

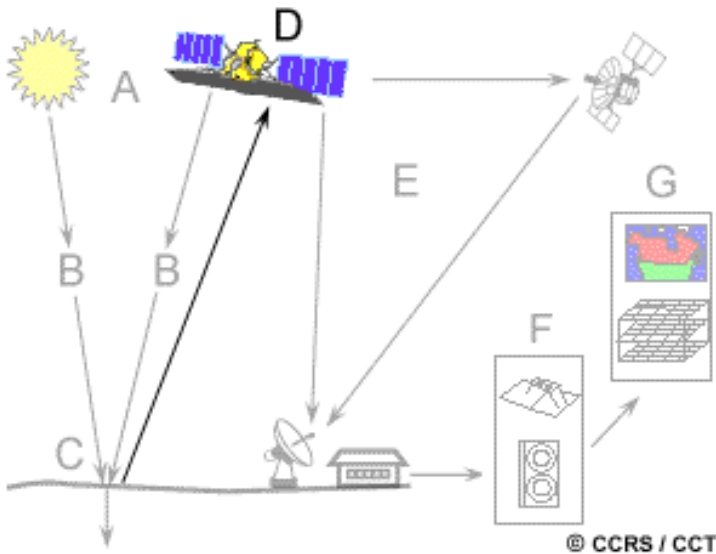
# PRINCIPIOS E APLICAÇÕES DA DETECÇÃO REMOTA



## ÓRBITAS

## Capítulo 3 – Órbitas

- Órbitas e Swaths
- Generalidades sobre movimento
- As leis de Kepler
- Lei da atracção Universal
- Estudo do movimento do corpo
- Equação do movimento no plano
- Estudo do movimento na órbita
- Os parâmetros da órbita
- Perturbação da órbita
- Órbitas usadas para observação da Terra  
(Geoestacionárias e hélio-síncronas)
- Determinação dos parâmetros orbitais



No capítulo anterior vimos:

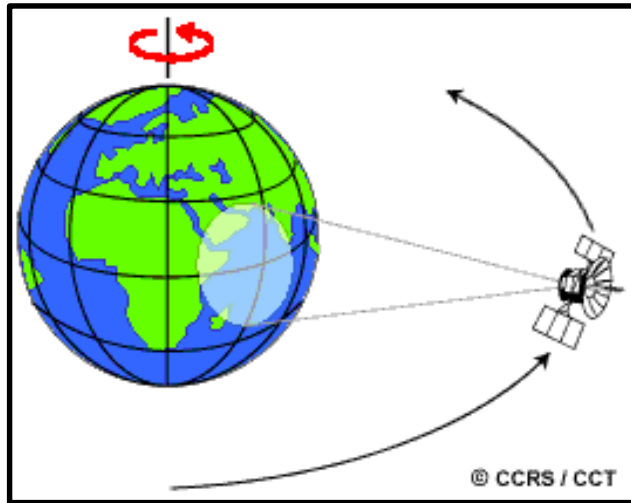
Física da DR

Radiação

Neste capítulo, vamos estudar as componentes relacionadas com:

Órbitas dos satélites

# Órbitas e Swaths

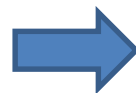


O percurso de um satélite no espaço é referido por **órbita**.

As órbitas são escolhidas em função dos objectivos da missão e pode variar a inclinação da órbita, a altitude da órbita, o período da órbita, etc..

Os satélites a elevadas altitudes, com capacidade para ver a todo o instante a mesma porção da Terra têm **órbitas geoestacionárias**.

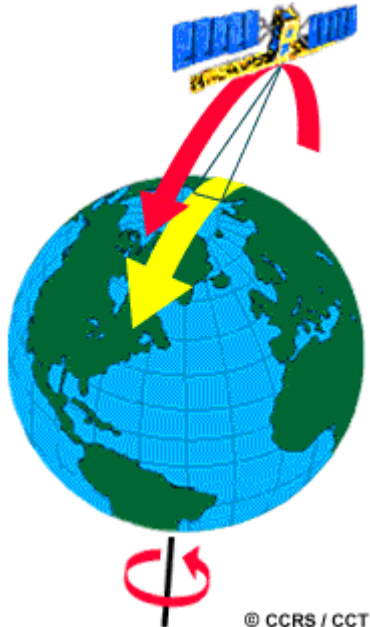
Estes satélites têm altitudes de cerca de 36000km e rodam à mesma velocidade da Terra de modo que estão parados relativamente à Terra.



Meteorologia e comunicações



# Orbitas e Swaths

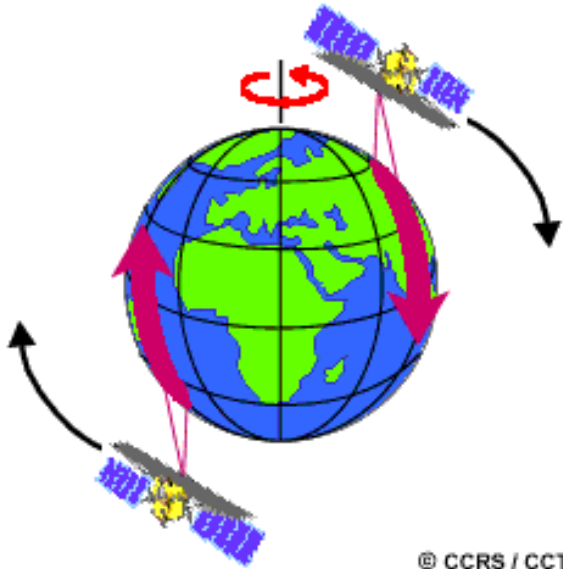


Outras plataformas são desenhadas para seguirem uma órbita norte-sul que em conjugação com a rotação da Terra oeste-este permite a cobertura da totalidade da Terra num determinado período de tempo.

Estas órbitas são **quase-polares** e muitas são **hélio-síncronas**. Neste caso a sua passagem num determinado local é efectuado sempre à mesma hora solar.

Em qualquer latitude, a posição do Sol no instante de passagem do satélite é sempre a mesma. Isto assegura condições de iluminação consistentes em anos sucessivos.

# Orbitas e Swaths



As missões de observação da Terra são essencialmente quase polares, o que quer dizer que o satélite viaja para norte num lado da Terra e para sul no outro lado da Terra.

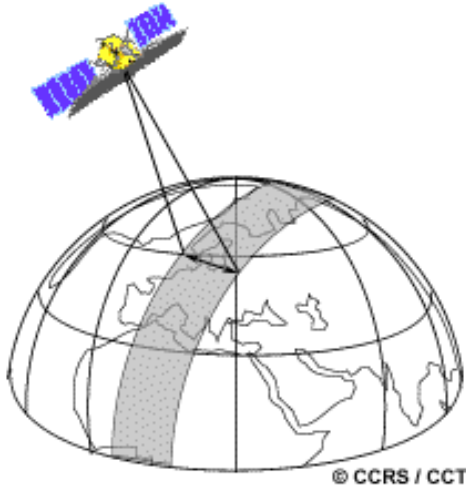
A estes percursos designamos por:

Passagem ascendente (para norte)

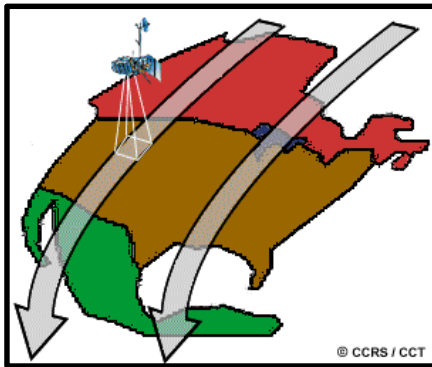
Passagem descendente (para sul)

Se a órbita for hélio-síncrona a passagem descendente é feita de dia e a passagem ascendente é feita de noite.

# Orbitas e Swaths



No seu percurso em torno da Terra o satélite vê uma certa porção da Terra. A área coberta pelo sensor é referida por: **SWATH.**



Com início num qualquer traço, um ciclo orbital é concluído quando o satélite passa exactamente no mesmo traço, no mesmo ponto nadiral.

