

Exercícios 13 a 19 – Resoluções parciais

13. Para um lote, selecionado ao acaso, sejam:

D_i – “O lote tem i componentes defeituosas”, $i = 0, 1, 2$

A – “Nenhuma das 2 componentes testadas apresenta defeitos”

“50% dos lotes não têm componentes defeituosas” $\Leftrightarrow P(D_0) = 0.5$;

analogamente: $P(D_1) = 0.3$; $P(D_2) = 0.2$

$$a) P(A) = P(A|D_0)P(D_0) + P(A|D_1)P(D_1) + P(A|D_2)P(D_2) = 1 \times 0.5 + 9/10 \times 8/9 \times 0.3 + 8/10 \times 7/9 \times 0.2 = 389/450$$

$$P(D_0|A) = P(A|D_0)P(D_0)/P(A) = 1 \times 0.5 / (389/450) = 450/778$$

$$b) P(D_1|A) = P(A|D_1)P(D_1)/P(A) = 9/10 \times 8/9 \times 0.3 / (389/450) = 216/778$$

$$c) P(D_2|A) = 1 - P(D_0|A) - P(D_1|A) = 1 - 666/778 = 112/778$$

14.

- | | |
|-------------|-------------|
| a) Discreta | f) Contínua |
| b) Contínua | g) Contínua |
| c) Contínua | h) Contínua |
| d) Contínua | i) Discreta |
| e) Discreta | |

15.

- a) $\{0, 1, 2, 3, 4\}$
- b) $[0, +\infty) = \mathbb{R}_0^+$
- d) $[0, 5]$, em anos
- e) $\{0, 1, 2, \dots, 10\}$
- i) $\{0, 1, 2, \dots\} = \mathbb{N}_0$

16.

- a) X é uma variável discreta pois a sua função distribuição (f.d.), F , é em escada.
- b) $P(X \leq 2) = F(2) = 0.7$
 $P(X > 1) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - F(1) = 1 - 0.6 = 0.4$
 $P(0 \leq X \leq 3) = P(-1 < X \leq 3) = F(3) - F(-1) = 0.9 - 0.2 = 0.7$
 $P(X = -2) = F(-2) - F(-2^-) = 0$
 $P(X = 0) = F(0) - F(0^-) = 0.45 - 0.2 = 0.25$
 $P(X = 5) = F(5) - F(5^-) = 1 - 1 = 0$
- c) & d) (Serão resolvidos posteriormente)

17.

- a) $P(X = x) = F(x) - F(x^-)$:
 $P(X = 1) = F(1) - F(1^-) = 1/6 - 0 = 1/6$
 $P(X = 2) = F(2) - F(2^-) = 1/2 - 1/6 = 1/3$
 $P(X = 3) = F(3) - F(3^-) = 1 - 1/2 = 1/2$
 f.m.p. de X :

x	1	2	3
$P(X = x)$	1/6	1/3	1/2
- b) $P(1.5 \leq X \leq 3) = P(X = 2) + P(X = 3) = 1/3 + 1/2 = 5/6$
 $P(1 \leq X < 3) = P(X = 1) + P(X = 2) = 1/6 + 1/3 = 1/2$
 $P(2 \leq X \leq 5) = P(X = 2) + P(X = 3) = 5/6$
 $P(X > 2) = P(X = 3) = 1/2$

18.

- a) X é uma variável contínua pois tem função densidade de probabilidade (f.d.p.).
- b) (Será resolvido posteriormente)
- c) Para qualquer real a , tem-se que $P(X < a)$ é igual à área da região delimitada pelo gráfico da f.d.p., pelo eixo das abcissas e pela recta de equação $x = a$. Como o gráfico da f.d.p. é simétrico em torno da recta $x = 5$, e a área da região delimitada pelo gráfico da f.d.p. e o eixo das abcissas é necessariamente igual a 1, é imediato que $P(X < 5) = 0.5$.

Para quaisquer reais $a < b$, tem-se que $P(a < X < b)$ é igual à área da região delimitada pelo gráfico da f.d.p., pelo eixo das abcissas e pelas rectas de equação $x=a$ e $x=b$. Assim:

$$P(5 < X < 6) = P(X > 5) - P(X > 6) = 0.5 - 0.159 = 0.341;$$

$$P(4 < X < 6) = 2 \times P(5 < X < 6) = 0.682.$$

$P(X = 6) = 0$, pois X é uma v.a. contínua.

d) (Será resolvido posteriormente)

19.

a) Verdadeira: a função de probabilidade só pode ser uma densidade de probabilidade (pois a f.d. de qualquer v.a. é não decrescente), logo X é uma variável contínua e, portanto, $P(X = a) = 0$, para todo o a real.

b) Falsa: $P(X = 1.25) = 0$

c) a g) (Serão resolvidos posteriormente)

h) Verdadeira: $P(X \leq 1.25) = 1 - P(X > 1.25) = 1 - (0.341 + 0.075) = 0.584$