

Meteorologia

LEEA

LMOG

Pedro Matos Soares | pmsoares@fc.ul.pt | 8.3.26

Miguel Lima | malima@fc.ul.pt | 8.3.15



INSTITUTO
DOM LUIZ



Ciências
ULisboa

Sumário

Tempo de residência.

Equação de estado.

Lei de Pascal.

Estrutura vertical.

Equação de balanço de um componente atmosférico

$$\left(\frac{kg}{s}\right) \frac{dQ}{dt} = \overset{\text{Fluxos na fronteira}}{(F_{in} - F_{out})} + \overset{\text{Produção}}{P} - \overset{\text{Remoção}}{R}$$

Regime estacionário $Q=\text{const}$

$$F_{in} \quad P \quad F_{out} \quad R$$

Tempo de residência $\tau = \frac{Q}{P + F_{in}} = \frac{Q}{R + F_{out}} \left(\frac{\frac{kg}{s}}{\frac{kg}{s}} = s \right)$

Q quantidade: atenção à análise dimensional

Tempo de residência (na Troposfera) de alguns componentes minoritários

Espécie química	Concentrações ^(a)	Fontes totais Tg ano ⁻¹	Tempo de residência
CFCl ₃ (CFC-11)	0.27 ppbv	~1	45-55 anos
CF ₂ Cl ₂ (CFC-12)	0.5 ppbv		102 anos
CF ₂ ClCFCl ₂ (CFC-113)	0.08 ppbv		85 anos
CF ₂ ClCF ₂ Cl (CFC-114)	0.02 ppbv		300 anos
CH ₄	1720 ppbv	410-660	10-14 anos
CO ₂	350 ppmv	7500	120 anos
CO	40-200 ppbv	1800-2700	30-90 dias
N ₂ O	310 ppbv	15	90-150 anos
NO _x	0.02-1000 ppbv	53	1-4 dias
NH ₃	0.1-10 ppbv	45	10 dias
SO ₂	20 pptv-1500pptv-100 ppbv	60	1-7 dias

^(a) Concentrações mais baixas correspondem a zonas remotas sobre o Oceano, concentrações mais elevadas correspondem a zonas urbanas poluídas. Fontes: IPCC (1995), Seinfeld e Pandis (1998).

$$\text{Exemplo } CO_2: \tau = \frac{350 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{18} \text{ kg}}{7500 \times 10^9 \text{ kg y}^{-1}} \approx 233 \text{ y}$$

Mas o CO_2 não é estacionário...

Massa da atmosfera $\approx 5 \times 10^{18} \text{ kg}$

Alguns tempos característicos

Tempo de residência de um composto na atmosfera

versus

Tempo de **transporte** horizontal ao longo de um paralelo: 1 semana

Tempo de **mistura horizontal** na Troposfera (inter-hemisférico): 1 ano

Tempo de **mistura na camada limite** ($z < 1\text{km}$): 1 dia

Tempo de **mistura vertical na Estratosfera**: 100 anos

Tabela 1.4 – Composição típica dos gases emitidos por vulcões, comparada com a composição actual da baixa atmosfera

(1) % calculadas para o caso do ar seco.

Gás		Emissões vulcânicas % em vol.	Atmosfera actual % em vol.
Vapor de água	H ₂ O	79.3	0. a 4 (variável)
Dióxido de carbono	CO ₂	11.6	0.035
Dióxido de enxofre	SO ₂	6.5	<0.0001 (variável)
Azoto	N ₂	1.3	78.08 ⁽¹⁾
Hidrogénio	H ₂	0.6	0.00005
Oxigénio	O ₂	—	20.95 ⁽¹⁾
Árgon	A	—	0.93 ⁽¹⁾
Outros		0.7	—
Total		100.0	100.0

Desde que existe fotossíntese

Há emissão de O_2 , captura de CO_2

Desde que o Homem é um ator central
no Sistema climático

Há emissões de inúmeros compostos...

