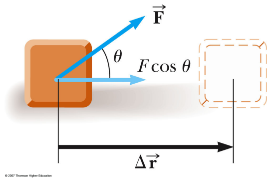
Trabalho e Energia

Physics for Scientists and Engineers, R. A. Serway and J. W. Jewett, Cengage

1

Trabalho, força constante

- $W = F \Delta r \cos \theta$
  - O deslocamento é o do ponto de aplicação da força
  - O trabalho realizado pela força num objeto em movimento é zero, quando a força é perpendicular ao deslocamento do seu ponto de aplicação

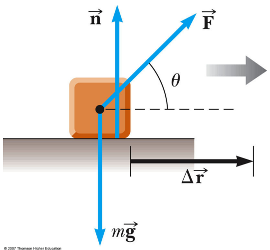


2

Trabalho, Exemplo

- A força normal e a força gravítica não realizam trabalho no objeto
- $\cos \theta = \cos 90° = 0$
- A força $\vec{F}$ é a única força que realiza trabalho

- O trabalho é um escalar
- A unidade do trabalho é o joule (J)
  1 joule = 1 newton · 1 metro
  J = N · m

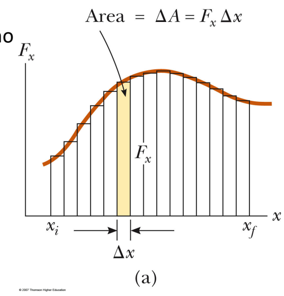


3

Trabalho realizado por uma força variável

- Suponha que num pequeno deslocamento, Δx, F é constante
- Para esse deslocamento,
  $W \sim F_x \Delta x$
- Para todos os intervalos,

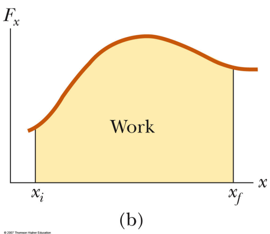
$$W \approx \sum_{x_i}^{x_f} F_x \Delta x$$



4

Trabalho realizado por uma força variável

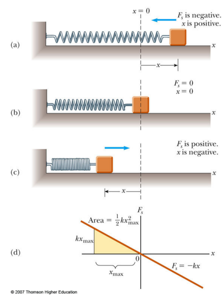
- $$\lim_{\Delta x \to 0} \sum_{x_i}^{x_f} F_x \Delta x = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx$$
- Então, $W = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx$
- O trabalho realizado é igual à área sob a curva entre x_i e x_f



5

Trabalho realizado por uma mola

- A força varia com a posição
- O bloco está numa superfície horizontal, sem atrito
- A força exercida pela mola é
  $F_s = -kx$
  - x é a posição do bloco relativamente à posição de equilíbrio ($x = 0$)
  - k é a constante da mola e mede a sua rigidez



6

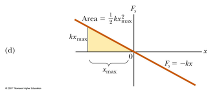
Trabalho realizado por uma mola

- Cálculo do trabalho quando o bloco se move de $x_i = -x_{max}$ para $x_f = 0$

$$W_s = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx = \int_{-x_{max}}^{0} (-kx)dx = \frac{1}{2}kx_{max}^2$$

- O trabalho total quando o bloco se move

entre $-x_{max}$ e x_{max} é zero



- O trabalho realizado pela mola quando o bloco se desloca entre entre $x = x_i$ to $x = x_f$ é

$$W_s = \int_{x_i}^{x_f} (-kx)dx = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2$$

  - Se o movimento acabar onde começou, W = 0

7

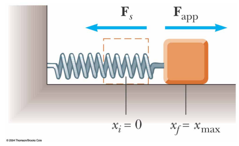
Mola com força aplicada

- Suponha que uma força aplicada, F_{app}, estica a mola

$F_{app} = -F_s = -(-kx) = kx$

- Trabalho realizado por F_{app} é igual a $-½\, kx^2_{max}$

$$W_{app} = \int_{x_i}^{x_f} (kx)dx = \frac{1}{2}kx_f^2 - \frac{1}{2}kx_i^2$$



8

Energia cinética e trabalho

- A energia cinética de uma partícula é
  - $K = ½\, mv^2$
    - m é a mass
    - v é a velocidade