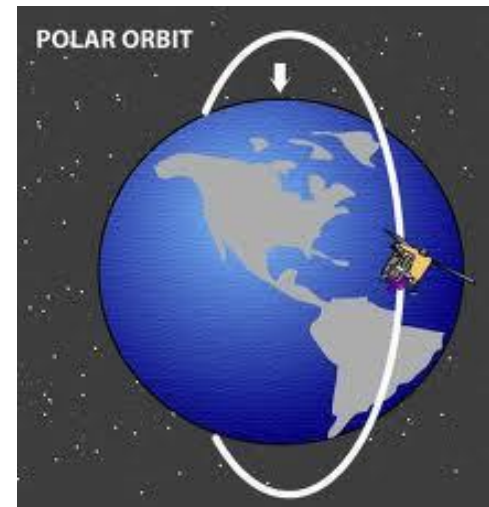
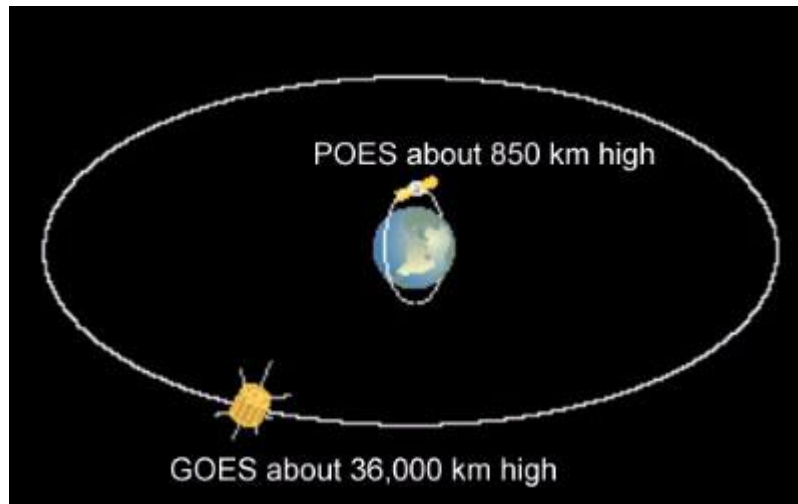
O ciclo orbital não é o mesmo que período de revisita por causa das visadas off-nadir.

# Generalidade sobre o movimento

O estudo do movimento de um corpo rígido pode ser feito separando o movimento em torno do centro de massa desse corpo e o movimento do centro de massa.



A trajectória percorrida pelo centro de massa é a **órbita** do satélite





# As Leis de Kepler

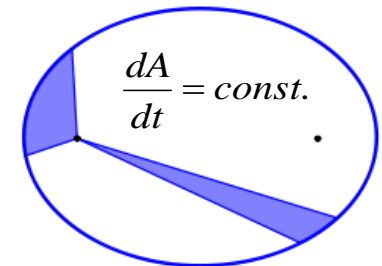
Johannes Kepler (1571-1630) com base nas observações de Tycho Brahe (1546-1601) formulou as seguintes 3 leis:

## 1ª lei

A trajectória de cada planeta, relativamente ao Sol, existe num plano fixo que contém o Sol. Mais concretamente, é uma elipse, fixa no espaço, e da qual o Sol ocupa um dos focos.

## 2ª lei

O vector que liga o Sol a cada planeta varre áreas iguais em tempos iguais



## 3ª lei

Os quadrados dos períodos orbitais dos diversos planetas são proporcionais aos cubos das respectivas distâncias médias ao Sol.

# As Leis de Kepler

When we compare the orbits  
of the planets...

Planet	T(yrs)	R(au)	$T^2$	$R^3$
Venus	0.62	0.72	0.38	0.37
Earth	1.00	1.00	1.00	1.00
Mars	1.88	1.52	3.53	3.51
Jupiter	11.86	5.20	141	141

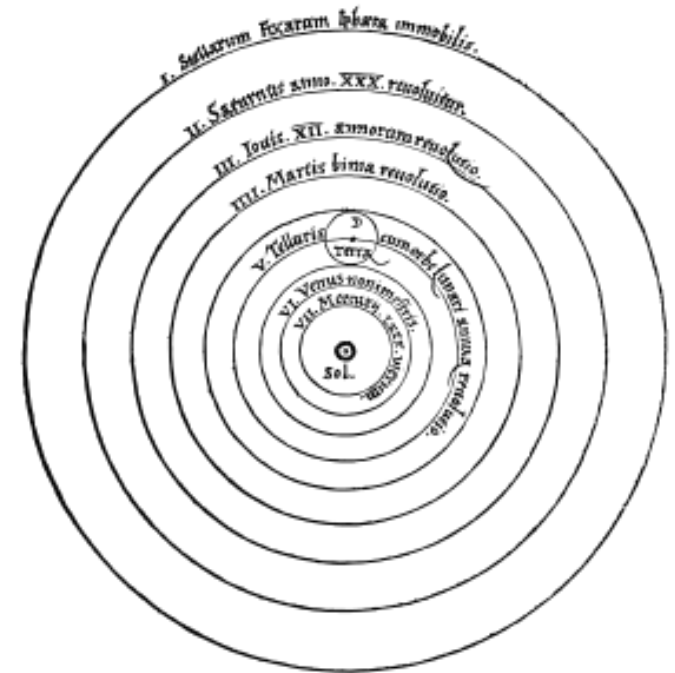
We find that  $T^2$  and  $R^3$  are essentially equal.

# Teoria Heliocêntrica

## Copernicus (1473-1543)

A publicação do livro *De revolutionibus orbium coelestium* (*On the Revolutions of the Celestial Spheres*), antes da sua morte em 1543, é um dos maiores eventos da história da ciência

O seu grande sucessor foi Tycho Brahe (embora não pensasse que a Terra orbitasse o Sol), seguido de Johannes Kepler que trabalhou como assistente de Tycho em Praga.



# Lei da atracção Universal

Foi com base nestas 3 leis de enunciado tão simples que Isaac Newton (1642-1727) conseguiu deduzir o principio da atracção Universal.

“Matéria atrai matéria na razão directa das massas e inversa do quadrado da distância”

A sua formulação matemática é:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad X = -G \frac{(x - \xi)}{r^3} //$$

Em que :

G é a constante de gravitação universal tem as dimensões  $L^3 M^{-1} T^{-2}$  e tem o valor de  $6.67300 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$  ( $GM = 3986005 \cdot 10^8 \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$  de acordo com o GRS80).  $m_1$  é a massa do corpo atraído e  $m_2$  a massa do corpo atraente e  $r$  a distância entre os dois centros de massa.

# Estudo do movimento do corpo

Como o movimento é plano ( $z=0$ ), dos integrais das áreas subsiste apenas:

$$m(xy - \dot{x}y) = c \quad \text{Eq. 1}$$

## Integrais das áreas

$$\sum_k m_k (y_k \dot{z}_k - z_k \dot{y}_k) = c_7$$

$$\sum_k m_k (z_k \dot{x}_k - x_k \dot{z}_k) = c_8$$

$$\sum_k m_k (x_k \dot{y}_k - y_k \dot{x}_k) = c_9$$

## Integrais dos centros de massa

$$\sum_i m_i \dot{x}_i = c_1$$

$$\sum_i m_i x_i = c_1 t + c_4$$

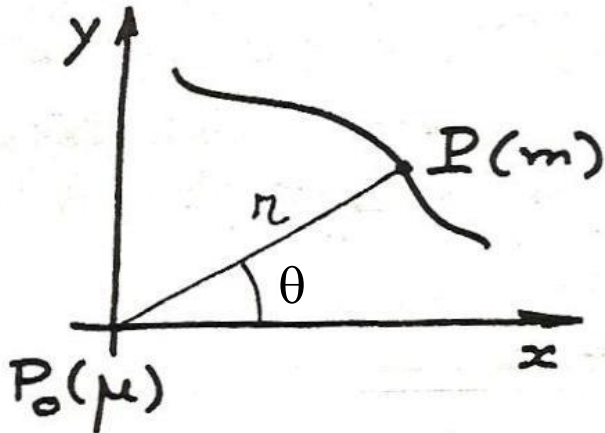
## Integral de Energia

$$T + U = h = C_{10}$$



# Equação do movimento no plano

Consideremos o plano orbital e tomemos um sistema de coordenadas polares  $(r, \theta)$ .



De:  $\theta = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$  vem que:

$$\dot{\theta} = \frac{\frac{xy\dot{y} - \dot{x}y}{x^2}}{1 + \frac{y^2}{x^2}} = \frac{xy\dot{y} - \dot{x}y}{r^2}$$

E usando a equação 1, obtemos:  $m r^2 \dot{\theta} = c$

ou

$$r^2 \dot{\theta} = c$$

Uma das equações do movimento.  
**c** é a constante das áreas

# Equação do movimento no plano

---

Como a órbita é uma cónica, a distância do satélite ao centro de massa do corpo atraente é dada pela equação geral de uma cónica em coordenadas polares, referida a um dos seus focos

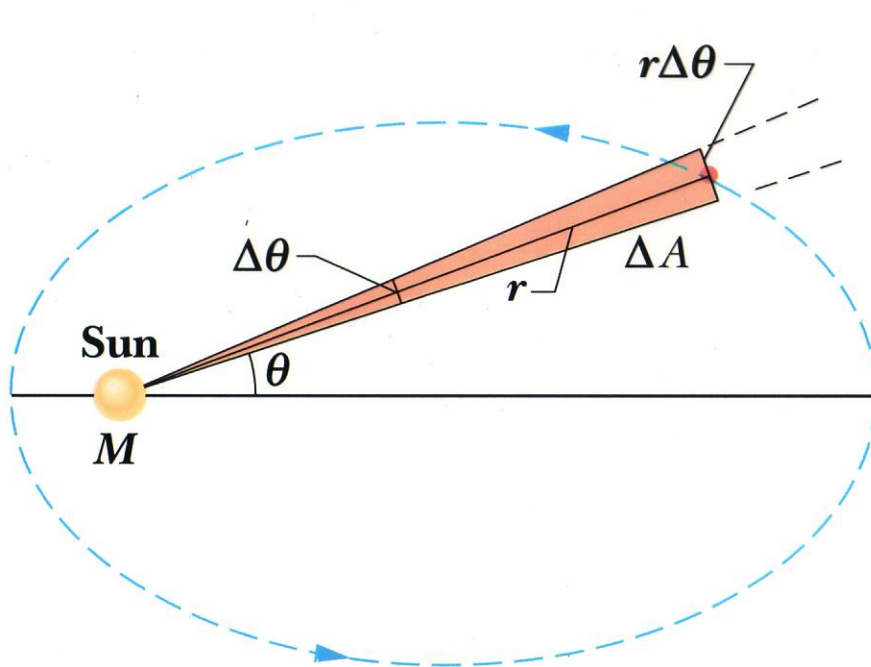
$$r = \frac{p}{1 + e \cos \varpi}$$

Onde  $p$  é um parâmetro,  $e$  a excentricidade e  $\varpi$  a anomalia verdadeira.

