EXAME

SEMESTRE 2
Data: 7 de julho, 9:00

MIEEA

Transferência de Calor e Massa

(Duração máxima permitida: 120 + 30 minutos)

ATENÇÃO: Entregar este enunciado devidamente identificado e com as respostas ao primeiro problema. Sempre que utilizar correlações numéricas deverá indicar os pressupostos que justificam a sua utilização.

NOME:

NÚMERO:

PROBLEMA 1

Indicar **apenas uma** opção escrevendo a alínea que considera mais adequada depois de 'RESPOSTA:'. Cada resposta correta equivale a 1 valor. O critério de desconto para respostas erradas é 1/3 do valor da questão. A ausência de resposta equivale a 0 valores. Indicar mais do que uma resposta equivale a uma resposta errada. A cotação do conjunto das questões nunca será inferior a zero.

1. O mecanismo de transmissão de calor por convecção...

ocorre por via de um escoamento.

O mecanismo de transmissão de calor por condução...

ocorre por difusão molecular no mesmo meio.

2. Para as mesmas condições iniciais, as espessuras das camadas limites hidrodinâmica e térmica no escoamento sobre uma placa plana têm aproximadamente a mesma espessura quando o número de Prandtl do fluido é...

aproximadamente igual à unidade.

3. Ar circula no interior de uma tubagem com secção rectangular ($H \times W$). A dimensão característica para efeitos de análise de transmissão de calor é

Em tubagem a dimensão característica é o diâmetro interior, para tubagem de secção quadrangular o diâmetro interior é substituído pelo diâmetro hidráulico dado por:

$$D_h = \frac{4A}{P} = \frac{4HW}{2H + 2W} = \frac{2HW}{H + W}$$

pelo que a resposta será:

$$\frac{2HW}{H + W}$$

4. Numa superfície difusa e opaca em que o espectro de emissividade possui dois patamares ($\varepsilon_{\lambda,1}, \varepsilon_{\lambda,2}$) com transição em λ_1, sabendo que a temperatura da superfície é T_s e a envolvente está a T_∞, a absortividade α obtém-se como...

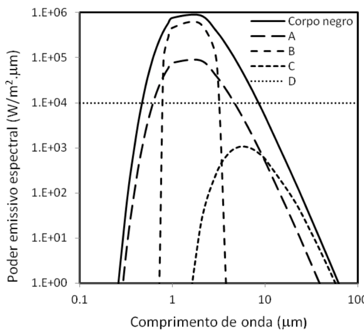
A absortividade calcula-se por:

$$\alpha = \alpha_{\lambda,1} F^{\infty}_{0\to\lambda} + \alpha_{\lambda,2}(1 - F^{\infty}_{0\to\lambda})$$

em $F_{0\to\lambda}$ é calculado para a T_∞. Como a superfície é difusa e opaca $\alpha_{\lambda,1} = \varepsilon_{\lambda,1}$ e $\alpha_{\lambda,2} = \varepsilon_{\lambda,2}$, pelo que a resposta certa é:

$$\alpha = \varepsilon_{\lambda,1} F^{\infty}_{0\to\lambda} + \varepsilon_{\lambda,2}(1 - F^{\infty}_{0\to\lambda})$$

5. A linha a cheio na figura representa o poder emissivo espectral de um corpo negro. Qual das linhas, A a D, representa o poder emissivo espectral de um corpo cinzento?



linha A

Quais das linhas, A a D, não representam o poder emissivo espectral de um corpo cinzento?

