Ciências ULisboa | Engenharia Geográfica, Geofísica e Energia

2ª época de Posicionamento Geoespacial II

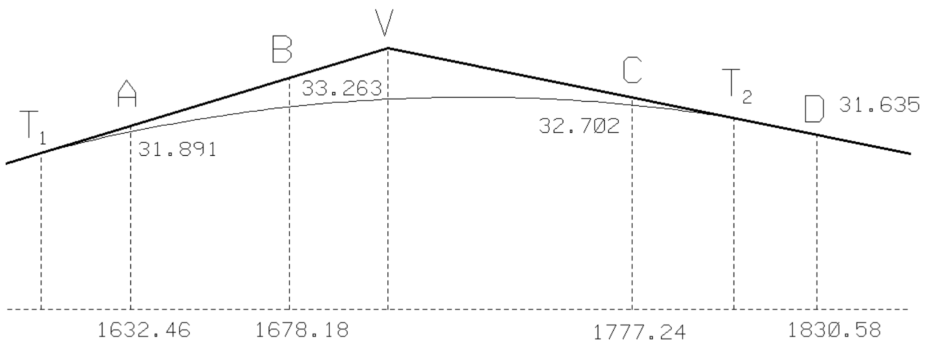
06 de Julho de 2021

O exame é sem consulta e tem a duração de 2.5 horas

Cotação: 5+5+5+5

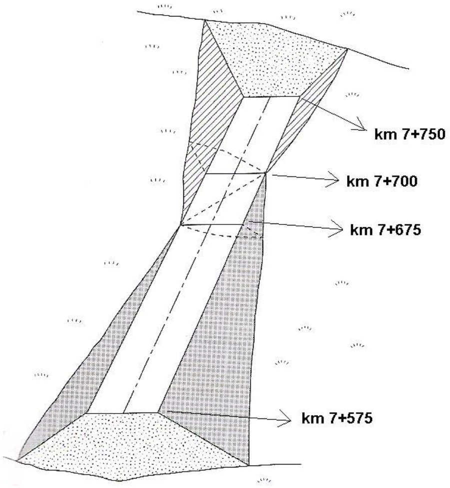
1. Qual é a razão principal para a introdução de clotóides como curvas de transição entre tangentes e arcos circulares? Pretende-se substituir as partes inicial e final de um arco circular de grau D_a=16º e ângulo de deflexão I=46º por arcos de clotóide de comprimento igual a 128.265 metros. Sendo a quilometragem do ponto V de intersecção das tangentes ao arco circular original igual a 15+225.853, obtenha a quilometragem dos pontos de transição TC, CT, TS, SC, CS e ST. Represente graficamente a directriz com os elementos pretendidos. Calcule a leitura azimutal a ser introduzida no limbo azimutal de uma estação total estacionada em TS para piquetar a 5ª estaca múltipla de 25 m sobre a 1ª clotóide, tendo o operador reiterado a zero quando apontou para a tangente anterior. Qual é o valor do comprimento da clotóide para o qual o comprimento do arco circular original se anula, sendo então a transição entre as duas tangentes efectuada apenas através de duas clotóides?

2. Se a curva parabólica de transição vertical entre os dois traineis representados na figura for projectada de forma a que a respectiva taxa de variação do declive d^2y/dx^2 seja igual a -2.5×10^{-4}, calcule:

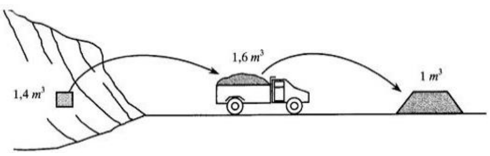


- **a) o comprimento da curva**
- **b) a quilometragem do ponto V**
- **c) a quilometragem e a cota dos pontos T_1 e T_2 de tangência entre a curva e as tangentes**
- **d) a quilometragem e a cota do ponto de maior cota sobre a curva de transição**