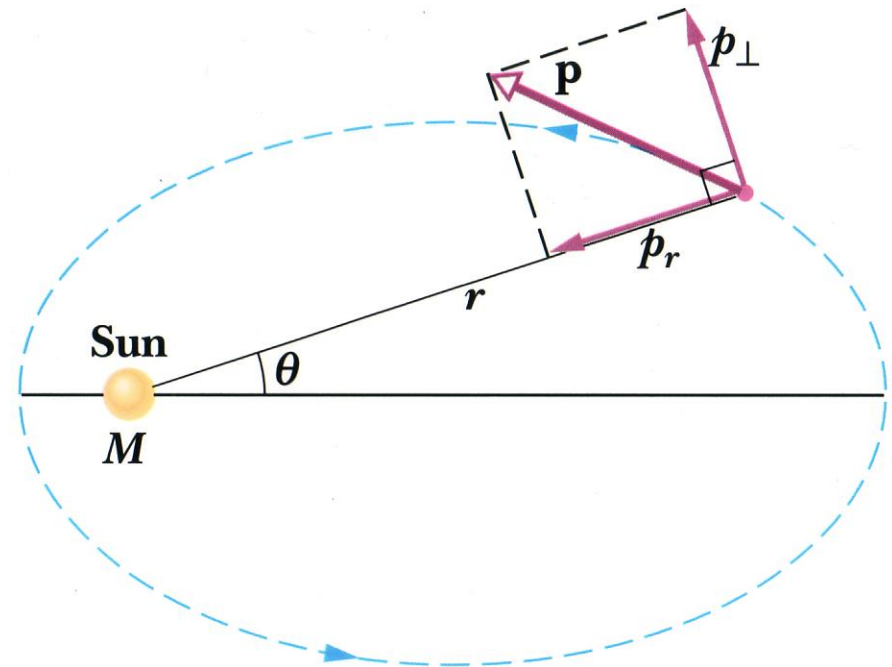
$$p = \frac{c^2}{G\mu} \quad e = \frac{Ac^2}{G\mu} \quad \varpi = \theta + \theta_0$$

(Equação 4)

# Equação do movimento no plano



(a)




(b)

Área do triângulo =  $(b \times h) / 2$

$$\frac{dA}{dt} = \Delta A = \frac{r \Delta \theta \cdot r}{2} = \frac{r^2 \Delta \theta}{2} = \frac{c}{2}$$

# Equação do movimento no plano

Sabendo que  $\frac{dA}{dt} = \frac{c}{2}$    $c = 2 \frac{dA}{dt}$

Por integração, obtemos:  $c(t - t_0) = 2A$

Que nos dá a área descrita num dado intervalo de tempo conhecida a constante das áreas.

Se for  $T$  o período do movimento :  $cT = 2(ab\pi)$

Mas como:  $c = \sqrt{G\mu p} = \sqrt{G\mu a(1 - e^2)}$   
(Equação 4)

Então:  $T = \frac{2\pi ab}{c} = \frac{2\pi a^2 \sqrt{1 - e^2}}{\sqrt{G\mu a(1 - e^2)}} = 2\pi \frac{a^{3/2}}{\sqrt{G\mu}}$

O período depende apenas de **a**

# Equação do movimento no plano

Reescrito de outra forma:  $\frac{a^3}{T^2} = \frac{G\mu}{4\pi^2}$  3ª lei de Kepler

(A razão entre o cubo do semieixo maior e o quadrado do período de revolução é constante em todos os planetas)

Isto só é verdade se  $\mu$  for constante. No caso de dois corpos o valor de  $\mu$  é a soma da massa dos dois corpos.

No caso da Terra e de um satélite a expressão anterior fica:

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{G(m_T + m_S)}{4\pi^2}$$



# Estudo da função $v = v(r)$

Se usarmos a expressão anterior (eq. 3) que nos diz que a energia do movimento elíptico é

$$\Rightarrow h = -\frac{G\mu m}{2a_1}$$

Então 
$$T + U = \frac{1}{2}mv^2 - G\frac{m\mu}{r} = -\frac{G\mu m}{2a_1}$$

Donde: 
$$v^2 = G\mu \left( \frac{2}{r} - \frac{1}{a_1} \right)$$

Importante relação que nos dá a velocidade conhecido o raio vector  $\mathbf{r}$  e conhecido  $\mathbf{a}$ .

Caso elíptico	$a_1 = a$	$v^2 < 2G\mu/r$
---------------	-----------	-----------------

Caso parabólico	$a_1 = \infty$	$v^2 = 2G\mu/r$
-----------------	----------------	-----------------

Caso hiperbólico	$a_1 = -a$	$v^2 > 2G\mu/r$
------------------	------------	-----------------

# Exemplos de aplicação

Se quisermos efectuar o lançamento de um satélite supondo que esse lançamento se efectuaria por um impulso único e que podemos supor a massa da Terra concentrada no centro, desprezando a resistência do ar, etc., para que o satélite não torne a cair na Terra é necessário que a velocidade de lançamento seja pelo menos igual à velocidade parabólica correspondente ao raio  $R$

$$v = \sqrt{\frac{2G(M_T + m)}{R}} \approx 11.2 \text{ km s}^{-1}$$

Se desejarmos que o objecto não só escape da atracção terrestre mas saia do próprio sistema solar, teremos que o lançar com uma velocidade parabólica relativa ao Sol e à posição da Terra nesse instante e a velocidade seria 42 km/s

# Exemplos de aplicação

---

Porque a atmosfera anda “agarrada” à Terra?

A conservação da atmosfera faz-se porque a velocidade de escape é consideravelmente maior (11.2 km/s) que a velocidade média das moléculas gasosas da atmosfera.

A velocidade das partículas gasosas pode ser calculada pela expressão:

$$v^2 = 3\Theta T / m$$

Sendo  $m$  a massa da molécula,  $T$  a temperatura absoluta e  $\Theta$  a constante de Boltzmann.

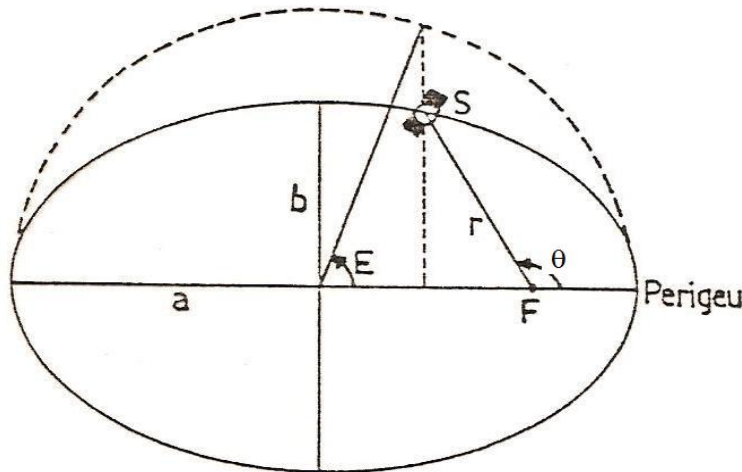
Ora o gás mais leve e conseqüentemente de maior velocidade, o hidrogénio, tem a velocidade de 2 km/s muito mais baixa que os 11 km/s relativos à Terra.

# Estudo do movimento na órbita

Estudemos agora o movimento dum corpo sobre a sua órbita utilizando como ponto de partida o integral das áreas:

$$r^2 \dot{\theta} = c$$

Onde  $\theta$  é a anomalia verdadeira e  $r=r(\theta)$  uma função conhecida dessa anomalia.

