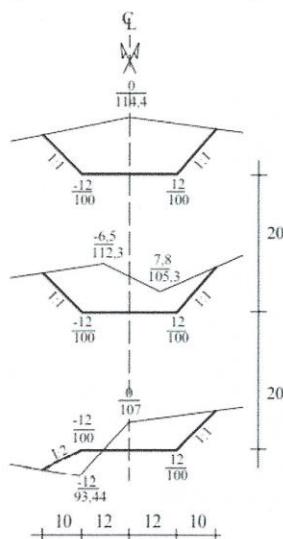
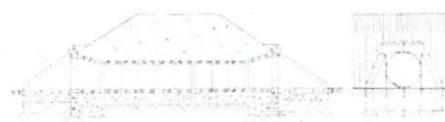


1. Quais são as razões para a introdução de clotóides como curvas de transição entre tangentes e arcos circulares? Pretende-se substituir as partes inicial e final de um arco circular de grau $D_a=20^\circ$ e ângulo de dupla deflexão $I=44^\circ$ por arcos de clotóide de comprimento igual a 130 metros. Sendo a quilometragem do ponto V de intersecção das tangentes ao arco circular original igual a 15+227.853, obtenha a quilometragem dos pontos de transição TS, SC, CS e ST, assim como dos restantes pontos definidores das clotóides. Indique o procedimento a seguir no trabalho de campo. Qual é o valor do comprimento da clotóide para o qual o comprimento do arco circular original se anula, sendo então a transição entre as duas tangentes efectuada apenas através de duas clotóides?

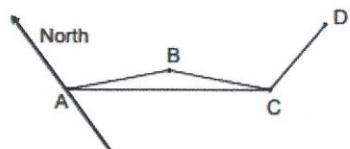
2. Um trainel com declive -4.8% intersecta outro trainel com declive +3%

no ponto V de quilometragem 11+488.000 e à cota 20.800 m. Estes trainéis devem ser ligados através de uma curva parabólica vertical com desenvolvimento igual a 260 m. Determine a quilometragem do eixo do aqueduto subterrâneo de drenagem que liga os 2 lados da estrada. Se o diâmetro do aqueduto for igual a 95 cm e se o topo do aqueduto estiver 30 cm abaixo do pavimento da estrada, qual é a cota do centro do aqueduto?



3. Calcular os volumes entre as secções transversais representadas na figura (unidade=m). O numerador da fração representa a distância horizontal ao eixo (CL) e o denominador a cota do ponto. No caso da secção mista (escavação e aterro), o ponto de passagem deve ser projectado na secção adjacente de forma poder ser efectuada a correspondência entre zonas de escavação e aterro nas 2 secções.

4. Num levantamento subterrâneo obtiveram-se os dados: $AB=3.501$ m, $BC=2.750$ m, $CA=6.199$ m, $ACD=179^\circ 14'33''$, $BCD=179^\circ 10'17''$. Conhecendo-se o rumo da direcção AB, $R_{AB}=115^\circ 33'39''$, calcule o rumo da direcção CD.



Formulário:

$$\begin{cases} x = l_s \left(1 - \frac{\delta^2}{5x2!} + \frac{\delta^4}{9x4!} - \frac{\delta^6}{13x6!} + \dots \right) \\ y = l_s \left(\frac{\delta}{3} - \frac{\delta^3}{7x3!} + \frac{\delta^5}{11x5!} - \frac{\delta^7}{15x7!} + \dots \right) \end{cases}, \Delta = \frac{l_s}{2R}, \delta = \Delta \frac{l_s^2}{L_s^2}, o = Y - R(1 - \cos \Delta), \text{ripagem} = o / \cos(I/2),$$

$$T_s = X - R \sin \Delta + R \tan\left(\frac{I}{2}\right) + o \tan\left(\frac{I}{2}\right)$$

Eliminação da descontinuidade na curvatura na paragem da tangente à curva circular.