Atmospheric Chemistry (Carbon Dioxide)

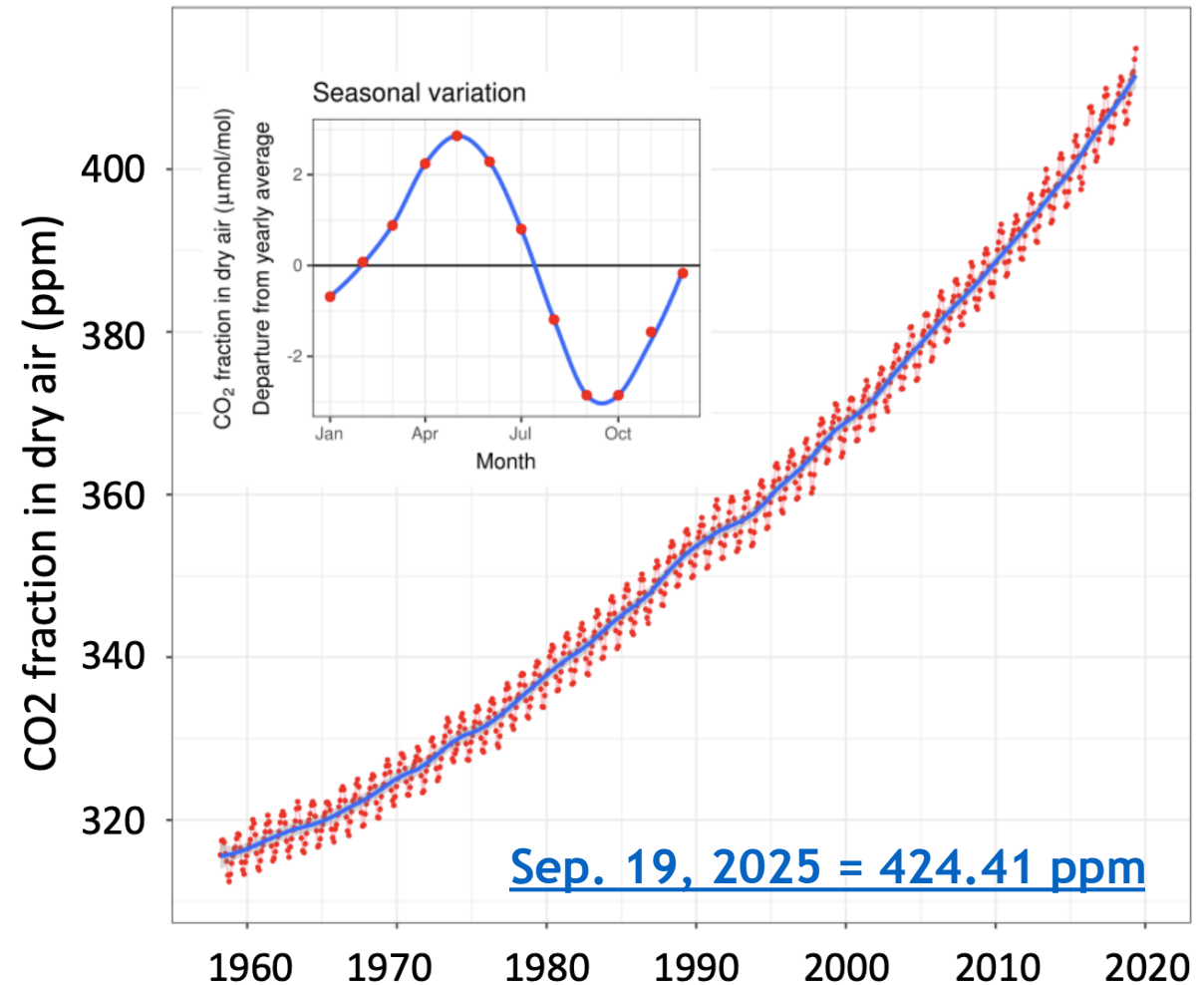
The **Keeling Curve** is named after Charles David Keeling, who started the CO₂ monitoring program at Mauna Loa Observatory in 1958 and supervised it until his death in 2005.

Carbon dioxide levels typically reach a maximum in the Northern Hemisphere Spring and minimum in the Northern Hemisphere Fall.

As of 2020, CO₂ has reached approximately 410ppm concentration. This is above pre-industrial levels of 280ppm and glacial periods when CO₂ concentration was closer to 180ppm.