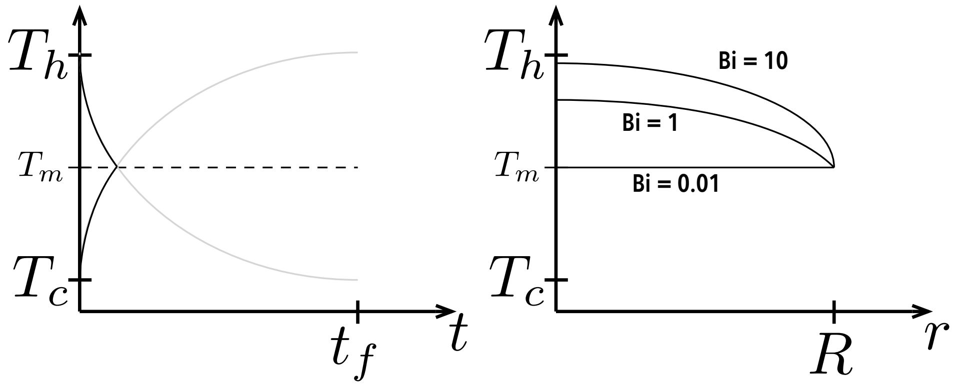
linhas B, C e D

PROBLEMA 2

Considerar duas esferas idênticas com temperatura inicial uniforme, T_h e T_c, respectivamente, de tal modo que $T_h > T_c$. Desprezar a variação da temperatura no líquido, assumir para ambos os casos o mesmo coeficiente de convecção e considerar o instante t_f como o tempo que demora a atingir o regime permanente.

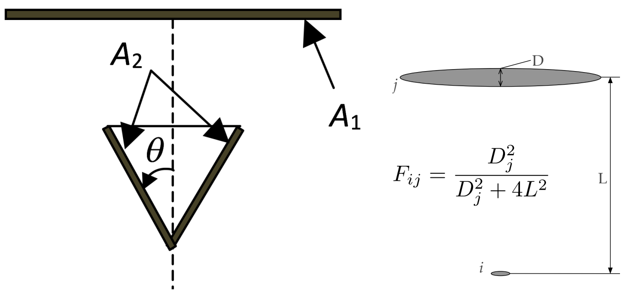
- **Caso 1:** A esfera à temperatura T_h é colocada num líquido à temperatura T_c.
- **Caso 2:** A esfera à temperatura T_c é colocada num líquido à temperatura T_h.

1. Para $Bi \ll 1$, representar qualitativamente, mas com o máximo de rigor possível, **no mesmo gráfico** (da esquerda), a evolução da temperatura das duas esferas ao longo do tempo, até estas atingirem a mesma temperatura.
2. Representar qualitativamente, mas com o máximo de rigor possível, **no mesmo gráfico** (da direita), a distribuição radial da temperatura da esfera com a temperatura inicial mais elevada (T_h), no instante em que as esferas atingem a mesma temperatura, supondo agora que: i) Bi $= 0.01$; ii) Bi $= 10$.



PROBLEMA 3

Considere o disco circular com área A_1 e a superfície cónica co-axial, em que $A_2 = \frac{\pi}{4} D_2^2 \left[1 + (\sin\theta)^{-1}\right]$ e D_2 é o diâmetro da base da superfícies cónica. A base da superfície cónica encontra-se a uma distância L do disco (ver figura da direita).



1. Para a situação em que $A_1 \gg A_2$, determinar o **factor de forma**, F_{12}, em função das áreas A_1 e A_2.

Em primeiro lugar considera-se um superfície fictícia $2'$ que corresponde à área circular da base da superfície cónica co-axial com o disco, de tal modo que

$$F_{12} = F_{12'}$$

Depois, usando a relação apresentada na figura da direita,

$$F_{2'1} = \frac{D_1^2}{D_1^2 + 4L^2} = \frac{\frac{\pi}{4} D_1^2}{\frac{\pi}{4}(D_1^2 + 4L^2)} = \frac{A_1}{A_1 + \pi L^2}$$

Como $F_{12} = F_{12'}$ e $A_1 F_{12'} = A_{2'} F_{2'1}$, tem-se que

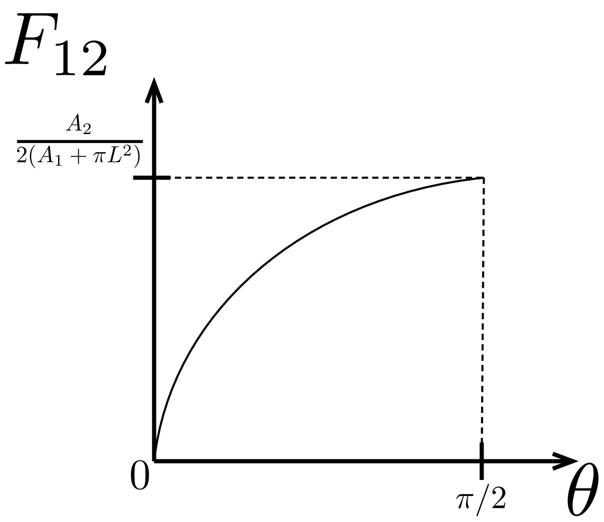
$$F_{12} = \frac{A_{2'}}{A_1} F_{2'1} = \frac{A_{2'}}{A_1} \frac{A_1}{A_1 + \pi L^2} = \frac{A_{2'}}{A_1 + \pi L^2}$$

