Experiência 0

MEDIDAS EXPERIMENTAIS

Medir e Comparar

- Para descrever os fenómenos naturais temos de fazer medições.
- Cada medição está associada com uma propriedade do objeto, como o seu comprimento.
- Para fazer as medidas de forma reproduzível é preciso adotar um padrão para essa medida.
- A um padrão está associado uma unidade de medida.

- Em 1960 um comité internacional estabeleceu um conjunto de unidades standard para as grandezas fundamentais (Unidade de Sistema Internacional – SI)
  - Distância – metro (m)
  - Tempo – segundo (s)
  - Massa – quilograma (kg)
  - Temperatura – Kelvin (K)
  - Corrente elétrica – Ampere (A)
  - Intensidade Luminosa – Candela (Cd)
  - Quantidade de uma substância - mole

Prefixos de potências de 10

O elevado número de algarismos ou casas decimais necessárias para quantificar algumas grandezas com as unidades SI levou a adoção de potências de 10 e de um con-junto de prefixos.

		Fator	Prefixo	Símbolo
SUBMULTÍPLOS	10^{-24}	= 0,000 000 000 000 000 000 000 001	yocto	y
	10^{-21}	= 0,000 000 000 000 000 000 001	zepto	z
	10^{-18}	= 0,000 000 000 000 000 001	ato	a
	10^{-15}	= 0,000000000 000 001	fento	f
	10^{-12}	= 0,000000000001	pico	p
	10^{-9}	= 0,000000001	nano	n
	10^{-6}	= 0,000001	micro	µ
	10^{-3}	= 0,001	mili	m
	10^{-2}	= 0,01	centi	c
	10^{-1}	= 0,1	deci	d
	10^{0}	= 1		
MULTÍPLOS	10^{1}	= 10	deca	da
	10^{2}	= 100	hecto	h
	10^{3}	= 1 000	quilo	k
	10^{6}	= 1 000 000	mega	M
	10^{9}	= 1 000 000 000	giga	G
	10^{12}	= 1 000 000 000 000	tera	T
	10^{15}	= 1 000 000 000 000 000	peta	P
	10^{18}	= 1 000 000 000 000 000 000	exa	E
	10^{21}	= 1 000 000 000 000 000 000 000	zetta	Z
	10^{24}	= 1 000 000 000 000 000 000 000 000	yotta	Y

- Todas as grandezas definidas como combinações de grandezas fundamentais são chamadas grandezas derivadas.

- Alguns exemplos são:
  - a área (produto de dois comprimentos)
  - a velocidade (razão entre um comprimento e um intervalo de tempo)
  - a densidade (ρ):

$$\rho = \frac{m}{V}$$

(unidades SI da densidade: kg/m^3)

- Aparelhos de medição permitem medir uma dada grandeza física usando uma escala graduada numa dada unidade de medida.

- Todas as medições têm a elas associadas uma incerteza e é necessário quantificar essa incerteza aquando da medição

Medidas e erros

- Uma medida tem sempre associado um erro cujo valor não pode ser menor do que a precisão do instrumento de medida. O erro define quantos algarismos devem ser representados.
- No caso do medidor de pH representado, o valor deve ser indicado como pH=**7.00**, e não pH=7**.**

  Supõe-se que o erro é 0.01.
- pH=7.00 → **3 algarismos com significado** (algarismos significativos).
- Se o valor não flutua à escala do aparelho o erro de medida define o majorante do erro.

Algarismos significativos

- Numa medida, o número deve ser representado com todos os algarismos até aos necessários para a contabilização do erro.
- Os zeros à direita da vírgula têm significado para o valor da grandeza a medir → são algarismos significativos.
- Algarismos significativos são os algarismos do valor da grandeza até ao primeiro afectado pelo erro – algarismos com significado.

$V = 150.0 \pm 0.1\ V$

4 algarismos significativos

- **Aparelhos analógicos:** Em geral, num instrumento analógico o erro máximo é considerado igual a metade da menor divisão da escala.

3.00 ± 0.05 cm

- **Aparelhos digitais:** Em geral, num instrumento digital o erro máximo é considerado igual ao valor que corresponde a 1 no dígito menos significativo acessível.