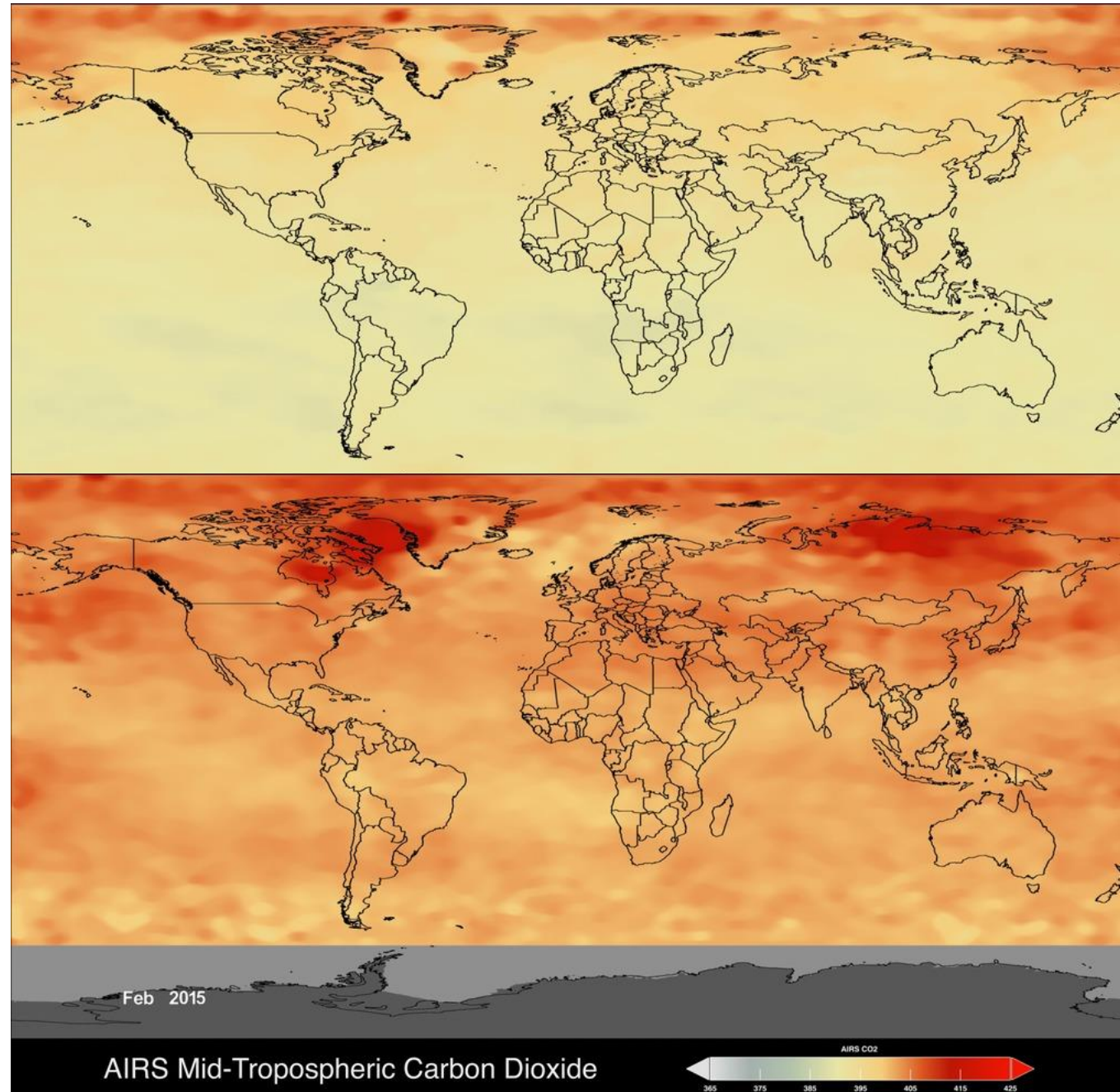
https://en.wikipedia.org/wiki/Keeling_Curve

Monthly mean CO₂ concentration, Mauna Loa 1958-2019



Scripps CO₂ Program (<http://scrippsco2.ucsd.edu>). Accessed 2019-07-20

Atenção: O CO_2 não é constante no tempo nem uniformemente distribuído



Processos que determinam a estrutura da atmosfera

A atmosfera é um sistema 3D, que evolui no tempo. Para conhecer o estado da atmosfera precisamos de muitas variáveis (4D).

Temperatura, Pressão, concentração de água (diferentes fases), vento, concentração de diferentes compostos atmosféricos, ...

As leis da Física impõem relações entre estas variáveis.

