

Posicionamento Geoespacial I

Capítulo 2: GNSS (Global Navigation Satellite System)

(Posicionamento por satélite)

GNSS

A pergunta “onde estou eu/onde está ele na superfície terrestre?” tem cada vez

maior impacto na nossa vida quotidiana:

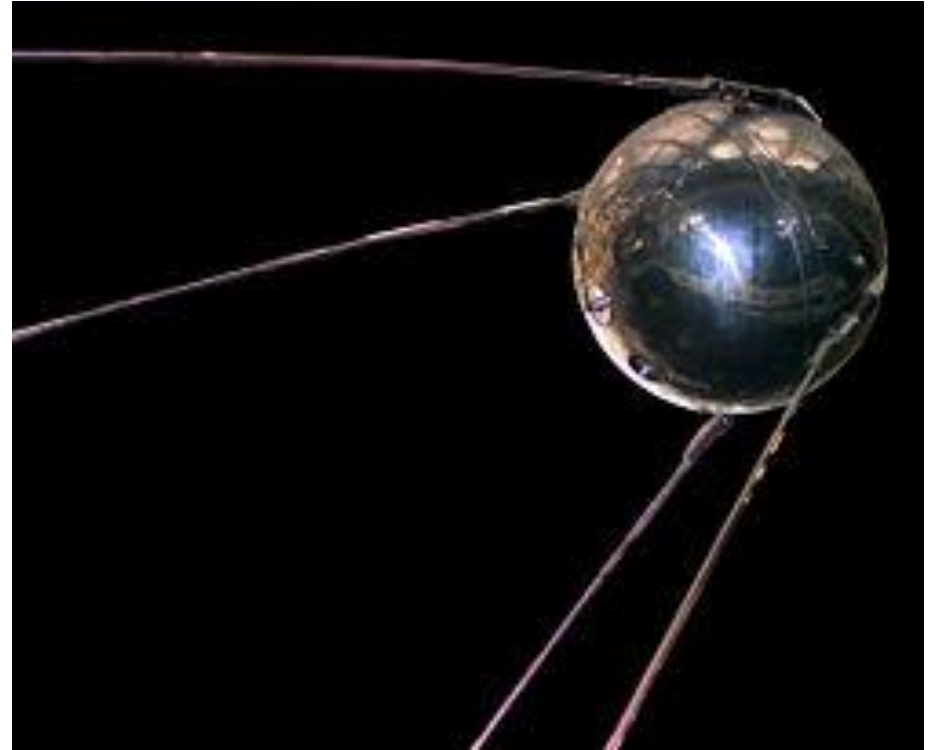
- i) como é que eu encontro uma morada,
- ii) quanto tempo é que o próximo autocarro vai demorar a chegar,
- iii) como é que se controla a localização da frota de uma empresa de transportes,
- iv) como é que um governo implementa o sistema de pagamento de portagens, etc.



O potencial de utilização da informação relativa à **posição** é ilimitado e o respectivo conhecimento pode ser vital em muitas situações e tem várias implicações .

GNSS

O Sputnik foi o primeiro satélite artificial da Terra, tendo sido lançado pela União Soviética a 4 de Outubro de 1957. O satélite era uma esfera de aproximadamente 58.5 cm de raio e pesando 83.6 kg, cuja função básica era transmitir um sinal de rádio, que podia ser sintonizado por qualquer radioamador nas frequências entre 20.005 e 40.002 MHz, emitido continuamente durante 22 dias até que as baterias do transmissor esgotaram a sua energia.



GNSS

Poucos dias depois do lançamento do Sputnik, dois físicos da APL (Johns Hopkins University) William Guier e George Weiffenbach, através da análise do **desvio Doppler** das emissões rádio do satélite, determinaram a respectiva **órbita**, isto é, calcularam a **posição do satélite ao longo do tempo**.

Desvio Doppler: o sinal electromagnético emitido pelo satélite, com uma frequência constante f_S , é recebido pelo receptor com uma frequência f_R , cujo desvio relativamente a f_S varia com a velocidade do satélite em relação ao receptor, tal que

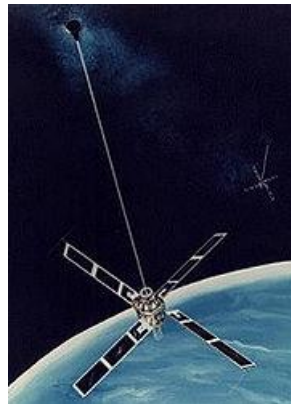
$$f_R = f_S \left(1 - \frac{\dot{r}}{c}\right)$$

onde r é a distância entre o satélite e o receptor, c é a velocidade de propagação da radiação electromagnética e \dot{r} é a velocidade relativa do satélite (em relação ao receptor). Conhecidos f_S e c e medido f_R , a posição r do satélite obtém-se por integração da expressão anterior.

GNSS

O passo seguinte foi a **inversão do processo**, isto é, determinar a **posição do utilizador** com base nas medições do desvio Doppler de um sinal emitido por um **satélite com órbita conhecida**, o que veio a dar origem ao sistema **Transit** (NNSS: Navy Navigation Satellite System), iniciado em **1967** e desactivado em **1994**.

A **componente espacial** do sistema Transit era composta por **5** satélites que possuíam um **oscilador** de frequência padrão muito estável (2 partes em 10^{11} por cada 2 minutos), responsável pela emissão dos sinais electromagnéticos, um relógio, uma memória central que armazenava as efemérides orbitais (actualizadas a cada 12 horas) e um sistema de comando que informava sobre a operacionalidade do satélite.



GNSS

Quando o sistema ficou operacional, pelo menos dez satélites – um satélite sobressalente para cada satélite da constelação de base – estavam em órbita (órbitas polares de baixa altitude, a **1100 km** acima da superfície da Terra, com um período orbital de cerca de **106 minutos**).

No equador, o intervalo de tempo entre duas passagens consecutivas correspondia ao período orbital (106 minutos) se o mesmo satélite estivesse visível em ambas as passagens (a Terra gira 15° /hora) e seria da ordem de várias horas, caso contrário.

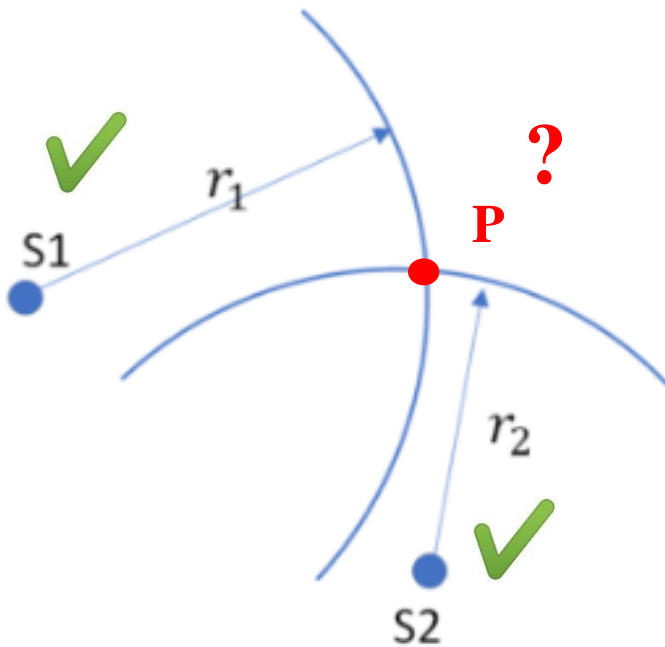
Nas latitudes médias, o atraso típico seria de uma hora ou duas para 2 passagens seguidas (**ou seja, a determinação da posição demorava mais de uma hora**).

GNSS

O NAVSTAR-GPS (NAVigation Sistem with Timing And Ranging Global Positioning Sistem) foi o primeiro Sistema Global de Posicionamento por Satélite (GNSS) a ser implementado. O respectivo desenvolvimento pretendeu:

- a) Funcionar de forma **contínua**, **instantânea**, **global**, **em quaisquer condições climatéricas**
- b) Fornecer aos utilizadores a capacidade de **determinação da posição** (com precisão entre 100 m e 1 mm), **tempo** (com precisão entre 60 ns e 5 ns) e **velocidade**.
- c) Ter utilização civil

GNSS

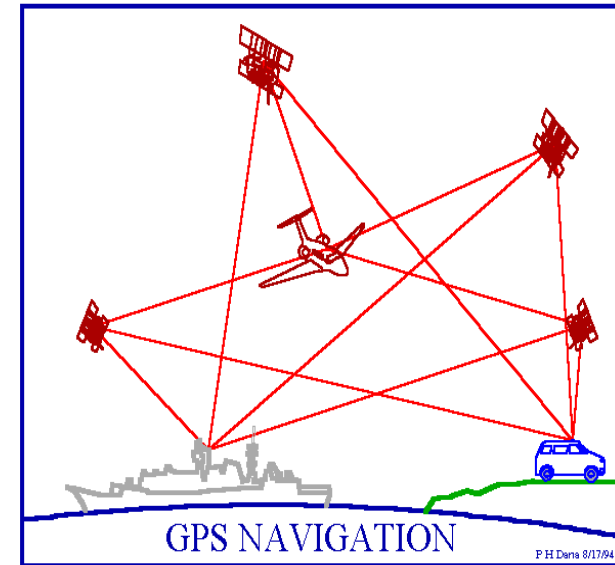
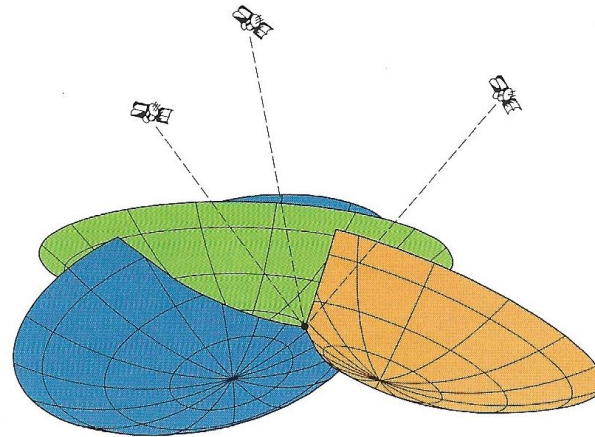
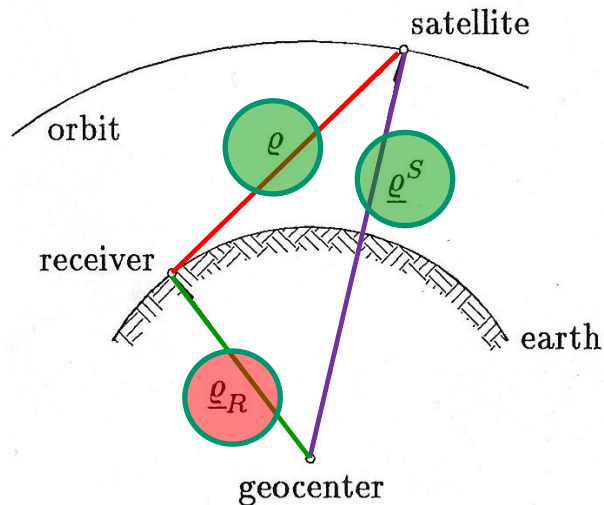


Posicionamento no plano

Sejam S_1 e S_2 pontos de coordenadas conhecidas. Se a distância do ponto S_1 ao ponto P de coordenadas desconhecidas for conhecida, este último tem que pertencer à circunferência com centro em S_1 e raio igual à distância r_1 . Se a distância de S_2 a P for igualmente conhecida, P tem que pertencer à circunferência de centro S_2 e raio r_2 . O ponto P terá que estar na intersecção dos 2 arcos.

GNSS

A determinação da posição de um utilizador do sistema GPS é essencialmente um problema de **trilateração no espaço**, supondo conhecida a distância desse utilizador a 3 ou mais satélites. A estimação da posição utilizando o sistema GPS é tão exacta que o sistema é utilizado para medir o movimento das placas tectónicas.



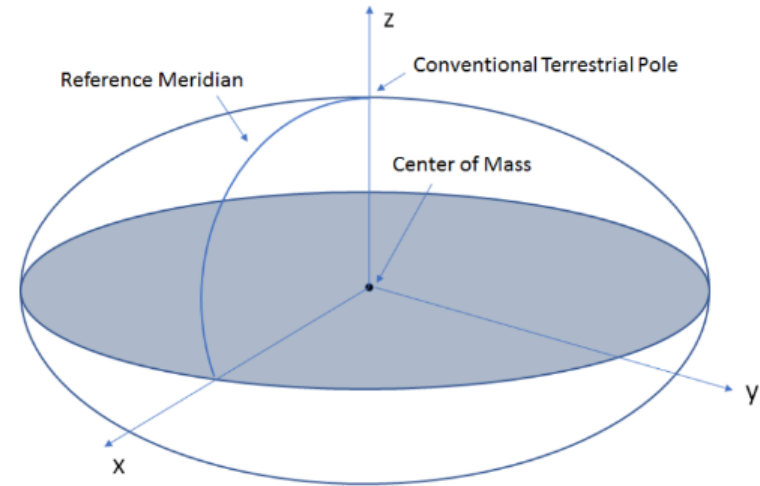
Pode dizer-se que a exactidão da determinação da posição depende:

- Exactidão da posição de cada satélite
- Exactidão da determinação da distância
- Geometria receptor-satélites

GNSS

Por **posicionamento** entende-se a determinação da posição de objectos estacionários ou em movimento. Estas posições podem ser determinadas:

1. relativamente a um referencial **global** (geocêntrico) bem definido através das coordenadas da origem e da direcção dos eixos



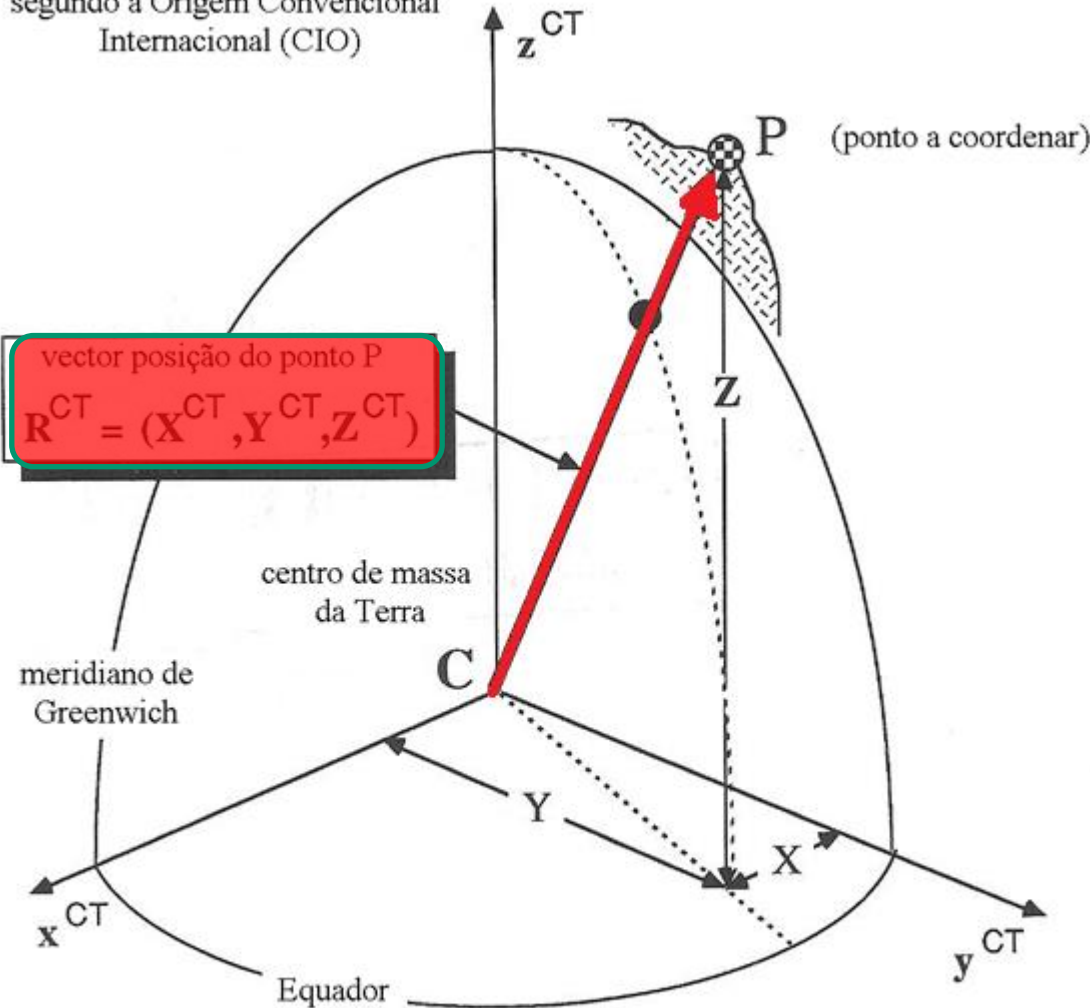
An Earth Centered, Earth Fixed (ECEF) coordinate system

2. relativamente a outro ponto, cuja posição é conhecida, **considerado como origem de um referencial local**

O primeiro modo designa-se por posicionamento **absoluto** e o segundo por posicionamento **relativo**.

