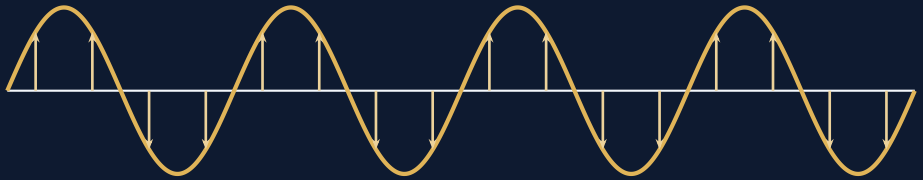
Polarização da luz

O campo eléctrico, polarizadores e lâminas de onda



Três perguntas

- Porque é que o ecrã do telemóvel fica escuro, visto com óculos polarizados, quando se roda?
- Porque é que alguns insectos põem ovos em carros pretos e em painéis solares?
- Como funcionam os óculos dos filmes em 3D?

CONCEITOS

O que vamos usar

- Onda harmónica: $\cos(kz - \omega t)$, com $k = 2\pi/\lambda$ e $\omega = 2\pi f$.
- A luz é uma onda electromagnética transversal: $\vec{E} \perp \vec{k}$ e $\vec{B} \perp \vec{E}$.
- Intensidade: $I = \frac{1}{2} c \varepsilon_0 E_0^2$, proporcional a E_0^2.
- Num meio de índice n, $\lambda = \lambda_0 / n$.
- Lei de Snell: $n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$.

Duas componentes

Onda que avança em z: $\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(kz - \omega t)$, com $\vec{E}_0$ no plano xy. Cada componente é uma onda, com a sua amplitude e a sua fase:

$$E_x = E_{0x} \cos(kz - \omega t), \qquad E_y = E_{0y} \cos(kz - \omega t + \delta)$$

Numa posição fixa (z constante), ao longo do tempo, a ponta de $\vec{E}$ desenha uma curva no plano xy. A forma dessa curva é a **polarização**.

Linear, circular ou elíptica

Depende das amplitudes e do desfasamento δ:

- $\delta = 0$ ou π: recta, **linear**;
- $E_{0x} = E_{0y}$ e $\delta = \pm\pi/2$: círculo, **circular**;
- outros casos: elipse, **elíptica**.

A ponta do campo

$E_{0x} = E_{0y}$, com δ a crescer.

Em $\delta = \pi/2$:

$$E_x^2 + E_y^2 = E_0^2$$

porque $\cos^2 + \sin^2 = 1$: um círculo.



Curva da ponta de $\vec{E}$ para cada δ.

A luz natural

- Numa lâmpada ou no Sol, cada átomo emite um trem de ondas curto, com a sua polarização.
- A polarização total muda ao acaso, milhões de milhões de vezes por segundo.
- O olho só vê a média: a luz diz-se **não polarizada**.

Nenhuma direcção é privilegiada: projectando $\vec{E}$ em dois eixos perpendiculares quaisquer, cada um leva, em média, metade da intensidade.

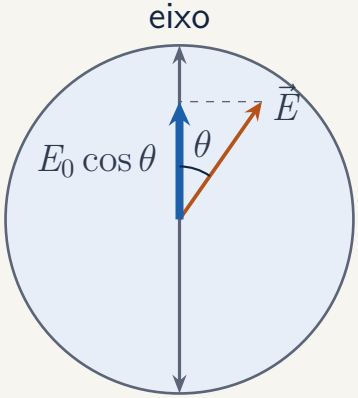
PERGUNTA: O ECRÃ DO TELEMÓVEL

O eixo do polarizador

Porque escurece o ecrã, visto com óculos polarizados?

Um polarizador tem um **eixo**: só deixa passar a componente de $\vec{E}$ ao longo dele.

Luz linear a θ do eixo: passa $E_0 \cos\theta$.

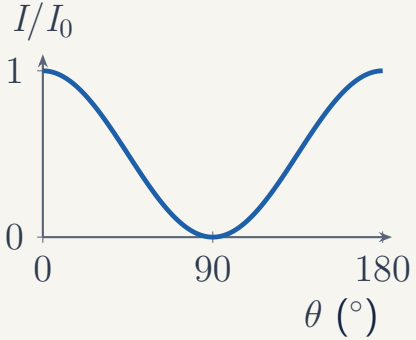


PERGUNTA: O ECRÃ DO TELEMÓVEL

A lei de Malus

A intensidade é proporcional ao quadrado do campo, $I \propto E^2$:

$$I = I_0 \cos^2 \theta$$



RESPOSTA

O ecrã que escurece

- Um ecrã de cristais líquidos tem um polarizador à frente: a luz que sai é linear.
- Com óculos polarizados, passa $I_0 \cos^2 \theta$.
- Rodando o telemóvel até o seu eixo ficar a 90° do dos óculos, $I = 0$: o ecrã fica negro.