Equação de estado

$$PV = nRT$$

P – pressão (Pascal, Pa)

V – volume (m^3)

n – número de moles

R – constante (universal) dos gases ideais ($J \text{ mol}^{-1} K^{-1}$)

T – temperatura (Kelvin)

Vale para um gás puro ou para uma mistura

$$R = 8.31451 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

Forma mássica da equação de estado

$$PV = \frac{m}{M} RT = mR_g T$$

m – massa (kg)

M – massa molar de um certo gás puro (kg/mol)

R_g – constante dos gases ideais para esse gás ($J\ kg^{-1}K^{-1}$)

T – temperatura (Kelvin)

Só vale para um gás puro de massa molar M

Mistura de gases (forma mássica)

Cada gás satisfaz a sua equação de estado:

$$P_{O_2}V = m_{O_2}R_{O_2}T$$

$$P_{N_2}V = m_{N_2}R_{N_2}T$$

$$P_{Ar}V = m_{Ar}R_{Ar}T$$

Os diferentes gases ocupam todo o volume e estão à mesma temperatura.

As massas e as pressões parciais somam-se:

$$m = m_{O_2} + m_{N_2} + m_{Ar}$$

$$P = P_{O_2} + P_{N_2} + P_{Ar}$$

Lei de Dalton, a soma das pressões parciais de todos os constituintes é igual à pressão.

Equação de estado do ar seco

$$PV = mR_dT$$

R_d - constante dos gases ideais para o ar seco (**dry**)

$$R_d = \frac{R}{\bar{M}_d}$$

M_d - massa molar (media) do ar seco

$$M_d \approx 0.78 \times M_{N_2} + 0.21 \times M_{O_2} + 0.01 \times M_{Ar}$$

Exercício 1-1. Determine a massa molar média do ar seco

1 mole de ar seco contém 78.08% de azoto, 20.95% de oxigénio, 0.93% de árgon, 0.036% de CO₂. Considerando os três compostos maioritários obtemos 99.96% das moléculas, pelo que poderíamos desprezar os restantes constituintes. Se acrescentarmos o CO₂ chegamos a 99.996%.

Exercício 1-1. Determine a massa molar média do ar seco

1 mole de ar seco contém 78.08% de azoto, 20.95% de oxigénio, 0.93% de árgon, 0.036% de CO₂. Considerando os três compostos maioritários obtemos 99.96% das moléculas, pelo que poderíamos desprezar os restantes constituintes. Se acrescentarmos o CO₂ chegamos a 99.996%.

Sabendo que as massas molares dos constituintes são: 28.02 g/mol (N₂), 31.999 g/mol (O₂), 39.948 (Ar) e 44.010 (CO₂), obtém-se para a massa molar média do ar seco.

$$\overline{M}_d = 0.7808 \times M_{N_2} + 0.2095 \times M_{O_2} + 0.0093 \times M_{Ar} + 0.00036 \times M_{CO_2} \approx 28.97 \text{ g mol}^{-1}$$

Nota: o subscrito *d* utiliza-se para identificar propriedades do ar seco (do inglês *dry air*).

$$pV = mR_dT \quad (1-3)$$

em que $R_d = R/M_d$ é a constante dos gases ideais para o ar seco. A partir da equação (1-3) pode ainda escrever-se:

$$p = R_d\rho T \quad (1-4)$$

em que $\rho = m/V$ é a **massa volúmica**, frequentemente referida como **densidade**.

Exercício 1-3. Determine a densidade do ar: (1) junto à superfície, à pressão de 1 atmosfera e à temperatura de 15°C e (2) no topo da Serra da Estrela, à pressão de 830 hPa e a temperatura de 0°C.

$$R_d = 287 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$pV = mR_dT \quad (1-3)$$

em que $R_d = R/M_d$ é a constante dos gases ideais para o ar seco. A partir da equação (1-3) pode ainda escrever-se:

$$p = R_d \rho T \quad (1-4)$$

em que $\rho = m/V$ é a **massa volúmica**, frequentemente referida como **densidade**.

Exercício 1-3. Determine a densidade do ar: (1) junto à superfície, à pressão de 1 atmosfera e à temperatura de 15°C e (2) no topo da Serra da Estrela, à pressão de 830 hPa e a temperatura de 0°C.

$$\rho = \frac{p}{R_d T} \Rightarrow \begin{cases} \rho_1 = \frac{1.01325 \times 10^5}{287 \times 288.15} \approx 1.225 \text{ kg m}^{-3} \\ \rho_2 = \frac{830 \times 10^2}{287 \times 273.15} \approx 1.06 \text{ kg m}^{-3} \end{cases}$$

Nota: foi necessário converter os dados para unidades SI (temperatura em kelvin, pressão em pascal).