Considerando geometricamente que $A_{2'} = \frac{\pi}{4} D_2^2 = \frac{A_2}{1 + \frac{1}{\sin(\theta)}}$, resulta finalmente que

$$F_{12} = \frac{A_2}{A_1 + \pi L^2} \frac{1}{1 + \frac{1}{\sin(\theta)}}$$

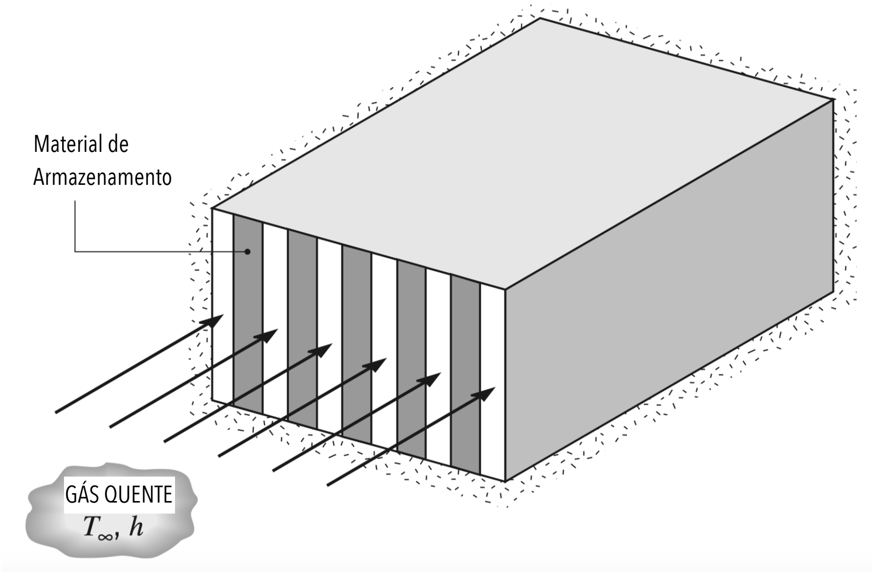
2. **Representar** graficamente a variação de F_{12} com θ para $0 \leq \theta \leq \pi/2$.

Sabendo que $F_{12}(\theta = 0) = 0$ e $F_{12}(\theta = \pi/2) = \frac{A_2}{2(A_1 + \pi L^2)}$



PROBLEMA 4

Uma unidade de armazenamento de energia consiste num grande canal rectangular, bem isolado na superfície exterior que se estrutura em camadas alternadas de material de armazenamento de energia e canais de arrefecimento. Cada camada de material de armazenamento é feita de uma placa de alumínio com uma largura de $L = 50\ mm$ que se encontra a uma temperatura inicial de $T_i = 25°C$. A forma de carregar o material de armazenamento é fazer circular nos canais um gás à temperatura de $T_\infty = 600°C$. Considerar um coeficiente de convecção $h = 100\ W \cdot m^{-2} K^{-1}$ e as propriedades do alumínio puro a 600 K:
$k = 231\ W \cdot m^{-1} K^{-1}$, $c = 1033\ J \cdot kg^{-1} K^{-1}$, $\rho = 2702\ kg/m^3$.



1. **Demonstrar** que a função que descreve a variação do armazenamento de energia desta unidade com o tempo (t) é dada por:

$$Q(t) = \rho c V (T_\infty - T_i)\left[1 - exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]$$

com V o volume total de alumínio e τ a constante de tempo do sistema.