$$D_a = 20^\circ, I = 44^\circ, L_s = 130 \text{ m}, V = 15227.853$$

$$R = \frac{36000}{2\pi D_a} = 286.479 \text{ m} \rightarrow 300.000 \text{ m}$$

$$T = R \tan \frac{\pi}{2} = 121.208 \text{ m}$$

$$\Delta = \frac{L_s}{2R} = 0.216(6) \text{ rad} = 12^\circ 41' 49''$$

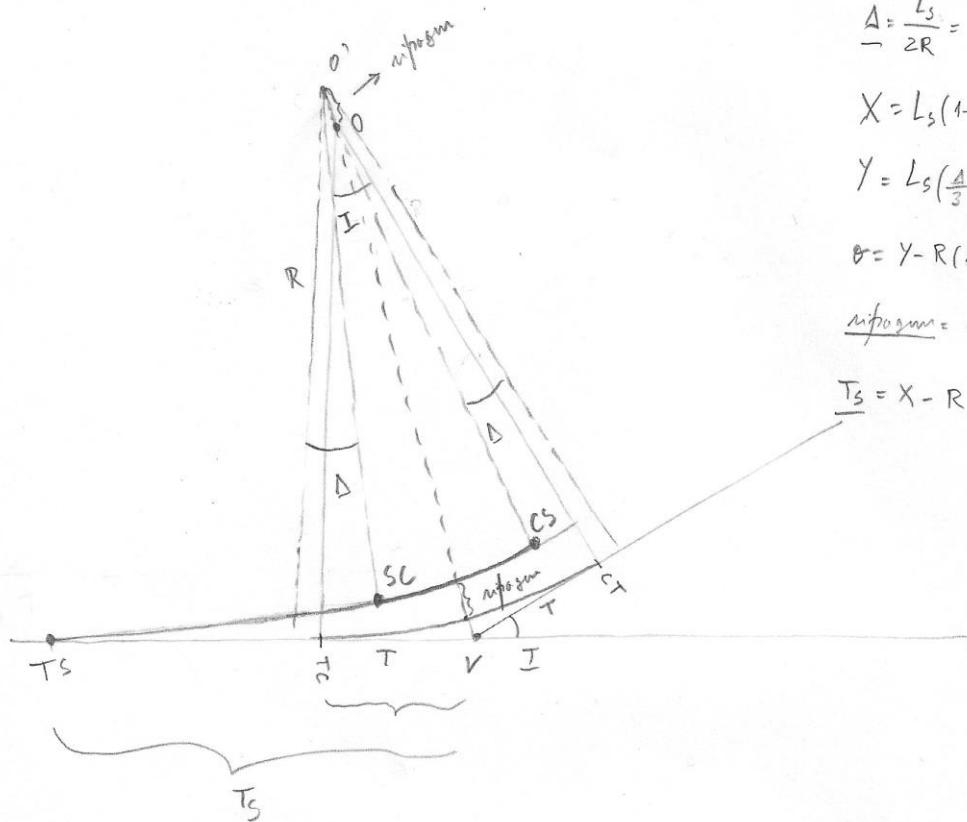
$$X = L_s \left(1 - \frac{\Delta^2}{10} + \frac{\Delta^4}{216} - \frac{\Delta^6}{9360} \right) = 129.391 \text{ m}$$

$$Y = L_s \left(\frac{\Delta}{3} - \frac{\Delta^3}{42} + \frac{\Delta^5}{1320} - \frac{\Delta^7}{75600} \right) = 9.357 \text{ m}$$

$$\theta = Y - R(1 - \cos \Delta) = 2.343 \text{ m}$$

$$\text{nifozm} = \frac{\theta}{\sin \frac{\Delta}{2}} = 2.527 \text{ m}$$

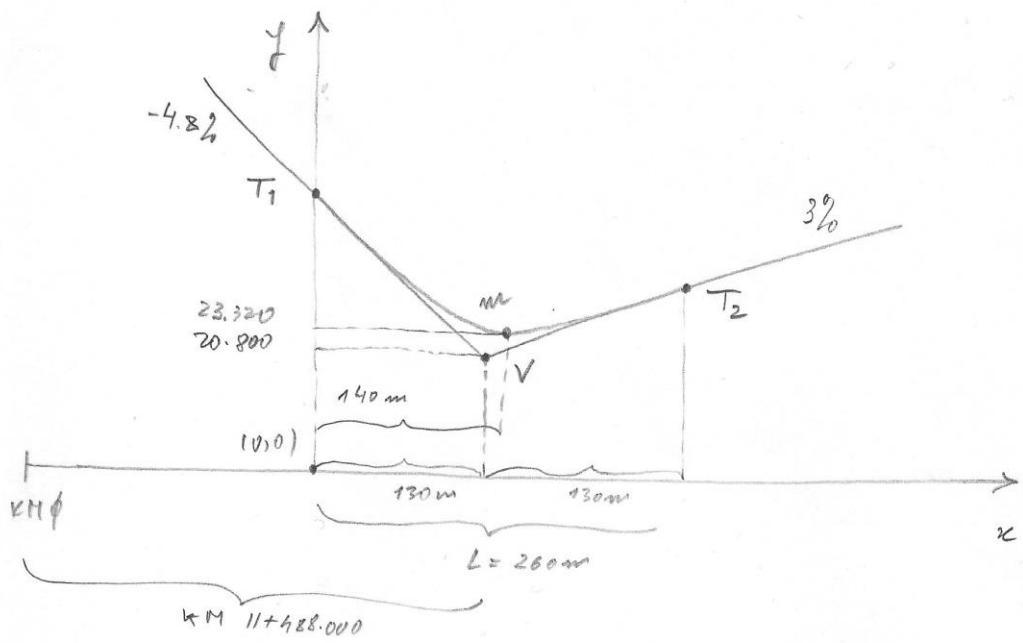
$$T_3 = X - R \sin \Delta + R \tan \frac{\Delta}{2} = 187.053 \text{ m}$$



