

pergunta modelo para o exame de
Matemática Computacional

Quando aplicamos o algoritmo de eliminação de Gauss a uma matriz simétrica A , as matrizes transformadas mantêm a simetria?

resposta As matrizes transformadas deixam de ser simétricas, pois os elementos abaixo da diagonal principal são progressivamente anulados, o que estraga a simetria.

Contudo, a submatriz quadrada correspondente aos índices $k+1, k+2, \dots, n$ obtida após o passo k (que usa a_{kk} como pivô) continua simétrica. Vamos provar esta afirmação para o primeiro passo ($k=1$) pois os passos seguintes do método de eliminação de Gauss ~~se~~ podem ser vistos como o primeiro passo do método aplicado à submatriz quadrada obtida no passo anterior.

O elemento a_{11} será o pivô.

A matriz transformada terá os elementos

$$a_{ij}^* = a_{ij} - \frac{a_{i1}}{a_{11}} a_{1j}$$

Observamos que

$$a_{ji}^* = a_{ji} - \frac{a_{ji}}{a_{ii}} a_{ii} =$$

$$= a_{ij} - \frac{a_{ij}}{a_{ii}} a_{ii} =$$

$$= a_{ij} - \frac{a_{ii}}{a_{ii}} a_{ij} = a_{ij}^* \quad \text{q. e. d.}$$