A densidade do ar calculada com a equação (1-4) refere-se ao ar seco, não incorporando o efeito da humidade.

A atmosfera contém água... e precisaremos de uma equação de estado para o **ar húmido**...

Vamos admitir que só há vapor (não há condensados). Nesse caso podemos escrever:

$$P_{H_2O}V = m_{H_2O}R_{H_2O}T$$

Mas existe um problema: **a proporção de vapor** na mistura não é fixa mas variável. Se repetissemos o procedimento anterior obteríamos para a mistura de gases “ar húmido” a equação de estado:

$$PV = mR_{hum}T$$

Mas R_{hum} **não** seria uma constante... pois dependeria da concentração de vapor.

Exercício 1-4. Determine a massa molar média do ar húmido com 1% em volume de vapor de água

Utiliza-se o valor calculado no Exercício 1-1 para a massa molar do ar seco. Assim designando por f_v a fracção molar de valor:

$$M_{H_2O} = 18 \text{ g/mol}$$

Exercício 1-4. Determine a massa molar média do ar húmido com 1% em volume de vapor de água

Utiliza-se o valor calculado no Exercício 1-1 para a massa molar do ar seco. Assim designando por f_v a fracção molar de vapor:

$$\bar{M}_{ah,1\%} = f_v M_{H_2O} + (1 - f_v) \bar{M}_d \approx 0.01 \times 18 + 0.99 \times 28.97 \approx 28.86 \text{ g mol}^{-1}$$

$$M_{H_2O} = 18 \text{ g/mol}$$

O vapor é pouco (~1%) mas é mesmo importante

É tão importante que existem várias maneiras de o contabilizar. Na mistura de gases temos:

$$m = m_d + m_v$$

$$P = P_d + P_v = P_d + e$$

e – tensão de vapor

$$r = \frac{m_v}{m_d} \text{ razão de mistura}$$

$$q = \frac{m_v}{m} = \frac{r}{1+r} \approx r \text{ humidade específica}$$

$$RH = \frac{e}{e^{sat}} \text{ humidade relativa (} e^{sat} \text{ tensão de saturação à temperatura } T \text{)}$$

$$f_v = \frac{n_v}{n} \text{ fração molar do vapor (ou concentração volúmica)}$$

sendo $r \ll 1$, se tem:

$$q = \frac{m_v}{m_d + m_v} = \frac{\frac{m_v}{m_d}}{1 + \frac{m_v}{m_d}} = \frac{r}{1 + r} \approx r$$

Pode também quantificar-se a quantidade de vapor presente no ar recorrendo à pressão parcial do vapor, geralmente designada por **tensão de vapor**. A Lei de Dalton das pressões parciais pode escrever-se:

$$p = p_d + e \quad (1-9)$$

em que p é a pressão, e p_d e e são, respectivamente, as pressões parciais do ar seco e do vapor. Escrevendo as equações de estado para o ar seco e o vapor, pode estabelecer-se uma relação muito útil entre a tensão de vapor e a razão de mistura:

$$\begin{cases} p_d V = n_d RT \\ e V = n_v RT \end{cases} \Rightarrow \frac{e}{p_d} = \frac{n_v}{n_d} = \frac{m_v / M_{H_2O}}{m_d / \bar{M}_d} = \frac{r}{\varepsilon} \Rightarrow r = \frac{\varepsilon e}{p_d} = \frac{\varepsilon e}{p - e} \approx \frac{\varepsilon e}{p} \quad (1-10)$$

onde n_d e n_v representam, respectivamente, o número de moles do ar seco e do vapor, e ε é uma constante (é a razão entre a massa molar da água e a massa molar do ar seco, ou seja é a densidade do vapor relativa ao ar seco, $\varepsilon = M_{H_2O} / \bar{M}_d \approx 0.622$).