Em primeiro lugar fazemos uma análise ao número de Biot para saber se podemos ou não aplicar o Método da Capacitância Global (MCG). Neste caso, como a convecção forçada em ambos os lados é a mesma, o comprimento característico corresponde

$$L_c = \frac{V}{A} = \frac{AL}{2L} = \frac{L}{2}$$

Assim,

$$\text{Bi} = \frac{h(L/2)}{k} = \frac{100(0.025)}{231} = 0.011$$

Logo, podemos aplica o MCG.
Neste caso, a energia máxima que pode ser acumulada é obtida por

$$Q_{max} = \rho c V(T_\infty - T_i)$$

Ao longo do tempo, pelo MCG,

$$\frac{\theta(t)}{\theta_i} = \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

com $\theta(t) = T(t) - T_\infty$, pelo que a energia acumulada expressa-se como

$$\begin{aligned}
Q(t) &= \int_0^t q(t)dt \\
&= -hA\int_0^t \theta(t)dt \\
&= -hA\theta_i \int_0^t \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) dt \\
&= -hA\theta_i(-\tau)\left[\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) - 1\right] \\
&= -\rho c V\theta_i\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right] \\
&= \rho c V(T_\infty - T_i)\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]
\end{aligned}$$

Importante notar que a energia recebida em cada instante de tempo é

$$q(t) = hA[T_\infty - T(t)] = -hA\theta(t)$$

e $\tau = \frac{\rho c V}{hA}$, pelo que $\tau hA = \rho c V$

2. Calcular a **constante de tempo** do sistema de armazenamento.

A constante de tempo calcula-se por $\tau = \frac{\rho(L/2)c}{h} = \frac{2702(0.025)1033}{100} = 697.8\ s$.

3. Calcular o **tempo** que demora a que o material atinja 75% da sua capacidade máxima de armazenar energia e calcular a **temperatura** do alumínio nesse instante.

Compara-se a energia armazenada no instante t com a energia máxima utilizando a expressão:

$$\frac{Q}{Q_{max}} = \frac{\rho c V (T_\infty - T_i)\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]}{\rho c V (T_\infty - T_i)} = \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]$$

Pelo que atingir os 75% da energia máxima que é possível armazenar implica,

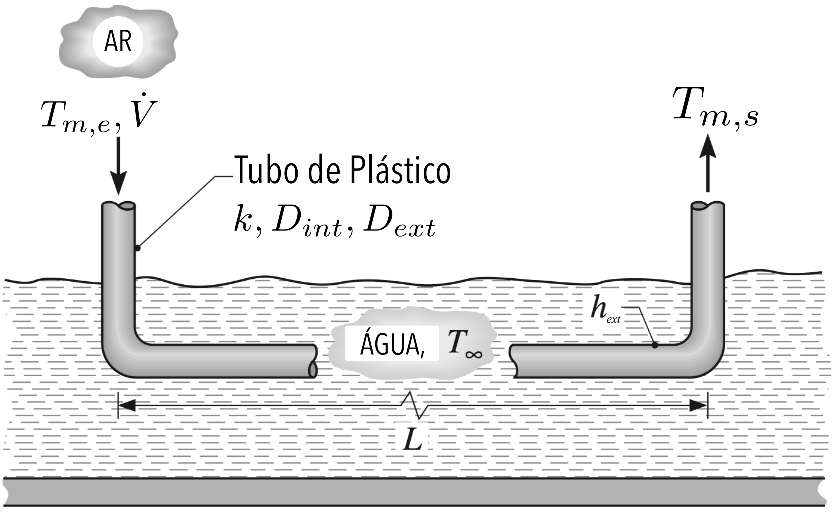
$$\frac{0.75 Q_{max}}{Q_{max}} = 0.75 = 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \Leftrightarrow$$
$$\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) = 0.25 \Leftrightarrow$$
$$t = -\tau \ln(0.25) = -697.8 \ln(0.25) = 967.3 \ s$$

Sabendo que

$$\frac{\theta(t)}{\theta_i} = \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \Leftrightarrow T(t) = T_\infty - \theta_i \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) = 600 - 575 \exp\left(-\frac{967.3}{697.8}\right) = 456.2°C$$

PROBLEMA 5

Para arrefecer uma casa durante o verão, sem usar um ciclo de refrigeração de compressão a vapor, faz-se circular ar proveniente do exterior por um tubo de plástico ($k = 0.15\ W \cdot m^{-1}K^{-1}$, $D_{int} = 0.15\ m$, $D_{ext} = 0.17\ m$) submerso em água.



A água encontra-se a uma temperatura de $T_\infty = 17°C$ e o coeficiente de convecção no exterior do tubo é de $h_{ext} = 150\ W \cdot m^{-2}K^{-1}$, constante ao longo do tubo. Considera-se não existir alteração na temperatura da água ao longo de todo o processo. O ar exterior que entra no tubo encontra-se a $T_{m,e} = 29°C$ e o respectivo caudal volumétrico é de $\dot{V} = 0.025\ m^3/s$.

