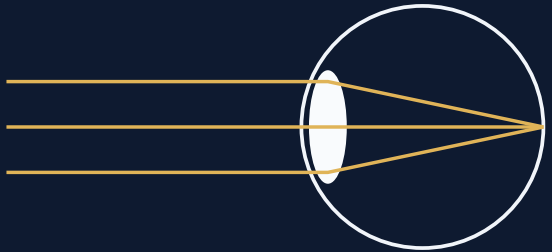
O olho e os instrumentos ópticos

Acomodação, correcção da visão, microscópio e telescópio



Três perguntas

- Como consegue o olho focar ao perto e ao longe?
- Porque é que os míopes vêem mal ao longe e os presbíopes mal ao perto?
- Quanto aumenta realmente um microscópio de «$\times 400$»?

O que vamos precisar

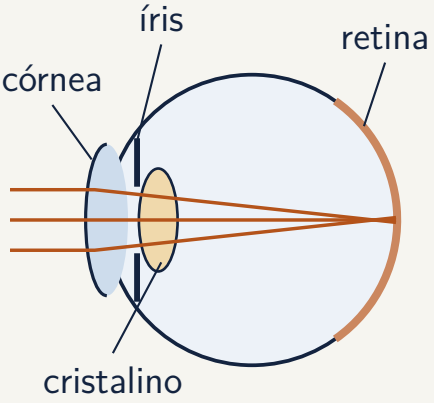
Lentes e ângulos

- Lente delgada: $\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} = P$, com f em metros e P em dioptrias.
- Lentes encostadas: $P = P_1 + P_2$.
- Duas lentes: a imagem da primeira é o objecto da segunda.
- Ângulos pequenos: $\tan\theta \approx \theta$.

O olho

Um sistema óptico

- **Córnea**: a janela curva da frente; dois terços da refracção ($43\,\mathrm{D}$).
- **Íris**: o diafragma; a pupila fecha com muita luz.
- **Cristalino**: lente que muda de forma ($19\,\mathrm{D}$).
- **Retina**: o ecrã onde se forma a imagem.



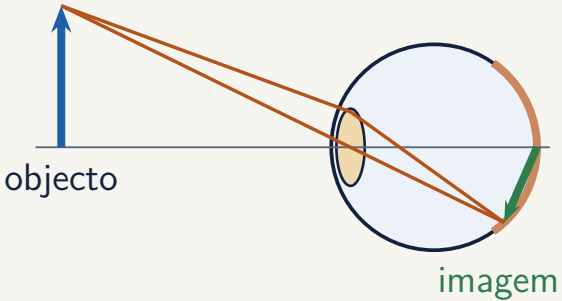
O olho

A imagem na retina

Como numa máquina fotográfica, a imagem é **real**: a luz chega mesmo à retina.

É **invertida**: a luz do topo do objecto chega abaixo do eixo.

O cérebro lê-a assim: vemos o mundo direito.



O olho

O olho reduzido

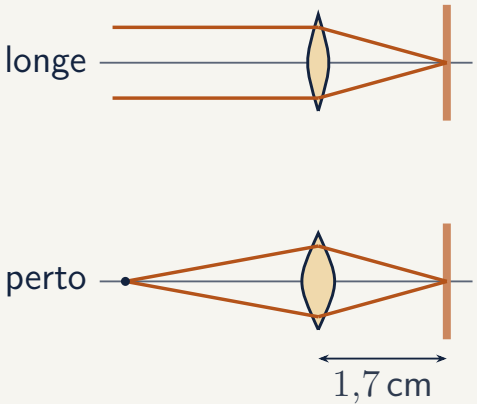
Uma só lente; a retina a $1{,}7\,\text{cm}$, fixa.

Objecto muito distante:

$$P = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{0{,}017} = 59\,\text{D}$$

A $25\,\text{cm}$: $P = 4 + 59 = 63\,\text{D}$.

Como s' é fixo, tem de mudar P.

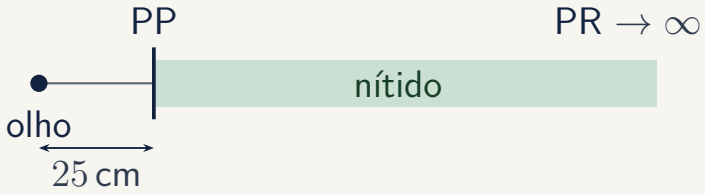


O olho

Acomodação

Um músculo muda a forma do cristalino. Relaxado: achatado, foca ao longe. Contraído: mais curvo e mais potente, foca ao perto.

