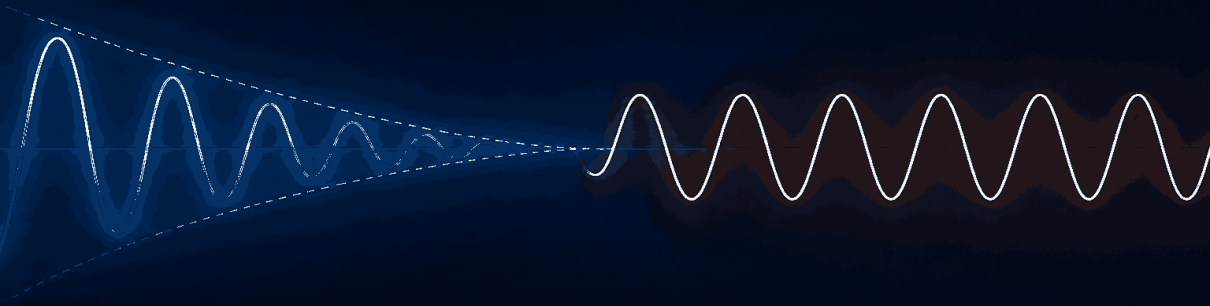
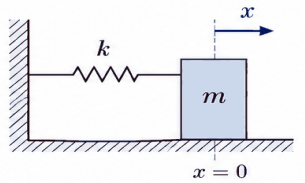
Oscilações amortecidas e forçadas



Do oscilador ideal ao oscilador real

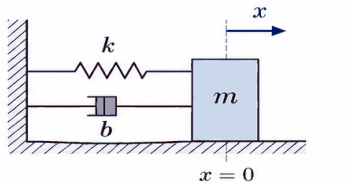
- O oscilador harmónico ideal oscila indefinidamente com amplitude constante.
- Nos sistemas reais existem perdas de energia devido ao atrito e à resistência do meio.
- A consequência é a diminuição gradual da amplitude das oscilações.
- Introduzimos o amortecimento para descrever estes efeitos reais.

Oscilador ideal



amplitude constante

Oscilador real



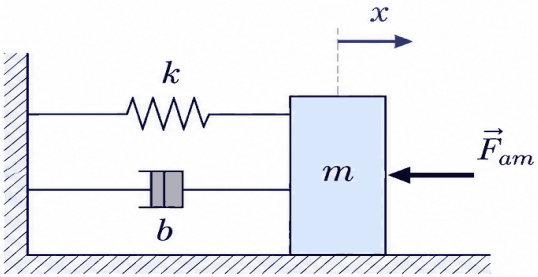
amplitude decrescente (decaimento exponencial)

O amortecimento transforma as oscilações permanentes do modelo ideal em oscilações que se vão extinguindo no tempo.

Força de amortecimento

- Em sistemas reais existe dissipação de energia devido ao atrito ou à resistência do meio.
- Para velocidades moderadas, a força de amortecimento é proporcional à velocidade e tem sentido oposto.
- Modelo linear de amortecimento:

$$\vec{F}_{am} = -b\,\vec{v}$$



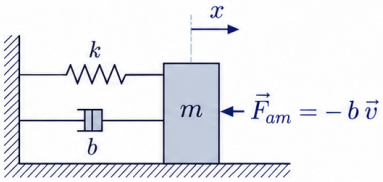
$\vec{v}$	–	velocidade da massa (m/s)
$\vec{F}_{am}$	–	força de amortecimento (N)
b	–	coeficiente de amortecimento (N·s/m) ($b > 0$)

A força de amortecimento $\vec{F}_{am}$ atua sempre no sentido oposto à velocidade $\vec{v}$.

Equação do movimento amortecido

- A segunda lei de Newton na direcção do movimento x dá:

$$m\ddot{x} = -kx - b\dot{x}$$



- Rearranjando:

$$\boldsymbol{m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0}$$

$x(t)$	–	deslocamento a partir da posição de equilíbrio (m)
$\dot{x}$	–	velocidade $= dx/dt$ (m/s)
$\ddot{x}$	–	aceleração $= d^2x/dt^2$ (m/s^2)
m	–	massa (kg)
b	–	coeficiente de amortecimento (N·s/m), $b > 0$
k	–	constante elástica da mola (N/m), $k > 0$

Interpretação dos termos	$m\ddot{x}$ termo de inércia (força inercial)	$b\dot{x}$ termo de amortecimento (dissipação de energia)	kx termo elástico de restituição da mola