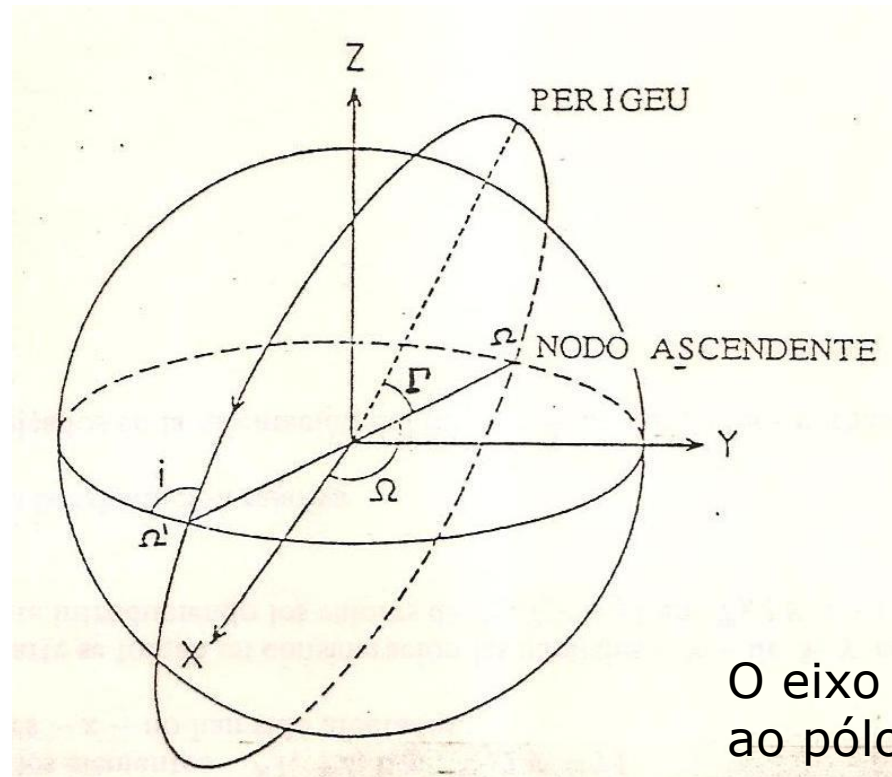


$E$  = anomalia excêntrica.  
(ângulo semelhante à latitude reduzida.)

$$E - e \sin E = n(t - \tau) = M$$

$$n^2 a^3 = G\mu$$

# Os parâmetros da órbita



Esfera centrada no centro de massa da Terra e com origem neste um referencial cartesiano tri-ortogonal.

O plano XoY é o equador numa dada data e orientasse o eixo X para o ponto vernal médio nessa data.

O eixo dos Z é dirigido em direcção ao pólo verdadeiro (CIO).

O plano da órbita intersecta o equador segundo uma linha chamada linha dos nodos  $\Omega\Omega'$ . Estes dois pontos  $\Omega$  e  $\Omega'$ , chamaremos nodo ascendente àquele no qual o satélite passa do hemisfério austral para o boreal.



# Os parâmetros da órbita

A posição da órbita no espaço é definida por cinco parâmetros orbitais ( $a$ ,  $e$ ,  $i$ ,  $\Gamma$ ,  $\Omega$ ).

**Semieixo-maior ( $a$ ):** comprimento do semi-eixo da elipse descrita pelo satélite. Recordemos que na terceira lei de Kepler o semi-eixo maior  $a$  é função do período  $T$ .

**Excentricidade ( $e$ ):** para uma órbita elíptica o valor da excentricidade está entre 0 e 1. No perigeu a distância do satélite à Terra é:

$$R_p = a(1-e)$$

e ao apogeu

$$R_a = a(1+e)$$

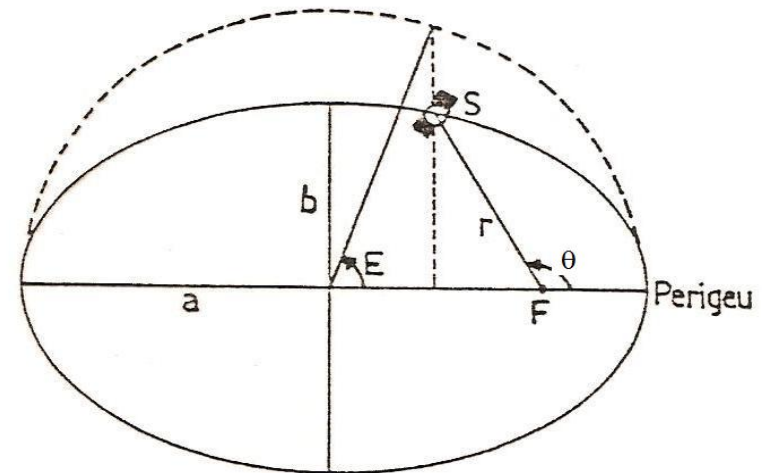
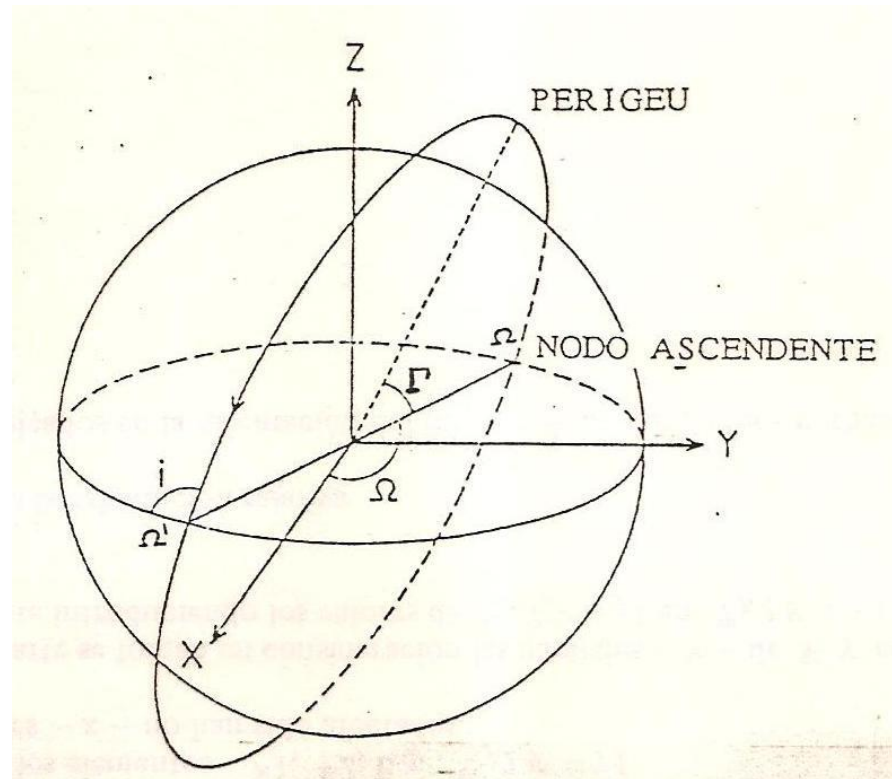
# Os parâmetros da órbita

**Inclinação ( $i$ ):** é o ângulo entre a normal à órbita (orientada de maneira a ver dessa normal, o satélite rodar no sentido directo) com a linha dos polos orientada de sul para norte. A inclinação pode tomar os valores no intervalo  $[0, \pi]$ . Quando  $0 < i < \pi/2$  diz-se que **o movimento é directo**, e se  $\pi/2 < i < \pi$  **é retrógrado**.

**Ascensão recta do nodo ascendente ( $\Omega$ ):** é o ângulo contado positivamente no sentido directo entre a direcção do ponto vernal (oX) e o nodo ascendente da órbita, podendo ter valores entre  $[0, \pi]$ .

**Argumento do perigeu ( $\Gamma$ ):** é o ângulo contado positivamente de  $0^\circ$  a  $360^\circ$  no sentido do movimento do satélite, entre a direcção do nodo ascendente e a direcção do perigeu.

# Os parâmetros da órbita



Parâmetros orbitais  
( $a, e, i, \Gamma, \Omega$ )

Movimento na órbita  
( $E, \theta, n, M$ )

# Perturbação da órbita

O movimento elíptico tratado até este momento baseia-se na simplificação que:

1. o campo gravitacional da Terra é equivalente ao de um ponto de massa

2. a órbita do satélite é controlada exclusivamente por este campo gravitacional central.

O potencial gravitacional da Terra é representado como uma série de harmónicas esféricas:

$$V(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r} \left[ 1 + \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \theta) \right]$$

# Perturbação da órbita

Para efeitos de estudo da órbita de um satélite é conveniente separar o potencial gravitacional na sua componente central ( $GM/r$ ) na sua componente perturbadora.

$$V(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r} + R(r, \theta, \lambda)$$

Em que:

$$R(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r} \left[ \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \theta) \right]$$

É também frequente a separação entre as harmónicas zonais (independentes da longitude,  $m=0$ ) e as tesserais que dependem da longitude ( $m > 0$ ).