Ponto remoto (PR): o mais longe que se vê nítido. **Ponto próximo** (PP): o mais perto.



O olho

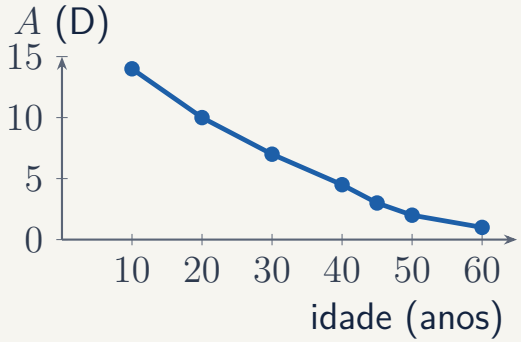
A amplitude de acomodação

Quanto a potência pode aumentar (s' fixo):

$$A = \frac{1}{\text{PP}} - \frac{1}{\text{PR}}$$

PP a $25\,\text{cm}$ e PR no infinito, por volta dos 40 anos: $A = 4\,\text{D}$.

Com a idade, o cristalino endurece e A diminui.



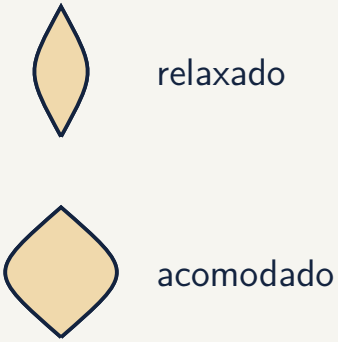
RESPOSTA

Focar ao perto e ao longe

Como consegue o olho focar ao perto e ao longe?

Uma máquina fotográfica foca movendo a lente. O olho não pode: a retina está fixa.

Muda a potência: o cristalino arredonda-se ao perto. Para $25\,\text{cm}$, mais $4\,\text{D}$.



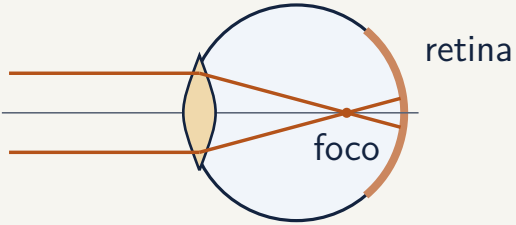
Defeitos de visão

Miopia

O olho converge demais: é potente demais, ou comprido demais.

A luz de um objecto distante foca antes da retina: vê-se desfocado.

Só se vê nítido até ao **PR**, que fica perto.



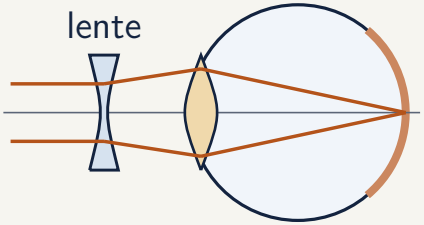
Defeitos de visão

A correcção da miopia

Uma lente divergente faz, de um objecto no infinito, uma imagem virtual no PR. O olho vê-a nítida.

$$P = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{-\mathrm{PR}} = -\frac{1}{\mathrm{PR}}$$

PR a $50\,\mathrm{cm}$: $P = -2\,\mathrm{D}$.



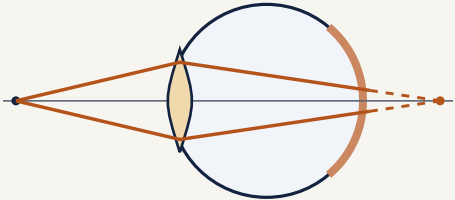
Defeitos de visão

Hipermetropia

O olho converge de menos: é pouco potente, ou curto.

Ao longe, acomoda e compensa. Ao perto, já não chega: o PP fica longe.

Ao ler, a imagem cairia atrás da retina.



Objecto perto: o foco cai atrás da retina.

Defeitos de visão

Presbiopia

Com a idade, o cristalino endurece e a amplitude A diminui. O PP afasta-se.

