Métodos Estatísticos – Licenciatura em Geologia

Ano Letivo 2019/2020

Exercícios 23 a 27(parcial) – Resoluções

23. 500 Embalagens $\begin{cases} 50 & \text{Deterioradas (D)} \\ 450 & \text{Não deterioradas } (\bar{D}) \end{cases}$

$\downarrow$ sem reposição

10 $\rightarrow$ X – N.º de embalagens deterioradas, em 10 extraídas sem reposição; $X \cap H(500, 50, 10)$

a) P("A inspecção rejeita a mercadoria") = $P(X > 3) = 1 - P(X \leq 3)$

$P(X \leq 3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) = [C^{450}{}_{10} + C^{50}{}_{1} \times C^{450}{}_{9} + C^{50}{}_{2} \times C^{450}{}_{8} + C^{50}{}_{3} \times C^{450}{}_{7}]/C^{500}{}_{10} \approx$

$\approx 0.9881 \Rightarrow$ P("A inspecção rejeita a mercadoria") ≈ <u>0.0119</u>

b) A probabilidade da inspecção rejeitar a mercadoria corresponde à proporção de vezes em que, nas mesmas condições, isso acontece. Assim, num conjunto de 100 armazéns nas mesmas condições do anterior espera-se que a mercadoria seja rejeitada em 100×0.0119 = <u>1.19 armazéns</u>

24. 20 Cristais $\begin{cases} 6 & \text{Amarelos (A)} \\ 14 & \text{Vermelhos (V)} \end{cases}$

$\downarrow$ sem reposição

10 $\rightarrow$ X – N.º de cristais amarelos, em 10 extraídos sem reposição

a) <u>$X \cap H(20, 6, 10)$</u>: $P(X = k) = C^{6}{}_{k} \times C^{14}{}_{10-k}]/C^{20}{}_{10}$, $k = 0, \ldots, 6$

b) P("Quanto muito 7 cristais vermelhos") = P("Pelo menos 3 cristais amarelos") = $P(X \geq 3) =$

$= 1 - P(X \leq 2) = 1 - [C^{14}{}_{10} + C^{6}{}_{1} \times C^{14}{}_{9} + C^{6}{}_{2} \times C^{14}{}_{8}]/C^{20}{}_{10} \approx$ <u>0.0683</u>

25. 100 Artigos $\begin{cases} 20 & \text{Defeituosos (D)} \\ 80 & \text{Perfeitos } (\bar{D}) \end{cases}$

$\downarrow$ sem reposição

5 $\rightarrow$ X – N.º de artigos defeituosos, em 5 extraídos sem reposição; $X \cap H(100, 20, 5)$

a) $P(X < 3) = P(X \leq 2) = [C^{80}{}_{5} + C^{20}{}_{1} \times C^{80}{}_{4} + C^{20}{}_{2} \times C^{80}{}_{3}]/C^{100}{}_{5} \approx$ <u>0.9468</u>

b) <u>Não</u>, pois n=5 (n.º de artigos inpeccionados) é "pequeno" em comparação com N=100 (n.º total de artigos), ou seja, quando a extracção é feita sem reposição, a proporção de artigos defeituosos que restam mantém-se quase constante e, deste modo, as massas de probabilidade da hipergeométrica estão muito próximas das massas de probabilidade da Binomial, com probabilidade de sucesso igual à proporção inicial de artigos defeituosos (Nota: $P(Bi(5, 0.2) \leq 2) \approx 0.9421$).

c) 5×0.2 = <u>1 artigo</u>

26. Seja N_{70} – v.a. que representa o número de grandes _tsunamis_ num período de 70 anos; $N_{70} \cap P(1)$

a) Seja N_{10} – v.a. que representa o número de grandes _tsunamis_ em 10 anos; $N_{10} \cap P(1 \times 10/70)$

$P(N_{10} = 1) = e^{-1/7}(1/7)^1/1! \approx$ <u>0.1238</u>

b) Seja X – v.a. que representa o número de décadas, em 5, em que ocorre um grande _tsunami_. Se se admitir (!...) que os _tsunamis_ ocorrem em cada década independentemente das restantes, tem-se que $X \cap Bi(5, 0.1238)$.

"Nas 5 décadas ocorre um grande tsunami em cada uma de duas décadas distintas" $\Leftrightarrow \{X = 2\}$

$P(X = 2) = C^{5}{}_{2}\ 0.1238^2 \times 0.8762^3 \approx$ <u>0.103</u>

27. Seja N_1 – v.a. que representa o número de petroleiros que chegam durante um dia; $N_1 \cap P(\lambda)$

a) $P(N_1 = 1) = P(N_1 = 2) \Leftrightarrow e^{-\lambda}\lambda = e^{-\lambda}\lambda^2/2 \Leftrightarrow \lambda(\lambda/2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \lambda = 0$ (Impossível) $\vee\ \lambda = 2 \Rightarrow$ <u>$\lambda = 2$</u>

b) Seja $N_{1/2}$ – v.a. que representa o número de petroleiros que chegam durante 12 horas (meio dia);

$N_{1/2} \cap P(1)$; $P(N_{1/2} \leq 4) = e^{-1}(1 + 1 + 1/2 + 1/3! + 1/4!) = e^{-1}65/24 \approx$ <u>0.9963</u>

c) São enviados navios para outros portos sse $N_1 > 3$;

$P(N_1 > 3) = 1 - P(N_1 \leq 3) = 1 - e^{-2}(1 + 2 + 2^2/2 + 2^3/3!) = 1 - e^{-2}19/3 \approx$ <u>0.1429</u>

d) Seja X – v.a. que representa o número de dias, em 7, em que são enviados navios para outros portos; $X \cap Bi(7, 0.1429)$

$P(X = 3) = C^{7}{}_{3}\ 0.1429^3 \times 0.8571^4 \approx$ <u>0.0551</u>

e) & f) (Serão resolvidos posteriormente)