260.5 ± 0.1 g

Regras para cálculos com algarismos significativos

- **Adições e subtrações:**
  - O número de algarismos significativos do resultado corresponde ao número com o mesmo número de casas decimais que o que tem o menor número de casas decimais:

$$4.573 + 0.\underline{6} = 5.173 = 5.2$$

$$4.573 - 0.\underline{60} = 3.973 = 3.97$$

- **Produtos e divisões:**
  - O número de algarismos significativos do resultado corresponde ao número com o mesmo número de algarismo significativos que o número interveniente com menos algarismos significativos:

$$4.573 \times 0.\underline{6} = 2.74 = 3$$

$$4.573/0.\underline{60} = 7.62 = 7.6$$

$$\underline{1.7}^3 = 4.913 = 4.9$$

As constantes matemáticas (fatores multiplicativos, π, potências,...) são sempre consideradas exatas e como tal funcionam como se tivessem infinitos algarismos significativos.

Arredondamentos

- A regra para arredondamentos que vamos adotar é a seguinte:

  15.6 é arredondado para 16

  15.4 é arredondado para 15

  15.51 é arredondado para 16

  15.49 é arredondado para 15

- Se o algarismo final é exactamente 5, o arredondamento é feito para o algarismo par mais próximo:

  15.5 é arredondado para 16

  16.5 é arredondado para 16

- Em cálculos, os valores intermédios devem sempre manter mais um, *ou mesmo dois,* algarismos do que o número de algarismos significativos para que os arredondamentos não se propaguem nos cálculos.

$$4.50 \times \frac{2.6}{4.50} = \frac{11.70}{4.50} = 2.60 = 2.6$$

mas não $4.50 \times \frac{2.6}{4.50} = \frac{12}{4.50} = 2.67 = 2.7$

Apresentação de resultados

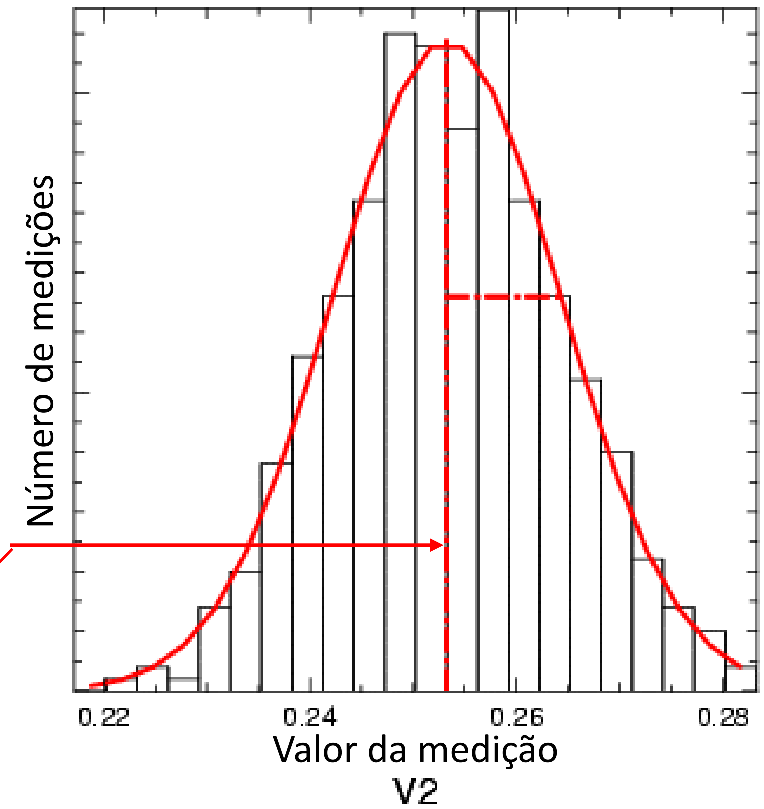
- Dados recolhidos no âmbito de medições experimentais devem ser sempre apresentados com o erro a ele associado:

$$x = x_0 \pm |\Delta x| \ (unidade) \leftrightarrow x \in]x_0 - |\Delta x| \ , x_0 + |\Delta x| \ [\ (unidade)$$

- Erro absoluto: $|\Delta x| = |x - x_0|$
- Erro relativo: $|\frac{\Delta x}{x_0}| = |x - x_0|$
- Mas o valor exato x_0 da grandeza x não é conhecido.