# Perturbação da órbita

Depois de algum trabalho de cálculo chegamos às equações que nos dão a variação de cada elemento de Kepler com o tempo (Sunkel, pag.38):

$$\frac{da}{dt} = \frac{2}{na} \frac{\partial R}{\partial M}$$

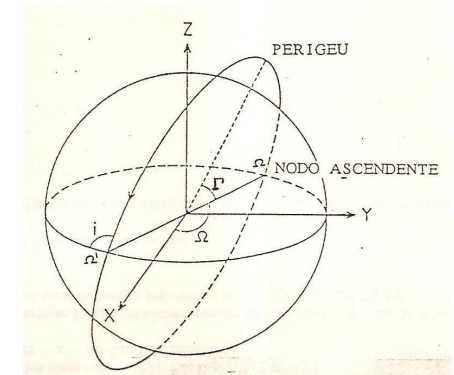
$$\frac{de}{dt} = \frac{1-e^2}{na^2 e} \frac{\partial R}{\partial M} - \frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2 e} \frac{\partial R}{\partial \omega}$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{\cos i}{na^2 \sqrt{1-e^2} \sin i} \frac{\partial R}{\partial \omega} - \frac{1}{na^2 \sqrt{1-e^2} \sin i} \frac{\partial R}{\partial \Omega}$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{na^2 \sqrt{1-e^2} \sin i} \frac{\partial R}{\partial i}$$

$$\frac{dM}{dt} = n - \frac{1-e^2}{na^2 e} \frac{\partial R}{\partial e} - \frac{2}{na} \frac{\partial R}{\partial a}$$

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \frac{\cos i}{na^2 \sqrt{1-e^2} \sin i} \frac{\partial R}{\partial i} + \frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2 e} \frac{\partial R}{\partial e}$$



# Perturbação da órbita

Neste caso consideramos apenas o termo  $C_{20}$  obtemos:

$$R_{20} = \frac{Ga_e^2}{a^3} (1-e^2)^{-3/2} (3 \sin^2(i/4) - 1/2) C_{20}$$

$$\frac{da}{dt} = 0 \quad \frac{de}{dt} = 0 \quad \frac{di}{dt} = 0$$

$$R(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r} \left[ \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \theta) \right]$$

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \frac{3n C_{20} a_e^2}{4(1-e^2)a^2} (1-5 \cos^2 i)$$

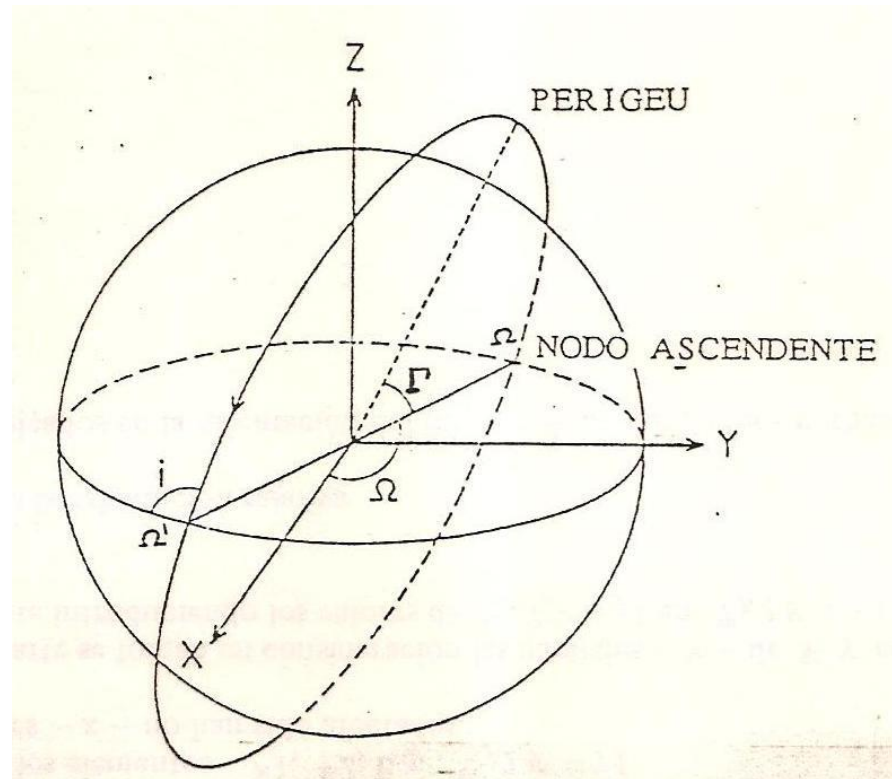
$$\frac{d\Omega}{dt} = -\frac{3n C_{20} a_e^2}{2(1-e^2)a^2} \cos i$$

$$\frac{dM}{dt} = n + \frac{3n C_{20} a_e^2}{4(1-e^2)^{3/2} a^2} (3 \cos^2 i - 1)$$

$a_e$  é o semieixo maior da Terra



# Os parâmetros da órbita



$$\frac{d\Omega}{dt} = -\frac{3n C_{20} a_e^2}{2(1-e^2)a^2} \cos i$$

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \frac{3n C_{20} a_e^2}{4(1-e^2)a^2} (1-5\cos^2 i)$$

$$\frac{dM}{dt} = n + \frac{3n C_{20} a_e^2}{4(1-e^2)^{3/2} a^2} (3\cos^2 i - 1)$$

Parâmetros orbitais  
( $a, e, i, \Gamma, \Omega$ )

# Precessão do nodo ascendente

A ascensão recta do nodo ascendente  $\Omega$  evolui linearmente com o tempo:

$$\Omega(t) = \Omega(t_0) + \dot{\Omega}(t - t_0) \quad ; \quad \dot{\Omega} = \frac{d\Omega}{dt} \quad \text{e} \quad \frac{d\Omega}{dt} = -\frac{3nC_{20}a_e^2}{2(1-e^2)a^2} \cos i$$

O movimento de precessão do nodo ascendente aumenta a sua velocidade com a diminuição da inclinação da órbita. Para  $i = 90^\circ$  a precessão é nula.

Para uma órbita circular a equação reduz-se a:

$$\frac{d\Omega}{dt} = -\frac{3}{2} \sqrt{\frac{G\mu}{a^3}} C_{20} \left( \frac{a_e}{a} \right)^2 \cos i = -9.97 \left( \frac{a_e}{a} \right)^{7/2} \cos i$$

# Precessão do nodo ascendente



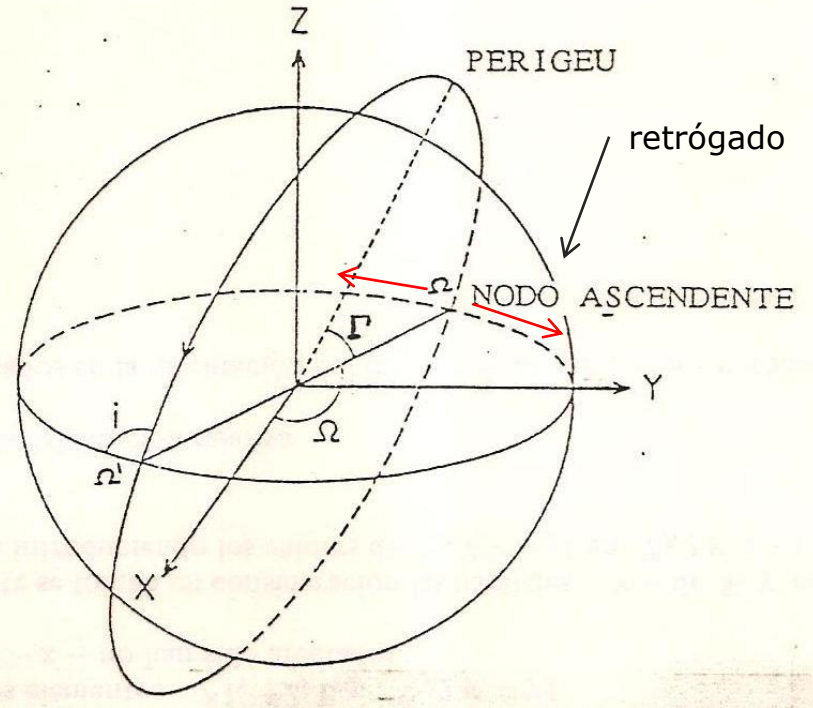
A rotação do nodo ascendente  $d\Omega/dt$  é retrógrado para as órbitas  $i < 90^\circ$  e directo para órbitas com inclinação maior que  $90^\circ$

$$\frac{d\Omega}{dt} = -9.97 \left( \frac{a_e}{a} \right)^{7/2} \cos i$$

$$i = 90^\circ \quad \frac{d\Omega}{dt} = 0$$

$$i < 90^\circ \quad \frac{d\Omega}{dt} < 0$$

$$i > 90^\circ \quad \frac{d\Omega}{dt} > 0$$



# Rotação do Perigeu

O perigeu varia também linearmente com o tempo:

$$\Gamma(t) = \Gamma(t_0) + \dot{\Gamma}(t - t_0) \quad ; \dot{\Gamma} = \frac{d\Gamma}{dt}$$

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \frac{3n C_{20} a_e^2}{4(1 - e^2) a^2} (1 - 5 \cos^2 i)$$

Para uma órbita circular a expressão simplifica-se para:

$$\frac{d\Gamma}{dt} = 4.98 \left( \frac{a_e}{a} \right)^{7/2} (1 - 5 \cos^2 i)$$

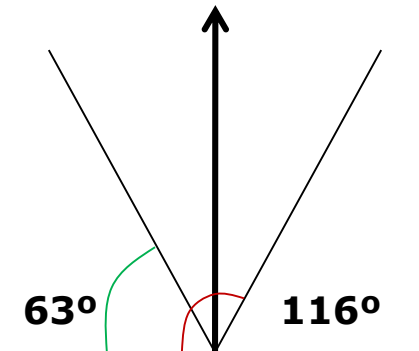
# Rotação do Perigeu

$$\left( \frac{d\Gamma}{dt} = 0 \Rightarrow (1 - 5 \cos^2 i) = 0 \Rightarrow \cos i = \sqrt{1/5} \right)$$

➔ O movimento do perigeu é retrógrado para todas as órbitas com inclinações entre:

$$\cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right) = 63^\circ.43 \leq i \leq 116^\circ.57 = 180^\circ - \cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$$

e directo para todas as outras.



