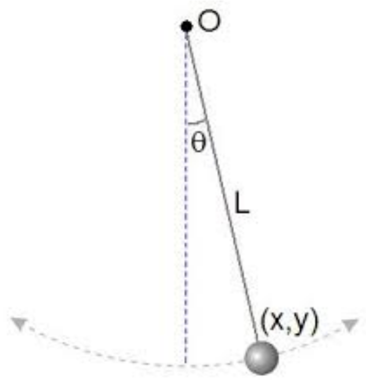
Experiência 2: Pêndulo

Objetivo:

Estudo do movimento de um pêndulo. Centro de gravidade. Momento de inércia.

Introdução

O pêndulo simples é um sistema constituído por uma massa *m* (considerada pontual) suspensa num fio inextensível de massa desprezável. Quando em equilíbrio, o peso da massa *m* é equilibrado pela força de tensão no fio, que fica esticado na vertical de lugar. Se a massa é deslocada da posição de equilíbrio mantendo o fio esticado, o peso deixa de estar equilibrado pela tensão no fio e aparece uma força resultante não nula que tende a recuperar a posição de equilíbrio. A massa *m* executa então um movimento periódico em torno da posição de equilíbrio. Na ausência de atrito e para pequenas oscilações, pode mostrar-se que o movimento da massa é harmónico simples, movimento periódico em que a dependência temporal da posição pode ser descrita por uma função seno: $\theta = \theta_{\max} \sin(\omega t + \phi_0)$. O valor da frequência angular, *ω,* ou do período, *T=2π/ω* (tempo que dura uma oscilação completa), está diretamente relacionado com o valor da aceleração da gravidade, *g*:



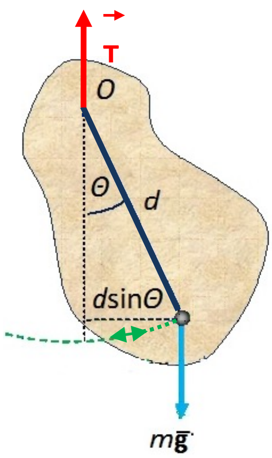
$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \text{ ou } T = 2\pi\sqrt{L/g} \text{ (onde } L \text{ representa o comprimento do fio do pêndulo).}$$

Se em vez de um pêndulo simples suspendermos de um ponto um qualquer outro objecto, teremos um comportamento semelhante. Quando imóvel o peso é exactamente equilibrado pela força no ponto de suspensão, e, afastado o objecto do equilíbrio ele oscila em torno da posição de equilíbrio, podendo considerar-se para pequenas oscilações que o movimento é harmónico simples $\theta = \theta_{\max} \sin(\omega t + \phi_0)$. Este sistema designa-se pêndulo físico, do qual o pêndulo simples é um caso particular.

O pêndulo físico é sistema que executa um movimento periódico rodando em torno de um ponto fixo. Pode assim ser discutido com base no equilíbrio de rotação. Um objecto está em equilíbrio de rotação em torno de um ponto se o momento das forças (ou torque τ) que o actuam é nulo. Se esta condição não se verifica o corpo roda adquirindo momento angular $L = I\dfrac{d\theta}{dt}$ onde I representa o momento de inércia e a $\dfrac{d\theta}{dt}$ é o valor da velocidade angular (ângulo varrido por unidade de tempo). O momento angular é um vector cuja direcção é perpendicular ao plano da rotação e cujo sentido indica o sentido da rotação.

No caso de um corpo rígido suspenso, o centro de rotação será o ponto de suspensão e o peso deve ser considerado aplicado no centro de gravidade do corpo.

$$\tau = \frac{dL}{dt} \quad \rightarrow \quad \tau = I\frac{d^2\theta}{dt^2}$$



Onde os vectores caíram porque se admite que o plano de oscilação se mantém constante.

Como o momento da força T é nulo, o momento das forças relativas ao ponto de suspensão é igual ao momento do peso: $\tau = r \times P \quad \rightarrow \quad \tau = d\,P\sin(\theta)$, e considerando que para pequenos ângulos $\sin(\theta) \approx \theta$

$$I\frac{d^2\theta}{dt^2} = d\;P\,\theta$$

Que tem como solução $\theta = \theta_{\max}\sin(\omega t + \phi_0)$. Substituindo esta solução na equação anterior, obtém-se:

$$-I\omega^2\theta = -d\;P\,\theta \quad \Rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{d\,Mg}{I}} \Leftrightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{d\,Mg}}$$

A partir da frequência de oscilação e da posição do centro de gravidade é possível obter o momento de inércia do corpo.

No caso do pêndulo simples $d=L$ e $I=ML^2$, recuperando-se $\quad T = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$.