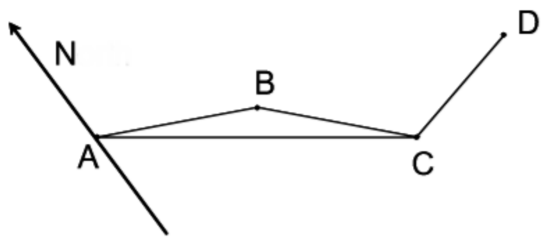
3. A figura do lado esquerdo ilustra o projecto de uma secção horizontal de uma estrada com 20 m de largura, que inclui uma parte em aterro e outra em escavação. Utilizando os dados fornecidos na tabela, calcule o volume (sem correcção prismoidal) do movimento de terras associado à construção dessa estrada (o numerador indica a diferença de cotas entre o terreno e a estrada e o denominador a distância ao eixo). Utilizando os dados da figura do lado direito, que indica os factores de empolamento e compactação do material, diga, justificando, se o material escavado é suficiente para construir o aterro.



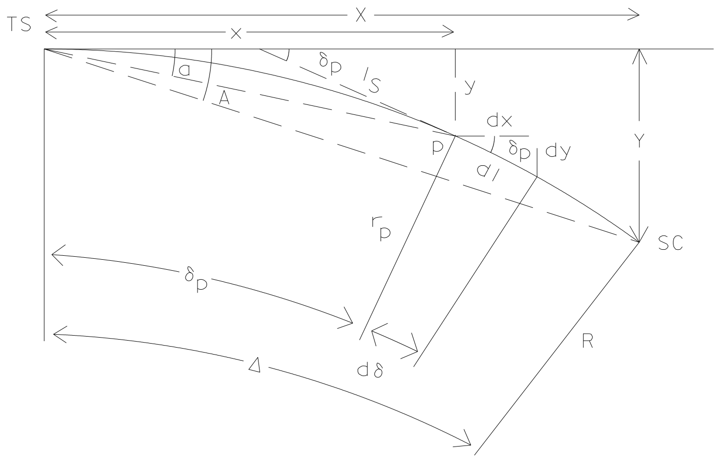
km	Lado esquerdo	Centro	Lado direito
7+575	$\frac{-10.0}{-36.0}$	$\frac{-20.0}{0}$	$\frac{-8.8}{22.0}$
7+675	$\frac{0}{-10.0}$	$\frac{-6.0}{0}$	$\frac{-14.0}{24.6}$
7+700	$\frac{16.0}{-22.0}$	$\frac{4.0}{0}$	$\frac{0}{10.0}$
7+750	$\frac{13.5}{-24.0}$	$\frac{22.0}{0}$	$\frac{8.6}{26.0}$



4. Num levantamento subterrâneo utilizando o método de Weissbach, obtiveram-se os seguintes dados: AB=3.50m, BC=2.75m, CA=6.20m, ACD=179º14’33’’, BCD=179º10’17’’, R_{AB}=115º23’49’’. Calcule o rumo da direcção CD.



Formulário:



$$\Delta = \frac{L_S}{2R}, \quad \delta = \Delta \frac{l_S^{\,2}}{L_S^{\,2}}, \quad a=\delta/3$$

$$\begin{cases} x = l_S\left(1 - \dfrac{\delta^2}{5x2!} + \dfrac{\delta^4}{9x4!} - \dfrac{\delta^6}{13x6!} + \cdots\right) \\ y = l_S\left(\dfrac{\delta}{3} - \dfrac{\delta^3}{7x3!} + \dfrac{\delta^5}{11x5!} - \dfrac{\delta^7}{15x7!} + \cdots\right) \end{cases}$$

$$o = Y - R(1-\cos\Delta)$$

$$\text{ripagem} = o/\cos(I/2)$$

$$T_S = X - R\sin\Delta + R\tan\left(\frac{I}{2}\right) + o\tan\left(\frac{I}{2}\right)$$