GNSS

segundo a Origem Convencional Internacional (CIO)



vector posição do ponto P
 $R^{CT} = (X^{CT}, Y^{CT}, Z^{CT})$

centro de massa da Terra

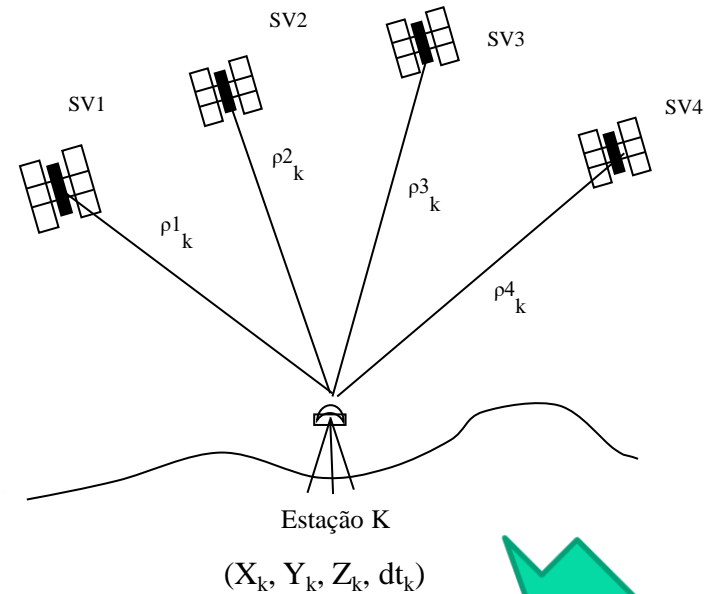
meridiano de Greenwich

Equador

Referencial geocêntrico global

Posicionamento

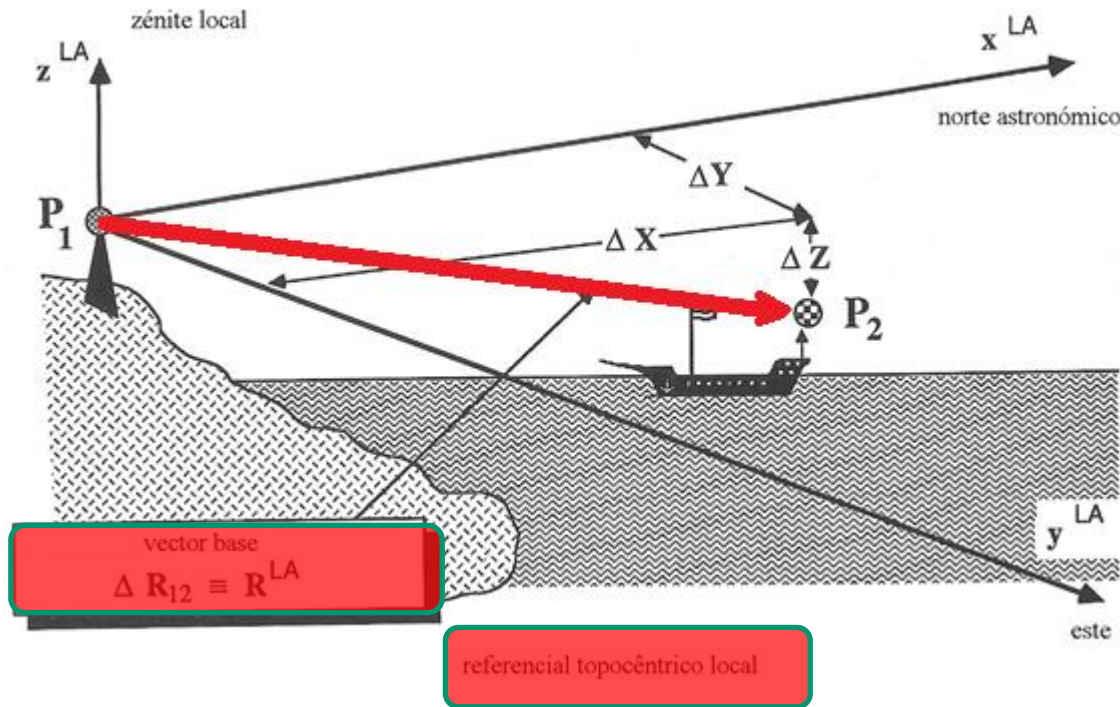
absoluto



1 receptor

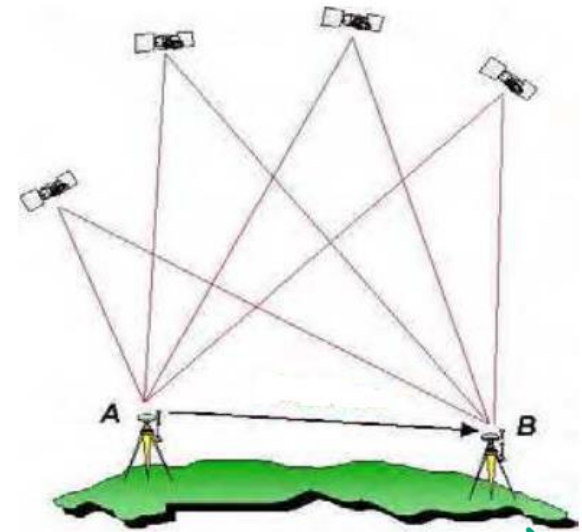
as coordenadas do ponto, que pode estar **fixo** ou **em movimento**, estão associadas directamente ao geocentro

GNSS



Posicionamento

relativo



2 ou mais receptores

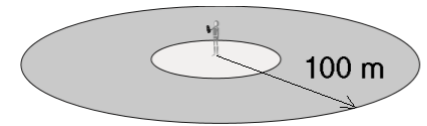
as coordenadas do ponto, que pode estar **fixo** ou **em movimento**, são determinadas num referencial materializado por um ou mais vértices de coordenadas conhecidas

Se a posição R_1 do ponto P_1 for conhecida num referencial global e se o vector base ΔR_{12} (este vector determina-se com maior rigor do que o vector R) for determinado (num referencial global ou local), tem-se $R_2 = R_1 + \Delta R_{12}$.

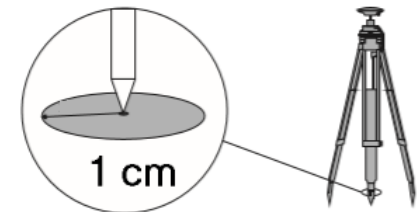
GNSS

Para além do posicionamento **absoluto** ou **relativo**, também se pode classificar o posicionamento como em **tempo real** (as coordenadas são obtidas praticamente no momento do posicionamento em campo) ou **pós processado** (os dados são processados após a recolha no campo). Pode ainda classificar-se o posicionamento como **estático** e **cinemático**, consoante o objecto a coordenar esteja em repouso ou em movimento.

	Dinâmico (tempo real)	Estático (pós processamento)
Absoluto (1 receptor)	Navegação	Coordenação de um ponto
Relativo (>1 receptor)	Navegação relativa (com ligação radio)	Coordenação relativa de um ponto



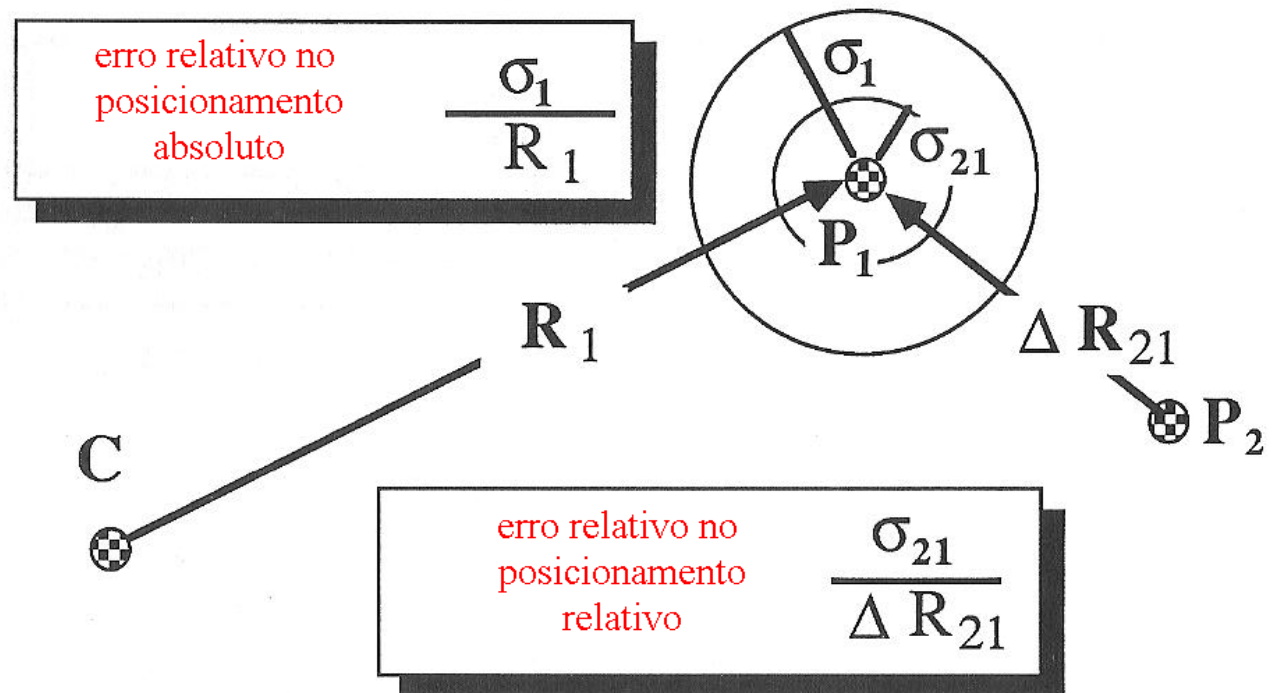
MODO	Aplicação	Observável	Comprimento onda/ Ruído	Precisão (com S/A)	Procedimento
Absoluto	Navegação	Pseudo-distância (C/A ou P)	300 m/1 a 3 m	100 m (C/A) 5 m (P)	1 receptor
Relativo	DGPS (diferencial)	Pseudo-distância (C/A)	300 m/1 a 3 m	1 a 15 m	2 receptores
		Pseudo-distância (P)	30 m/10 a 30 cm	1 a 2 m	+
	RTK	Fase (L1 e/ou L2)	20 cm/ 5 cm	5 cm	ligação rádio (tempo real)
	Topografia	Fase	20 cm/1 a 2 mm	1 cm (L1) 1 mm (L1 e L2)	2 receptores (pós processamento)



A recepção simultânea de sinais de múltiplos satélites por várias estações permite que diversas fontes de erros nas observações sejam canceladas.

GNSS

Uma forma de representação da exactidão consiste em dividir o erro de posição σ pela distância à origem: **1 m** de incerteza (σ) no posicionamento absoluto (geocêntrico) de um ponto representa um erro relativo de σ/R , R =raio da Terra, igual a **0.16 ppm**; se se cometer um erro relativo de **0.16 ppm** no posicionamento relativo de dois pontos distanciados de 10 km, a incerteza do posicionamento é igual a **1.6 mm**.