Aos 50 anos, $A \approx 2\,\text{D}$. Com o PR no infinito:

$$\frac{1}{\text{PP}} = A = 2\,\text{D} \;\Rightarrow\; \text{PP} = 50\,\text{cm}$$

Para ler a $25\,\text{cm}$ seriam precisas $4\,\text{D}$: faltam $2\,\text{D}$. É preciso afastar o texto.

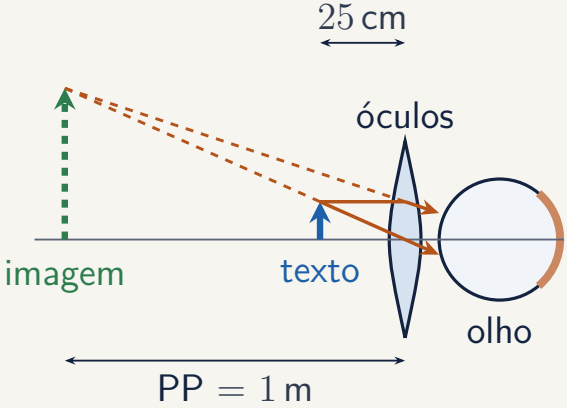
Defeitos de visão

A correcção ao perto

O texto está a $25\,\text{cm}$, mas o olho só foca a partir do PP. A lente põe a imagem do texto no PP:

$$P = \frac{1}{0{,}25} - \frac{1}{\text{PP}} = 4 - \frac{1}{\text{PP}}$$

PP a $1\,\text{m}$: $P = 3\,\text{D}$, convergente.



RESPOSTA

Míopes e presbíopes

Porque é que os míopes vêem mal ao longe e os presbíopes mal ao perto?

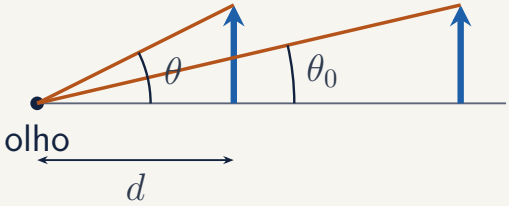
- O míope tem potência a mais: ao longe, a imagem forma-se antes da retina. Lente divergente.
- O presbíope já não acomoda: ao perto, a imagem cairia atrás da retina. Lente convergente.
- Um míope que envelhece pode precisar das duas: para longe e para perto.

Ampliação angular
O tamanho aparente

O olho vê o ângulo que o objecto ocupa: $\theta \approx h/d$.

Sem lupa, o mais perto que se vê bem é o PP: $\theta_0 = h/25\,\text{cm}$.

$$M = \frac{\theta}{\theta_0}$$



Mais perto do que o PP, o ângulo cresce mas o olho já não foca.

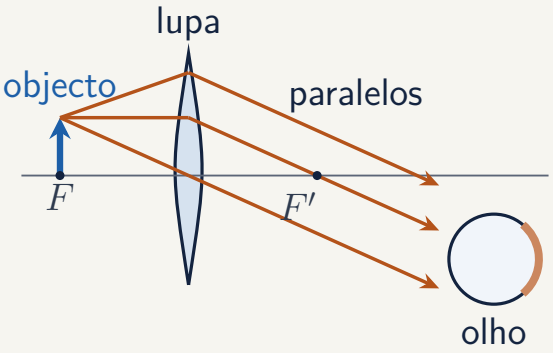
Ampliação angular

A lupa

Objecto logo dentro de F: a imagem é virtual, direita, longe e muito maior. O olho vê-a sob $\theta \approx h/f$.

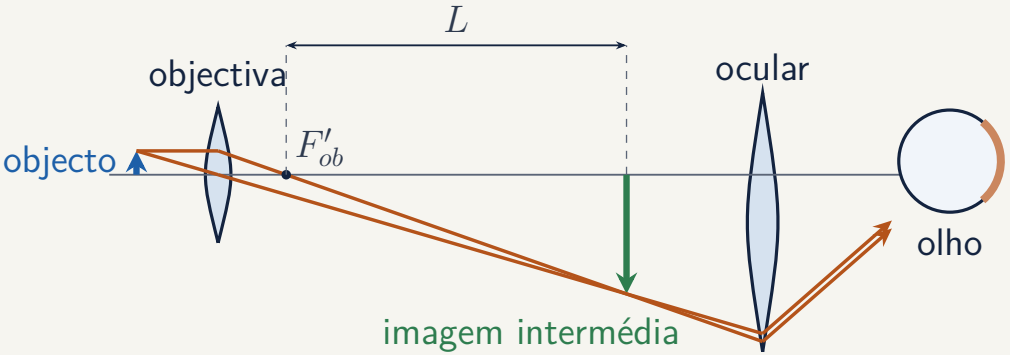
$$M = \frac{h/f}{h/25\,\text{cm}} = \frac{25\,\text{cm}}{f}$$