Solução geral $\quad x(t) = C_1\, e^{r_1 t} + C_2\, e^{r_2 t} \qquad r_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4mk}}{2m}$

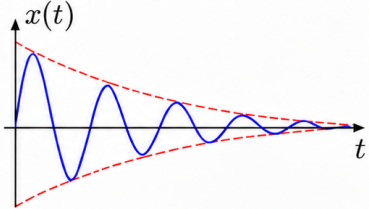
Regimes de amortecimento

$\gamma = \dfrac{b}{2m}$ — taxa de amortecimento

$\omega_0 = \sqrt{k/m}$ — frequência angular própria sem amortecimento

1. Subamortecido

$(0 < \gamma < \omega_0)$



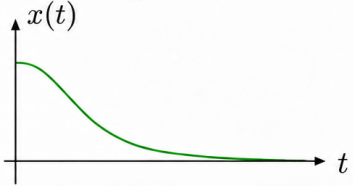
$$x(t) = A_0 e^{-\gamma t} \cos(\omega_d t + \phi_0)$$

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$$

- Oscilações com amplitude decrescente.

2. Criticamente amortecido

$(\gamma = \omega_0)$

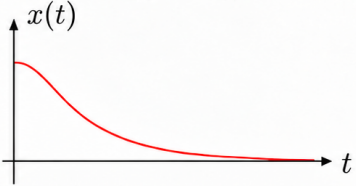


$$x(t) = (A_1 + A_2 t) e^{-\omega_0 t}$$

- Retorno mais rápido à posição de equilíbrio, sem oscilações.

3. Superamortecido

$(\gamma > \omega_0)$



$$x(t) = A_1 e^{-\lambda_1 t} + A_2 e^{-\lambda_2 t}$$

$$\lambda_{1,2} = \gamma \mp \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$$

$$(0 < \lambda_1 < \lambda_2)$$

- Retorno sem oscilações mas mais lento.

Oscilação subamortecida

- No regime subamortecido $(0 < \gamma < \omega_0)$, o sistema oscila com amplitude que decai exponencialmente.

$$x(t) = A_0 e^{-\gamma t} \cos(\omega_d t + \phi_0)$$

- A frequência amortecida é

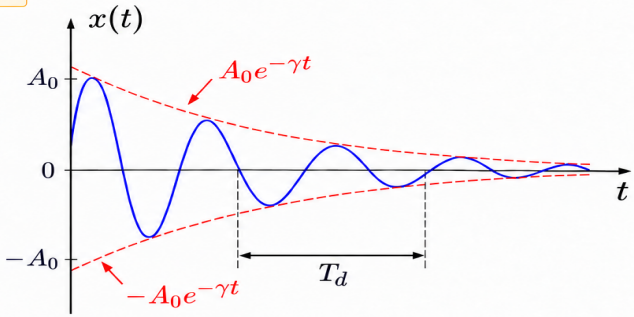
$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} \quad < \quad \omega_0$$

- O período das oscilações é

$$T_d = \frac{2\pi}{\omega_d} \quad > \quad \frac{2\pi}{\omega_0}$$

- A amplitude máxima em cada ciclo decresce segundo a envolvente $\pm A_0 e^{-\gamma t}$.

γ – taxa de amortecimento (s^{-1})
ω_0 – frequência natural (rad s^{-1})
ω_d – frequência amortecida (rad s^{-1})
A_0 – amplitude inicial
ϕ_0 – fase inicial



Evolução da amplitude

- No regime subamortecido, a amplitude máxima em cada ciclo decai exponencialmente:

$$A(t) = A_0 e^{-\gamma t}$$

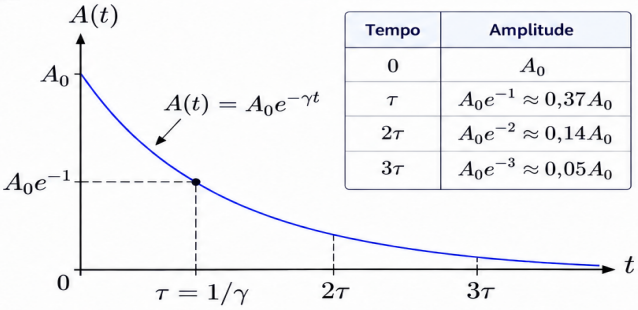
onde A_0 é a amplitude inicial (em $t = 0$).