GNSS

O problema da determinação da **posição de um utilizador** pode dividir-se em 2 subproblemas:

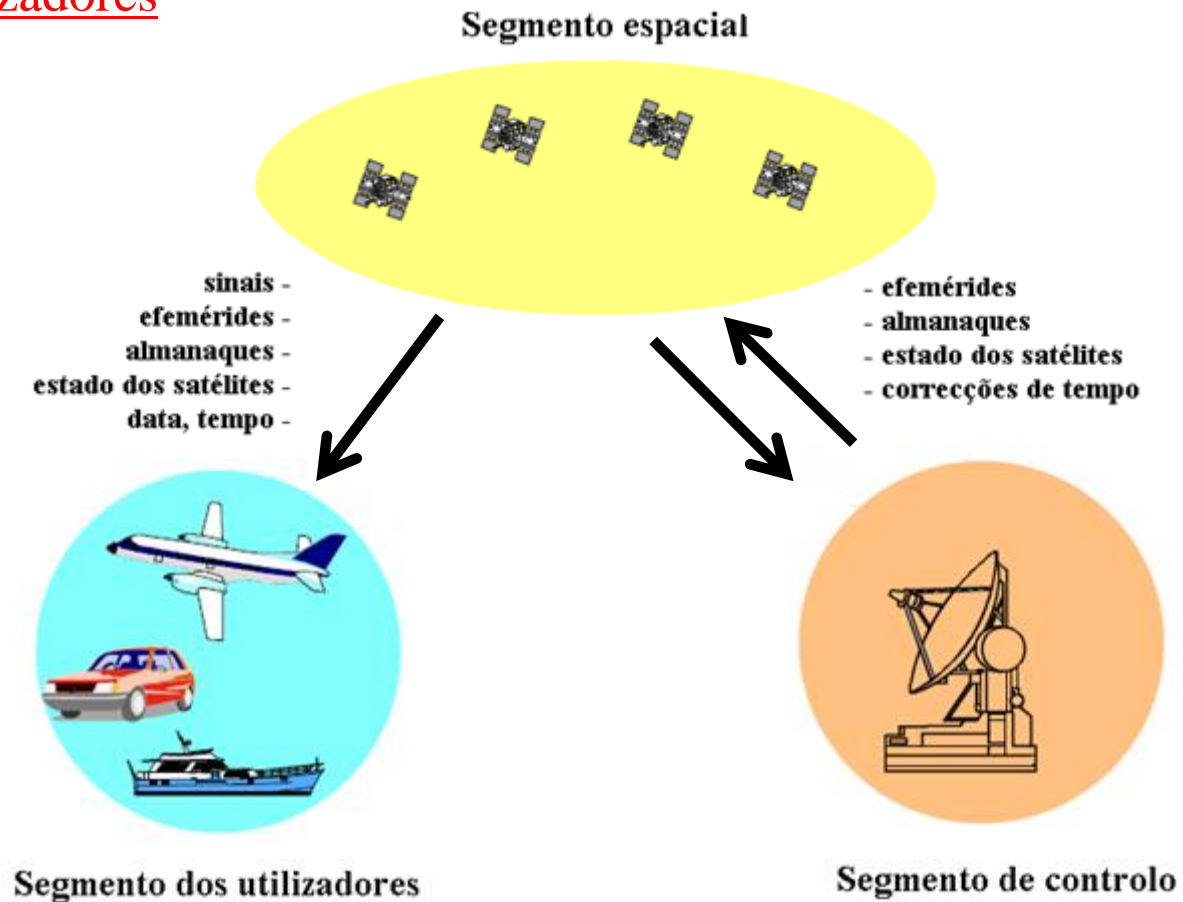
1. Determinação da **posição de cada satélite ao longo do tempo**
2. Determinação da **distância do utilizador a cada satélite ao longo do tempo**

As coordenadas dos pontos que resultam de um levantamento GPS são obtidas no *datum* global associado aos satélites. De forma a ser possível comparar estes resultados com coordenadas já existentes desses pontos num *datum* local, é necessário efectuar uma transformação de coordenadas.

GNSS

O sistema GPS compreende **3 segmentos funcionais**:

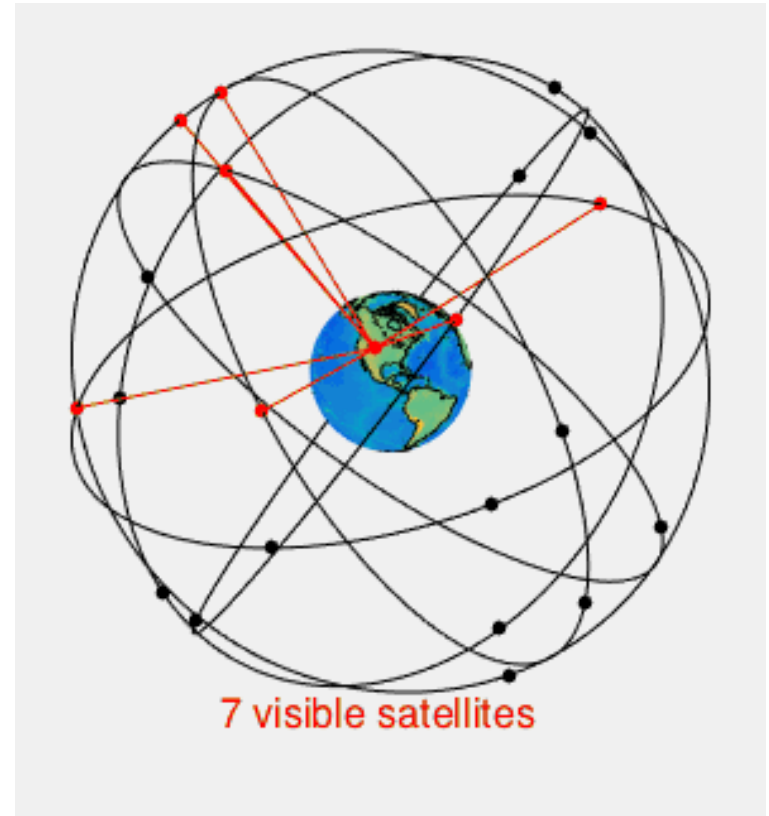
- segmento espacial (os satélites operacionais)
- segmento de controlo (estações terrestres envolvidas na monitorização do sistema)
- segmento dos utilizadores



GNSS

Segmento espacial: o primeiro satélite foi colocado em órbita em 22 de Fevereiro de 1978, sendo a constelação completa constituída por **24 satélites** operacionais a orbitar a Terra a **20240 km de altitude**, com período $\approx 12^h$, distribuídos por **6 planos orbitais**, **inclinados 55° em relação ao equador** (ao longo do tempo os satélites mais antigos vão sendo substituídos).

Desta forma existe sempre um mínimo de 4 satélites acessíveis via rádio em qualquer ponto da superfície terrestre. Se a órbita de um satélite passar pelo zénite do observador, esse satélite fica acima do horizonte desse observador ≈ 5 horas.



(a constelação está completa desde o fim de 1993)

GNSS

Os satélites têm diversos **sistemas de identificação**: número da sequência de lançamento, código de ruído pseudoaleatório (**PRN**), número da posição orbital, número do catálogo da NASA e identificação internacional, sendo o número PRN normalmente utilizado. O código PRN permite que todos os satélites partilhem a mesma frequência de emissão sem interferências.

Há **várias classes de satélites GPS**: **bloco I**, pesando 845 kg, com inclinação orbital igual a 63°; **bloco II**, pesando 1500 kg, com inclinação orbital igual a 55°; **bloco IIA**, semelhantes aos do bloco II, com inclinação orbital igual a 55° e dispendo de comunicação mútua e retroreflectores, possibilitando o respectivo rastreio por laser; **bloco IIR**, ainda em desenvolvimento, pesando mais de 2000 kg, dispendo de relógios atômicos pelo menos uma ordem de magnitude mais precisos do que os dos blocos II e IIA; **bloco IIF**, dispendo de sistemas de navegação inercial e de sinal com uma estrutura mais completa.

Summary of satellites

Block	Launch Period	Satellite launches				Currently in orbit and healthy
		Suc-cess	Fail-ure	In prep-eration	Plan-ned	
I	1978–1985	10	1	0	0	0
II	1989–1990	9	0	0	0	0
IIA	1990–1997	19	0	0	0	9
IIR	1997–2004	12	1	0	0	12
IIR-M	2005–2009	8	0	0	0	7
IIF	From 2010	3	0	10	0	2
IIIA	From 2014	0	0	0	12	0
IIIB	—	0	0	0	8	0
IIIC	—	0	0	0	16	0
Total		61	2	10	36	30

(Last update: October 8, 2012)

PRN 01 from Block IIR-M is unhealthy

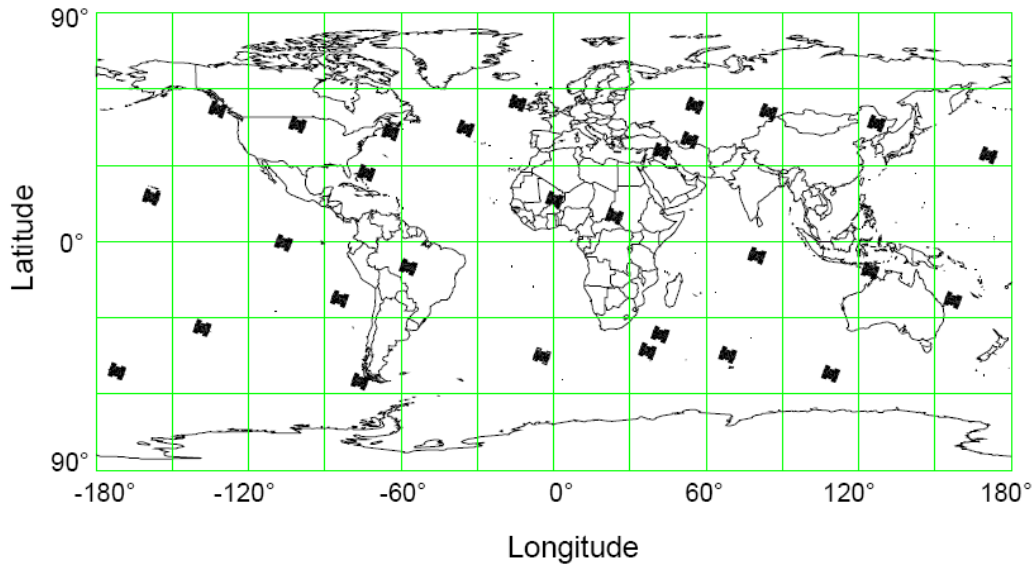
PRN 25 from Block IIA is unhealthy

PRN 32 from Block IIA is unhealthy

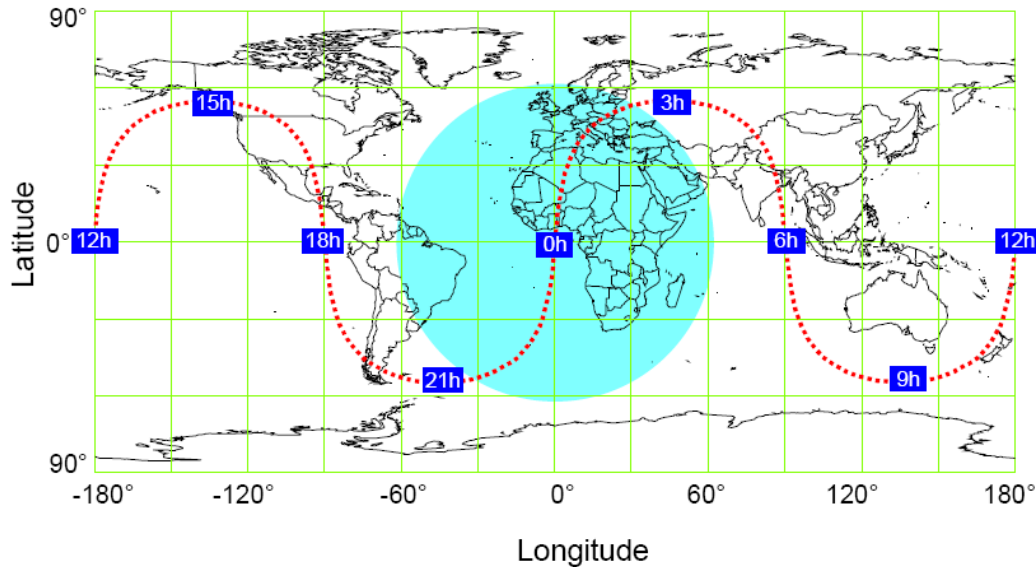
PRN 27 from Block IIA is unhealthy

^[18] For a more complete list, see [list of GPS satellite launches](#)

GNSS



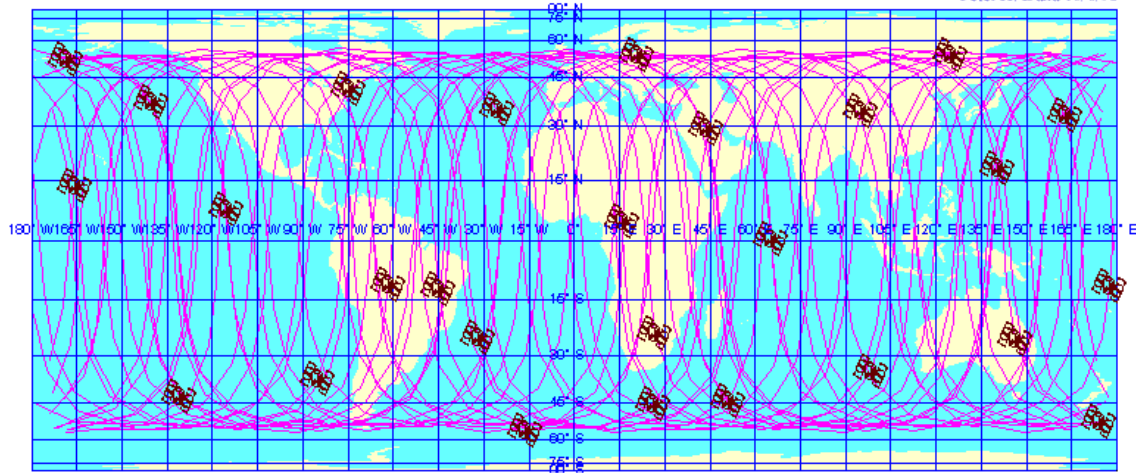
Constelação GPS às 12:00 h UTC do dia 14 de Abril 2001



Alcance de um satélite GPS, definindo a zona onde o sinal pode ser recebido

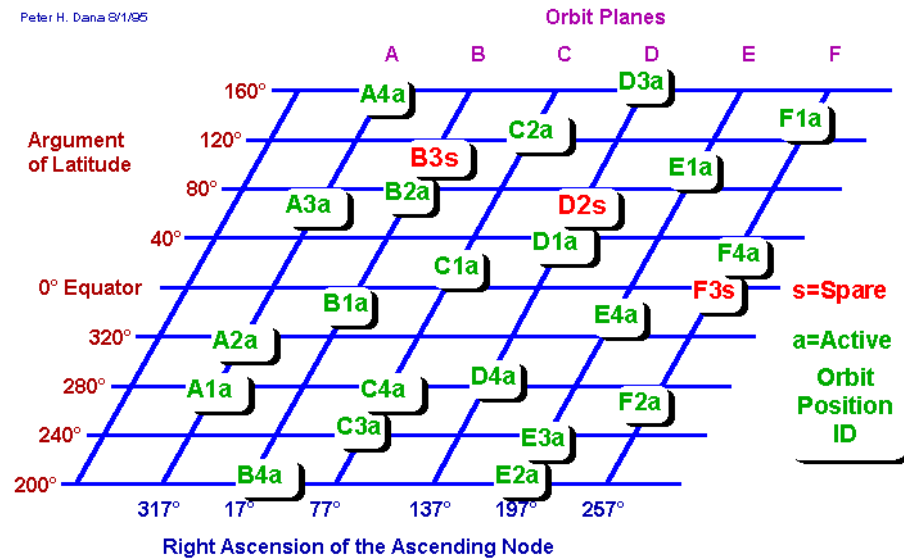
GNSS

Peter H. Dana 10/6/98



Global Positioning System Satellites and Orbits
for 27 Operational Satellites on September 29, 1998
Satellite Positions at 00:00:00 9/29/98 with 24 hours (2 orbits) of Ground Tracks to 00:00:00 9/30/98

Peter H. Dana 8/1/95



Simplified Representation of Nominal GPS Constellation

GNSS

	GPS	Galileo	Glonass
Ano em que está/estará operacional	1993	2011	2010
Número mínimo de satélites quando operacional	21+3	27+3	21+3
Número actual de satélites (2007)	30	1	13
Número de planos orbitais	6	3	3
Número de satélites por órbita	4	10	8
Inclinação dos planos orbitais	55°	56°	64.8°
Altitude dos satélites (km)	20240	23222	19100
Bandas de frequência utilizadas	L1,L2,L5	L1,E1,E2,E5,E6	L1,L2