As inclinações  $i=63^\circ.43$  e  $i=116^\circ.57$  são chamadas críticas porque fazem com que o perigeu oscile em vez de rodar

# Modificação do movimento médio

Vimos que a anomalia média no instante  $t$  se escrevia:

$$M(t) = M(t_0) + \dot{M}(t - t_0) \quad ; \quad \dot{M} = \frac{dM}{dt} \quad \frac{dM}{dt} = n + \frac{3nC_{20}a_e^2}{4(1-e^2)^{3/2}a^2} (3\cos^2 i - 1)$$



O período do satélite, devido à anomalia média é ligeiramente modificada pelo termo  $C_{20}$ .

O movimento é mais lento (retardado) para órbitas com inclinação

$$\cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 54^\circ.74 \leq i \leq 125^\circ.26 = 180^\circ - \cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

e acelerada para as outras.

# Órbitas usadas para observação da Terra

A órbita dum satélite de observação da Terra deve apresentar características particulares

**regularidade  
e  
sincronismo**



De modo que as imagens produzidas em diferentes épocas separadas no tempo sejam comparáveis.



Estas características permitem a previsão da passagem do satélite sobre uma zona dada com a possibilidade de definir calendário de passagens simples e universal



# Órbitas usadas para observação da Terra

## Em primeiro lugar

É desejável a obtenção de imagens possuindo as mesmas características seja qual for o lugar observado.

A altitude constante sobre a Terra

**Órbita circular**

## Em segundo lugar

Desejamos obter imagens de todas as regiões da Terra

**Órbita Polar**

# Órbitas usadas para observação da Terra

A Terra roda sobre ela mesma no interior da órbita descrevendo o ponto nadiral sob o satélite um traço sobre a Terra em intervalos regulares.



É importante que o satélite disponha de um ciclo de funcionamento permitindo a observação regular de um mesmo ponto sobre a Terra

De modo a criar este ciclo de observação, é necessário que ao fim de um certo tempo o satélite tenha cumprido **um número inteiro de revoluções** sobre a sua órbita, e a Terra, um **número inteiro de revoluções** sobre ela mesma.



**Nestas condições dizemos que a órbita está em fase com a Terra**

# Órbitas usadas para observação da Terra

Existem dois tipos de órbitas que parecem particularmente bem adaptadas ao estudo da Terra:

## Órbitas Geoestacionárias

Estes satélites têm por missão o estudo permanente de uma larga zona da superfície terrestre. Apropriado para estudos meteorológicos.

## Órbitas de fase Heliosincrona

Missões de observação da Terra.

Têm quatro características:

1. Baixa altitude
2. Circulares (quase)
3. Heliosincronas
4. Fase com a Terra

# Órbitas de satélites geoestacionários

Um satélite é dito de **geoestacionário** se se mantém na vertical de um ponto fixo. Para que isso aconteça devem ser verificadas três condições:

**1. O satélite deverá ser síncrono: o período de revolução deverá ser igual ao período de rotação da Terra**

**2. A sua órbita deverá ser circular ( $e=0$ )**

**3. A sua órbita deverá ser equatorial ( $i=0$ )**

# Órbitas de satélites geoestacionários

Tendo em conta as perturbações produzidas por  $J_2$ , a condição de sincronismo escreve-se para uma órbita circular equatorial:

$$\dot{\Gamma} + \dot{\Omega} + \dot{M} = \omega_T \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{d\Gamma}{dt} = 4.98 \left( \frac{a_e}{a} \right)^{7/2} (1 - 5 \cos^2 i) \\ \frac{d\Omega}{dt} = -9.97 \left( \frac{a_e}{a} \right)^{7/2} \cos i \\ \frac{dM}{dt} = n + \frac{3n C_{20} a_e^2}{4(1-e^2)^{3/2} a^2} (3 \cos^2 i - 1) \end{array} \right.$$

Em que  $\omega_T$  é a velocidade angular de rotação da Terra  
 $\omega_T = 360.9856$  graus por dia.

Resolvendo esta equação em ordem ao semi-eixo maior verificamos que o valor é:

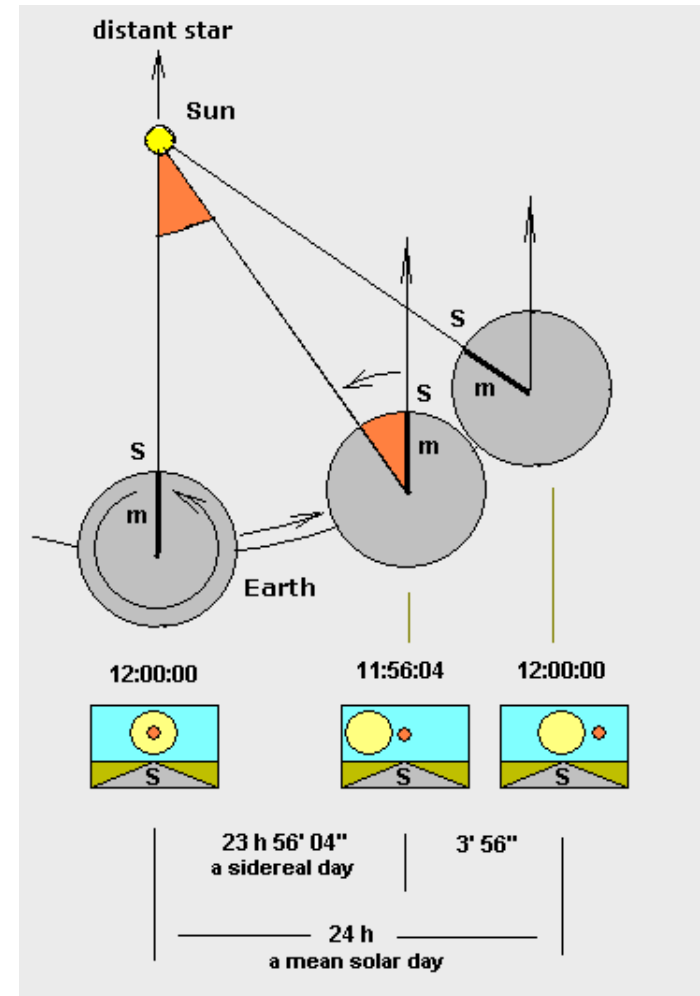
$$a = 42166.260 \text{ km}$$

# Dia sideral

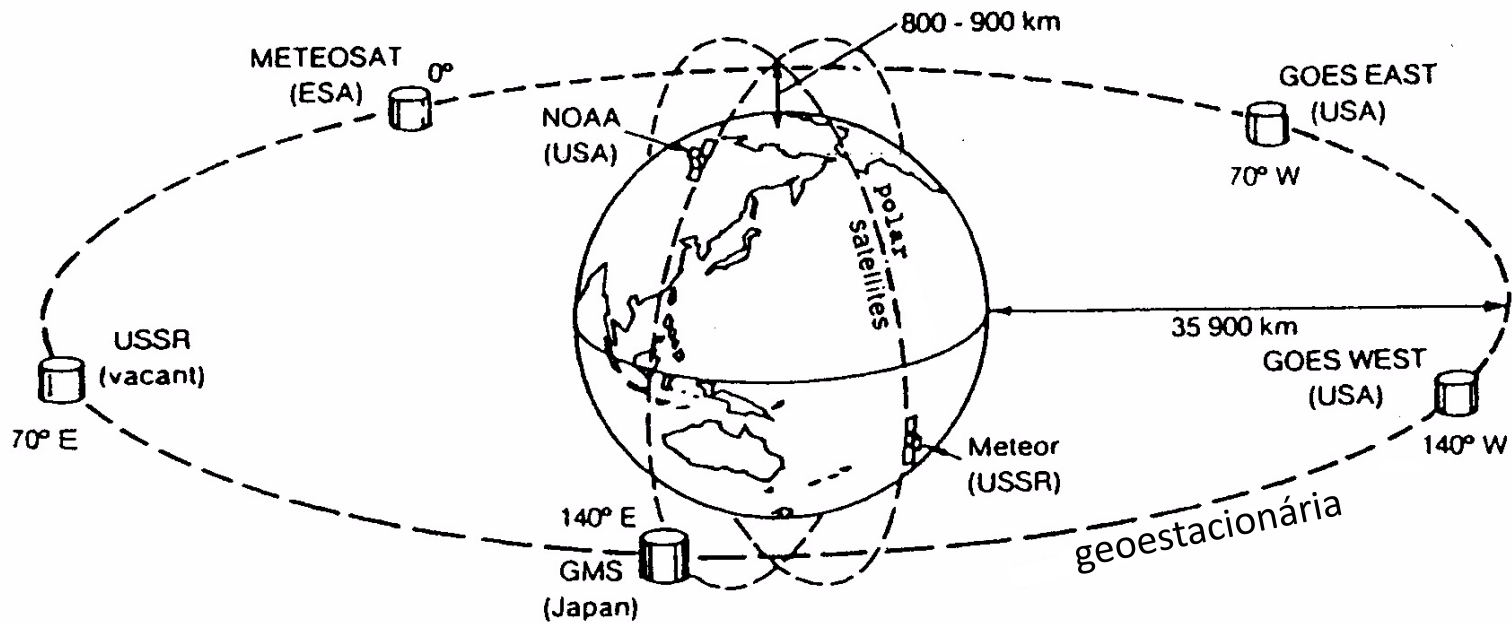
Dia sideral: é o tempo que a Terra demora a dar uma volta sobre ela mesma com referencia ao ponto vernal (23h 56' 4.091").