1. Estimar o **comprimento** necessário de tubo para que a temperatura à saída seja de $T_{m,s} = 21°C$.

Propriedades dos Fluidos Usando a Tabela A-4 do Incropera, as propriedades para o ar podem ser obtidas à temperatura média entre a entrada e saída do tubo, $\overline{T} = \frac{T_{m,e}+T_{m,s}}{2} = \frac{29+21}{2} = 25°C = 298\ K$

- Viscosidade dinâmica: $\mu = 183.6 \times 10^{-7}\ kg \cdot m^{-1}s^{-1}$
- Massa volúmica: $\rho = 1.1707\ kg/m^3$
- Condutibilidade térmica: $k = 0.02614\ W \cdot m^{-1}K^{-1}$
- Calor específico: $c_p = 1007\ J \cdot kg^{-1}K^{-1}$
- Prandtl: $\mathrm{Pr} = 0.708$;

Em primeiro lugar convém saber o coeficiente de convecção correspondente às trocas de calor no interior do tubo.

Análise de Reynolds O número de Reynolds pode ser obtido em função do caudal mássico, uma vez que dispomos do caudal volúmico. Assim,

$$\mathrm{Re}_D = \frac{4\rho\dot{V}}{\mu\pi D_i} = \frac{4 \cdot 1.1707 \cdot 0.025}{183.6 \times 10^{-7}\pi(0.15)} = 13531.1 \Rightarrow \text{TURBULENTO}$$

Determinar o coeficiente de convecção no interior do tubo Uma vez que $\mathrm{Re}_D > 10^4$, pode-se usar a correlação de Dittus-Boelter para determinar o número de Nusselt, em modo de arrefecimento,

$$\mathrm{Nu}_D = 0.023\mathrm{Re}_D^{4/5}\mathrm{Pr}^{0.3} = 0.023(13531.1)^{4/5}(0.708)^{0.3} = 41.86$$

o que resulta em

$$h_i = \mathrm{Nu}_D\left(\frac{k}{D_i}\right) = 41.86\left(\frac{0.02614}{0.15}\right) = 7.29\ W \cdot m^{-2}K^{-1}$$

Método 1 Em primeiro lugar, não podemos assumir que a temperatura da superfície é a mesma do que da água, pois existe a resistência térmica do tubo cuja condutibilidade térmica é relativamente baixa. Assim, deve-se considerar o coeficiente global de transferência de calor entre a temperatura média do fluido e a da água no exterior. Assim,

$$\begin{aligned}
U &= \frac{1}{R_t A_s} \Leftrightarrow \\
UA_s &= \frac{1}{R_t} \\
&= \left(\frac{1}{h_i\pi D_i L} + \frac{\ln(D_{ext}/D_{int})}{2\pi Lk} + \frac{1}{h_{ext}\pi D_{ext}L}\right)^{-1} \\
&= L\left(\frac{1}{7.29\pi(0.15)} + \frac{\ln(0.17/0.15)}{2\pi 0.15} + \frac{1}{1500\pi(0.17)}\right)^{-1} \\
&= 2.29L
\end{aligned}$$

Uma vez que a temperatura da água mantém-se constante, a evolução da temperatura média ao longo do tubo pode ser descrita como

$$\frac{T_{m,s} - T_\infty}{T_{m,e} - T_\infty} = \exp\left(-\frac{UA_s}{\rho\dot{V}c_p}\right) = \exp\left(-\frac{2.29L}{\rho c_p\dot{V}}\right)$$

que resolvendo em função de L,

$$L = -\frac{\rho c_p\dot{V}}{2.29}\ln\left(\frac{T_{m,s} - T_\infty}{T_{m,e} - T_\infty}\right) = -\frac{1.1707 \cdot 1007 \cdot 0.025}{2.29}\ln\left(\frac{21-17}{29-17}\right) = 14.1\ m$$

Método 2 Considerando que o sistema é um permutador de calor tem-se, genericamente, que:

$$q = UA\Delta T_{lm} = UA\frac{\theta_L - \theta_0}{\ln\frac{\theta_L}{\theta_0}}$$

Neste caso o fluido frio (água) não altera a sua temperatura pelo que $T_{c,i} = T_{c,0}$, pelo que será indiferente considerar que o permutador é equicorrente ou contracorrente.