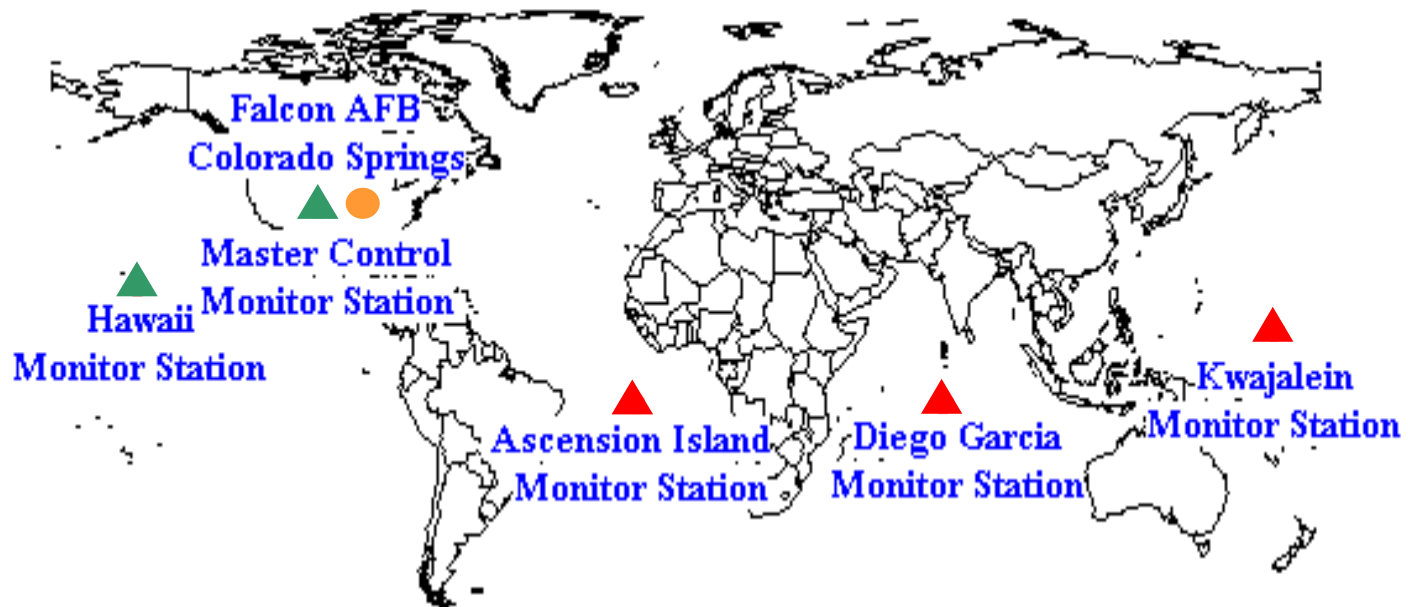
- o período orbital dos satélites é aproximadamente igual a 12 h siderais (~11 h 56 m UTC), pelo que “nascem”, isto é, ultrapassam o horizonte, tornando-se visíveis num dado local, cerca de 4 minutos mais cedo de dia para dia
- informação detalhada relativa ao historial e situação actual da constelação GPS pode ser obtida em <http://tycho.usno.navy.mil>

GNSS

O **segmento de controle** é composto por:

- ✓ 1 estação principal de controle (Colorado Springs);
- ✓ 5 estações de monitorização ou rastreio de satélites, 3 das quais são também estações transmissoras (Ascension, Diego Garcia e Kwajalein).

Peter H. Dana 5/27/95



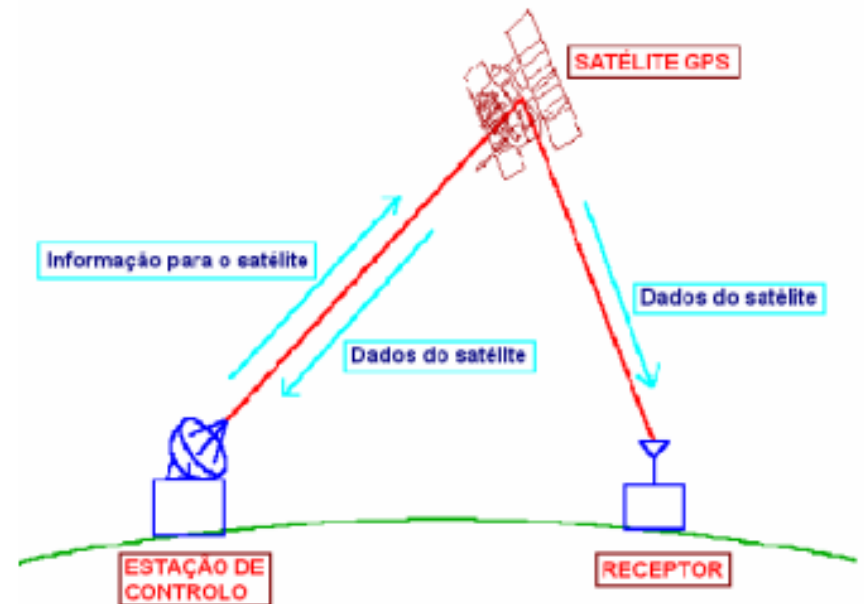
Global Positioning System (GPS) Master Control and Monitor Station Network

GNSS

Funções:

- ✓ Verificar o funcionamento dos satélites
- ✓ Calcular as **órbitas** dos satélites para uma dada época
- ✓ Sincronizar os **relógios dos satélites** com o tempo GPS
- ✓ Determinar **parâmetros ionosféricos**
- ✓ Controlar as manobras de substituição e de correcção das órbitas
- ✓ Actualizar a **mensagem de navegação**
- ✓ Enviar os dados necessários aos satélites

Os dados recolhidos nas **estações de monitorização** são enviados para a **estação principal** onde são efectuados os cálculos necessários à actualização da mensagem de navegação. Os dados actualizados são enviados periodicamente para as **estações de transmissão** que posteriormente os enviam para os satélites.

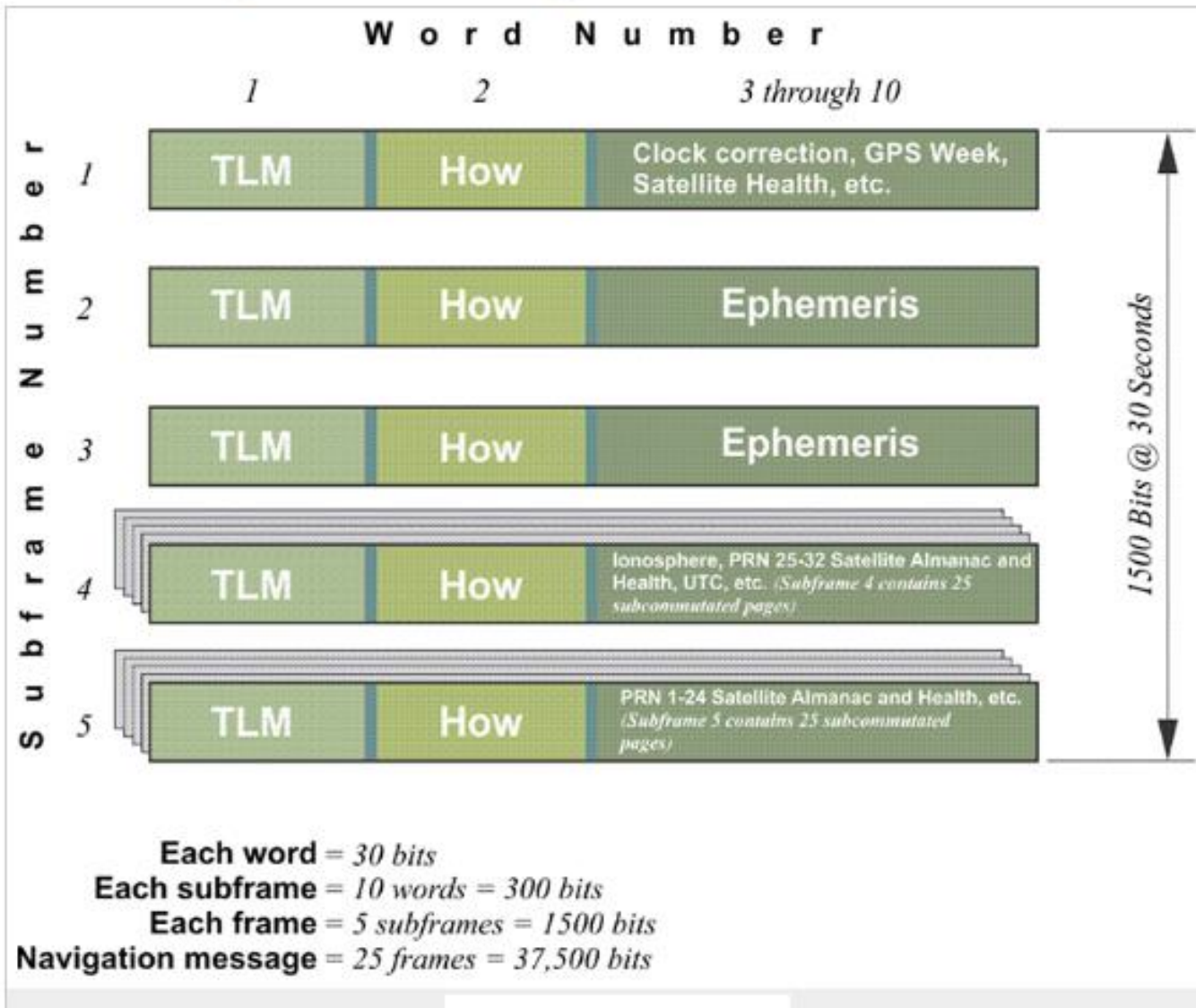


GNSS

A **mensagem de navegação** transmitida por cada satélite contém a seguinte informação:

- o tempo do relógio do satélite e sinais de sincronização
- informação orbital precisa (efemérides)
- dados orbitais aproximados de toda a constelação (almanaque)
- correções para o cálculo do tempo de percurso
- dados sobre a ionosfera
- informação sobre o estado de cada satélite

The Navigation Message



GNSS

As **efemérides** contêm informação sobre a semana GPS, a exactidão e a saúde do satélite, a “idade” da informação, os coeficientes de correcção do relógio do satélite e os **parâmetros orbitais, válidos duas horas antes e duas horas após o tempo de efemérides (toe)**, que pode ser considerado como a época em que estes dados foram calculados pelo segmento de controlo da constelação. **Permitem portanto a determinação rigorosa da posição dos satélites ao longo do tempo**, indispensável para efectuar a triangulação que localiza o receptor.

GNSS

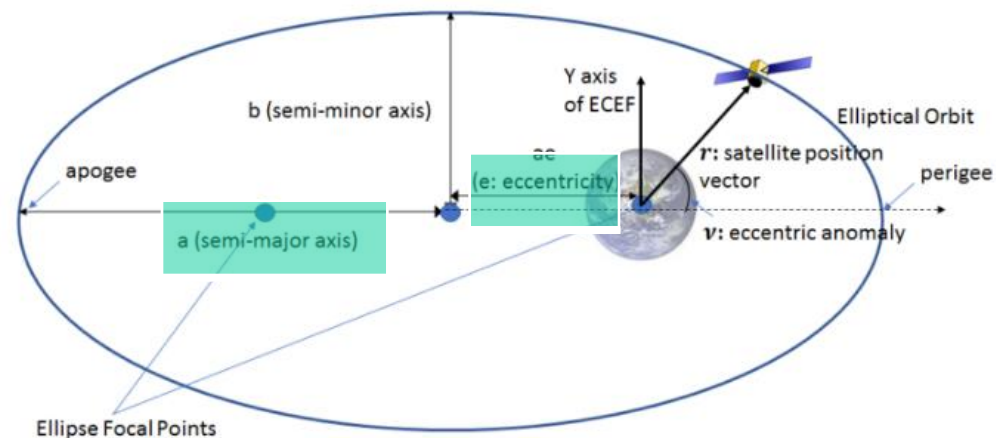
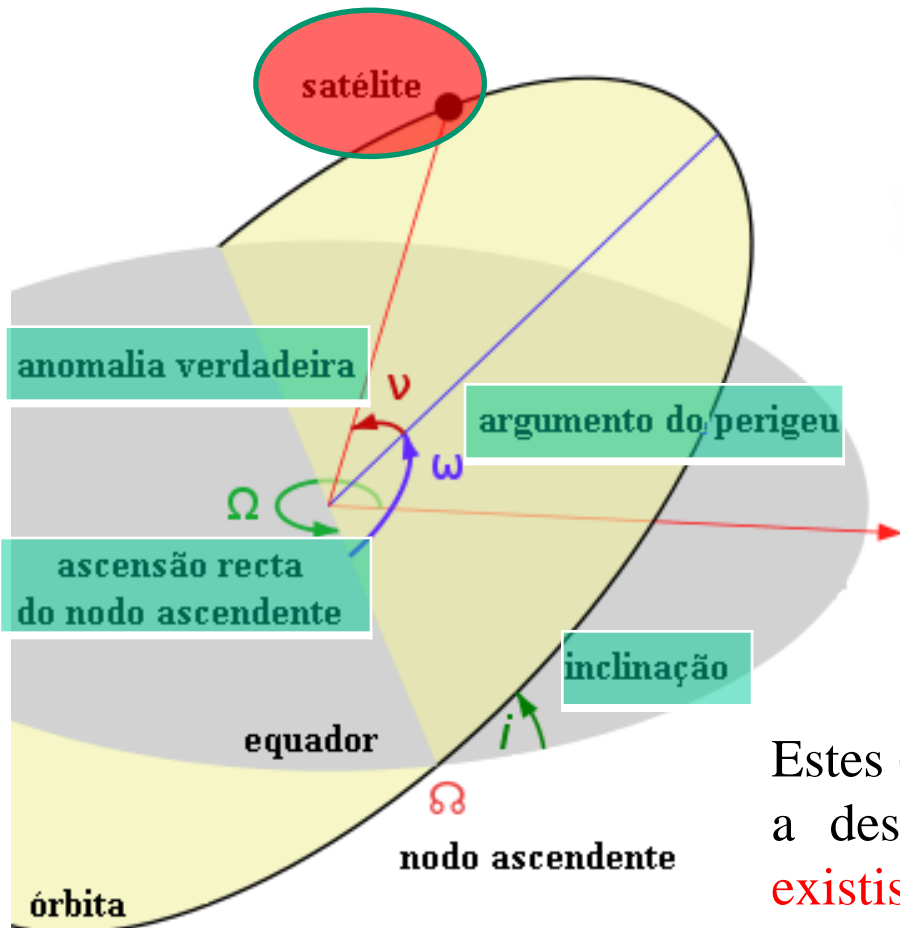
A observação (**rastreio**) do satélite efectua-se a partir de estações sobre a superfície terrestre, obtendo-se coordenadas topocêntricas (**sistema horizontal**: **azimute** e **altura ou distância zenital**); estas coordenadas são transformadas para um sistema mais conveniente para o estabelecimento das equações (**sistema equatorial geocêntrico**: **ascensão recta** e **declinação**).