Equação de estado do ar húmido

$$\begin{aligned} pV = nRT &= n \frac{f_v M_{H_2O} + (1 - f_v) \bar{M}_d}{f_v M_{H_2O} + (1 - f_v) \bar{M}_d} RT = m \frac{RT}{f_v M_{H_2O} + (1 - f_v) \bar{M}_d} \\ &= m \frac{R}{M_d} \frac{M_d}{f_v M_{H_2O} + (1 - f_v) \bar{M}_d} T = m R_d \frac{1}{f_v \frac{M_{H_2O}}{\bar{M}_d} + (1 - f_v)} T \end{aligned}$$

$$pV = m R_d T_v$$

(1-11)

A equação (1-11) é a **equação de estado dos gases ideais para o ar húmido**. Nessa expressão está definida a **temperatura virtual**. Pode demonstrar-se que:

$$T_v = \frac{1}{f_v \frac{M_{H_2O}}{\bar{M}_d} + (1 - f_v)} T \approx T(1 + 0.61r) \quad (1-12)$$

Equação de estado do ar húmido

$$pV = nRT = n \frac{f_v M_{H_2O} + (1-f_v) \bar{M}_d}{f_v M_{H_2O} + (1-f_v) \bar{M}_d} RT \dots$$

$$pV = m R_d T_v$$

Ou

$$P = \rho R_d T_v$$

R_d é a constante do ar seco

$$T_v \approx (1 + 0.61 r) T$$

é a **temperatura virtual**

temperatura virtual: a temperatura a que seria necessário colocar uma partícula de ar seco a uma dada pressão, para ter a mesma densidade que uma partícula de ar húmido (com razão de mistura r e temperatura T)

Revisão de termodinâmica

O ar seco é um sistema simples, **bivalente** (2 graus de liberdade, 2 variáveis independentes): o seu estado representa-se num diagrama 2D

O ar húmido é trivariante: existem 3 variáveis independentes, por exemplo P, T, r

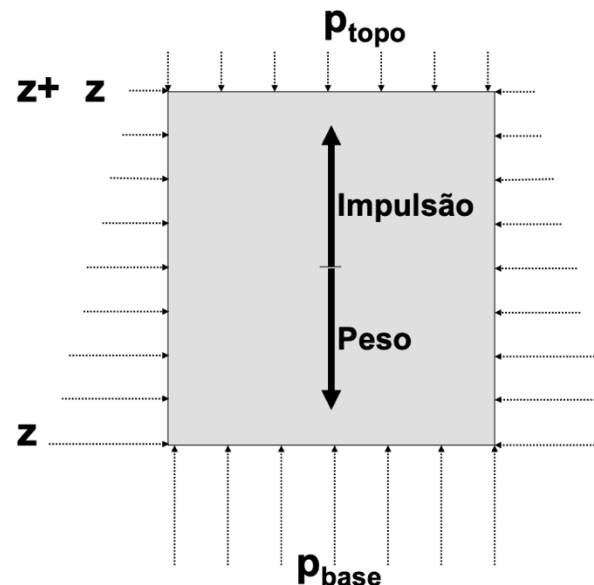
$$PV = mR_d T(1 + 0.61 r)$$

Lei de Pascal

(Lei fundamental da hidrostática:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g$$

$$\Delta p = \rho g \Delta z$$



ρ – massa volúmica

Equilíbrio hidrostático

A variação vertical da pressão num fluido depende da sua densidade. No caso de um fluido em repouso, é válida a **Lei de Pascal** (ou Lei fundamental da hidrostática):

num fluido em repouso num campo gravítico, a diferença de pressão entre dois níveis é igual ao peso por unidade de área de uma coluna de fluido entre esses dois níveis.

Lei de Pascal

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g, P = R_d \rho T$$

$$\frac{dp}{p} = -\frac{g}{R_d T} dz$$

Se soubermos $T(z)$, podemos calcular $P(z)$

Redução da pressão e altimetria barométrica

A equação (1-14) pode ser integrada, dando origem a uma relação entre p e z . Para isso seria necessário conhecer a variação vertical da densidade. A informação que dispomos sobre a atmosfera, indicada nomeadamente na Figura 1-3, refere-se não à densidade mas à temperatura e mostra que esta varia de forma razoavelmente simples. Na troposfera, a variação é essencialmente linear. Recorrendo à equação de estado (1-4), podemos escrever em vez de (1-14):

$$\frac{dp}{dz} = -\frac{p}{R_d T} g \quad (1-15)$$

Se a temperatura for constante (atmosfera isotérmica), obtém-se:

$$\frac{dp}{p} = -\frac{g}{R_d T} dz \quad (1-16)$$

integrando a partir da superfície onde $p = p_0$ e $z = z_0$, obtém-se:

$$\int_{p_0}^p \frac{dp}{p} = -\int_{z_0}^z \frac{g}{R_d T} dz \Rightarrow \ln\left(\frac{p}{p_0}\right) = -\frac{g}{R_d T} (z - z_0) \Rightarrow p = p_0 e^{-\frac{g(z-z_0)}{R_d T}} \quad (1-17)$$

