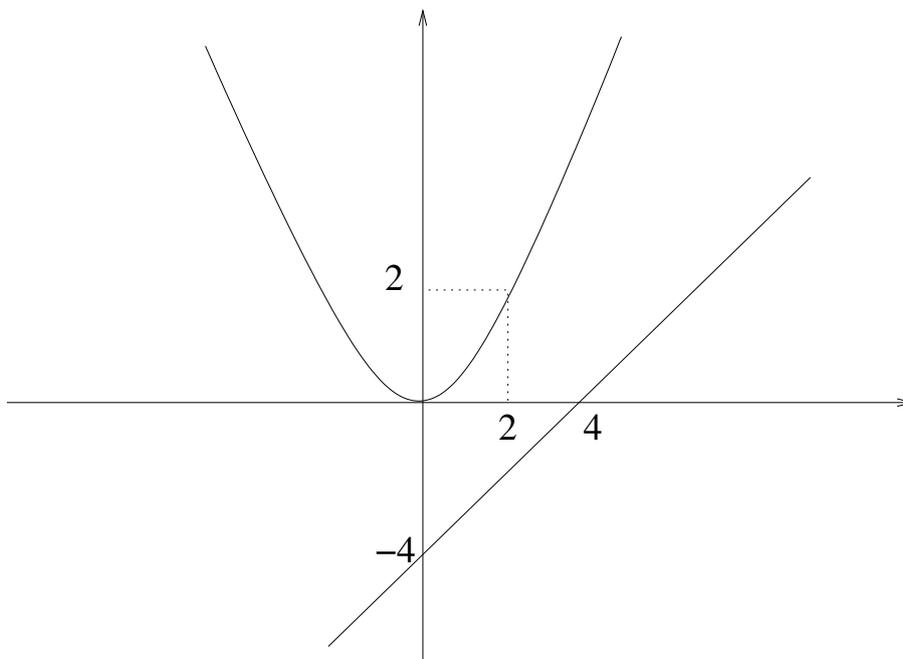


COMPLEMENTOS DE ANÁLISE

Exame 10/01/2019



- (4 valores) **1.** Calcule a distância entre a parábola e a recta acima representadas.
- (3 valores) **2.** Calcule o polinómio de Taylor de ordem 2 associado à função $f(x, y) = x/y$ na vizinhança do ponto $(1, 2)$.
- (3 valores) **3.** Calcule as derivadas parciais (da primeira ordem) da função $f(x, y) = \sin(\alpha(x + y)) \cos(\alpha(x) + \beta(y))$, onde α e β são funções diferenciáveis duma variável.
- (4 valores) **4.** Considere a variável aleatória X uniformemente distribuída no intervalo $[1, 3]$. Calcule a densidade de probabilidade de X . Calcule a sua média e o seu desvio padrão. Considere a variável aleatória $Y = X^2 - 1$. Calcule a densidade de probabilidade de Y . Calcule a sua média e o seu desvio padrão. Calcule o coeficiente de correlação entre X e Y .
- (3 valores) **5.** Considere a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$. Justifique que f não pode ser a densidade de probabilidade duma variável aleatória em \mathbb{R} . Corrija f multiplicando por uma constante apropriada, e considere Z uma variável aleatória em \mathbb{R} com essa densidade de probabilidade. Calcule a média e o desvio padrão de Z .
- (3 valores) **6.** Sejam P e Q duas variáveis aleatórias independentes. Demostre que $E(PQ) = E(P)E(Q)$. Calcule a correlação entre P e Q .