O problema de **determinação de órbitas** consiste em obter os seis elementos orbitais: **semi-eixo maior** (**a**), **excentricidade** (**e**), **inclinação** (**i**), **ascensão recta do nodo ascendente** (**Ω**), **argumento de perigeu** (**ω**) e **anomalia verdadeira** (**T**) a partir de um mínimo de seis observações independentes, posições ou velocidades.

Este problema é o inverso do **cálculo de efemérides**, onde a partir do conhecimento dos elementos de órbita se calculam a posição e a velocidade do satélite ao longo do tempo.

GNSS

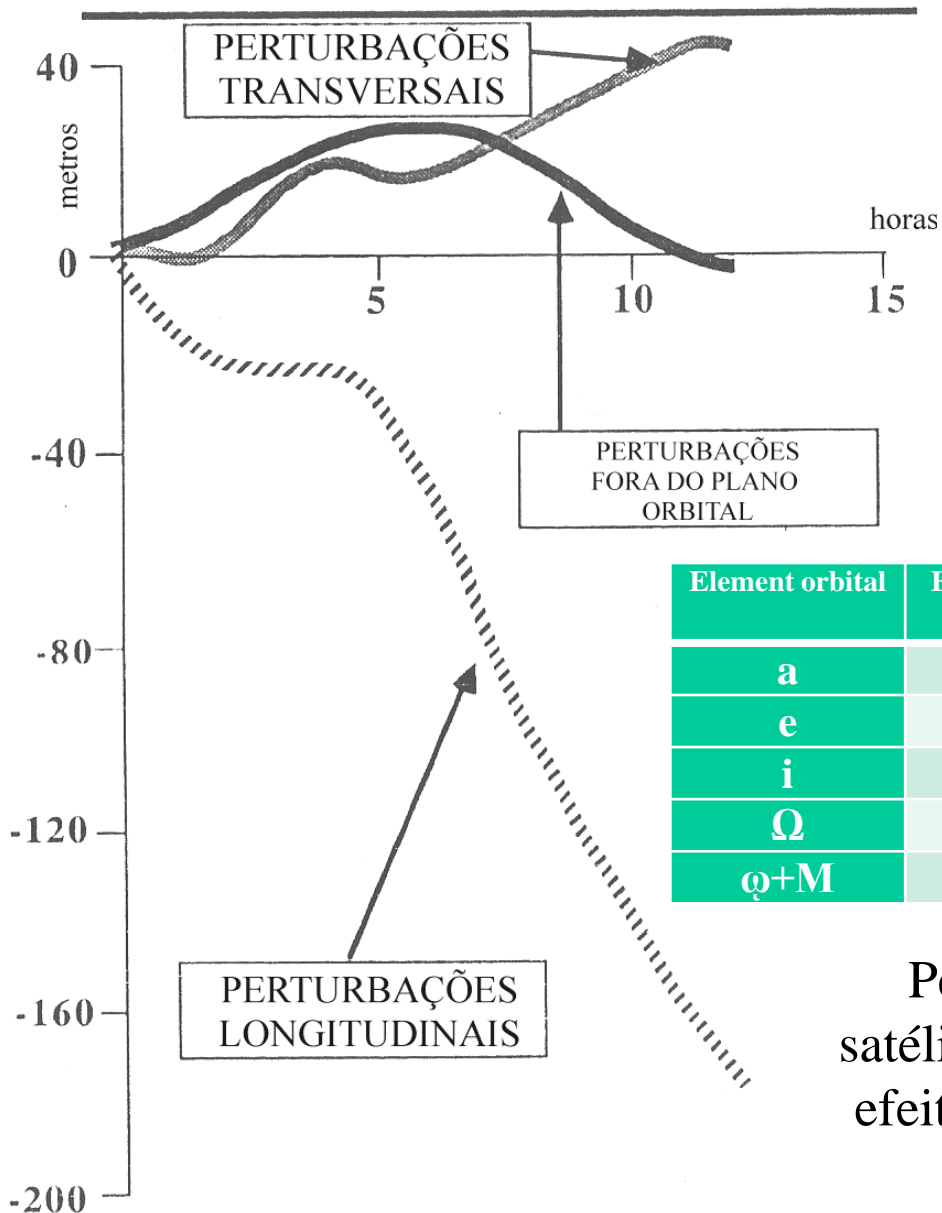
Os parâmetros que descrevem a posição do satélite no espaço ao longo do tempo são a **excentricidade** (e), o **semi-eixo maior** (a), a **inclinação** (i), a **ascensão recta do nodo ascendente** (Ω), o **argumento do perigeu** (ω) e a **anomalia verdadeira** (v) ou a anomalia média (M) ou o movimento médio (n) ou o instante de passagem no perigeu (T).



- a, e : forma da órbita
- i, Ω : posição do plano da órbita no espaço
- ω : posição da órbita no plano da órbita
- v : posição do satélite na órbita

Estes **6** elementos de órbita seriam suficientes para a descrição do movimento do satélite **se não existissem perturbações**.

GNSS



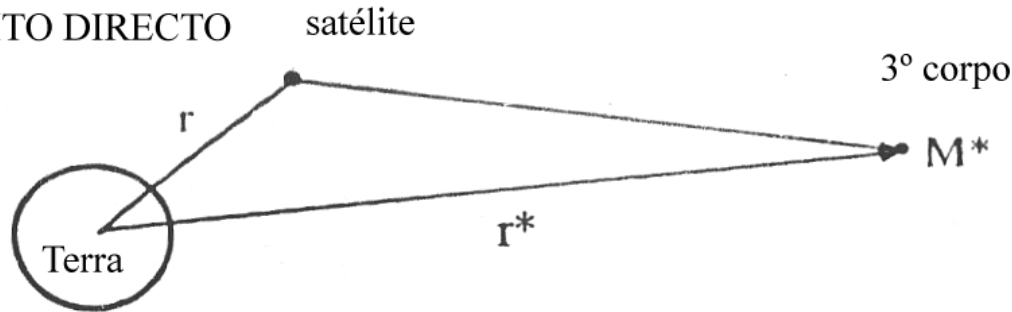
O efeito do **campo gravitacional não central** (a distribuição das massas no interior da Terra afasta-se consideravelmente de uma simetria radial) no movimento do satélite.

Element orbital	Efeito do bolbo equatorial (m)	Efeito de termos de ordem superior (m)
a	2600	20
e	1600	5
i	800	5
Ω	4800	3
$\omega+M$	1200	40

Perturbações em arcos orbitais de um satélite GPS de 4 horas de duração devido a efeitos do campo gravitacional não central

GNSS

EFEITO DIRECTO

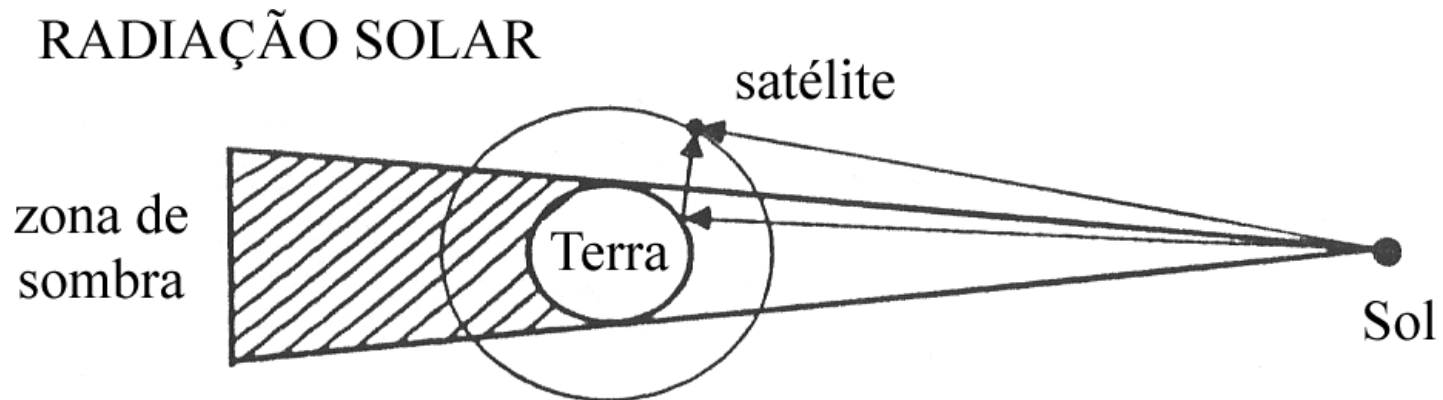


Element orbital	Efeito da Lua (m)
a	220
e	140
i	80
Ω	80
$\varphi+M$	500

A **atração gravitacional** directa **da Lua** constitui a influência mais significativa de um terceiro corpo pois embora o **Sol** tenha uma massa muito maior, está também muito mais afastado do Sistema Terra-satélite (os efeitos dos planetas é desprezável).

O Sol e a Lua têm um efeito indirecto através da deformação induzida pelas marés, que alteram a força gravitacional aplicada pela Terra no satélite.

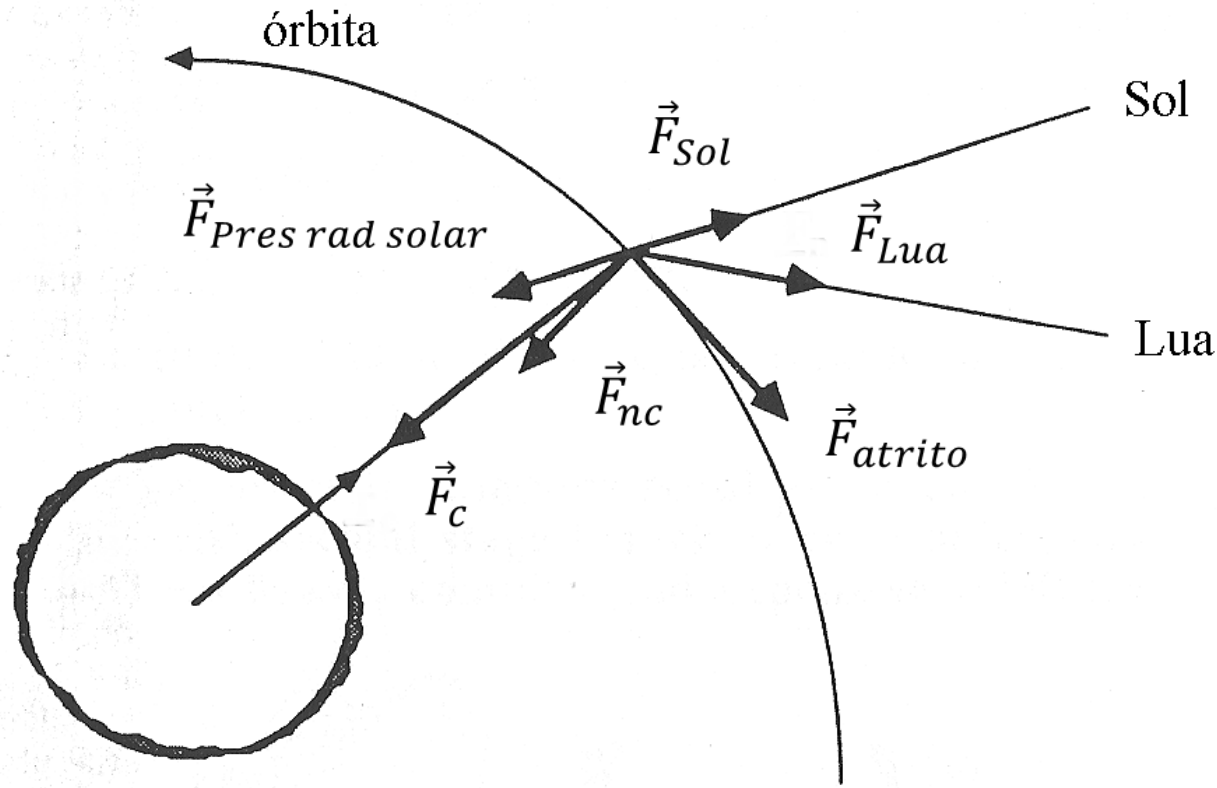
GNSS



A aceleração devida à **pressão da radiação solar** depende da:

- massa do satélite e área do satélite exposta ao Sol
- posição do satélite (dentro ou fora da zona de sombra)

GNSS



\vec{F}_{Sol} : efeito gravitacional do Sol

\vec{F}_c : **atracção gravitacional geocêntrica**

\vec{F}_{Lua} : efeito gravitacional da Lua

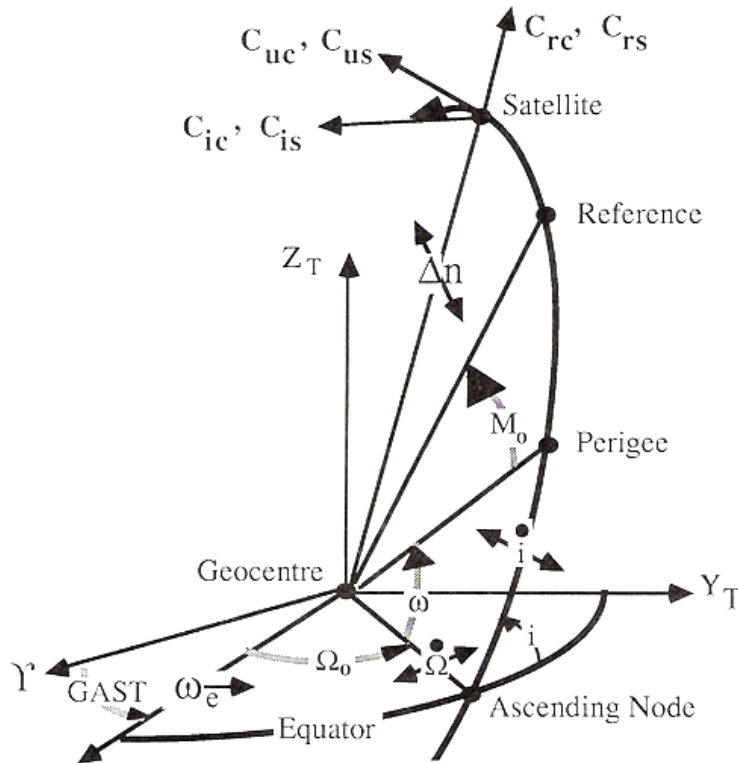
$\vec{F}_{Pres\ rad\ solar}$: pressão da radiação solar

\vec{F}_{atrito} : atrito atmosférico

\vec{F}_{nc} : atracção gravitacional não geocêntrica

GNSS

- 16 PARAMETERS
- NEW VALUES EACH HOUR



M_0	Mean anomaly
Δn	Mean motion difference
e	Eccentricity
\sqrt{a}	$\sqrt{\quad}$ of semi-major axis
Ω_0	Right ascension parameter
i_0	Inclination at reference time t_{oe}
ω	Argument of perigee
$\dot{\Omega}$	Rate of right ascension
\dot{i}	Rate of inclination
C_{uc}, C_{us}	Corrections to argument of latitude
C_{re}, C_{rs}	Corrections to orbital radius
C_{ic}, C_{is}	Corrections to inclination
t_{oe}	Ephemeris reference time