$$\begin{cases} TS = V - T_3 \\ SC = TS + L_s \\ CS = SC + (I - 2\Delta)R \\ ST = CS + L_s \end{cases}$$

$I - 2\Delta = 0$: desaparece o arco circular, Transição entre tangentes opuras ou elipticas

$$\Delta^M = \frac{I}{2} \Rightarrow L_s^M = 2R\Delta^M$$



$$\frac{d^2y}{dx^2} = r = \text{constante}$$

$$\rightarrow \frac{dy}{dx} = rx + H \quad \left\{ \begin{array}{l} T_1: -0.048 = 4 \\ T_2: 0.03 = 260r - 0.048 \Rightarrow r = \frac{0.078}{260} = 0.0003 \end{array} \right.$$

$$\rightarrow \frac{dy}{dx} = 0.0003x - 0.048$$

$$y = 0.00015x^2 - 0.048x + y_{T_1} : \quad \frac{dy}{dx} = \frac{y_r - y_{T_1}}{x_r - x_{T_1}} = -0.048$$

$$20.800 - y_{T_1} = 130 \times (-0.048)$$

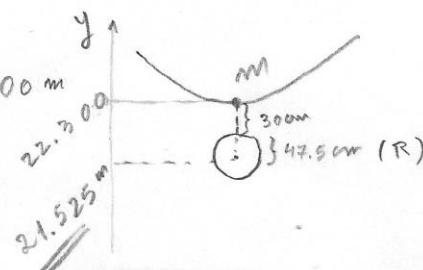
$$y_{T_1} = 20.800 + 6.24 = 27.040$$

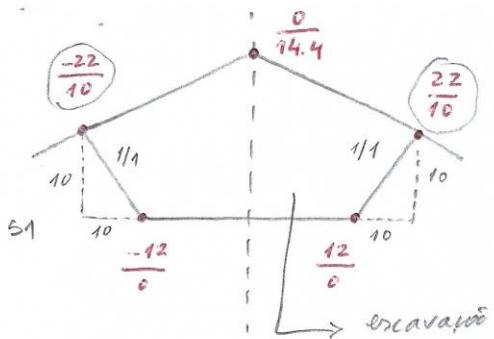
$$y = 0.00015x^2 - 0.048x + 27.040$$

ponto mínimo da curva: $\frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow 0.0003x_m = 0.048 \Rightarrow x_m = 160 \text{ m}$

$$KM_M = 11488.000 - 130 + 160 = 11518.000$$

$$y_m = 0.00015 \times 140^2 - 0.048 \times 160 + 27.040 = 22.300 \text{ m}$$

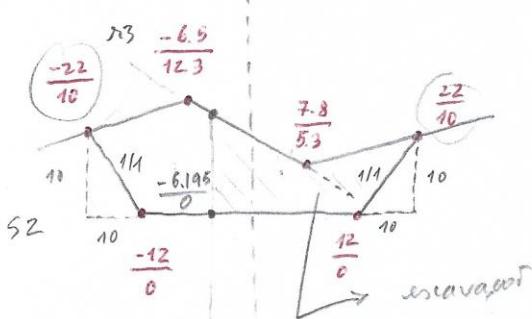




$$A_2 = \frac{1}{2} \left[\frac{0}{14.4} \frac{22}{10} \frac{12}{0} \frac{-12}{0} \frac{-22}{10} \frac{0}{14.4} \right]$$

$$= \frac{1}{2} (-12 \times 10 - 22 \times 14.4 - 22 \times 14.4 - 12 \times 10) = 436.8 \text{ m}^2$$