Dia solar: tempo entre duas passagens superiores sucessivas do Sol (no meridiano do lugar)

Como a Terra se desloca no seu movimento de translação a sua posição relativa ao Sol é alterada e a Terra tem de rodar mais um pouco para que o Sol cruze o meridiano do lugar.



# Missões Geoestacionárias





# Órbitas de fase heliosincrona

## Órbita heliosincrona

Uma das condições que deverá ser imposta a qualquer sistema de DR é que:



Seja possível a comparação entre observações dum dado lugar obtidas em datas diferentes.



Horas de observação iguais, ou seja à mesma hora local



A comparação só poderá ser feita se as condições de iluminação solar forem as mesmas

Este efeito é obtido escolhendo uma órbita heliosincrona, ou seja uma órbita em que a linha dos nodos faça exactamente uma volta completa num ano, como a Terra no seu movimento em torno do Sol.

Se a velocidade de rotação do nodo ascendente for igual à velocidade média do movimento do Sol em torno da Terra, a geometria Sol-plano da órbita será aproximadamente constante e as condições de iluminação para uma dada latitude dependem unicamente da variação da declinação do Sol com as estações.

Definimos órbita hélio-síncrona uma órbita que verifique a seguinte relação:

$$\dot{\Omega} = w_s$$

Em que  $w_s$  é a velocidade de rotação aparente do Sol em torno da Terra ( $w_s = 0.98561228^\circ / \text{dia}$ ).

O nodo ascendente tem de rodar mais 0.985 graus por dia para acompanhar a rotação da Terra em 360.985 graus.

A equação do movimento do nodo ascendente é dada por:

$$\frac{d\Omega}{dt} = -9.97 \left( \frac{a_e}{a} \right)^{7/2} \cos i$$

Forçando a que este movimento seja igual à velocidade aparente do Sol, fica:

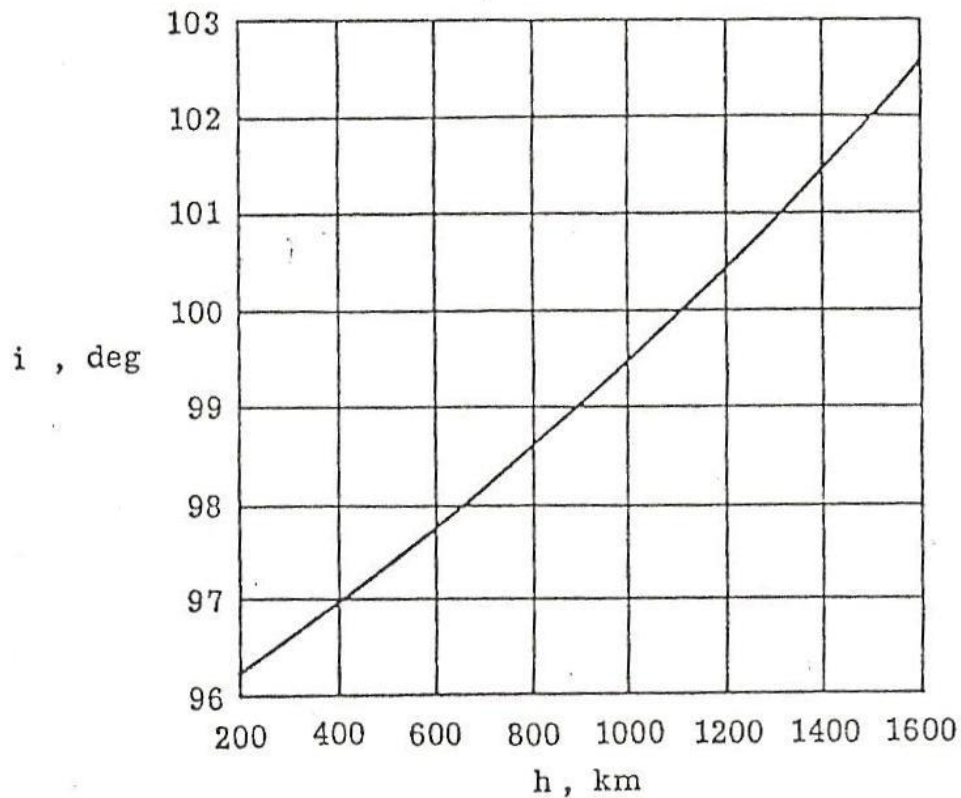
$$-9.97 \left( \frac{a_e}{a} \right)^{7/2} \cos i = 0.9856 \Rightarrow \cos i = -0.9856 \left( \frac{a}{a_e} \right)^{7/2} \frac{1}{9.97}$$

Ou seja temos uma relação entre a inclinação da órbita e o semieixo maior da elipse da órbita. O sinal negativo indica que a condição de hélio-sincronismo obriga a que a inclinação seja superior a  $90^\circ$ . A órbita é dita retrógrada.

# Órbitas de fase heliosincrona

## Órbita heliosincrona

Variação da inclinação da órbita heliosincrona  
(circular) em função da altitude



Definimos hora local  $H$  do nodo ascendente duma órbita hélio-síncrona pela equação:

$$H = 12h + \alpha_S^* - \Omega$$

Em que  $\alpha_S^*$  é a ascensão recta do Sol fictício sobre o plano equatorial com uma velocidade uniforme  $w_S$  tendo numa dada data arbitrária, tomada como origem, a mesma ascensão recta que o Sol verdadeiro.

$$\alpha_S^* = \alpha_S(t_0) + 0.98561228^*(t - t_0)$$

A condição de hélio-sincronismo diz-nos que  $H$  é constante.

$$H = 12h + \alpha_S(t_0) + 0.98561228^*(t - t_0) - (\Omega(t_0) + \dot{\Omega}(t - t_0))$$

# Órbitas de fase hélio-síncrona

## Fase com a Terra

---

As numerosas missões de observação da Terra impõem uma cobertura repetitiva de toda ou parte da Terra com uma periodicidade considerada aceitável.

A noção de cobertura comporta dois aspectos:

1. Constrangimento de cobertura

2. Constrangimento de repetitividade

### 1. Constrangimento de cobertura

A cobertura numa dada latitude deve ser realizada tendo em conta uma recobertura de longitude fixa das medidas efectuadas a partir de duas órbitas em que o traço sobre a superfície sejam vizinhos. Este constrangimento está ligado à largura do campo de visão: IGOV

### 2. Constrangimento de repetitividade

As séries de observações de dois ciclos de cobertura devem ser sobrepostos. Isto impõe que periodicamente o satélite passe de novo exactamente sobre o mesmo ponto. O intervalo de tempo entre duas passagens sobre o mesmo ponto é igual à duração do ciclo de cobertura.



Se o constrangimento de repetitividade é satisfeito, então:

1) Existe um inteiro  $M$  tal que:

$$P = N + M/Q$$

$P$  : é o número de períodos nodais por dia

$Q$  : é a duração do ciclo de cobertura

$N$  : parte inteira de  $P$

2) Representando por  $L_j^i$  a longitude do  $i$ -ésimo nodo ascendente do dia  $j$ , e tomando convenientemente a origem das longitudes  $L_0^1 = 0$  temos que:

$$L_j^1 = \left( \frac{2\pi}{PQ} \right) (Q - r_j) \quad \text{com} \quad r_j = j \cdot M \pmod{Q} \quad \text{e} \quad r_j < Q$$

A sequência de longitudes dos primeiros nodos de cada dia é equivalente à sequência dos resíduos de módulo  $Q$  dos  $Q$  primeiros múltiplos de  $M$ .

**3)** Por fim temos que, se:  $C = \left( \frac{2\pi}{PQ} \right)$

Em que  $C$  é a distância entre dois nodos contíguos no equador.

A condição de cobertura no equador é escrita:

$$\left( \frac{2\pi}{PQ} \right) \leq (1-r)C_p$$

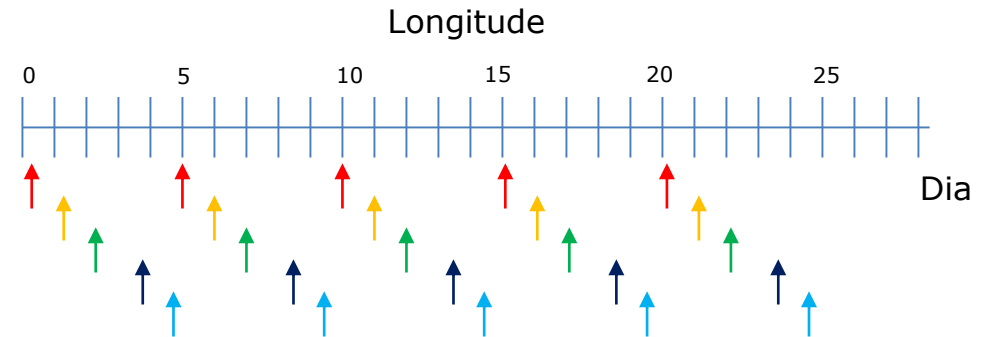
Em que  $C_p$  é o campo de visão medido no solo e  $r$  é a recobertura imposta. Assim, como  $Q$  é fixo obtemos o limite inferior ao valor de  $P$ : ou seja o limite superior ao semieixo maior da órbita.

