

Pergunta modelo para o exame de Matemática Computacional

Calcule $\sum_{i=1}^n i^2$

resposta procuramos exprimir o somatório na forma dum polinómio de grau 3

$$\sum_{i=1}^n i^2 = a + bn + cn^2 + dn^3$$

observamos que

$$\sum_{i=1}^{n+1} i^2 = a + b(n+1) + c(n+1)^2 + d(n+1)^3$$

Subtraindo estas duas igualdades obtemos

$$(n+1)^2 = b + 2cn + c + 3dn^2 + 3dn + d$$

ou seja $3d = 1$, $2c + 3d = 2$, $b + c + d = 1$,

ou seja $d = \frac{1}{3}$, $c = \frac{1}{2}$, $b = 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

Basta escolher $n=0$ ou $n=1$ para obter $a=0$

resposta final: $\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n}{6} + \frac{n^2}{2} + \frac{n^3}{3}$