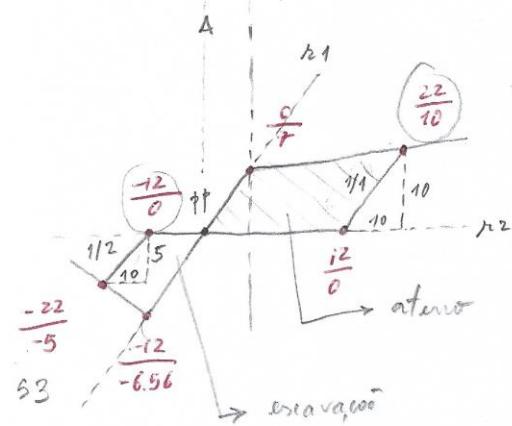
1



$$A_2 = \frac{1}{2} \left[\frac{12}{0} \frac{22}{10} \frac{7.8}{5.3} \frac{-6.5}{12.3} \frac{-22}{10} \frac{-12}{0} \frac{12}{0} \right]$$

$$= \frac{1}{2} (12 \times 10 + 22 \times 5.3 + 7.8 \times 12.3 - 6.5 \times 10 - 10 \times 7.8 + 6.5 \times 5.3 + 22 \times 12.3 + 12 \times 10)$$

$$= 307.295 \text{ m}^2$$



(a sondagem de 3
tem como origem
a cota da planície
de estrada)

determinar as coordenadas do ponto de paragem (PP):

$$\text{equação da recta } 11: y = ax + b$$

$$7 = a \times 0 + b \Rightarrow b = 7$$

$$-6.5 = a \times (-12) + 7 \Rightarrow -12 \times a = -13.56 \Rightarrow a = 1.13$$

$$y = 1.13x + 7$$

$$\text{equação da recta } 12: y = ax + b$$

$$y = 0$$

$$\text{igualando as equações das 2 rectas: } 1.13x + 7 = 0$$

$$1.13x = -7$$

$$x = -6.195$$

$$\Rightarrow pp = \frac{-6.195}{0}$$

$$A_C = \frac{1}{2} \left[\frac{-12}{0} \frac{-6.195}{0} \frac{-12}{-6.56} \frac{-22}{-5} \frac{-12}{0} \right] =$$

$$= \frac{1}{2} (6.195 \times 6.56 + 12 \times 5 - 6.56 \times 22 - 5 \times 12) = 51.840 \text{ m}^2$$

$$A_A = \frac{1}{2} \left[\frac{0}{7} \frac{22}{10} \frac{12}{0} \frac{-6.195}{0} \frac{0}{7} \right] =$$

$$= \frac{1}{2} (-6.195 \times 7 - 22 \times 7 - 12 \times 10) = 158.683 \text{ m}^2$$

Projetando o ponto pp na secção anterior, decompor-se esta secção em 2 partes:

$$\text{eq. da recta } 13: y = ax + b$$

$$\begin{cases} 12.3 = a \times (-6.5) + b \\ 5.3 = a \times (7.8) + b \end{cases}$$

$$7 = -14.3a \Rightarrow a = -0.490$$

$$b = 12.3 + (-0.490) \times 6.5 = 9.115$$

$$y = -0.490x + 9.115 \rightarrow x = -6.195, y = -0.490 \times (-6.195) + 9.115 = 12.151$$

$$S2: A_e^1 = \frac{1}{2} \left[\frac{-22}{10} \frac{-6.5}{12.3} \frac{-6.195}{12.151} \frac{-6.195}{0} \frac{-12}{0} \frac{-22}{10} \right] = \\ = \frac{1}{2} (-22 \times 12.3 - 6.5 \times 12.151 - 12 \times 10 + 6.5 \times 10 + 6.195 \times 12.3 + 6.195 \times 12.151) = 126.554 \text{ m}^2$$

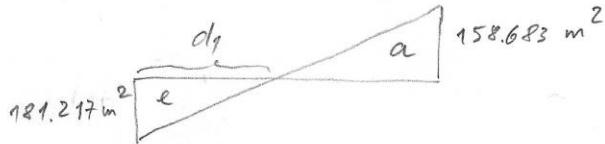
$$A_e^2 = \frac{1}{2} \left[\frac{-6.195}{0} \frac{-6.195}{12.151} \frac{7.8}{5.3} \frac{22}{10} \frac{12}{0} \frac{-6.195}{0} \right] = \\ = \frac{1}{2} (-6.195 \times 12.151 - 6.195 \times 5.3 + 7.8 \times 10 - 7.8 \times 12.151 - 22 \times 5.3 - 12 \times 10) = 181.217 \text{ m}^2$$