$f = 5\,\text{cm}$: $M = 5$.



O microscópio

Objectiva e ocular



Objectiva: dá uma imagem intermédia real, invertida e maior.
Ocular: lupa sobre essa imagem; imagem final no infinito.

O microscópio

A ampliação

A imagem intermédia fica a L (o tubo, cerca de $16\,\text{cm}$) para lá do foco da objectiva: $s' = f_{ob} + L$. Da equação das lentes, $s = f_{ob}(f_{ob} + L)/L$:

$$m_{ob} = -\frac{s'}{s} = -\frac{L}{f_{ob}}, \qquad M_{oc} = \frac{25\,\text{cm}}{f_{oc}}$$

$$M = m_{ob}\, M_{oc} = -\frac{L}{f_{ob}}\,\frac{25\,\text{cm}}{f_{oc}}$$

RESPOSTA

O que quer dizer «×400»

Quanto aumenta realmente um microscópio de «×400»?

Objectiva «×40» e ocular «×10»: $f_{ob} = 4\,\text{mm}$, $f_{oc} = 25\,\text{mm}$, $L = 160\,\text{mm}$.

$$m_{ob} = -\frac{160}{4} = -40, \qquad M_{oc} = \frac{250}{25} = 10, \qquad M = -400$$

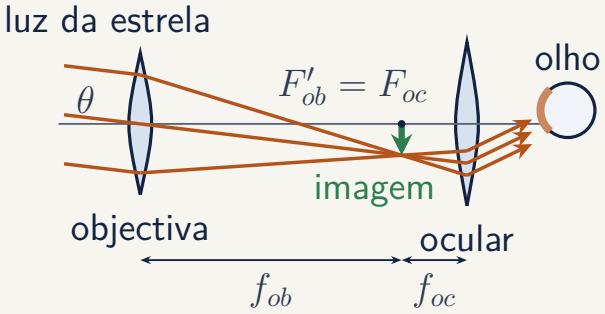
É uma ampliação *angular*: o objecto parece ocupar um ângulo 400 vezes maior do que a $25\,\text{cm}$. O sinal menos: imagem invertida.

O telescópio
De Kepler

A imagem de uma estrela fica no foco da objectiva, que é também o da ocular.

A imagem intermédia tem altura $f_{ob}\theta = f_{oc}\theta'$:

$$M = \frac{\theta'}{\theta} = -\frac{f_{ob}}{f_{oc}}$$



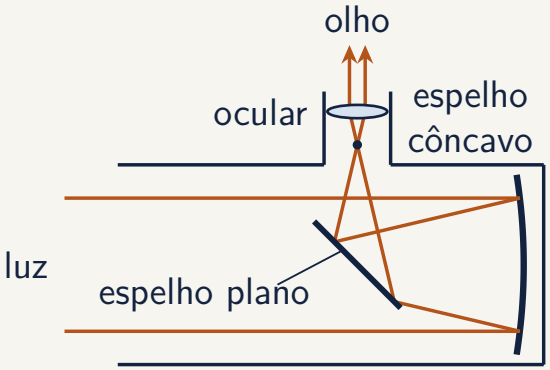
O telescópio

Reflector

Newton trocou a objectiva por um espelho côncavo:

- sem aberração cromática: a reflexão não depende de $n(\lambda)$;
- um espelho grande apoia-se por trás.

Um espelho plano desvia a luz para a ocular.



ENUNCIADO

Exercício resolvido I

Telescópio de Kepler: $f_{ob} = 1{,}00\,\text{m}$, $f_{oc} = 25\,\text{mm}$. Júpiter tem um diâmetro angular de $45''$.