Lei de Pascal

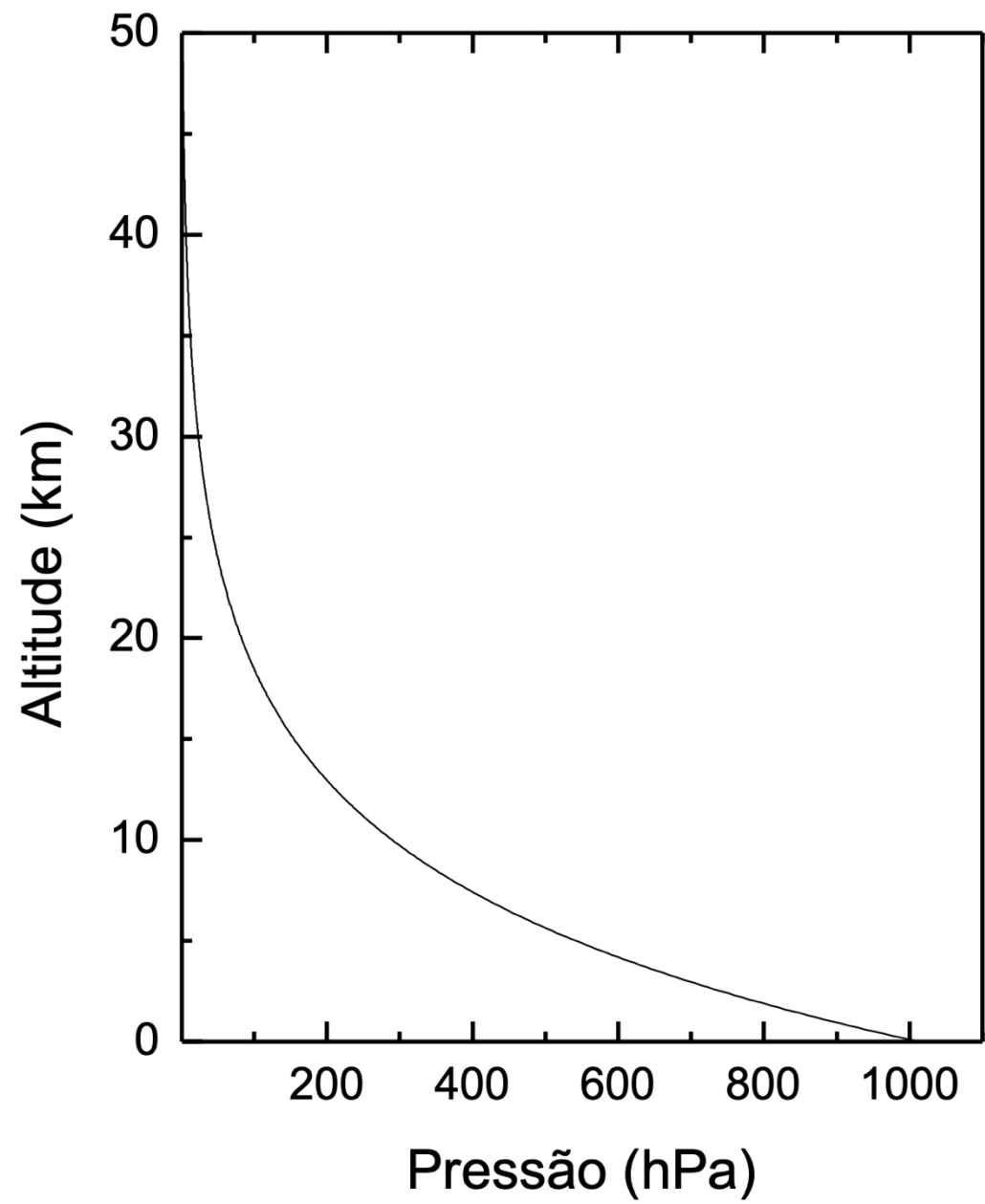
$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g, P = R_d \rho T$$