- Após um intervalo de tempo t, a amplitude reduz-se por um factor $e^{-\gamma t}$:

$$\frac{A(t)}{A_0} = e^{-\gamma t}$$

- Após um tempo característico $\tau = 1/\gamma$, a amplitude reduz-se para $e^{-1} \approx 0{,}37$ do seu valor inicial.

Envolvente da amplitude



Tempo	Amplitude
0	A_0
τ	$A_0 e^{-1} \approx 0{,}37 A_0$
2τ	$A_0 e^{-2} \approx 0{,}14 A_0$
3τ	$A_0 e^{-3} \approx 0{,}05 A_0$

Constante de tempo: $\tau = \dfrac{1}{\gamma}$ — Tempo característico do decaimento da amplitude.

Conclusões

- A amplitude decresce exponencialmente com o tempo.
- A taxa de amortecimento γ determina a rapidez do decaimento.
- Medindo a envolvente da amplitude é possível determinar γ.

Energia de um oscilador amortecido

- A energia mecânica total do oscilador é

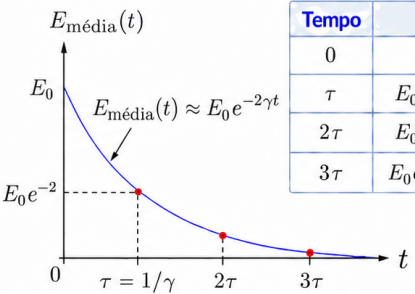
$$E(t) = \frac{1}{2}m\dot{x}^2(t) + \frac{1}{2}kx^2(t)$$

- Para amortecimento fraco ($\gamma \ll \omega_0$), a solução é $x(t) = A_0 e^{-\gamma t}\cos(\omega_d t + \phi_0)$.

- Derivação da lei de decaimento da energia:

$$\left.\begin{aligned}\frac{dE}{dt} &= m\dot{x}\ddot{x} + kx\dot{x} \\ &= \dot{x}(m\ddot{x} + kx) \\ &= -b\dot{x}^2 \leq 0\end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

Evolução da energia média



Tempo	Energia
0	E_0
τ	$E_0 e^{-2} \approx 0{,}14\,E_0$
2τ	$E_0 e^{-4} \approx 0{,}02\,E_0$
3τ	$E_0 e^{-6} \approx 0{,}0025\,E_0$

Energia média num período:

$$E_{\text{média}}(t) = \frac{1}{T_d}\int_t^{t+T_d} E(t')\,dt'$$

$$E_{\text{média}}(t) \approx \frac{1}{2}kA^2(t) \quad = \frac{1}{2}kA_0^2\,e^{-2\gamma t} = E_0\,e^{-2\gamma t}$$

Interpretação física

- A energia é dissipada devido à força de amortecimento, convertendo energia mecânica em calor (ou outras formas).

Factor de qualidade (Q)

- O factor de qualidade Q quantifica o número de oscilações significativas antes da amplitude decair apreciavelmente.
- Para o oscilador amortecido

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0$$

definimos

$$\gamma = \frac{b}{2m}\,, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}\,, \quad \omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$$

- No regime subamortecido ($0 < \gamma < \omega_0$),

$$x(t) = A_0 e^{-\gamma t}\cos(\omega_d t + \phi_0)$$

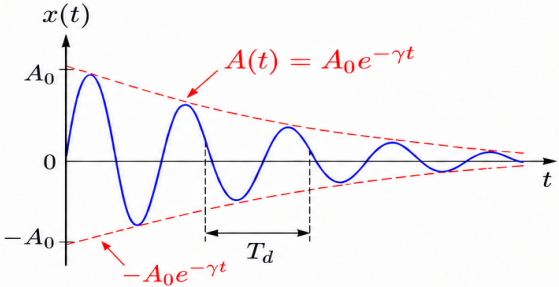
A amplitude decai como $A(t) = A_0 e^{-\gamma t}$

- O factor de qualidade é definido por $Q = \dfrac{\omega_0}{2\gamma}$
- Após N períodos amortecidos, a amplitude é

$$A_N \approx A_0 e^{-\pi N/Q}$$

- A amplitude cai para $1/e$ quando $N \approx \dfrac{Q}{\pi}$

Decaimento da amplitude



Interpretação física

- Q grande $\Rightarrow$ amortecimento fraco, muitas oscilações antes da amplitude decair significativamente.
- Q pequeno $\Rightarrow$ amortecimento forte, poucas oscilações.
- Q é particularmente útil no regime de baixo amortecimento ($\gamma \ll \omega_0$).