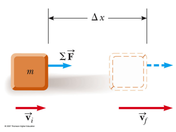
- O trabalho realizado por uma força externa é

$$W = \int_{x_i}^{x_f} \sum F\, dx = \int_{x_i}^{x_f} ma\, dx$$

$$W = \int_{v_i}^{v_f} mv\, dv$$

$$\sum W = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

$$W_{net} = K_f - K_i = \Delta K$$



- igual à varaiação da energia cinética da partícula.

9

Teorema trabalho-energia cinética

$\Sigma W = K_f - K_i = \Delta K$

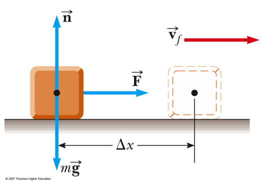
- Quando o trabalho realizado num sistema provoca apenas a alteração da sua velocidade, o trabalho realizado pela força total é igual à variação da energia cinética.

10

Teorema trabalho-energia cinética, exemplo

- As forças normal e gravítica não realizam trabalho, dado que são perpendiculares à direção do deslocamento

- $W = F\, \Delta x$
- $W = \Delta K = ½\, mv_f^2 - 0$



11

Energia potencial

- A energia potencial é a energia relacionada com a configuração de um sistema cujas componentes interagem através de forças
  - As forças são internas ao sistema
  - Só pode ser associada a determinados tipos de forças

12

Energia potencial gravítica

- O sistema é a Terra e o livro
- A força **F** realiza trabalho no livro elevando-o lentamente

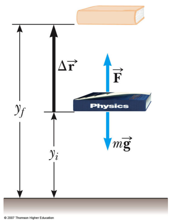
$$\Delta\vec{\mathbf{r}} = \Delta y\hat{\mathbf{j}}$$

- O trabalho realizado dá origem a um aumento da energia do sistema

$$W = \left(\vec{\mathbf{F}}_{app}\right)\cdot\Delta\vec{\mathbf{r}}$$

$$W = (mg\hat{\mathbf{j}})\cdot\left[(y_f - y_i)\hat{\mathbf{j}}\right]$$

$$W = mgy_f - mgy_i$$



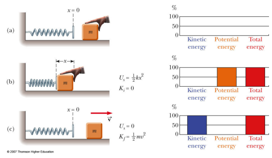
A quantidade mgy é a energia potencial gravítica, U_g

$$U_g = mgy$$

13

Energia potencial elástica

- Trabalho realizado por uma força aplicada num sistema mola-bloco é
  $W = ½\ kx_f^2 – ½\ kx_i^2$
- Esta expressão é a energia potencial elástica:
  $U_s = ½\ kx^2$
- A energia potencial elástica é a energia guardada na mola deformada
- A energia potencial guardada na mola pode ser convertida em energia cinética



14

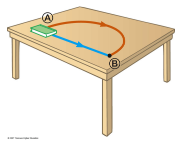
Forças conservativas

- O trabalho realizado por uma força conservativa numa partícula que se move entre dois pontos é independente do caminho percorrido pela partícula
- O trabalho realizado por uma força conservativa numa partícula que se move em qualquer caminho fechado é zero
  - Um caminho fechado é aquele em que os pontos inicial e final são os mesmos
- Exemplos de forças conservativas:
  - Gravidade
  - Força da mola
- Podemos associar uma energia potencial a um sistema onde uma força conservativa atua entre as partes do sistema
  - Em geral: $W_C = -\Delta U$

15

Forças não conservativas

- O trabalho realizado por forças não conservativas depende do caminho
- O trabalho realizado contra a força de atrito é maior no caminho encarnado do que no azul
- Porque o trabalho realizado depende do caminho, a força de atrito é não conservativa