- Se o valor flutua – variações maiores que o erro de leitura do aparelho, o erro é superior ao erro de leitura e deve fazer-se um tratamento estatístico.

- Imagine-se que se fez N medidas da grandeza x obtendo-se N valores x_i. Podemos assumir que o valor mais próximo da grandeza é o valor médio:



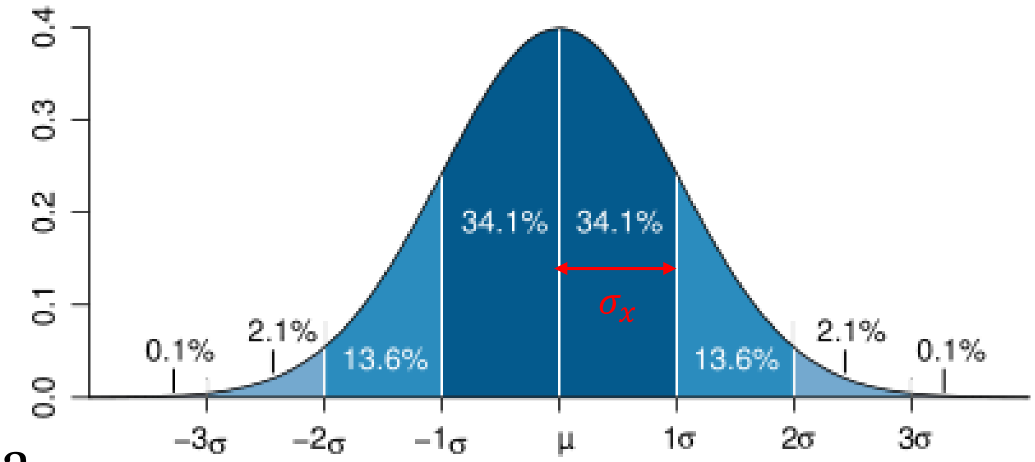
$$< x >= \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}$$

Dispersão dos dados: desvio padrão

- O desvio padrão de uma amostra é dado pela seguinte expressão:

$$s_x = \sqrt{\frac{\Sigma_{i=1}^{N}(x_i - \langle x \rangle)^2}{N-1}}$$

Distribuição normal de probabilidade (gausseana)



- Quanto maior o tamanho da amostra, mais s_x se aproxima do desvio padrão da população (σ_x).

- O desvio padrão é, assim, uma medida da dispersão dos valores.

Erro padrão da média

- Se recolhermos muitas amostras de uma dada população todas com o mesmo tamanho (N), a média dessas amostras segue uma distribuição que tem uma média e um desvio padrão.

- O erro padrão da média é o desvio padrão dessa população:

$$\sigma_{\langle x \rangle} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}} \approx \frac{s_x}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \langle x \rangle)^2}{N(N-1)}}$$

- Regra prática: Quanto temos muitas medições ($N \geq 20$), o erro padrão da média é uma boa medida do erro:

$$x = \langle x \rangle \pm \frac{s_x}{\sqrt{N}} \quad (unidades)$$

- Quando temos poucas medições ($N < 20$), o desvio padrão da amostra já não é uma boa aproximação do desvio padrão da população e portanto:

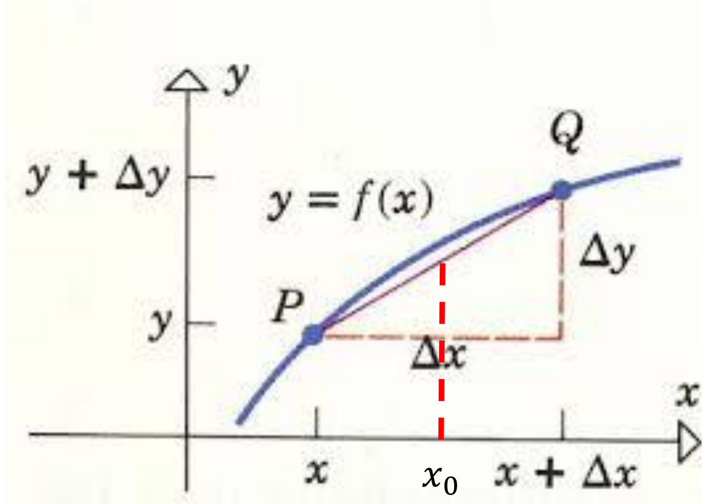
- $10<N<20$

$$x = \langle x \rangle \pm s_x \quad (unidades)$$

- $N < 10$

$$x = \langle x \rangle \pm max|x_i - \langle x \rangle| \quad (unidades)$$

- O que fazer quando queremos calcular o erro de grandezas derivadas ou de parâmetros que são obtidos através de expressões matemáticas?



$$\Delta y \approx \left.\frac{dy}{dx}\right|_{x_0} \cdot \Delta x$$

- Admita-se que tem uma função f que depende de duas grandezas que mediu no laboratório

$$x = \langle x \rangle \pm \varepsilon_x \quad e \quad y = \langle y \rangle \pm \varepsilon_y$$

o erro associado a f (Δf) é dado por:

$$\Delta f = \left| \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{\substack{x=\langle x\rangle \\ y=\langle y\rangle}} \right| \varepsilon_x + \left| \left.\frac{\partial f}{\partial y}\right|_{\substack{x=\langle x\rangle \\ y=\langle y\rangle}} \right| \varepsilon_y$$

- Quando temos medições múltiplas para as grandezas x e y (ver exemplo anterior), devemos usar a seguinte expressão:

$$\Delta f = \sqrt{\left(\left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{\substack{x=\langle x\rangle \\ y=\langle y\rangle}} \varepsilon_x\right)^2 + \left(\left.\frac{\partial f}{\partial y}\right|_{\substack{x=\langle x\rangle \\ y=\langle y\rangle}} \varepsilon_y\right)^2}$$

onde os erros ε_x e ε_y são dados pelas regras discutidas atrás.

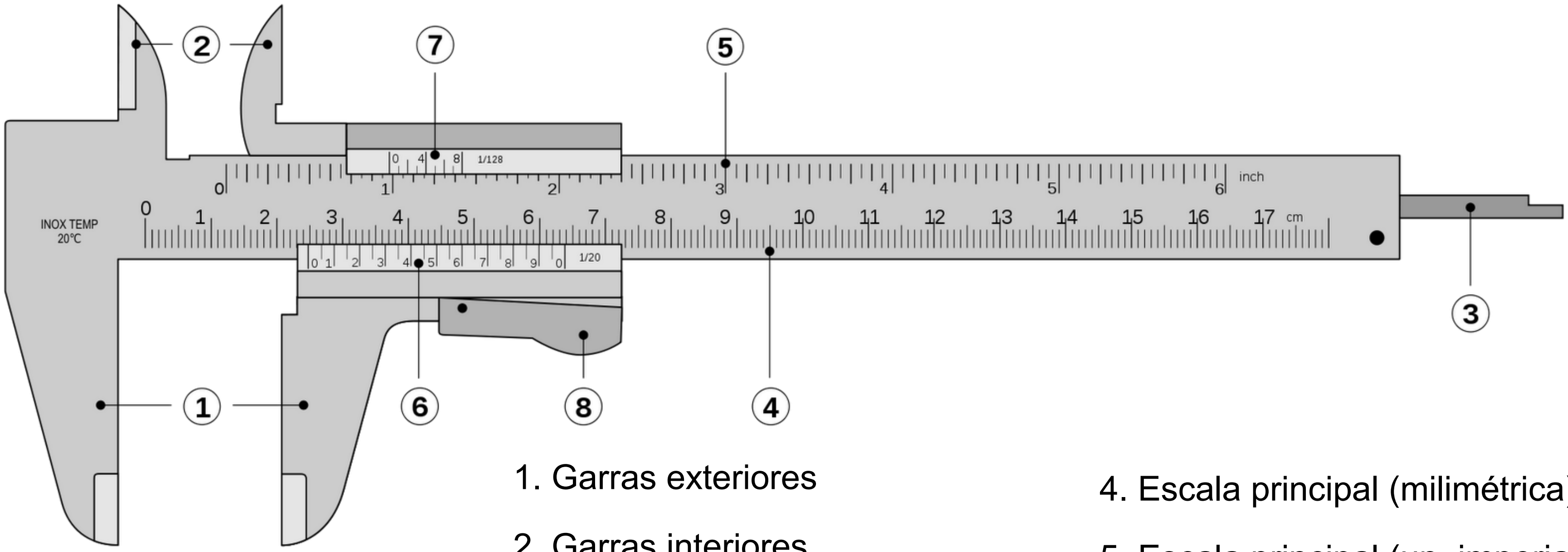
- **Com estatística**
  (medições múltiplas)