(a) Qual é a ampliação angular?

(b) Com que ângulo se vê Júpiter pela ocular?

(c) Qual é o comprimento do tubo?

(d) Com uma ocular divergente de $-25\,\text{mm}$ (Galileu): comprimento e imagem.

RESOLUÇÃO

Exercício resolvido I

(a) $M = -f_{ob}/f_{oc} = -1000/25 = -40$

(b) Em radianos, $45'' = 45/206265 = 2{,}18 \times 10^{-4}$ rad:

$$\theta' = 40 \times 2{,}18 \times 10^{-4} = 8{,}7 \times 10^{-3}\,\text{rad} = 0{,}5^\circ$$

Do tamanho aparente da Lua a olho nu.

(c) Os dois focos coincidem: $f_{ob} + f_{oc} = 1{,}025\,\text{m}$.

RESOLUÇÃO

Exercício resolvido I

(d) Com uma ocular divergente, o seu foco fica do outro lado. Para os focos coincidirem:

$$L = f_{ob} + f_{oc} = 1000 - 25 = 975\,\text{mm}$$

$$M = -\frac{f_{ob}}{f_{oc}} = -\frac{1000}{-25} = +40$$

Mais curto, e com a imagem direita: é por isso que os binóculos de teatro usam esta montagem.

ENUNCIADO

Exercício resolvido II

Um microscópio tem objectiva de $f_{ob} = 5{,}0\,\text{mm}$, ocular de $f_{oc} = 20\,\text{mm}$ e $L = 160\,\text{mm}$.

(a) Calcule a ampliação.

(b) A que distância da objectiva fica o objecto?

(c) Qual é a distância entre as duas lentes?

(d) Afastando a ocular $1\,\text{mm}$, quanto se move o plano focado?

RESOLUÇÃO

Exercício resolvido II

(a) $M = -\dfrac{160}{5} \times \dfrac{250}{20} = -32 \times 12{,}5 = -400$

(b) A imagem intermédia está a $s' = 5 + 160 = 165\,\text{mm}$:

$$s = \frac{1}{1/5 - 1/165} = 5{,}156\,\text{mm}$$

(c) Objectiva até à imagem, mais a imagem até à ocular: $165 + 20 = 185\,\text{mm}$.

RESOLUÇÃO

Exercício resolvido II

(d) A imagem intermédia tem de continuar no foco da ocular: passa a $s' = 166\,\text{mm}$.

$$s = \frac{1}{1/5 - 1/166} = 5{,}155\,\text{mm}$$

$$\Delta s = 1\,\mu\text{m}$$

$\Delta s'/\Delta s = m_{ob}^2 \approx 1000$: por isso o microscópio tem um parafuso micrométrico.

ENUNCIADO

Exercício resolvido III

Um míope tem o ponto remoto a $40\,\text{cm}$. Um presbíope tem o ponto próximo a $80\,\text{cm}$.

(a) Que lente de contacto precisa o míope para ver ao longe?

(b) Que lente de contacto precisa o presbíope para ler a $25\,\text{cm}$?

(c) As lentes são convergentes ou divergentes?

(d) Repita (a) e (b) para óculos a $12\,\text{mm}$ do olho.

RESOLUÇÃO

Exercício resolvido III

(a) Imagem do infinito no PR, $s' = -0{,}40\,\text{m}$:

$$P = -\frac{1}{0{,}40} = -2{,}5\,\text{D}$$

(b) Objecto a $0{,}25\,\text{m}$, imagem virtual no PP:

$$P = \frac{1}{0{,}25} - \frac{1}{0{,}80} = 4 - 1{,}25 = 2{,}75\,\text{D}$$

(c) O míope usa uma lente divergente; o presbíope, uma convergente.

RESOLUÇÃO

Exercício resolvido III

(d) As distâncias contam a partir dos óculos, $1{,}2$ cm à frente do olho.

Míope: o PR fica a $40 - 1{,}2 = 38{,}8$ cm **dos óculos**

$$P = -1/0{,}388 = -2{,}58\,\mathrm{D}$$

Presbíope: objecto a $23{,}8$ cm**, imagem a** $78{,}8$ cm

$$P = \frac{1}{0{,}238} - \frac{1}{0{,}788} = 2{,}93\,\mathrm{D}$$