16

Forças conservativas e energia potencial

- Defina energia potencial, U, tal que o trabalho realizado por uma força conservativa é igual ao decréscimo da energia potencial do sistema
- O trabalho realizado por uma tal força, F_x, é

$$W_C = \int_{x_i}^{x_f} F_x\, dx = -\Delta U$$

ΔU é negativa quando F_x e x são na mesma direção e sentido

- A força conservativa está relacionada com a energia potencial:

$$F_x = -\frac{dU}{dx}$$

17

Conservação da energia mecânica (forças conservativas)

$$\Delta E_{mech} = \Delta K + \Delta U = W_C - W_C = 0$$

Este é o princípio da ***conservação da energia*** mecânica, para um sistema com forças conservativas

A equação anterior pode escrever-se:

$$E = K_f + U_f = K_i + U_i$$

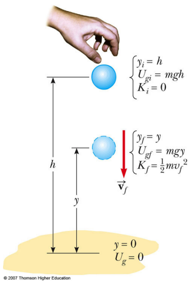
Ou:

$$E = K + U = \text{constante}$$

18

Exemplo – queda livre

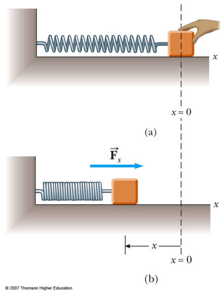
- Determinar a velocidade da bola em *y,* acima do solo
  - A única força é gravítica, conservativa
  - Aplicar a conservação da energia
    $K_f + U_{gf} = K_i + U_{gi}$
    $K_i = 0$,
    Resover para v_f



19

Exemplo – Sistema mola e bloco (com e sem atrito)

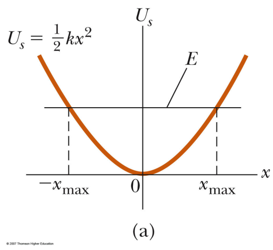
- O problema
  - A massa está ligada a uma mola, a mola é comprimida e depois a massa é largada
  - A força da mola é conservativa
  - Na ausência de atrito
    $E = K + U_s$ = constante
    com $U_s = ½\ kx^2$
  - Na presença de uma força de atrito entre o bloco e a superfície, o sistema é não conservativo.
  - Não existe conservação da energia mecânica.



20

Diagramas de energia e equilíbrio estável

- A posição $x = 0$ é uma posição de ***equilíbrio estável***
- A configuração de equilíbrio estável corresponde ao mínimo de $U(x)$
- Se a partícula for afastada da posição de equilíbrio, onde a força é zero, a força que atua sobre a partícula é na direção da posição de equilíbrio.

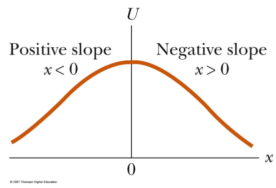


(a)

21

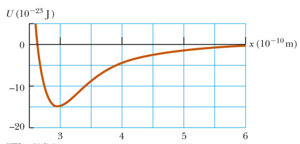
Diagramas de energia e equilíbrio instável

- $F_x = 0$ em $x = 0$, e a partícula está em equilíbrio
- Para qualquer outro valor de x, a partícula afasta-se da posição de equilíbrio
- Este é um ***equilíbrio instável***
- As configurações de equilíbrio instável correspondem a máximos de $U(x)$



22

Energia potencial de uma molécula

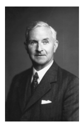


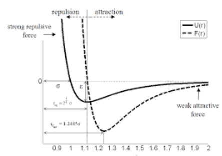
- O mínimo da função (derivar e igualar a 0) dá a separação correspondente ao equilíbrio estável
- O gráfico do potencial de Lennard-Jones mostra a separação mais provável entre os átomos de uma molécula (mínimo da energia)

https://chem.libretexts.org/Bookshelves/Physical_and_Theoretical_Chemistry_Textbook_Maps/Supplemental_Modules_(Physical_and_Theoretical_Chemistry)/Physical_Properties_of_Matter/Atomic_and_Molecular_Properties/Intermolecular_Forces/Specific_Interactions/Lennard-Jones_Potential