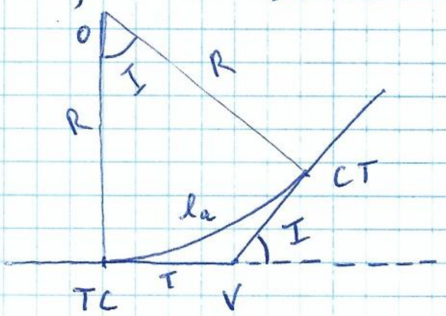
Designando por V_N o volume natural, V_S o volume solto e V_C o volume compactado, tem-se: $V_S = (1+E)V_N$, $V_C = (1-C)V_S$, onde E e c designam os coeficientes de empolamento e de compactação, respectivamente.

Volume de uma pirâmide=Ad/3, A=área da secção transversal.

Área de uma secção transversal: $A = \frac{1}{2}\sum y_i(x_{i+i} - x_{i-1}) = \frac{1}{2}\sum x_i(y_{i+1} - y_{i-1})$

1. A principal razão para a introdução de clotóides como curvas de transição entre tangentes e arcos circulares é a eliminação da descontinuidade da curvatura na transição entre a tangente e a curva circular e entre a curva circular e a tangente 1

$D_a = 16°$, $I = 46°$, $L_s = 128.265$ m, $V = 15225.853$ m



$R = 36000/(2\pi D_a) = 358.099$ m

$T = R \tan(I/2) = 152.004$ m

$TC = V - T = 15073.849$ m

$l_a = R I = 287.500$ m

$CT = TC + l_a = 15361.349$ m

$\Delta = L_s/(2R) = 0.179092$ rad 2

$X = L_s(1 - \Delta^2/10 + \Delta^4/216 - \Delta^6/9360) = 127.854$ m

$Y = L_s(\Delta/3 - \Delta^3/42 + \Delta^5/1320 - \Delta^7/75600) = 7.640$ m

$l_a = (I - 2\Delta) = 159.235$ m

$\theta = Y - R(1 - \cos\Delta) = 1.912$ m

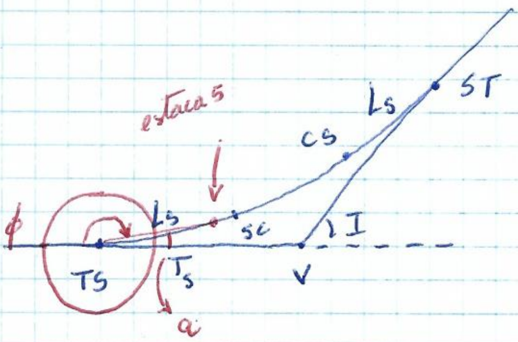
$T_s' = X - R\sin\Delta + R\tan(I/2) + \theta\tan(I/2) = 216.879$ m

$TS = V - T_s = 15008.974$ m

$SC = TS + L_s = 15137.239$ m

$CS = SC + l_a = 15296.474$ m

$ST = CS + L_s = 15424.739$ m



estaca 5 $= 15125$ m

$l_s =$ estaca 5 $- TS = 116.026$ m

1 $\delta = l_s^2 / L_s^2 \, \Delta = 0.146546$ rad

$a = \delta/3 = 2°.7988$

$L_{12}^{estacas} = 180° - a = 177°.2012$

$I - 2\Delta^M = 0 \Rightarrow \Delta^M = I/2 = 23° \Rightarrow L_s^M = 2R\Delta^M = 287.500$ m 1

2. $i_1 = \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{33.263 - 31.891}{1678.18 - 1632.46} = 3\%$

$i_2 = \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{31.635 - 32.702}{1830.58 - 1777.24} = -2\%$

a) $\dfrac{d^2y}{dx^2} = -2.5\times10^{-4}$

$\dfrac{dy}{dx} = -2.5\times10^{-4}x + C_1$ $\quad\begin{cases} T_1: x=0,\ \dfrac{dy}{dx} = 0.03 \Rightarrow C_1 = 0.03 \\ T_2: x=L,\ \dfrac{dy}{dx} = -0.02 \Rightarrow -0.02 = -2.5\times10^{-4}L + 0.03 \end{cases}$