# Longitude de traços consecutivos

(programa orbita)

Satélite SPOT  
P = 14+5/26

dia= 1,	Longitude= 20.4878 grau
dia= 2,	Longitude= 15.6098 grau
dia= 3,	Longitude= 10.7317 grau
dia= 4,	Longitude= 5.8537 grau
dia= 5,	Longitude= 0.9756 grau
dia= 6,	Longitude= 21.4634 grau
dia= 7,	Longitude= 16.5854 grau
dia= 8,	Longitude= 11.7073 grau
dia= 9,	Longitude= 6.8293 grau
dia= 10,	Longitude= 1.9512 grau
dia= 11,	Longitude= 22.4390 grau
dia= 12,	Longitude= 17.5610 grau
dia= 13,	Longitude= 12.6829 grau
dia= 14,	Longitude= 7.8049 grau
dia= 15,	Longitude= 2.9268 grau
dia= 16,	Longitude= 23.4146 grau
dia= 17,	Longitude= 18.5366 grau
dia= 18,	Longitude= 13.6585 grau
dia= 19,	Longitude= 8.7805 grau
dia= 20,	Longitude= 3.9024 grau
dia= 21,	Longitude= 24.3902 grau
dia= 22,	Longitude= 19.5122 grau
dia= 23,	Longitude= 14.6341 grau
dia= 24,	Longitude= 9.7561 grau
dia= 25,	Longitude= 4.8780 grau
dia= 26,	Longitude= 25.3659 grau
dia= 27,	Longitude= 20.4878 grau
dia= 28,	Longitude= 15.6098 grau



Distancia entre dois traços  
consecutivos  
=  $2\pi / P = 25.3659$  grau

Determinação dos parâmetros orbitais de uma missão de observação da Terra.

Parâmetros Críticos:

Cobertura dos sensores no solo: 117 km  
Deslocamento oeste da órbita por dia

Constantes utilizadas:

$$G\mu = 3986005 \times 10^8 \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$$

$$R_t = 6378155 \text{ m}$$

$$J_2 = 1082.7 \text{ e}^{-6}$$

# Formulário Básico

$$\left(\frac{2\pi}{PQ}\right) \leq (1-r)C_p$$

$$PQ > 2\pi/(1-r)C_p$$

$$P = N+M/Q$$

$$T = 24h * 3600 / P$$

$$a = \sqrt[3]{\frac{G\mu}{4\pi^2} T^2}$$

$$\cos i = -0.9856 \left(\frac{a}{a_e}\right)^{7/2} \frac{1}{9.97}$$

$$v^2 = G\mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a_1}\right)$$

# Determinação dos parâmetros orbitais

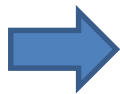
## 1. Condição de Cobertura

$$\left( \frac{2\pi}{PQ} \right) \leq (1-r)C_p$$

$C_p = 117$  km;  $(1-r) = 0.95$ ; sobreposição = 5%

$$C_p = 360^\circ * 117 \text{ km} / 40073 \text{ km} = 1^\circ.051081$$

→  $P.Q \geq 360^\circ / (0.95 * 1^\circ.051081)$



$$P.Q \geq 360.6$$

# Determinação dos parâmetros orbitais

## 2. Condição de Repetitividade

i)  $P = N + M/Q$

ii)  $R = P.Q = N.Q + M$

iii) A fracção  $M/Q$  determina o padrão de cobertura

iv) Se  $M/Q = 0$  a órbita é dita ressonante, e os traços são repetidos todos os dias  Lacunas na cobertura

O desenho da missão tem início na escolha de:

$M/Q$  e  $N$

# Determinação dos parâmetros orbitais

Altitude da missão (h):

$$400\text{km} \leq h \leq 1300 \text{ km} \quad \longrightarrow \quad 13 \leq P \leq 15$$

Assumindo  $N = 14$  e sabendo que  $P \cdot Q \geq 360.5$

então:  $Q = 25.75 \Rightarrow Q = 26$  (numero de dias de um ciclo)

Como  $P \cdot Q = N \cdot Q + M$ , então  $NQ + M \geq 360.5$

então  $M$  pode ser qualquer inteiro entre 1 e 25

$$P = 14 + 5 / 26$$

Numero de  
revoluções diárias



# Determinação dos parâmetros orbitais

## 3. Período de revolução do satélite

$$T = 1440 \text{ min} / (14 + 5/26) = 101.4 \text{ min}$$

$$\text{Período} = 101.4 \text{ min}$$

## 4. Semi-eixomaior da elipse

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{G\mu}{4\pi^2} \quad a = \sqrt[3]{\frac{G\mu}{4\pi^2} T^2}$$

$$a = 7208 \text{ km}; h = 830 \text{ km}$$

# Determinação dos parâmetros orbitais

## 5. Condição de heliosincronismo

$$\cos i = -0.9856 \left( \frac{a}{a_e} \right)^{7/2} \frac{1}{9.97}$$

$$i = 98^\circ.7$$

## 6. Distância entre traços no equador

$$\text{distEquador} = 40073 \text{ km} / 369 \text{ revoluções} = 108.6 \text{ km}$$

(369 = 14\*26 + 5)

## 7. Distância entre duas passagens sucessivas

$$\text{Dist} = 40073 \text{ km} * (360^\circ/P) / 360^\circ = 2823 \text{ km}$$

# Determinação dos parâmetros orbitais

---

## 8. Velocidade na órbita

$$v^2 = G\mu \left( \frac{2}{r} - \frac{1}{a_1} \right)$$

$$v = 398601 / 7201 = 7.4 \text{ km /s}$$

# Características do SPOT e Landsat

	SPOT	LANDSAT
Altitude (km)	830	705
Períodos nodais por dia	14 + 5/26	14 + 9 / 16
Período de cobertura (dias)	26	16
Período orbital (min)	101.4	99
Número de revoluções	369	233
Distância entre traços (km)	108.6	172
Campo visão vertical (km)	117	185
Inclinação da órbita (graus)	98.7	98.2
Hora local de passagem	10:30	9:45
Distancia entre traços (km)	2833.6	2752
Resolução (m)	10-20	30

# Características de Missões de EO

Plataformas	Altit.(Km)	Veloc.(Km/s)	Período (min)
ERS-2	785	7.46	100.5
IRS-1C	817	7.44	101.2
JERS-1	569	7.58	96.0
Landsat 5	705	7.50	98.9
RADARSAT	798	7.45	100.8
SPOT -3	832	7.44	101.5
IKONOS	681	7.51	98.8



Sentinel-1, 12 day repeat cycle,  
175 orbits per cycle. H= 693 km

Sentinel-2, 10 day repeat cycle,  
h=786 km, i=98.62  
Swath=290 km  
14+3/10 revoluções por dia

#### Sentinel-1 Satellite Characteristics

Lifetime: 7 years (consumables 12 years)  
Launcher: Soyuz from Kourou (baseline),  
Zenith-2 (backup)  
Orbit: near-polar Sun-synchronous  
693 km; 12-day repeat cycle; 175 revs  
per cycle  
Mean Local Solar Time: 18:00 at  
ascending node  
Orbital period: 98.6 minutes  
Attitude stabilisation: 3-axis  
Attitude accuracy: 0.01 deg (each axis)  
Orbit knowledge: 10 m (each axis,  
3-sigma) using GPS  
Operating autonomy: 96 hours  
Launch mass: 2300 kg (including 130 kg  
monopropellant fuel)  
Size (stowed): 3900 x 2600 x 2500 mm  
Solar array average power: 4800 W (end-  
of-life); battery capacity: >300 Ah  
Spacecraft availability: 0.998  
Science data storage capacity: 900 Gb  
(end-of-life)  
S-band TT&C data rates: 4 kbit/s  
telecommand; 16/128/512 kbit/s  
telemetry (programmable)  
X-band science data rate: 600 Mbit/s

**Determine dos parâmetros orbitais de uma missão de observação da Terra na qual se pretende:**

- i) Cobertura dos sensores no solo: 15.2 km
- ii) Altitude elipsoidal média da órbita : 684 km

Calcule os seguintes parâmetros da órbita:

- Número de revoluções diárias
- Período de revolução do satélite
- Semi-eixo maior da elipse
- Inclinação da órbita
- Distância entre duas passagens sucessivas

## Exame 22 junho 2012

Assuma as características do satélite da pergunta anterior.

- a) Determine o valor do campo de visão do sensor na posição nadiral (FOV).
- b) Sabendo que o GIFOV na posição nadiral é 0.41m calcule o GIFOV para um ângulo de vista de  $30^\circ$  (off-nadir look angle) .