempo t pode ser modelado como

$$n'(t) = r\, n(t)\left(1 - \frac{n(t)}{B}\right). \qquad (2)$$

   a. Mostre que

$$n(t) = \frac{B e^{rt + \log\left(\frac{1}{B-1}\right)}}{1 + e^{rt + \log\left(\frac{1}{B-1}\right)}}$$

   é solução do (2) com $n(0) = 1$.
   b. Implemente o método de Euler progressivo. Para a condição initial $n(0) = 1$ resolva (2) numericamente para $r = 1$, no intervalo $t \in (0,5]$ com passos $h = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \frac{1}{64}\}$. Verifique numericamente que a convergência é de ordem 1 em h. Resolva no Mathematica com a função Dsolve.