$2.5\times10^{-4}L = 0.05$

$L = 200\ m$

b) $\dfrac{dy}{dx} = -2.5\times10^{-4}x + 0.03$

$y = -2.5\times10^{-4}\dfrac{x^2}{2} + 0.03x + y_{T_1}$

o ponto V obtém-se como intersecção dos 2 trainéis:

$\dfrac{x_B - x_A}{x_V - x_A} = \dfrac{y_B - y_A}{y_V - y_A} \Rightarrow (x_B - x_A)(y_V - y_A) = (x_V - x_A)(y_B - y_A) \Rightarrow x_V = \dfrac{(x_B - x_A)(y_V - y_A)}{y_B - y_A} + x_A$

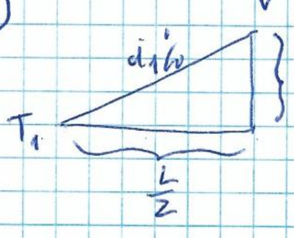
$\dfrac{x_D - x_C}{x_V - x_C} = \dfrac{y_D - y_C}{y_V - y_C} \Rightarrow (x_D - x_C)(y_V - y_C) = (y_D - y_C)(x_V - x_C) \Rightarrow x_V = \dfrac{(x_D - x_C)(y_V - y_C)}{y_D - y_C} + x_C$

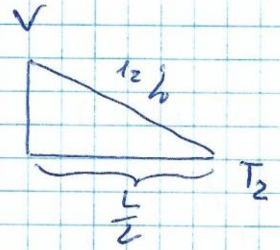
igualando as 2 expressões:

$y_V = \dfrac{(x_C - x_A)(y_B - y_A)(y_D - y_C) + (x_B - x_A)(y_D - y_C)\,y_A - (x_D - x_C)(y_B - y_A)\,y_C}{(x_B - x_A)(y_D - y_C) - (x_D - x_C)(y_B - y_A)} = 34.115\ m$

$x_V = 1706.570\ m$

c)





$0.03 = \dfrac{dy}{dx} \Rightarrow dy = -3\ m$ $\qquad -0.02 = \dfrac{dy}{dx} \Rightarrow dy = -2$

$x_{T_1} = x_V - \dfrac{L}{2} = 1606.570\ m$ $\qquad x_{T_2} = x_V + \dfrac{L}{2} = 1806.570\ m$

$y_{T_1} = y_V - 3 = 31.115\ m$ $\qquad y_{T_2} = y_V - 2 = 32.115\ m$

d) $$y = -2.5 \times 10^{-4}\ \frac{x^2}{2} + 0.03x + 31.115$$

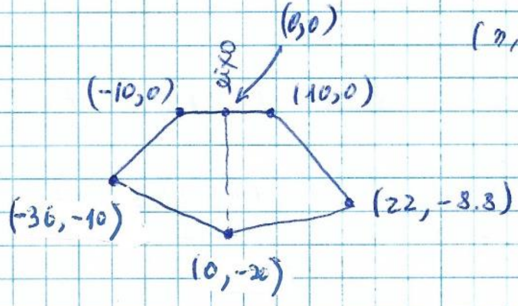
$$\frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow -2.5 \times 10^{-4}\ x^M + 0.03 = 0 \Rightarrow x^M = 120\ m \quad (\text{desde } T1)$$

$$x_M = 1606.570 + 120 = 1726.570\ m$$

$$y_M = -2.5 \times 10^{-4}\ \frac{(x^M)^2}{2} + 0.03\ x^M + 31.115 = 32.915\ m$$

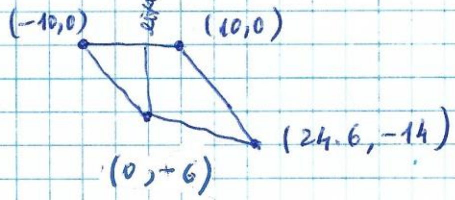
3.