16 elementos de órbita no caso de um movimento perturbado

GNSS

satélite

Mensagem de navegação

TABLE A4 NAVIGATION MESSAGE FILE - DATA RECORD DESCRIPTION		
OBS. RECORD	DESCRIPTION	FORMAT
PRN / EPOCH / SV CLK	- Satellite PRN number - Epoch: Toc - Time of Clock year (2 digits) month day hour minute second - SV clock bias (seconds) - SV clock drift (sec/sec) - SV clock drift rate (sec/sec2)	I2, S13, F5.1, 3D19.12
BROADCAST ORBIT - 1	- IODE Issue of Data, Ephemeris - Crcs (meters) - Delta n (radians/sec) - M0 (radians)	3X, 4D19.12
BROADCAST ORBIT - 2	- Crc (radians) - e Eccentricity - Cus (radians) - sqrt(A) (sqrt(m))	3X, 4D19.12
BROADCAST ORBIT - 3	- Toe Time of Ephemeris (sec of GPS week) - Crc (radians) - OMEGA (radians) - CIS (radians)	3X, 4D19.12
BROADCAST ORBIT - 4	- i0 (radians) - Crc (meters) - omega (radians) - OMEGA DOT (radians/sec)	3X, 4D19.12
BROADCAST ORBIT - 5	- IDOT (radians/sec) - Codes on L2 channel - GPS Week # (to go with TOE) - Continuous number, not mod(1024)! - L2 P data flag	3X, 4D19.12
BROADCAST ORBIT - 6	- SV accuracy (meters) - SV health (MSB only) - TGD (seconds) - IODC Issue of Data, Clock	3X, 4D19.12
BROADCAST ORBIT - 7	- Transmission time of message (sec of GPS week, derived e.g. from Z-count in Hand Over Word (HOW)) - spare - spare - spare	3X, 4D19.12

6	90	8	2	17	51	44.0	-.839701388031D-03	-.165982783074D-10	.000000000000D+00
							.934062500000D+02	.116040547840D-08	.162092304801D+00
							.484101474285D-05	.626740418375D-02	.652112066746D-05
							.409904000000D+06	-.242143869400D-07	.329237003460D+00
							-.111541663136D+01	.326593750000D+03	.206958726335D+01
							.307155651409D-09	.000000000000D+00	.551000000000D+03
							.000000000000D+00	.000000000000D+00	.000000000000D+00
							.406800000000D+06	.000000000000D+00	.910000000000D+02
13	80	8	2	19	0	0.0	.490025617182D-03	.204636307899D-11	.000000000000D+00
							-.133000000000D+03	-.963125000000D+02	.146970407622D-08
							-.498816370964D-05	.200239347760D-02	.928156077862D-05
							.414000000000D+06	-.279396772385D-07	.243031939942D+01
							.110192796930D+01	.271187500000D+03	-.232757915425D+01
							-.785747015231D-11	.000000000000D+00	.551000000000D+03
							.000000000000D+00	.000000000000D+00	.000000000000D+00
							.410400000000D+06	.000000000000D+00	.389000000000D+03

Efemérides
(mensagem de navegação)



Posição do satélite na época pretendida

Representation of GPS Broadcast Ephemeris

Time Parameters

t_{0e}	Reference time, ephemeris parameters (s)
t_{0c}	Reference time, clock parameters (s)
a_0, a_1, a_2	Polynomial coefficients for clock correction (bias (s), drift (s/s), drift rate (aging) (s/s ²))

Keplerian Parameters

\sqrt{A}	Square root of the semi-major axis (m ^{1/2})
e	Eccentricity (dimensionless)
i_0	Inclination angle at reference time (semicircles)
Ω_0	Longitude of ascending node at reference time (semicircles)
ω	Argument of perigee (semicircles)
\overline{M}_0	Mean anomaly at reference time (semicircles)

Perturbation Parameters

Δn	Mean motion difference from computed value (semicircles/s)
$\dot{\Omega}$	Rate of change of right ascension (semicircles/s)
\dot{i}	Rate of change of inclination (semicircles/s)
C_{us}	Amplitude of the sine harmonic correction term to the argument of latitude (rad)
C_{uc}	Amplitude of the cosine harmonic correction term to the argument of latitude (rad)
C_{is}	Amplitude of the sine harmonic correction term to the angle of inclination (rad)
C_{ic}	Amplitude of the cosine harmonic correction term to the angle of inclination (rad)
C_{rs}	Amplitude of the sine harmonic correction term to the orbit radius (m)
C_{rc}	Amplitude of the cosine harmonic correction term to the orbit radius (m)

Calculating Satellite Coordinates from GPS Broadcast Ephemeris

Constants

$$GM = 3.986005 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$$

WGS-84 value for the product of gravitational constant G and the mass of the Earth M

$$\omega_e = 7.292115 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$$

WGS-84 value of the Earth's rotation rate

$$\pi = 3.1415926535898 \text{ (exactly)}$$

$$T = 2\pi / \sqrt{GM/A^3}$$

Keplerian Parameters to ECEF Coordinates

Satellite orbital period

$$n_0 = \sqrt{\frac{GM}{A^3}}$$

Computed mean motion

$$n = n_0 + \Delta n$$

Corrected mean motion

$$\bar{M}_k = \bar{M}_0 + nt_k$$

Mean anomaly

$$E_k = \bar{M}_k + e \sin E_k$$

Kepler's equation of eccentric anomaly is solved by iteration.

Because of the small eccentricity of GPS orbits ($e < 0.001$), two steps are usually sufficient:

$$E_0 = \bar{M}, E_i = \bar{M} + e \sin E_{i-1}, i = 1, 2, 3, \dots$$

$$\cos v_k = \frac{\cos E_k - e}{1 - e \cos E_k}$$

True anomaly

$$\sin v_k = \frac{\sqrt{1 - e^2} \sin E_k}{1 - e \cos E_k}$$

True anomaly

GNSS

$$\Phi_k = v_k + \omega$$

Argument of latitude

$$\delta u_k = C_{uc} \cos 2\Phi_k + C_{us} \sin 2\Phi_k$$

Argument of latitude correction

$$\delta r_k = C_{rc} \cos 2\Phi_k + C_{rs} \sin 2\Phi_k$$

Radius correction

$$\delta i_k = C_{ic} \cos 2\Phi_k + C_{is} \sin 2\Phi_k$$

Inclination correction

$$u_k = \Phi_k + \delta u_k$$

Corrected argument of latitude

$$r_k = A(1 - e \cos E_k) + \delta r_k$$

Corrected radius

$$i_k = i_0 + \dot{i} t_k + \delta i_k$$

Corrected inclination

$$X'_k = r_k \cos u_k$$

Position in the orbital plane

$$Y'_k = r_k \sin u_k$$

Position in the orbital plane

$$\Omega_k = \Omega_0 + (\dot{\Omega} - \omega_e)t_k - \omega_e t_{0e}$$

Corrected longitude of ascending node

$$X_k = X'_k \cos \Omega_k - Y'_k \sin \Omega_k \cos i_k$$

Earth-fixed geocentric satellite coordinate

$$Y_k = X'_k \sin \Omega_k + Y'_k \cos \Omega_k \cos i_k$$

Earth-fixed geocentric satellite coordinate

$$Z_k = Y'_k \sin i_k$$

Earth-fixed geocentric satellite coordinate

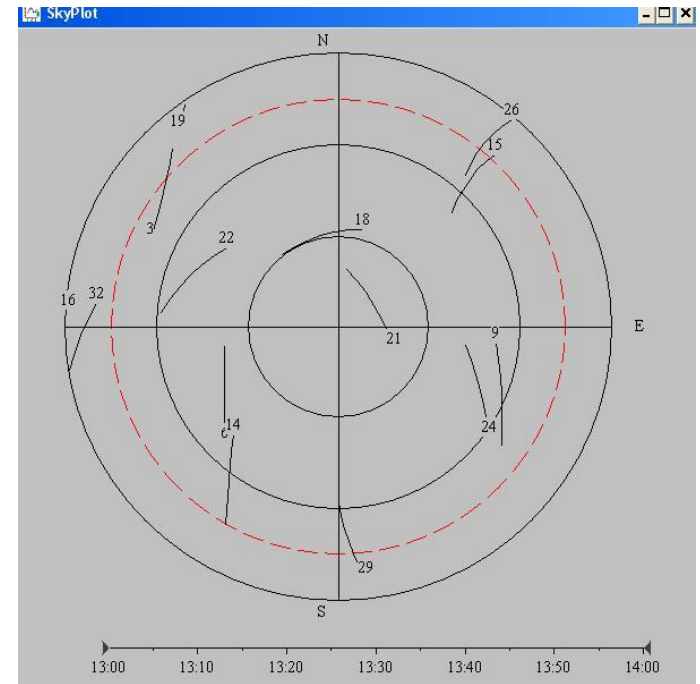
Qualquer receptor processa os dados sempre em **WGS84**, assim como, certos programas comerciais de processamento de dados, podendo proceder *à posteriori* à transformação de coordenadas para outro sistema de maior conveniência.

GNSS

O **almanaque** contém informação orbital de menor exactidão, válida por um período de 90 dias, utilizada para rapidamente determinar a posição aproximada da constelação dos satélites.

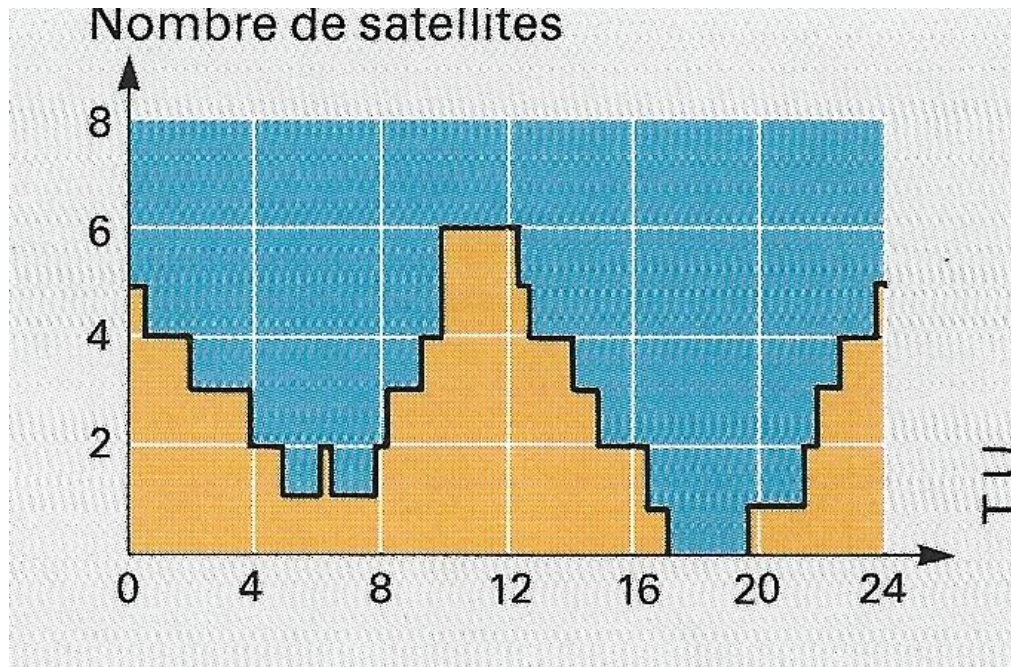
```
***** Week 424 almanac for PRN-01 *****
ID:                01
Health:            000
Eccentricity:      0.6912231445E-002
Time of Applicability(s): 405504.0000
Orbital Inclination(rad): 0.9911766052
Rate of Right Ascen(r/s): -0.7417838788E-008
SQRT(A) (m 1/2):   5153.549316
Right Ascen at Week(rad): -0.1640348434E+000
Argument of Perigee(rad): -1.812852621
Mean Anom(rad):    -0.1197433472E+000
Af0(s):            0.1583099365E-003
Af1(s/s):          0.3637978807E-011
week:              424
```

almanaque



GNSS

Ao **planificar** uma campanha é essencial saber quando há satélites suficientes acima do horizonte (nos tempos que correm, este cálculo já não é tão importante pois há sempre 10 ou mais satélites acessíveis, incluindo os da constelação GPS, Glonass ou Galileu).



*satellites visibles de Heerbrugg,
le 20 juin 1985 (longitude: 9° 27' E,
latitude: 47° 25' N)*

GNSS

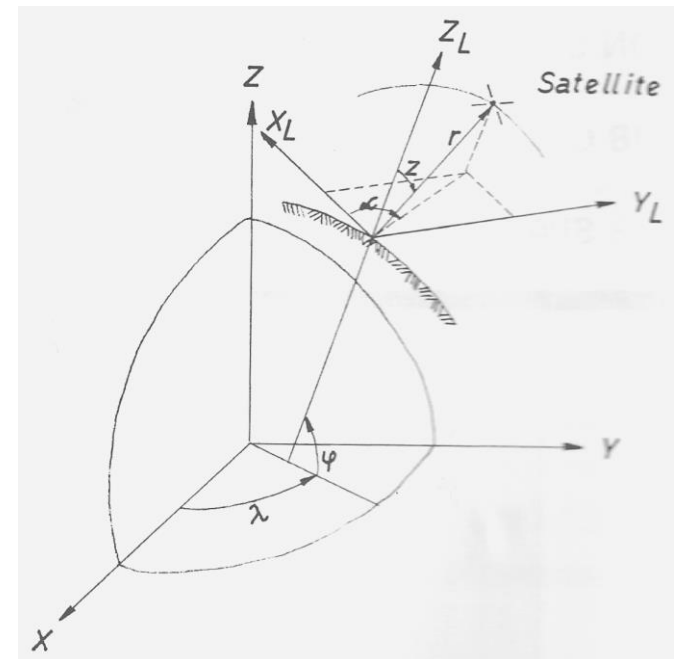
Ao **planificar** uma campanha é essencial saber quando há satélites suficientes acima do horizonte (nos tempos que correm, este cálculo já não é tão importante pois há sempre 10 ou mais satélites acessíveis, incluindo os da constelação GPS, Glonass ou Galileu).

Uma possibilidade de calcular a **visibilidade de um dado satélite** é exprimir o vector \mathbf{r} entre a posição do satélite (obtido por cálculo de efemérides) e a posição do observador (conhecida de forma aproximada) no WGS84; de seguida, efectuar a transformação deste vector para o referencial horizontal local do observador:

$$r_{local} = R_1 R_2 (90^\circ - \varphi) R_3(\lambda) r$$

Por fim, exprimir este último vector em função do azimute Az e da **distância zenital z** e resolver para z : então, quando $z < 90^\circ$, o satélite está abaixo do horizonte.

$$r_{local} = r \begin{bmatrix} \sin z \cos Az \\ \sin z \sin Az \\ \cos z \end{bmatrix}$$



GNSS

A chave para a precisão alcançada pelo sistema GPS está no facto de que as componentes do sinal emitido são rigorosamente controladas por **relógios atómicos** (os satélites dos blocos II e IIA transportam 4 relógios, 2 de rubídio e 2 de céσιο, **cuja frequência tem uma estabilidade da ordem de 10^{-13} e de 10^{-14} ao longo de um dia**, respectivamente). Esta frequência dá origem à **frequência fundamental L** (10.23 MHz); a partir desta, são geradas **as ondas portadoras L1 e L2**.