  - $f(x,y) = x + y$
    $$|\Delta f| = \sqrt{s_x^2 + s_y^2}$$
  - $f(x,y) = x \times y$
    $$|\Delta f| = \sqrt{y^2 s_x^2 + x^2 s_y^2}$$
  - $f(x,y) = x/y$
    $$|\Delta f| = \sqrt{(1/y^2) s_x^2 + x^2/y^4 s_y^2}$$
  - $f(x) = x^n$
    $$|\Delta f| = n x^{n-1} s_x$$
  - $f(x,y,z) = ax + by + cz$
    $$|\Delta f| = \sqrt{a^2 s_x^2 + b^2 s_y^2 + c^2 s_z^2}$$

Sem estatística
(sem medições múltiplas)

- $f(x,y) = x + y$
  $$|\Delta f| = \varepsilon_x + \varepsilon_y$$
- $f(x,y) = x \times y$
  $$|\Delta f| = y\varepsilon_x + x\varepsilon_y$$
- $f(x,y) = x/y$
  $$|\Delta f| = \frac{1}{y}\varepsilon_x + \frac{x}{y^2}\varepsilon_y$$
- $f(x) = x^n$
  $$|\Delta f| = n x^{n-1} \varepsilon_x$$
- $f(x,y,z) = ax + by + cz$
  $$|\Delta f| = a\varepsilon_x + b\varepsilon_y + c\varepsilon_z$$