Calculo do volume entre as secas S1 e S2:

$$V_e = \frac{436.8 + 307.295}{2} \times 20 = \underline{\underline{7440.95 \text{ m}^3}}$$

Calculo do volume entre as secas S2 e S3:

$$V_e = \frac{126.554 + 51.840}{2} \times 20 = \underline{\underline{1783.94 \text{ m}^3}}$$

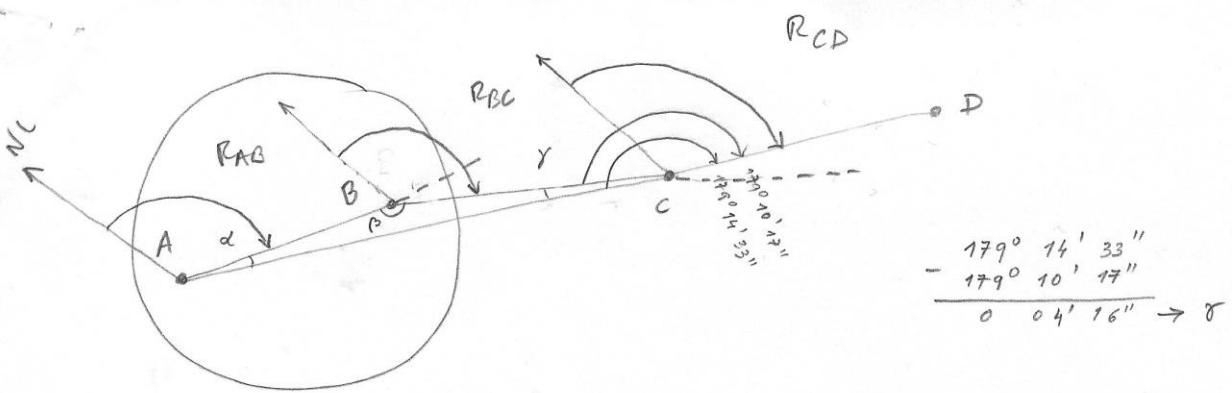


$$\frac{181.217 + 158.683}{20} = \frac{181.217}{d_1} \Rightarrow d_1 = 10.661$$

$$V_e = \frac{181.217 + 0}{2} d_1 = \underline{\underline{966.297 \text{ m}^3}}$$

$$V_a = \frac{0 + 158.683}{2} (20 - d_1) = \underline{\underline{740.970 \text{ m}^3}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_e^T = 7440.95 + 1783.94 + 966.297 = 10191.183 \text{ m}^3 \\ V_a^T = 740.970 \text{ m}^3 \end{array} \right.$$



$$\frac{\overline{AB}}{\sin \alpha} = \frac{\overline{BC}}{\sin \beta} = \frac{\overline{CA}}{\sin \gamma} \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \sin \gamma \Rightarrow \alpha = \sin^{-1} \left(\frac{2.750}{3.501} \sin 4'16'' \right) \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 3'21'' \\ \alpha = 179^\circ 56'39'' \end{cases} \\ \sin \beta = \frac{\overline{CA}}{\overline{AB}} \sin \gamma \Rightarrow \beta = \sin^{-1} \left(\frac{6.199}{3.501} \sin 4'16'' \right) \Rightarrow \begin{cases} \beta = 7'33'' \\ \beta = 179^\circ 52'27'' \end{cases} \end{cases}$$

$$\epsilon_f = (180^\circ - \alpha - \beta - \gamma) = -4''$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\gamma} = \gamma + \frac{\epsilon_f}{3} = 4'15'' \\ \bar{\alpha} = \alpha + \frac{\epsilon_f}{3} = 3'20'' \\ \bar{\beta} = \beta + \frac{\epsilon_f}{3} = 179^\circ 52'26'' \end{array} \right\} \quad \epsilon_f = (180^\circ - \bar{\alpha} - \bar{\beta} - \bar{\gamma}) = -1''$$

$$R_{BC} = R_{AB} + 180 - \bar{\beta} = 115^\circ 41'13'$$

$$R_{CD} = R_{BC} - \bar{\gamma} = 115^\circ 36'58''$$