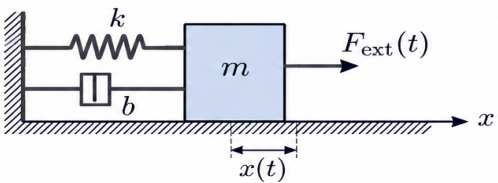
Introdução de uma força externa

Força externa periódica

Aplicamos ao oscilador uma força externa que varia periodicamente no tempo:

$$F_{\text{ext}}(t) = F_0 \cos(\Omega t + \delta)$$

Modelo físico



Equação do movimento

A equação do oscilador passa a ser

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F_0 \cos(\Omega t + \delta)$$

Símbolos

F_0	–	amplitude da força externa (N)
Ω	–	frequência angular de excitação (rad s^{-1})
δ	–	fase inicial da força externa (rad)

Interpretação

- A força externa fornece energia ao sistema de forma periódica.
- O oscilador pode atingir um regime estacionário em que oscila à frequência Ω.
- A resposta do sistema depende da relação entre Ω e a frequência natural $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ e do amortecimento $\gamma = b/(2m)$.

Oscilador forçado

Sistema

Oscilador amortecido sujeito a uma força externa periódica.

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F_0 \cos(\Omega t + \delta)$$

Solução geral

$$x(t) = x_{\text{tr}}(t) \quad + x_{\text{es}}(t)$$

A solução é a soma da solução transitória (homogénea) e da solução particular (forçada).

Regime transitório

$$x_{\text{tr}}(t) \quad \longrightarrow 0 \quad (t \gg 1/\gamma)$$

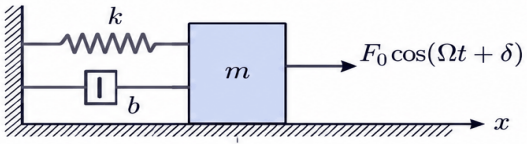
A componente transitória decai exponencialmente.

Regime estacionário

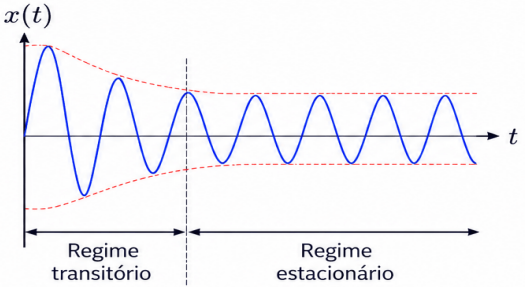
$$x_{\text{es}}(t) = X(\Omega) \cos(\Omega t + \delta - \varphi)$$

No regime estacionário, a resposta oscila à frequência da força externa, com amplitude constante.

Modelo físico

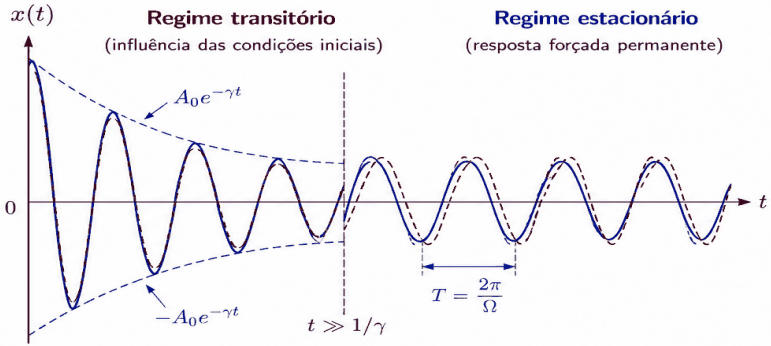


Resposta temporal



Regime transitório e regime estacionário

Oscilador amortecido e forçado: $m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F_0 \cos(\Omega t + \delta)$



Resposta total $x(t)$

Solução estacionária $x_{es}(t) = X(\Omega)\cos(\Omega t + \delta - \varphi)$

Regime transitório

- Determinado pelas condições iniciais.
- A amplitude decai exponencialmente como $e^{-\gamma t}$, com $\gamma = \dfrac{b}{2m}$.
- Duração característica: ordem de $1/\gamma$.

Regime estacionário

- Independente das condições iniciais.
- A oscilação ocorre à frequência da força externa Ω.
- Amplitude constante $X(\Omega)$ e desfasamento φ fixos.
- Energia fornecida pela força externa compensa, em média, a energia dissipada pelo amortecimento.

Conclusão

Após um tempo suficientemente longo ($t \gg 1/\gamma$), a resposta do sistema tende para:

$$x_{es}(t) = X(\Omega)\cos(\Omega t + \delta - \varphi)$$ (regime estacionário).