<u>Secção 7+575</u> (aterro)



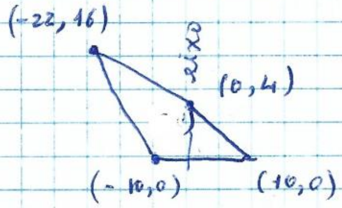
$$A = \frac{1}{2}\left(\frac{0}{0}\ \frac{10}{0}\ \frac{22}{-8.8}\ \frac{0}{-20}\ \frac{-36}{-10}\ \frac{-10}{0}\ \frac{0}{0}\right) = \frac{1}{2}(-88-440-720-100) = 674\ m^2$$

<u>Secção 7+675</u> (aterro)



$$A = \frac{1}{2}\left(\frac{0}{0}\ \frac{10}{0}\ \frac{24.6}{-14}\ \frac{0}{-6}\ \frac{-10}{0}\ \frac{0}{0}\right) = \frac{1}{2}(-140-147.6-60) = 173.8\ m^2$$

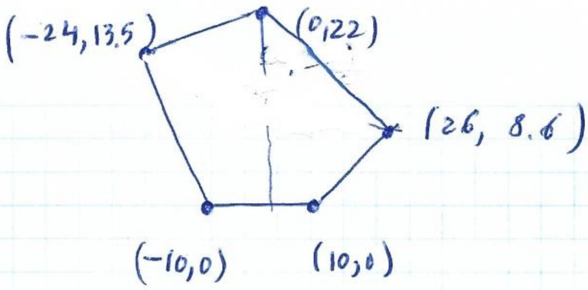
<u>Secção 7+700</u> (escavação)



$$A = \frac{1}{2}\left(\frac{0}{0}\ \frac{10}{0}\ \frac{0}{4}\ \frac{-22}{16}\ \frac{-10}{0}\ \frac{0}{0}\right) = \frac{1}{2}(40+88+160) = 144\ m^2$$

2,5

Secção 7+750



$$A = \frac{1}{2}\left(\frac{0}{0}\ \frac{10}{0}\ \frac{26}{8.6}\ \frac{0}{22}\ \frac{-24}{13.5}\ \frac{-10}{0}\ \frac{0}{0} \right) =$$

$$= \frac{1}{2}\left(86 + 572 + 528 + 135 \right) = 660.5 \text{ m}^2$$

— // —

Volume entre as secções 7+575 e 7+675

$$V = \frac{A_1 + A_2}{2} d = \frac{674 + 173.8}{2} \times 100 = 42\,390 \text{ m}^3 \quad \text{(aterro)}$$

Volume entre a secção 7+765 e a transição aterro - escavação

$$V = \frac{173.8 \times 25}{3} = 1448.3 \text{ m}^3 \quad \text{(aterro)}$$

Volume total de aterro = $\underline{\underline{43\,838.3 \text{ m}^3}}$

— // —

1,5

Volume entre a transição aterro - escavação e a secção 7+700 (escavação)

$$V = \frac{144 \times 25}{3} = 1200 \text{ m}^3$$

Volume entre as secções 7+700 e 7+750

$$V = \frac{144 + 660.5}{2} 50 = 20\,112.5 \text{ m}^3 \quad \text{(escavação)}$$