Luz natural num polarizador

Na luz natural, θ muda ao acaso. Passa a média de $\cos^2\theta$:

$$\langle \cos^2\theta \rangle = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \cos^2\theta \, \mathrm{d}\theta = \frac{1}{2}$$

$$I = \frac{I_0}{2}$$

Sai metade da intensidade, já polarizada ao longo do eixo.

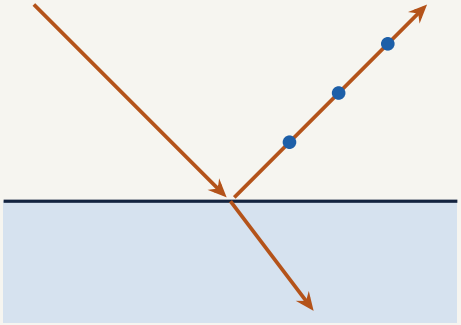
PERGUNTA: OS INSECTOS ENGANADOS

Polarização por reflexão

Porque é que alguns insectos põem ovos em carros pretos?

A luz reflectida por água, vidro ou tinta lisa fica parcialmente polarizada, com $\vec{E}$ paralelo à superfície.

Num ângulo, θ_B, a componente no plano de incidência não se reflecte.



Pontos: $\vec{E}$ perpendicular ao plano da figura.

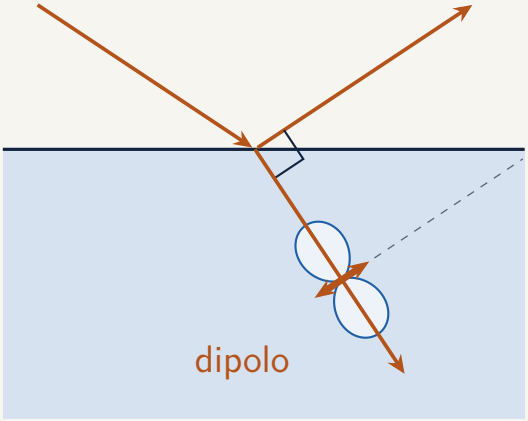
PERGUNTA: OS INSECTOS ENGANADOS

O reflexo vem dos electrões

Os electrões do vidro oscilam ao longo do $\vec{E}$ refractado. São eles que emitem o reflexo.

Um dipolo não emite ao longo do seu eixo.

Se o reflectido for perpendicular ao refractado, segue o eixo: a componente no plano de incidência não se reflecte.



PERGUNTA: OS INSECTOS ENGANADOS

O ângulo de Brewster

Acontece quando o reflectido e o refractado são perpendiculares, $\theta_B + \theta_t = 90°$. Com a lei de Snell, $n_1 \sin\theta_B = n_2 \cos\theta_B$:

$$\tan\theta_B = \frac{n_2}{n_1}$$

Água, $53°$; vidro com $n = 1{,}5$, $56°$. Perto de θ_B, o reflexo está quase todo polarizado.

RESPOSTA

Os insectos enganados

- Efémeras e libélulas procuram água pela luz reflectida, polarizada na horizontal.
- O insecto procura a luz mais polarizada. Na água, o reflexo vem misturado com luz do fundo, não polarizada. Num carro preto, essa luz é absorvida: só chega o reflexo, mais polarizado do que o da água.
- Para o insecto, um carro preto ou um painel solar parece mais água do que a própria água.

PERGUNTA: OS ÓCULOS 3D

Birrefringência

Como funcionam os óculos dos filmes em 3D?

Em certos cristais, como a calcite ou o quartzo, o índice depende da direcção de $\vec{E}$:

- ao longo do eixo do cristal, n_e;
- na perpendicular, n_o.

As duas componentes andam a velocidades diferentes. Ao fim de uma espessura e, uma atrasa-se em relação à outra:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_e - n_o)\, e$$

PERGUNTA: OS ÓCULOS 3D

A lâmina de quarto de onda

Escolhe-se e para $\delta = \pi/2$:

$$e = \frac{\lambda_0}{4\,(n_e - n_o)}$$

Linear a 45° do eixo: $E_{0x} = E_{0y}$; sai com $\delta = \pi/2$, circular.