GNSS

Os **sinais emitidos por cada satélite** derivam da escala de tempo gerada pelo **respectivo relógio** (**tempo do satélite**), razão pela qual o comportamento do relógio de cada satélite da constelação é monitorizado continuamente pelo segmento de controlo de forma a reduzir essa escala temporal a um referencial único (tempo do sistema, GPST).

A **dessincronização** do relógio de cada satélite é assim calculada relativamente ao **referencial temporal do sistema**, designando-se a componente não aleatória deste erro como erro de longo-periodo ou deriva.

Para um dado satélite S seja t_s um instante medido no relógio e Δt_s a respectiva **deriva** relativamente ao tempo GPS; atendendo ao facto de os relógios dos satélites estarem afectados por erros aleatórios muito pequenos, pode dizer-se que $t'_s = t_s - \Delta t_s$ é uma estimativa muito boa do tempo GPS.

GNSS

Este desvio Δt_a ou dessincronização do relógio do(s) satélite(s) pode resultar num erro de posição da ordem de milhares de metros. A estimação deste erro consiste na utilização de um polinómio cujos coeficientes constam das efemérides radiodifundidas mais um termo relativista (cuja magnitude varia de 1-10 m dependendo da posição do satélite):

$$\Delta t_a = a_0 + a_1(t - t_{oc}) + a_2(t - t_{oc})^2$$

onde **toc** é a época de referência da mensagem de navegação e t é a época de cálculo do erro do relógio (uma vez que o valor de t_{oc} vem em segundos da semana GPS, $t - t_{oc}$ também vem em segundos, devendo ter-se em atenção as sobreposições no início e no fim das semanas).

O desvio ou dessincronização do relógio do receptor é desconhecido, sendo estimado no processo de cálculo da posição do receptor.

GNSS

```
2 NAVIGATION DATA RINEX VERSION / TYPE
CCRINEXN V1.6.0 UX CDDIS 20-MAR-07 19:24 PGM / RUN BY / DATE
IGS BROADCAST EPHEMERIS FILE COMMENT
0.1118E-07 0.7451E-08 -0.5960E-07 -0.5960E-07 ION ALPHA
0.9011E+05 0.1638E+05 -0.1966E+06 -0.6554E+05 ION BETA
0.000000000000E+00 0.000000000000E+00 405504 1419 DELTA-UTC: A0,A1,T,W
14 LEAP SECONDS
END OF HEADER
```

```
1 07 3 20 0 0 0.0 0.114784575999E-03 0.238742359215E-11 0.000000000000E+00
0.680000000000E+02 0.159375000000E+01 0.358443502039E-08 0.235438638343E+01
0.447034835815E-07 0.659332529176E-02 0.152271240950E-04 0.515373582459E+04
0.172800000000E+06 0.391155481338E-07 -0.281646616613E+01 -0.558793544769E-07
0.990234242705E+00 0.984062500000E+02 -0.176069553414E+01 -0.738923636278E-08
0.171435712414E-09 0.100000000000E+01 0.141900000000E+04 0.000000000000E+00
0.280000000000E+01 0.000000000000E+00 -0.372529029846E-08 0.580000000000E+03
0.170880000000E+06 0.400000000000E+01 0.000000000000E+00 0.000000000000E+00
```

toc

precisão SV

estado

semana GPS

a_0 a_1 a_2
Clock bias, drift and drift rate



GNSS

A equação $\Delta t_a = a_0 + a_1(t - t_{oc}) + a_2(t - t_{oc})^2$ é definida para números reais, embora t'_s (ou t_s) e t_{oc} devam pertencer a $[0, 604800]$. Devido a esta descontinuidade tem-se que se **$|t - t_{oc}| > 302400$** , então deve utilizar-se uma das duas seguintes expressões:

se $t - t_{oc} < -302400$ então $t - t_{oc} = t - t_{oc} + 604800$

se $t - t_{oc} > 302400$ então $t - t_{oc} = t - t_{oc} - 604800$

GNSS

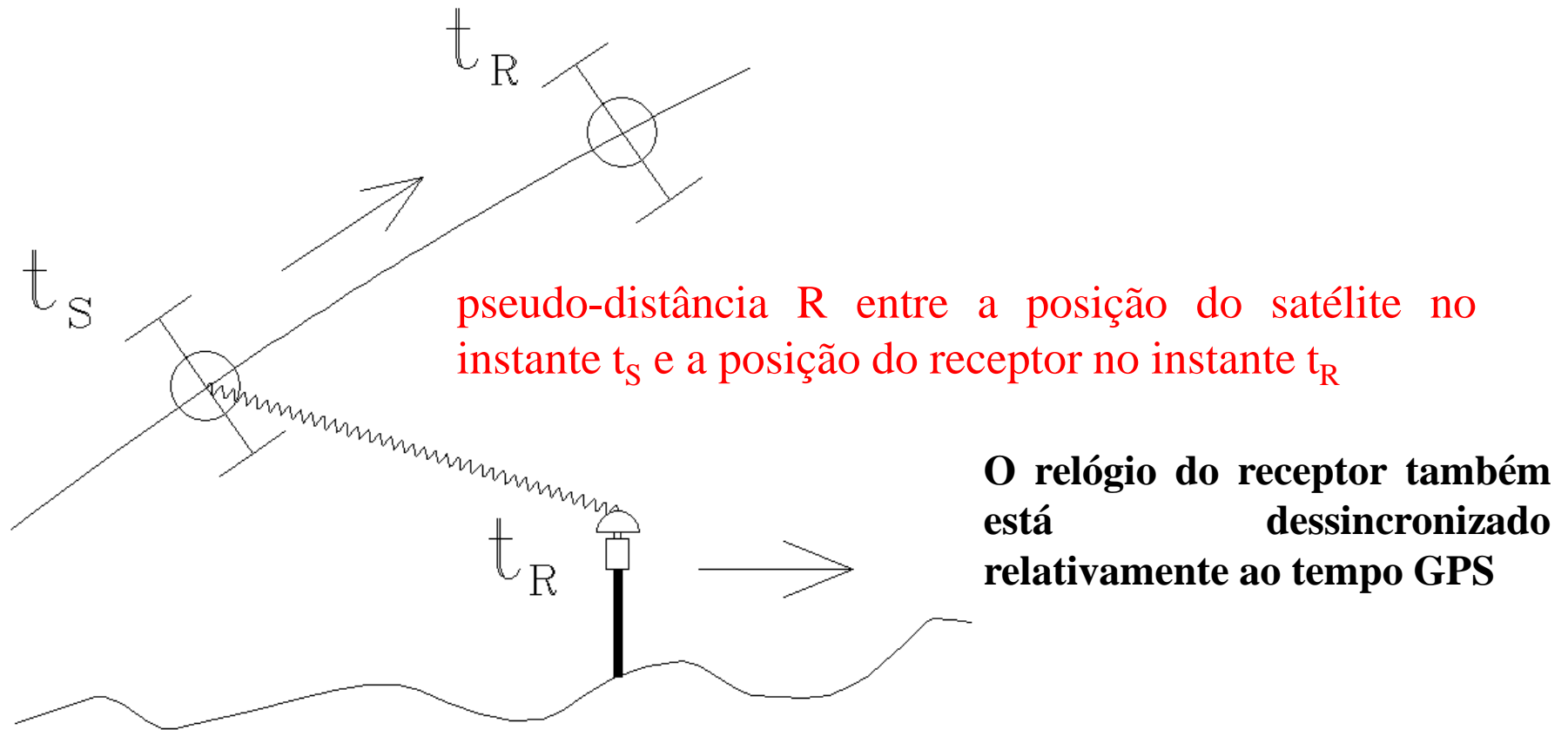
Exemplo: usando os dados da página anterior, tem-se que o dia 20/3/2007 foi uma terça-feira; como o tempo GPS tem início às 0^h de **Domingo** de cada semana, o tempo de referência da mensagem de navegação **07 3 20 0 0 0.0** corresponde a **toc=2*86400=172800 s**; supondo que se pretende calcular a correcção de dessincronização do relógio do satélite na época **07 3 20 11 07 45.0**, tem-se que o tempo GPS correspondente é igual a **t=2*86400+11*60*60+7*60+45=212865 s**; assim, de **t-toc=212865-172800=40065**:

$$\begin{aligned}\Delta t &= 0.114784575999\text{E-}03 + 0.238742359215\text{E-}11 \times 40065 = \\ &= \mathbf{0.1148802281252174865\text{E-}03 \text{ s}}\end{aligned}$$

Multiplicando este desvio por 299792458 m/s obtém-se

$$34440.225965259682062416817 \text{ m} \approx \mathbf{34 \text{ km!}}$$

GNSS

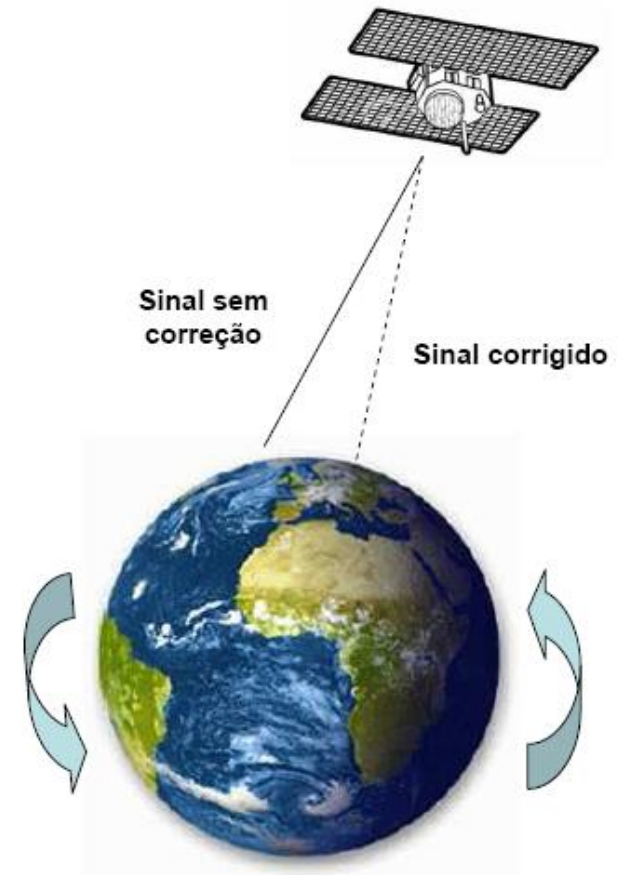


A posição do receptor (eventualmente em movimento) é calculada no instante t_R , tendo o sinal recebido sido transmitido pelo satélite no instante $t_s = t_R - \tau$, sendo τ o **intervalo de tempo de propagação**: é portanto necessário obter o **vector posição do satélite** no instante t_s (que corresponde à distância medida).

GNSS

Sendo ω_E a **velocidade angular de rotação da Terra**, no intervalo de tempo τ a Terra rodou um ângulo $\omega_E\tau$, sendo necessário rodar o **vector posição x do satélite** da mesma quantidade de forma a exprimir essa posição no referencial fixo na Terra:

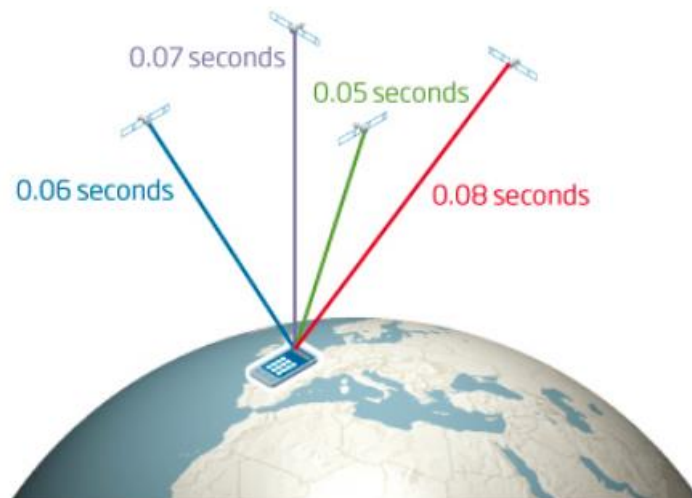
$$X_{\text{ref. fixo na Terra}}^k(t_S) = \begin{bmatrix} \cos(\omega_E) & \sin(\omega_E) & 0 \\ -\sin(\omega_E) & \cos(\omega_E) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} X_{\text{ref. fixo no espaço}}^k(t_S)$$



GNSS

Pretende-se obter a posição do satélite no instante t_S de transmissão do sinal pelo satélite. Sendo $R=(t_R-t_S)*c$ a pseudo-distância medida entre o satélite e o receptor (uma das observáveis GPS) e t_R o instante de recepção do sinal no receptor, c a velocidade de propagação do sinal, tem-se $t_S=t_R-R/c$.

O instante de recepção t_R do sinal é a época inicial de cada bloco do ficheiro RINEX de observações (note-se que para cada satélite se obtém um instante de transmissão diferente, dependendo do intervalo de tempo de percurso (distância) satélite-receptor).