Amplitude da resposta estacionária

Solução estacionária

No regime estacionário, a posição é

$$x_{\text{es}}(t) = X(\Omega)\cos(\Omega t + \delta - \varphi)$$

onde $X(\Omega)$ é a amplitude da resposta.

Amplitude da resposta

Para o oscilador amortecido e forçado

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F_0\cos(\Omega t + \delta),$$

a amplitude estacionária é

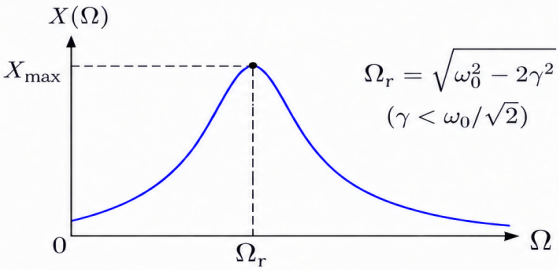
$$X(\Omega) = \frac{F_0}{\sqrt{(k - m\Omega^2)^2 + (b\Omega)^2}}$$

Parâmetros característicos

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad , \quad \gamma = \frac{b}{2m}$$

ω_0 é a frequência natural e γ a taxa de amortecimento.

Amplitude em função da frequência de excitação



Ressonância

- A amplitude é máxima em $\Omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\gamma^2}$ se $\gamma < \omega_0/\sqrt{2}$.
- Se $\gamma \ll \omega_0$: $\Omega_r \approx \omega_0$ e $X_{\max} \approx \dfrac{F_0}{b\omega_0}$.
- Se $\gamma \geq \omega_0/\sqrt{2}$: $X(\Omega)$ decresce; não há ressonância de amplitude.

$$X_{\max} = \frac{F_0}{b\omega_d} \qquad \omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$$

Fase entre força e deslocamento

Definição da fase

No regime estacionário, a posição é

$$x_{\text{es}}(t) = X(\Omega)\cos(\Omega t + \delta - \varphi)$$

A força externa é $F_{\text{ext}}(t) = F_0\cos(\Omega t + \delta)$.

φ é o atraso de fase do deslocamento em relação à força.

Desfasamento de fase

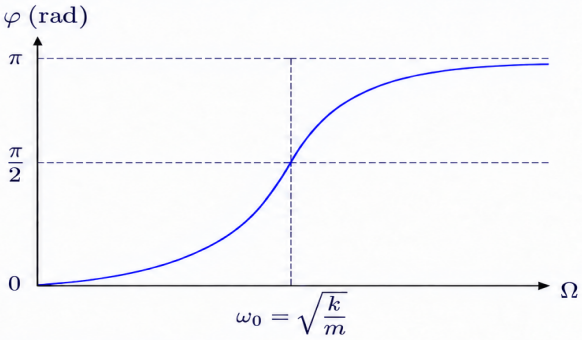
Para o oscilador amortecido e forçado

$$m\ddot{x} + b\,\dot{x} + kx = F_0\cos(\Omega t + \delta),$$

o desfasamento é dado por

$$\tan\varphi = \frac{b\Omega}{k - m\Omega^2}$$
$$0 \le \varphi \le \pi$$

Desfasamento em função da frequência de excitação



Interpretação física

- Para $\Omega \ll \omega_0$, $\varphi \approx 0$: o deslocamento está quase em fase com a força.
- Em $\Omega = \omega_0$, $\varphi = \pi/2$: o deslocamento está atrasado 90° em relação à força; a velocidade fica em fase com a força.
- Para $\Omega \gg \omega_0$, $\varphi \approx \pi$: o deslocamento fica aproximadamente em oposição de fase com a força.

Ressonância

Ideia principal

A amplitude da resposta estacionária é máxima quando a frequência de excitação se aproxima da frequência natural do sistema:

$$\Omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\gamma^2} \qquad (\gamma < \omega_0/\sqrt{2})$$

com $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ e $\gamma = b/(2m)$.

Amplitude máxima

No pico de ressonância,

$$X_{\max} = \frac{F_0}{b\omega_d},$$

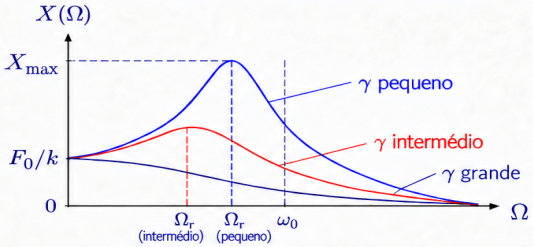
com $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$.