23

Potencial e força Lennard-Jones

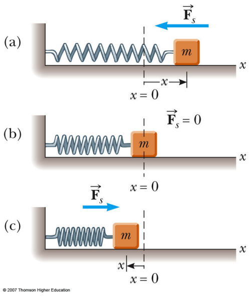




24

Movimento periódico: sistema mola e bloco

- Bloco de massa *m* ligado a uma mola, sem atrito.
- Quando a mola não está comprimida nem esticada, o bloco está na ***posição de equilíbrio***
  - $x = 0$
- A aceleração ***não*** é constante:
  - Se o bloco for largado da posição $x = A$, a aceleração inicial é $-kA/m$
  - Quando o bloco passa na posição de equilíbrio, $a = 0$
  - O bloco continua até $x = -A$ onde a aceleração é $+kA/m$



25

Movimento harmónico simples (MHS)

- **Aceleração proporcional à posição:** $a = -K/m\, x$
- **Definindo** $\omega = \sqrt{K/m}$
- **Então** $a = -\omega^2 x$ **ou** $\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$

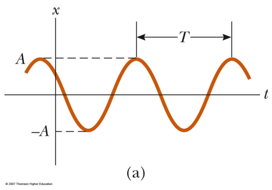
A solução é

$x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$

26

MHS – Representação gráfica

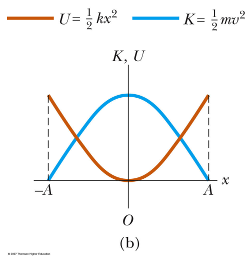
- $x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$
- A, ω, ϕ são constantes
- A é a amplitude do movimento (depende das condições iniciais)
  - Posição máxima da partícula em ambos os sentidos
- ω é a frequência angular (depende do sistema)
  - Unidades rad/s
- ϕ é a constante de fase ou ângulo de fase inicial (depende das condições iniciais)



27

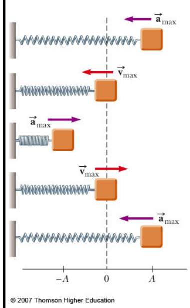
Energia do Oscilador em MHS

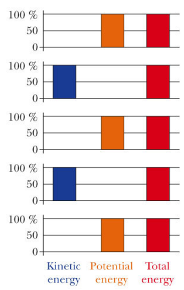
- Energia cinética
  - $K = ½\, mv^2 = ½\, m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \phi)$
- Energia potencial elástica
  - $U = ½\, kx^2 = ½\, kA^2 \cos^2(\omega t + \phi)$
- Energia total $E = K + U = ½\, kA^2$
- A energia mecânica total é constante e proporcional ao quadrado da amplitude
- A energia é transferida entre a energia potencial guardada na mola e a energia cinética do bloco



28

Energia do MHS



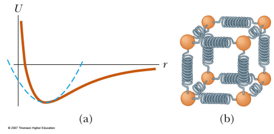


t	x	v	a	K	U
0	A	0	$-\omega^2 A$	0	$\frac{1}{2}kA^2$
$\frac{T}{4}$	0	$-\omega A$	0	$\frac{1}{2}kA^2$	0
$\frac{T}{2}$	$-A$	0	$\omega^2 A$	0	$\frac{1}{2}kA^2$
$\frac{3T}{4}$	0	ωA	0	$\frac{1}{2}kA^2$	0
T	A	0	$-\omega^2 A$	0	$\frac{1}{2}kA^2$

29

Importância do oscilador harmónico simples

- MHS é um bom modelo para uma grande variedade de sistemas
- Exemplo molecular
  - Se os átomos nas moléculas não se afastarem muito, as forças entre eles podem ser modeladas como se fossem molas.
  - O movimento resultante é do tipo OHS



30