Quartzo, $n_e - n_o = 0{,}0090$, a $633\,\text{nm}$:

$$e = \frac{633}{4 \times 0{,}0090} = 17\,600\,\text{nm} = 17{,}6\,\mu\text{m}$$

RESPOSTA

Os óculos 3D

- O projector mostra as duas imagens, uma para cada olho, com polarizações circulares opostas.
- Cada lente tem uma lâmina de quarto de onda e um polarizador: transforma uma das circulares em linear que passa, e a outra em linear que é bloqueada.

Como se analisa uma polarização

Roda-se um polarizador e mede-se a intensidade:

- vai a zero num ângulo: **linear**;
- não muda: **circular** ou **natural**;
- varia sem ir a zero: **elíptica** ou parcialmente polarizada.

Para distinguir circular de natural, põe-se antes uma lâmina $\lambda/4$: a circular passa a linear e já vai a zero.

ENUNCIADO

Exercício resolvido I

Luz natural de intensidade I_0 atravessa polarizadores.

(a) Que intensidade sai de um polarizador?

(b) E de dois, com os eixos a $30°$?

(c) Dois polarizadores cruzados, com um terceiro a $30°$ do primeiro no meio: que intensidade sai?

(d) Que ângulo do polarizador do meio dá a intensidade máxima?

RESOLUÇÃO

Exercício resolvido I

(a) A média de $\cos^2$ é $\frac{1}{2}$: $I_1 = I_0/2$.

(b) A luz que sai do primeiro é linear; aplica-se a lei de Malus:

$$I_2 = \frac{I_0}{2}\cos^2 30^\circ = \frac{I_0}{2} \times \frac{3}{4} = 0{,}375\, I_0$$

(c) Do primeiro para o do meio, 30°; do meio para o último, 60°:

$$I = \frac{I_0}{2}\cos^2 30^\circ \cos^2 60^\circ = \frac{I_0}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = 0{,}094\, I_0$$

RESOLUÇÃO

Exercício resolvido I

(d) Com o do meio a θ:

$$I(\theta) = \frac{I_0}{2}\cos^2\theta\sin^2\theta = \frac{I_0}{8}\sin^2 2\theta$$

É máximo quando $\sin 2\theta = 1$:

$$\theta = 45^\circ, \qquad I_{\max} = \frac{I_0}{8} = 0{,}125\, I_0$$

ENUNCIADO

Exercício resolvido II

Uma lâmina de quartzo ($n_e - n_o = 0{,}0090$) deve ser de quarto de onda para $633\,\text{nm}$. Incide luz linear a $45°$ do eixo.

(a) Que espessura deve ter?

(b) Que polarização sai?

(c) Com a mesma lâmina, que desfasamento há a $450\,\text{nm}$?

(d) Que polarização sai a $450\,\text{nm}$?

RESOLUÇÃO

Exercício resolvido II

(a) $e = \lambda_0/[4(n_e - n_o)] = 633/0{,}036 = 17{,}6\,\mu\text{m}$

(b) A $45°$, $E_{0x} = E_{0y}$; com $\delta = \pi/2$, sai circular.

(c) O atraso em caminho óptico, $(n_e - n_o)\, e = 158\,\text{nm}$, é o mesmo; muda a fracção de λ:

$$\delta = 2\pi \frac{158}{450} = 127°$$

(d) $\delta \neq 90°$: sai elíptica. A lâmina só é exacta a um λ.

ENUNCIADO

Exercício resolvido III

Microscópio de polarização: tendão (colagénio, $n_e - n_o = 0{,}003$) com $5\,\mu\text{m}$, entre polarizadores cruzados, a $550\,\text{nm}$. As fibras fazem φ com o primeiro.

(a) Que desfasamento δ dá a amostra?

(b) Sem amostra, que intensidade se vê?

(c) Mostre que $I = I_1 \sin^2 2\varphi \, \sin^2(\delta/2)$ e calcule I/I_1 a $45°$.

(d) A que ângulos a amostra brilha mais? E desaparece?

RESOLUÇÃO

Exercício resolvido III

(a) Com a fórmula da birrefringência:

$$\delta = \frac{2\pi \times 0{,}003 \times 5}{0{,}55} = 0{,}171\,\text{rad}$$

(b) Polarizadores cruzados: nada. O fundo é negro.

RESOLUÇÃO

Exercício resolvido III

(c) Projecções no analisador, com sinais opostos e desfasamento δ:

$$E_a = E\sin\varphi\cos\varphi\left(\cos\omega t - \cos(\omega t+\delta)\right) = E\sin 2\varphi\ \sin\tfrac{\delta}{2}\ \sin(\omega t+\tfrac{\delta}{2})$$

Ao quadrado, a $45°$:

$$I/I_1 = \sin^2(0{,}0857) = 0{,}73\,\%$$

(d) Máximo a $45°$ dos polarizadores; nulo a $0°$ e $90°$.