Importância da ressonância

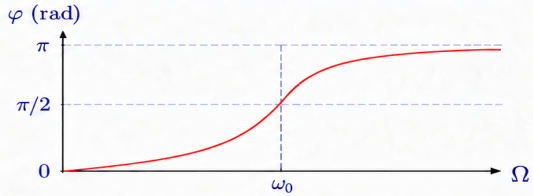
- A potência média transferida é máxima em $\Omega = \omega_0$.
- Nesse ponto, $\varphi = \pi/2$: a força está em fase com a velocidade.

Para $\gamma \ll \omega_0$, $\Omega_r \approx \omega_0$.

Amplitude em função da frequência de excitação



Desfasamento em função da frequência de excitação



Em $\Omega = \omega_0$, $\varphi = \pi/2$ e a potência média é máxima.

Largura da ressonância

- **Definição**

  FWHM: Full Width at Half Maximum
  Largura total a meia-altura de X².
  Mede a largura do pico de ressonância.

- **Meia-altura de X²**

  Define-se $\Omega_\pm$ tal que

$$X(\Omega_\perp) = \frac{X_{\max}}{\sqrt{2}} \ .$$

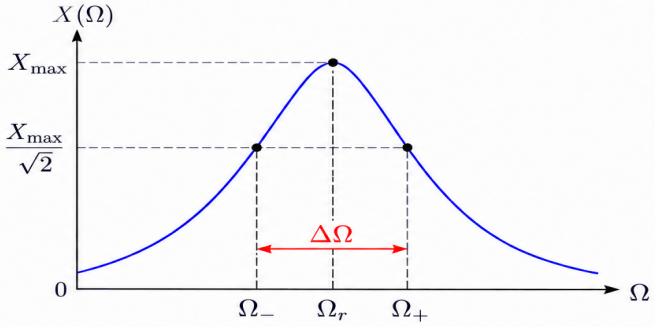
- **Largura (FWHM)**

$$\Delta\Omega = \Omega_+ - \Omega_- \ .$$

- **Aproximação** ($\gamma \ll \omega_0$)

$$\Delta\Omega \approx 2\gamma = \frac{b}{m} \ .$$

Amplitude em função da frequência de excitação



Ponte com a física de partículas

Uma partícula instável pode originar um pico de Breit–Wigner, com largura em energia Γ.

$$\Gamma \approx \hbar\,\Delta\Omega \approx \hbar/\tau_E$$

$\tau_E = 1/(2\gamma)$: tempo de decaimento da energia.
A amplitude decai em $\tau_A = 1/\gamma$.

Potência média fornecida ao oscilador

Potência instantânea

A potência fornecida pela força externa é

$$P(t) = F_{\text{ext}}(t)\, v(t)\,.$$

Potência média num período

A potência média é

$$\langle P \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T P(t)\,dt\,, \qquad T = \frac{2\pi}{\Omega}\,.$$

Cálculo no regime estacionário

Com $F_{\text{ext}}(t) = F_0\cos(\Omega t + \delta)$ e $v(t) = -\Omega X \sin(\Omega t + \delta - \varphi)$, obtém-se

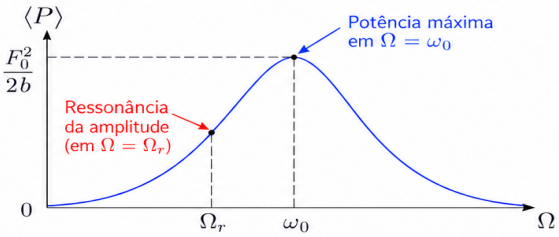
$$\langle P \rangle = \frac{1}{2}\, F_0\, \Omega X \sin\varphi\,.$$

Em função da frequência de excitação

Usando $X(\Omega) = \dfrac{F_0}{\sqrt{(k - m\Omega^2)^2 + (b\Omega)^2}}$ e $\sin\varphi = \dfrac{b\Omega}{\sqrt{(k - m\Omega^2)^2 + (b\Omega)^2}}$, resulta

$$\langle P \rangle = \frac{1}{2}\,\frac{F_0^2\, b\, \Omega^2}{(k - m\Omega^2)^2 + (b\Omega)^2}\,.$$

Potência média em função da frequência de excitação



Significado físico

- A potência média é a taxa a que a força externa transfere energia para o oscilador.
- A potência média é máxima quando a velocidade está em fase com a força, o que ocorre em $\Omega = \omega_0$ (o termo reativo anula-se).
- A ressonância da amplitude ocorre em $\Omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\gamma^2}$, que é diferente de ω_0 excepto no limite de amortecimento fraco.