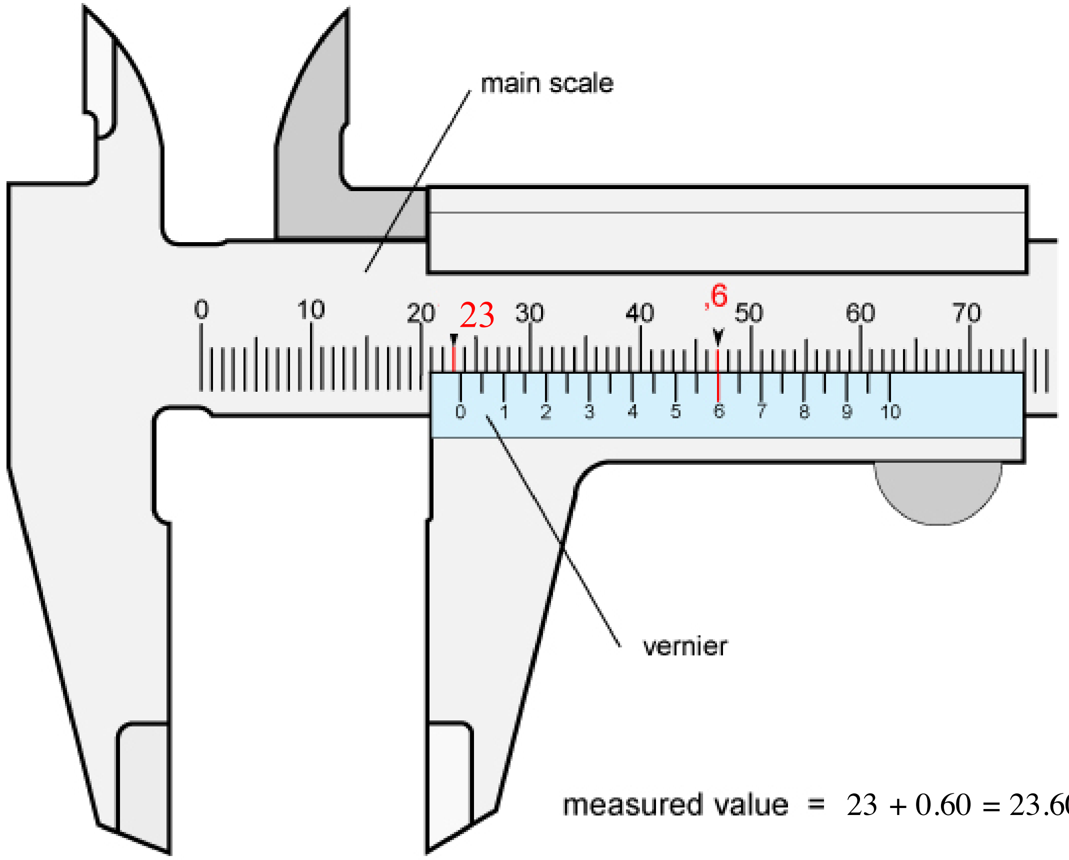
Instrumentos de medida: Craveira



1. Garras exteriores
2. Garras interiores
3. Sonda para profundidades
4. Escala principal (milimétrica)
5. Escala principal (un. imperiais)

6/7. Nónio

8. Travão

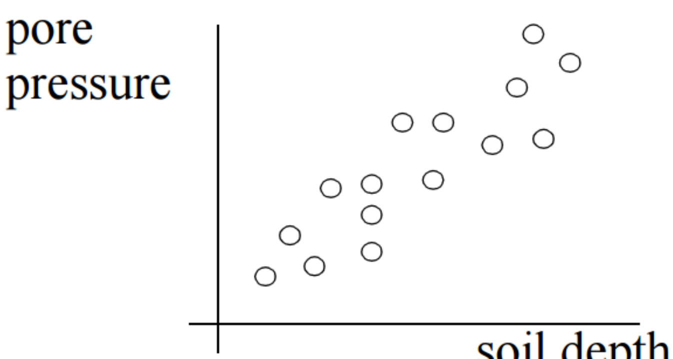


measured value = 23 + 0.60 = 23.60 mm

- Muitas vezes vamos querer fazer o ajuste de uma distribuição de pontos a uma curva linear.
- Imagine-se que temos N pontos y_i que foram obtidos quando um parâmetro x_i foi alterado.
- Nós queremos fazer um ajuste de uma curva do género:

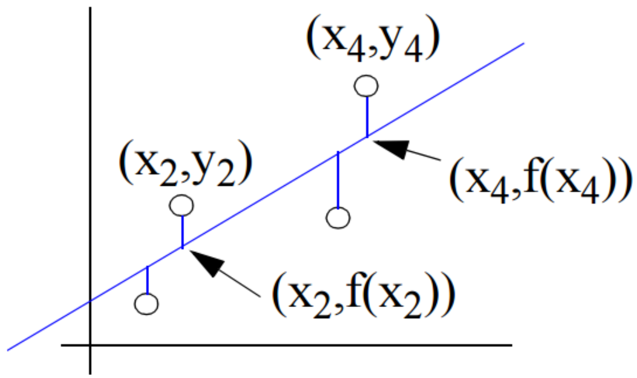
$$y = mx + b$$

Ao conjunto de pontos.



- Podemos fazer isso minimizando a distância (quadrada) entre a linha e os pontos, ou seja minimizando a função:

$$D = \sum_{i=1}^{N} [y_i - (mx_i + b)]^2$$



- Existem programas que obtém os valores de m e b do ajuste, bem como os desvios padrões para esses parâmetros (Excel, Datastudio,...).

Ajuste a curvas não-lineares

- O mesmo processo pode ser aplicado a polinómios de qualquer ordem (os parâmetros do ajuste são mais e, portanto, são necessários mais pontos).

- Para outro tipo de funções pode ser necessário proceder a uma linearização:

$$y = ae^{bx}$$

- Aplicando o logaritmo dos dois lados:

$$\ln(y) = \ln(a) + bx$$