Volume total de escavação = $\underline{\underline{21\,312.5 \text{ m}^3}}$

de $\quad V_S = (1+E)\, V_N$

$1.6 = (1+E)\, 1.4 \rightarrow E = 0.1429$

$V_S = (1+E)\, 21312.5 = \underbrace{24357.1\ m^3}$

volume de escavação c/ empolamento a ser utilizado no aterro

de $\quad V_C = (1-C)\, V_S$

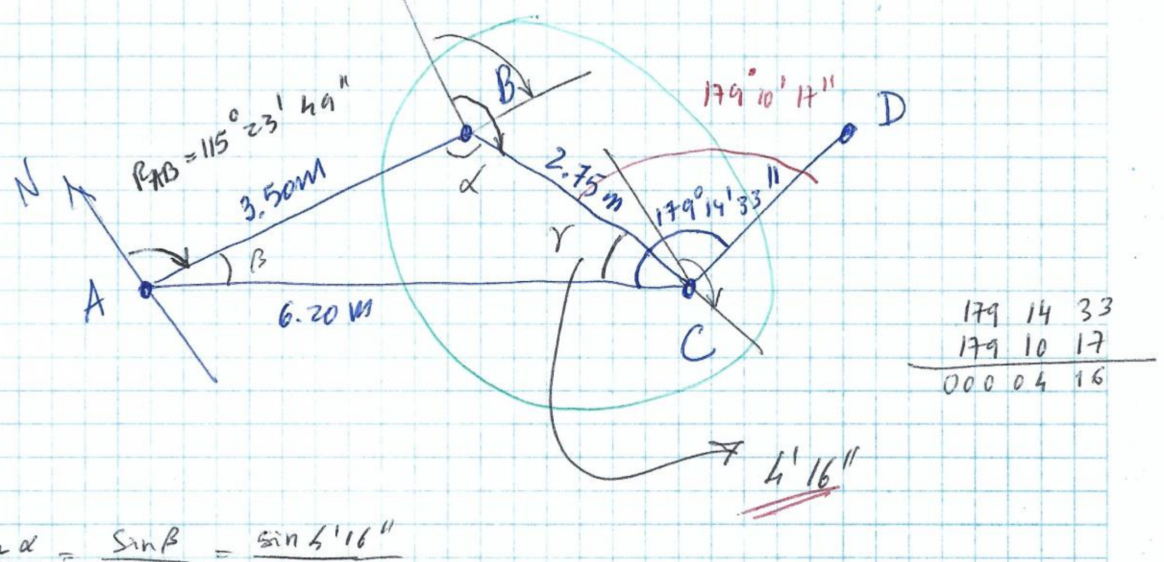
$1 = (1-C)\, 1.6 \rightarrow C = 0.375$

$43838.3 = (1-0.375)\, V_S \Rightarrow V_S = \underbrace{70141.8\ m^3}$

volume de aterro c/ compactação

$\Rightarrow$ o material escavado c/ empolamento não é suficiente para preencher o aterro c/ compactação

4.



$$\begin{array}{r}179\ \ 14\ \ 33\\ 179\ \ 10\ \ 17\\ \hline 000\ \ 04\ \ 16\end{array}$$

$$\frac{\sin\alpha}{6.20} = \frac{\sin\beta}{2.75} = \frac{\sin 4'16''}{3.50}$$

$$\begin{cases} \sin\alpha = \dfrac{6.20}{3.50}\sin 4'16'' \Rightarrow \alpha = 0^\circ\ 7'\ 33.''49 \ \vee\ \alpha = 179^\circ\ 52'\ 26''.51 \\ \sin\beta = \dfrac{2.75}{3.50}\sin 4'16'' \Rightarrow \beta = 0^\circ\ 3'\ 21''.14 \ \vee\ \beta = 179^\circ\ 56'\ 38''.86 \end{cases}$$

$$\varepsilon_\alpha = 180° - (4'16'' + 179°52'26''.51 + 3'21''.14)$$

$$= -3''.65$$

$$\begin{array}{r} 4'\ 16'' \\ 3'\ 21''.14 \\ +\ 179°\ 52'\ 26''.51 \\ \hline 180°\ 00'\ 03''.65 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4'\ 16'' \\ 7'\ 33''.49 \\ 179°\ 56'\ 38''.86 \\ \hline 180°\ 08'\ 28''.35 \end{array}$$

$$\begin{cases} \bar{\alpha} = \alpha + \varepsilon_\alpha/3 \\ \bar{\beta} = \beta + \varepsilon_\alpha/3 \\ \bar{\gamma} = \gamma + \varepsilon_\alpha/3 \end{cases}$$