Valor máximo

Em $\Omega = \omega_0$,

$$\langle P \rangle_{\max} = \frac{F_0^2}{2b}\,.$$

Exercício resolvido — oscilação amortecida

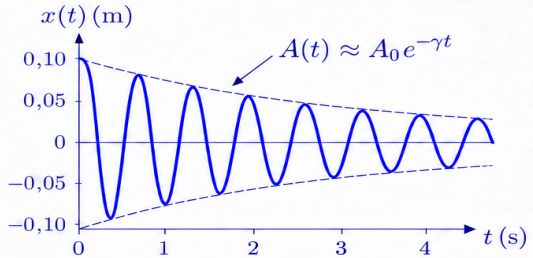
Enunciado

Um oscilador massa–mola com $m = 1{,}0\ \text{kg}$ e $k = 100\ \text{N m}^{-1}$ é libertado da posição $x(0) = A_0 = 0{,}10\ \text{m}$ com velocidade inicial nula. O sistema está sujeito a um amortecimento viscoso com coeficiente $b = 0{,}40\ \text{N s m}^{-1}$.

Pede-se:

(a) Determinar o período amortecido T_d.
(b) Escrever a expressão do movimento $x(t)$.
(c) Calcular a amplitude ao fim de $t = 10\ \text{s}$.

Movimento do oscilador



Solução

(a) Frequências e período amortecido

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{1{,}0}} = 10{,}0\ \text{rad s}^{-1}$$

$$\gamma = \frac{b}{2m} = \frac{0{,}40}{2 \times 1{,}0} = 0{,}20\ \text{s}^{-1}$$

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} = \sqrt{10{,}0^2 - 0{,}20^2} = 9{,}998\ \text{rad s}^{-1}$$

$$T_d = \frac{2\pi}{\omega_d} = 0{,}628\ \text{s}$$

(b) Movimento

Para $x(0) = A_0$ e $v(0) = 0$, a solução é

$$x(t) = A_0\, e^{-\gamma t}\left[\cos(\omega_d t) + \frac{\gamma}{\omega_d}\sin(\omega_d t)\right]$$

Substituindo os valores numéricos,

$$x(t) = 0{,}10\, e^{-0{,}20t}\left[\cos(9{,}998t) + 0{,}0200\sin(9{,}998t)\right]\ (\text{m})$$

(c) Amplitude ao fim de $t = 10$ s

A amplitude decai segundo

$$A(t) \approx A_0\, e^{-\gamma t}.$$

Logo,

$$A(10) \approx 0{,}10\, e^{-0{,}20 \times 10} = 0{,}0135\,\text{m} = 1{,}35\,\text{cm}.$$

Exercício resolvido — suspensão automóvel

Enunciado

Um quarto da massa suspensa de um automóvel pode ser modelado por um sistema massa–mola–amortecedor, com

$$m = 350\ \text{kg}$$
$$k = 3{,}5 \times 10^4\ \text{N m}^{-1}$$
$$b = 1{,}9 \times 10^3\ \text{N s m}^{-1}$$

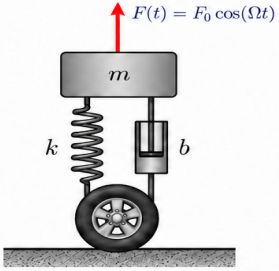
Uma força periódica actua sobre o sistema,

$$F(t) = F_0 \cos(\Omega t), \qquad F_0 = 500\ \text{N}.$$

Pede-se:

(a) Calcular a frequência natural ω_0.
(b) Determinar a frequência de ressonância Ω_r.
(c) Calcular a amplitude da resposta estacionária para $\Omega = 8{,}0\ \text{rad s}^{-1}$.
(d) Comparar com a amplitude na ressonância.

Modelo físico





Irregularidades periódicas na estrada (separação λ) excitam o veículo com

$$\Omega = \frac{2\pi v}{\lambda},$$

onde v é a velocidade do automóvel.