$$\theta_0 = T_{h,i} - T_{c,i} = 29 - 17 = 12^oC$$

$$\theta_L = T_{h,o} - T_{c,o} = 21 - 17 = 4^oC$$

$$q = 2.29L\frac{4 - 12}{\ln\frac{4}{12}} = 2.29L \times 7.28 = 16.7L$$

Por outro lado o calor trocado no permutador (do ponto de vista do fluido quente) é

$$q = C_h(T_{h,i} - T_{h,o}) = \rho c_p \dot{V}(29 - 21) = 1.1707 \times 1007 \times 0.025 \times 8 = 235.78\ W$$

Igualando as duas últimas expressões:

$$16.7L = 235.78$$

$$L = 14.1\ m$$

2. Determinar a **potência** necessária para fazer circular o ar pelo tubo, assumindo que a sua superfície é lisa. Caso *não* tenha resolvido a questão anterior assumir $L = 20\ m$.

A potência da bomba, P_b, é obtida como,

$$P_b = \Delta p \dot{V}$$

em que

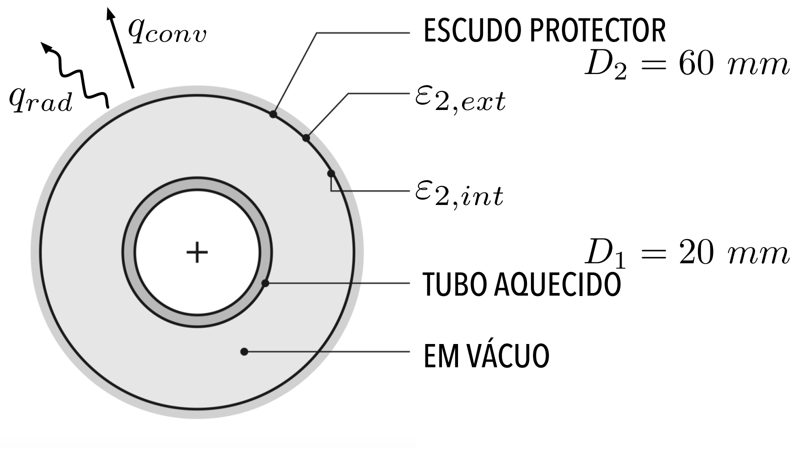
$$\Delta p = f\left(\frac{L}{D_i}\right)\frac{1}{2}\rho u_m^2 = f\frac{8L\dot{V}^3}{\pi^2 D_i^5}$$

Como a superfície do tubo é lisa, o factor de atrito pode ser obtido com a correlação de Pethukov, logo $f = (0.79\ln(\mathrm{Re}_D - 1.64)^{-2} = 0.02897$, pelo que,

$$P_b = 0.02897\frac{8(14.1)\cdot(0.025)^3}{\pi^2(0.15)^5} \simeq 0.08\ W$$

PROBLEMA 6

Considerar um escudo protector difuso com um diâmetro de $D_1 = 60\ mm$ e emissividades $\varepsilon_{2,int}$ do lado interior, e $\varepsilon_{2,ext}$ do lado exterior, respetivamente. Esse escudo é concêntrico com um tubo longo que transporta um fluido quente de um processo industrial.

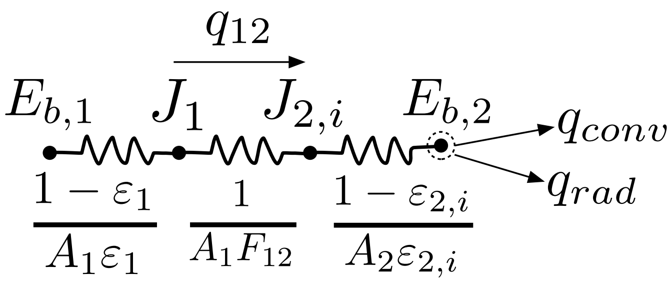


A superfície desse tubo de emissividade ε_1 possui um diâmetro de $D_2 = 20\ mm$. O espaço entre o tubo com o fluido e o escudo protector está em vácuo. A superfície exterior do escudo protector está exposta à radiação proveniente de uma sala grande onde este se encontra, cujas paredes estão a $T_{env} = 17°C$ e as trocas de calor por convecção com o ar circundante que está a $T_\infty = 27°C$, ocorrem com um coeficiente de convecção de $h = 10\ W \cdot m^{-2}K^{-1}$.