$$\frac{dp}{p} = -\frac{g}{R_d T} dz$$

Se soubermos $T(z)$, podemos calcular $P(z)$

Caso mais simples $T = \text{const}$:

$$P = P_0 \exp\left(-\frac{g}{R_d T} (z - z_0)\right)$$

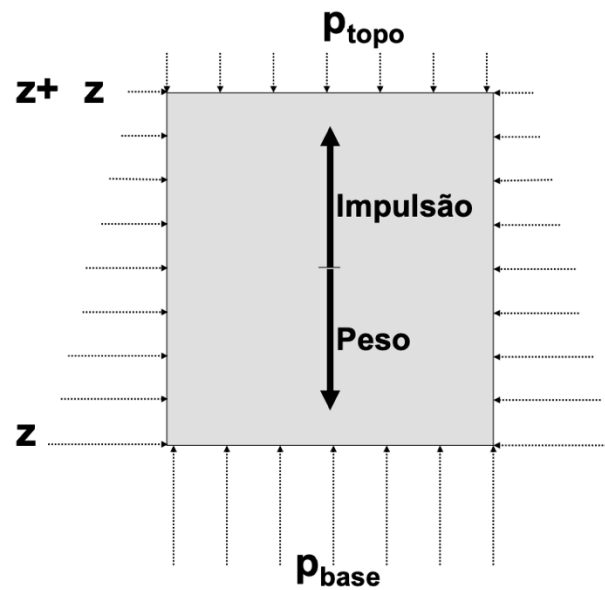


A expressão (1-17) pode aplicar-se a uma camada cuja temperatura média seja conhecida. Por outro lado, é fácil incorporar nessa expressão o efeito da humidade atmosférica, utilizando a equação de estado do ar húmido (1-11). Obtém-se assim a fórmula hipsométrica:

$$(z - z_0) = \frac{R_d \bar{T}_v}{g} \ln \left(\frac{p_0}{p} \right) \quad (1-18)$$

que constitui a equação fundamental da altimetria barométrica.

Flutuação

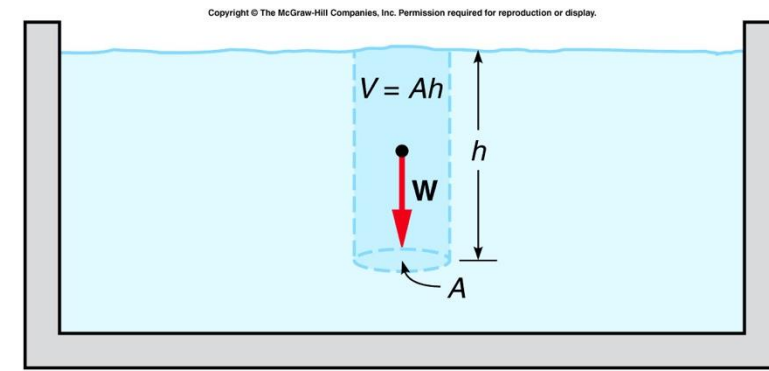


Se calcularmos a força resultante do efeito combinado da pressão em toda a superfície do elemento de volume, obtemos a força de impulsão.

A força de impulsão é dada pela **lei de Arquimedes**, consequência da lei de Pascal: um corpo imerso num fluido recebe da parte deste uma força de impulsão no sentido oposto ao da força gravítica, e de intensidade igual ao peso do fluido deslocado.

No caso da Figura considera-se a situação na qual o “corpo imerso” é um elemento de volume do próprio fluido, com a mesma densidade do fluido envolvente, implicando que o seu peso é exactamente igual (em módulo) à impulsão.

Se essa igualdade não se verificar, existirá uma força resultante (a força de flutuação) e, portanto, uma aceleração.



Algo mais sobre o gás ideal

A equação de estado do gás ideal resulta de um **modelo cinético** no qual o gás é considerado uma nuvem de moléculas pontuais (sem volume individual) e sem forças de ligação intermolecular. Isso quer dizer que a energia interna do gás é puramente cinética, logo proporcional à temperatura.

A partir de

$$u = c_v T$$

e

$$PV = nRT \text{ ou } PV = mR_d T$$

podemos estabelecer a termodinâmica do gás ideal.