Solução

(a) Frequência natural

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{3{,}5 \times 10^4}{350}}$$
$$= 10{,}0\ \text{rad s}^{-1}.$$

(b) Frequência de ressonância

$$\Omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\gamma^2}, \qquad \gamma = \frac{b}{2m}$$
$$\gamma = \frac{1{,}9 \times 10^3}{2 \times 350} = 2{,}71\ \text{s}^{-1}.$$
$$\Omega_r = \sqrt{10{,}0^2 - 2(2{,}71)^2}$$
$$= 9{,}23\ \text{rad s}^{-1}.$$

(c) Amplitude para $\Omega = 8{,}0\ \text{rad s}^{-1}$

$$X(\Omega) = \frac{F_0}{\sqrt{(k - m\Omega^2)^2 + (b\Omega)^2}}$$
$$X(8{,}0) = \frac{500}{\sqrt{(3{,}5 \times 10^4 - 350 \times 8{,}0^2)^2 + (1{,}9 \times 10^3 \times 8{,}0)^2}}$$
$$= 0{,}0253\ \text{m} = 2{,}53\ \text{cm}.$$

(d) Comparação

Amplitude na ressonância:

$$X(\Omega_r) = \frac{F_0}{b\sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}}$$
$$= \frac{500}{1{,}9 \times 10^3 \times 9{,}62}$$
$$= 0{,}0273\ \text{m} = 2{,}73\ \text{cm}.$$

Para $\Omega = 8{,}0\ \text{rad s}^{-1}$, a amplitude é menor do que na ressonância, como esperado.

Conclusão

A suspensão reduz a amplitude das vibrações fora da ressonância.
Este modelo é usado no projecto de suspensões automóveis para garantir conforto e estabilidade.

Exercício resolvido — ressonância numa bobina de RF (MRI)

Enunciado

Uma bobina de radiofrequência de um equipamento de MRI pode ser modelada por um circuito RLC série forçado,

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{1}{C}q = V_0\cos(\Omega t).$$

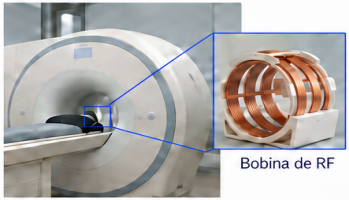
Considere:

$$L = 1{,}0\,\mu\text{H} \qquad R = 0{,}50\,\Omega$$
$$C = 100\,\text{pF} \qquad V_0 = 1{,}0\,\text{V}$$

Pede-se:

(a) Determinar a frequência de ressonância ω_0.
(b) Calcular a largura a meia-potência $\Delta\Omega$.
(c) Calcular a amplitude da corrente para $\Omega = 0{,}90\,\omega_0$.

Aplicação: bobina de RF em MRI



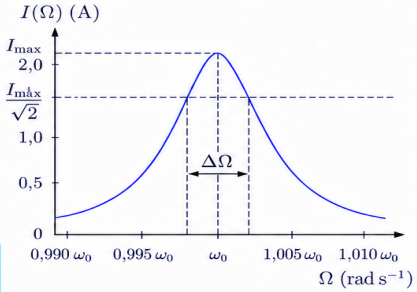
Os valores do exercício correspondem a $f_0 = 15{,}9$ MHz.

Analogia com o oscilador mecânico

$m \leftrightarrow L \qquad b \leftrightarrow R \qquad k \leftrightarrow 1/C$

$I \leftrightarrow \dot{x}$, logo o pico da corrente é exatamente em ω_0

Amplitude da corrente em função da frequência



(a) Frequência de ressonância

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{1{,}0\times10^{-6}\times1{,}0\times10^{-10}}}$$

$$= 1{,}0\times10^{8}\ \text{rad s}^{-1}$$

$$(f_0 = 15{,}9\ \text{MHz})$$

(b) Largura a meia-potência

$$\Delta\Omega = \frac{R}{L}$$

$$\Delta\Omega = \frac{0{,}50}{1{,}0\times10^{-6}}$$

$$= 5{,}0\times10^{5}\ \text{rad s}^{-1}$$

$$(\Delta f = 79{,}6\ \text{kHz})$$

(c) Amplitude da corrente para $\Omega = 0{,}90\,\omega_0$

$$I(\Omega) = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \left(\Omega L - \frac{1}{\Omega C}\right)^2}}.$$

Para $\Omega = 0{,}90\,\omega_0 = 0{,}90\times10^{8}\ \text{rad s}^{-1}$,

$$I(0{,}90\,\omega_0) = \frac{1{,}0}{\sqrt{0{,}50^2 + \left(0{,}90\times10^{8}\times10^{-6} - \frac{1}{(0{,}90\times10^{8}\times10^{-10})}\right)^2}}$$

$$= 4{,}7\times10^{-2}\,\text{A} \quad (47\ \text{mA})$$