1. **Demonstrar** que a expressão para determinar a potência unitária trocada entre o tubo interior (superfície 1) e o escudo protector (superfície 2) é:

$$q'_{12} = \frac{\pi D_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1-\varepsilon_{2,int}}{\varepsilon_{2,int}} \frac{D_1}{D_2}}$$

Formulação da potência trocada entre o tubo interior e o escudo protector
O equivalente em rede radiativa para estas superfícies seria,



Assim, a potência térmica trocada entre o tubo interior (superfície 1) e o escudo protector (superfície 2), obtém-se como

$$\begin{aligned} q_{12} &= \frac{E_{b,1}-E_{b,2}}{\frac{1-\varepsilon_1}{A_1\varepsilon_1}+\frac{1}{A_1F_{12}}+\frac{1-\varepsilon_{2,int}}{A_2\varepsilon_{2,int}}} \\ &\text{como } F_{12}=1 \\ &= \frac{\sigma(T_1^4-T_2^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{\pi D_1 L\varepsilon_1}+\frac{1}{\pi D_1 L}+\frac{1-\varepsilon_{2,int}}{\pi D_2 L\varepsilon_{2,int}}\frac{D_1}{D_1}} \\ &= \frac{\pi D_1 L\sigma(T_1^4-T_2^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1}+1+\frac{1-\varepsilon_{2,int}}{\varepsilon_{2,int}}\frac{D_1}{D_2}} \\ &= \frac{\pi D_1 L\sigma(T_1^4-T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1}+\frac{1-\varepsilon_{2,int}}{\varepsilon_{2,int}}\frac{D_1}{D_2}} \end{aligned}$$

pelo que

$$q'_{12} = \frac{\pi D_1\sigma(T_1^4-T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1}+\frac{1-\varepsilon_{2,int}}{\varepsilon_{2,int}}\frac{D_1}{D_2}}$$

2. Utilizando a expressão anterior e sabendo que a superfície do tubo interior é negra e para o escudo as emissividades são $\varepsilon_{2,int}=0.01$ (lado interior) e $\varepsilon_{2,ext}=0.1$ (lado exterior), determinar a **temperatura do tubo interior**, $\mathbf{T_1}$, se a temperatura do escudo protector for mantida a $T_2=42°C$.

Através de um balanço de energia compreendemos como a as trocas de calor entre o tubo interior e o escudo protector só podem ocorrer por radiação, pois a região entre ambos está em vácuo. Depois, as trocas de calor por radiação entre essas duas superfície devem equilibrar com as trocas de calor na superfície por convecção com o ar e radiação com a envolvente. Assim,

$$q_{12} = q_{conv} + q_{rad}$$

Trocas de Calor por Convecção

$$\begin{aligned} q'_{conv} &= h\pi D_2(T_2 - T_\infty) \\ &= 10[W \cdot m^{-2}K^{-1}]\pi 0.06(42-27)[K] \\ &= 24.5\ W/m \end{aligned}$$

Trocas de Calor por Radiação com a Envolvente

$$\begin{aligned} q'_{rad} &= \pi D_2 \varepsilon_{2,ext}\sigma(T_2^4 - T_{env}^4) \\ &= \pi(0.06[m] \cdot 0.1 \cdot 5.67 \times 10^{-8}[W \cdot m^{-2}K^{-4}]((42+273)^4 - (17+273)^4) \\ &= 2.7\ W/m \end{aligned}$$

Trocas de Calor entre as superfícies do tubo e a interior do escudo protector

$$\begin{aligned} q'_{12} &= \frac{\pi D_1 \sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1-\varepsilon_{2,int}}{\varepsilon_{2,int}}\frac{D_1}{D_2}} \\ &= \frac{\pi(0.02)5.67 \times 10^{-8}[T_1^4 - (42+273)^4]}{1 + \frac{1-0.01}{0.01}\frac{0.02}{0.06}} \\ &= 1.048 \times 10^{-10}(T_1^4 - 315^4) \end{aligned}$$

Voltando ao balanço térmico,

$$1.048 \times 10^{-10}(T_1^4 - 315^4) = 24.5 + 2.7 \Leftrightarrow$$

$$T_1 = \left(\frac{27.2}{1.048 \times 10^{-10}} + 315^4\right)^{1/4} = 722.2\ K = 449.2°C$$