GNSS

```

2.11 OBSERVATION DATA N
Spider V7.1.1.7438 DGT 2018 03 09 13:01
TABU
13950M001
Divisao de Geodesia DIRECAO-GERAL DO TERRITORIO
556406 LEICA GRX1200GGPRO 9.20/3.823
8320026 LEIAX1202CG
4770652.8365 -633793.8688 4172550.4408
0.0000 0.0000 0.0000

1
# OF TYPES OF OBSERV
c1 L1 O1 S1 P2 L2 O2 S2
2018 03 09 12 00 59.90000000 GPS
2018 03 09 12 59 59.90000000 GPS
18
18
G10 720 720 720 720 720 720 720
C12 717 717 717 717 717 717 717
C13 720 720 720 720 720 720 720
C14 720 720 720 720 720 720 720
C15 720 720 720 720 720 720 720
C16 720 720 720 720 720 720 720
C17 720 720 720 720 720 720 720
C18 720 720 720 720 720 720 720
C19 720 720 720 720 720 720 720
C20 720 720 720 720 720 720 720
C24 720 720 720 720 720 720 720
C28 625 625 625 625 625 625 625
R 1 720 720 720 720 720 720 720
R 2 720 720 720 720 720 720 720
R 3 720 720 720 720 720 720 720
R11 720 720 720 720 720 720 720
R12 720 720 720 720 720 720 720
R13 628 628 628 628 628 628 628
R20 211 211 211 211 211 211 211
R21 508 508 508 508 507 507 507
R22 34 34 34 34 33 33 33
BIT 2 OF LLI FLAGS DATA COLLECTED UNDER A/S CONDITION
SNR is mapped to RINEX snr flag value [1-9]
LX: 1-35dBHz -> 1; 36-37dBHz -> 2; 38-39dBHz -> 3;
40-41dBHz -> 4; 42-43dBHz -> 5; 44-45dBHz -> 6;
46-47dBHz -> 7; 48-49dBHz -> 8; >= 49dBHz -> 9
Site Information :
Tabuaco
Viseu
Portugal
Eurasian
Escola Basica n1
Product
18 03 09 12 52 45.0000000 0 15c10c12c13c15c17c19c20c24r01r02r03r12r13r21
23508704.260 123539087.38908 1791.863 45.250 23508706.860
96264239.10545 1396.254 38.500
21616402.120 113594975.39109 3045.941 50.500 21616402.140
88515560.51447 2373.461 43.250
22074360.840 116001537.64908 -2639.383 48.750 22074360.740
90390797.52246 -2056.664 40.250
20593390.860 108219005.72509 -1325.949 51.750 20593390.080
20376499.93948 -1033.711 47.000
21350422.360 123758329.14808 342.547 46.750 23550423.160
96435085.00046 266.918 40.000
23160087.860 121707114.45108 1881.434 45.750 23160085.900
93836708.54646 -1466.051 40.250
23010157.120 120919453.40407 -3123.383 44.750 23010157.120
94272156.640 -2433.809
94227712.79745 -2433.809
20507850.220 107769492.07209 775.594 51.500 20507852.300
83976230.35548 604.359 48.250
21421232.280 11985319.40207 -4322.488 43.250 22421130.340
92191820.17005 -3361.941 36.500
19321656.120 103104064.92809 -81.750 49.000 19321661.140
80326273.92508 -531.395 45.250
21398664.540 114548742.77208 3170.176 47.250 21398666.580
89093481.38307 2465.688 42.500
22053893.180 117849334.55107 -3190.793 43.500 22053897.640
91660610.93806 -2481.734 41.750
19585921.080 104624493.73908 -998.793 47.250

21512553.940 114875848.66206 2502.273 40.250 21512559.260
89347914.62005 1946.211 37.250
23232823.200 124323547.59706 1700.789 40.250 23232827.100
96696114.22406 1322.836 40.000

```

```

2.10 NAVIGATION DATA 2018 03 09 13:01
Spider V7.1.1.7438 DGT
1.0245D-08 0.0000+00 -5.9605D-08 0.0000D+00
9.0112D-04 0.0000+00 -1.9661D-05 0.0000D+00
3.725290298462D-09 1.065814103640D-14 61440 1992
18 DELTA-UTC: A0,A1,T,W
LEAP SECONDS
END OF HEADER
18 03 09 12 00 0.0 1.683481968939D-04 3.979039320257D-12 0.000000000000D+00
8.200000000000D+01 -1.368750000000D+01 4.752340743153D-09 -2.054120109913D+00
-9.182840585709D-07 3.353612963110D-03 7.754191756248D-06 5.153663660049D+03
4.752000000000D+05 5.774199962616D-08 -2.074180082955D-01 -6.332993507385D-08
9.611906711410D-01 2.308125000000D+02 -2.800021742453D+00 -8.053906874750D-09
1.939366445214D-10 1.000000000000D+00 1.991000000000D+03 0.000000000000D+00
2.000000000000D+00 0.000000000000D+00 1.862645149231D-09 6.200000000000D+01
4.679400000000D+05 0.000000000000D+00

```

Mensagem de navegação

Exemplo: corrigir a pseudodistância P2 obtida do satélite G10 na época considerada do erro do relógio do satélite e determinar o instante de transmissão do sinal contendo o código P

Ficheiro de observações

GNSS

Exemplo: sendo $t_R=18\ 03\ 09\ 12\ 52\ 45.0$, $P2=23508706.860\ \text{m}$, $c=299792458\ \text{m/s}$,
 $a_0=1.683481968939\text{D}-04$, $a_1=3.979039320257\text{D}-17$, $a_2=0.00000000000000\text{D}+00$,
 $\text{toc}=18\ 03\ 09\ 12\ 00\ 0.0$ (P2 é a pseudo-distância obtida pelo código P transportado
pela frequência L2).

1º converter t_R para segundos da semana GPS: a semana GPS tem início na
passagem de sábado para Domingo e como o dia 9 de Março de 2018 foi uma
sexta-feira, passaram 5 dias inteiros ($5*24*60*60\ \text{s} = 5*86400\ \text{s} = 432000\ \text{s}$) mais
 $12*60*60+52*60+45=33150\ \text{s}$, ou seja, $t_R=478365\ \text{s}$ da semana GPS.

2º converter toc para segundos da semana GPS: $\text{toc}=432000+12*60*60=475200\ \text{s}$.

GNSS

3º calcular a correção ao relógio do satélite ao instante de recepção:

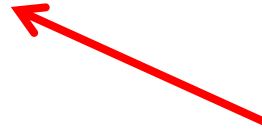
$$\Delta t = [a_0 + a_1(t_R - t_{oc}) + a_2(t_R - t_{oc})^2] =$$

$$= 1.683481968939D-04 + 3.979039320257D-17 * 3165 =$$

$$= 0.1683481970198365944859125D-03 \text{ s}$$

4º corrigir a pseudo-distância de $c * \Delta t = 50469.519784445087419280954747925 \text{ m}$:

$$P_2 = P_2 + c * \Delta = 23559176.380$$



Dessincronização do relógio do satélite traduzida em distância

5º calcular t_s :

$$t_s = t_R - P_2 / c = 478365 - 23559176.380 / 299792458 = 478364.921 \text{ s}$$

GNSS

Resumindo o processamento:

Input: pseudo distâncias medidas, efemérides dos satélites

Output: posição do utilizador, dessincronização do relógio do receptor

Para cada satélite:

1. calcular dessincronização do relógio (desse satélite)
2. corrigir as pseudo distâncias da influência do erro do relógio dos satélites
3. aplicar, caso existam, as correcções ionosféricas e troposféricas

GNSS

Inicializar a zero o erro do relógio e as coordenadas do receptor.

Entrar num ciclo até as diferenças entre iterações consecutivas do erro do relógio e iterações consecutivas das coordenadas do receptor serem inferiores a um dado valor:

Para cada satélite:

1. corrigir as pseudo distâncias do valor da iteração anterior do erro do relógio do receptor
2. calcular o tempo de percurso τ do sinal dividindo a pseudo distância pela velocidade de propagação do sinal
3. calcular a posição do satélite no instante $t_S = t_R - \tau$
4. rodar a posição do satélite de forma a eliminar a influência da rotação terrestre
5. determinar a posição do utilizador
6. calcular acréscimos às pseudo distâncias

GNSS

Estimação da posição e do erro do relógio do utilizador: admitindo que o efeito do erro do relógio do satélite e outras correcções disponíveis já foram introduzidas, sendo t_R , R , ρ , $c\delta t_R$ e ε respectivamente o instante de recepção do sinal, a pseudo distância, a distância geométrica, o erro de dessincronização do receptor traduzido para distância e o efeito combinado de erros não modelados, tem-se:

$$R^k(t_R) = \rho^k(t_R) + c \delta t_R + \varepsilon^k$$

com

$$\rho^k(t_R) = \left\| \vec{X}^k(t_S) - \vec{X}(t_R) \right\|$$

vector posição do satélite k

vector posição do receptor

e o índice k representando um dado satélite.

GNSS

Pretende-se minimizar para cada satélite a diferença entre a pseudo distância medida e a pseudo distância calculada em cada iteração, ou seja, sendo \vec{x}_0 e $c\delta t_0$ a estimativa na iteração anterior da posição e da dessincronização do relógio do receptor traduzida em distância, pretende-se determinar $\Delta\vec{x}$ e $\Delta c\delta t$ de tal forma que

$$\begin{cases} \vec{x} = \vec{x}_0 + \Delta\vec{x} \\ c\delta t = c\delta t_0 + \Delta c\delta t \end{cases}$$

minimizem

$$\delta R^k = R^k - R_0^k .$$

(desenvolvimento em série do módulo de um vector $\|\vec{x}\| = (\vec{x} \cdot \vec{x})^{1/2}$:

$$\|\vec{x} + \delta\vec{x}\| = \|\vec{x}\| + \frac{\partial\|\vec{x}\|}{\partial\vec{x}} \cdot \delta\vec{x} = \|\vec{x}\| + \frac{1}{2} (\vec{x} \cdot \vec{x})^{1/2} 2\vec{x} \cdot \delta\vec{x} = \|\vec{x}\| + \frac{\vec{x}}{\|\vec{x}\|} \cdot \delta\vec{x} .$$

GNSS

$$\begin{aligned}\delta R^k &= R^k - R_0^k = \|\vec{X}^k - \vec{X}\| + c\delta t - \|\vec{X}^k - \vec{X}_0\| - c\delta t_0 + \varepsilon^k = \\ &= \|\vec{X}^k - (\vec{X}_0 + \Delta\vec{X})\| + c\delta t - \|\vec{X}^k - \vec{X}_0\| - c\delta t_0 + \varepsilon^k \approx \\ &\approx \|\vec{X}^k - \vec{X}_0\| - \frac{\mathbf{x}^k - \mathbf{x}_0}{\|\vec{X}^k - \vec{X}_0\|} \cdot \delta\vec{X} + c\delta t - \|\vec{X}^k - \vec{X}_0\| - c\delta t_0 + \varepsilon^k = \\ &= -\frac{\vec{X}^k - \vec{X}_0}{\|\vec{X}^k - \vec{X}_0\|} \cdot \delta\vec{X} + \delta c\delta t + \varepsilon^k = \\ &= -\vec{e}_k \cdot \delta\vec{X} + \delta c\delta t + \varepsilon^k = \\ &= \begin{bmatrix} -\vec{e}_k & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\vec{X} \\ \delta c\delta t \end{bmatrix} + \varepsilon^k\end{aligned}$$

onde \vec{e}_k representa o vector unitário da direcção satélite-utilizador.

GNSS

Considerando a equação linearizada anterior para o conjunto dos k satélites, tem-se:

$$\delta\vec{R} = \begin{bmatrix} \delta R^1 \\ \delta R^2 \\ \vdots \\ \delta R^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\vec{e}_1 & 1 \\ -\vec{e}_2 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\vec{e}_k & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\vec{x} \\ \delta c\delta t \end{bmatrix} + \vec{\varepsilon}$$

No caso de uma configuração de satélites não degenerada (vectors coplanares) com $k=4$, esta equação pode ser resolvida directamente; como geralmente há um número maior de satélites acima do horizonte, deve utilizar-se um ajustamento por mínimos quadrados.

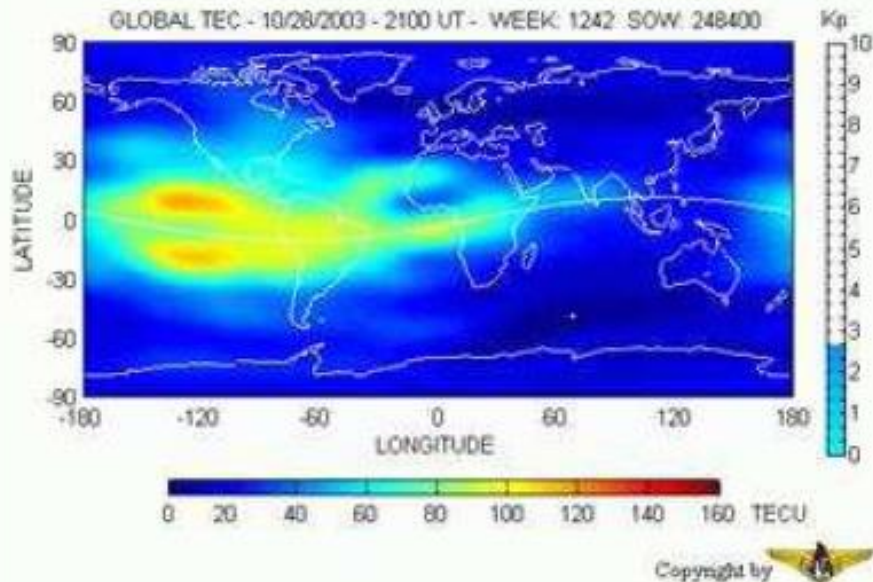
GNSS

Atraso ionosférico e troposférico: a passagem do sinal emitido pelos satélites pela atmosfera altera a respectiva velocidade e direcção, o que afecta a distância calculada.

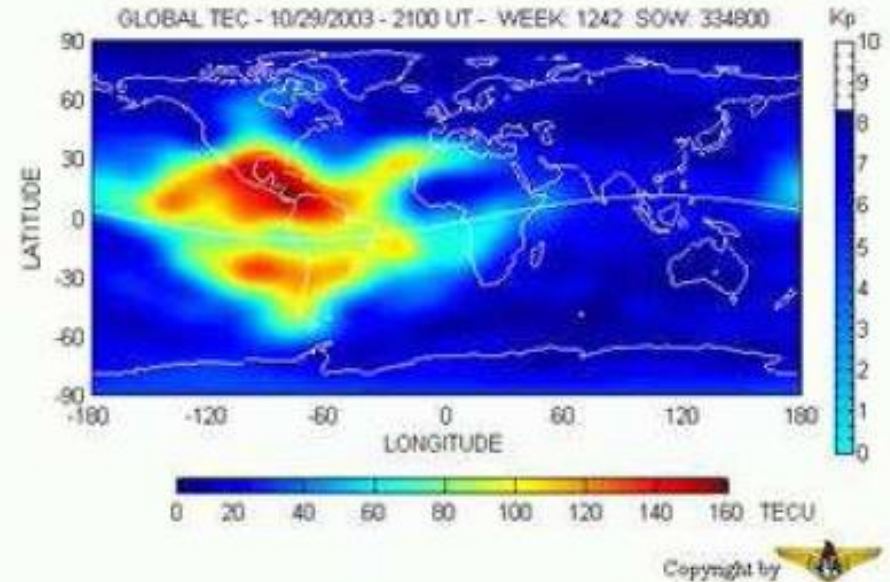
Para efeitos de análise da interacção dos sinais GPS com a atmosfera, esta é separada em duas zonas, a ionosfera e a troposfera. A ionosfera estende-se entre os 50 km e os 1000 km de altitude e é composta por gases ionizados cuja ionização é causada pela radiação solar; desta forma, a densidade de electrões varia ao longo do dia, aumentando desde que o sol se levanta, tendo um máximo por volta da 2 PM locais e declinando a partir daí, podendo verificar-se uma grande variabilidade de dia para dia dependendo da actividade solar.

GNSS

Quando um sinal de rádio percorre os electrões livres na **ionosfera**, sofre um atraso. Sinais de frequências diferentes sofrem atrasos diferentes; para detectar esse atraso, os satélites do sistema enviam o código P em ondas de rádio de diferentes frequências, chamadas L1 e L2. Os receptores que recebem as 2 frequências, medem a diferença de tempo entre a recepção dos sinais L1 e L2 e calculam o atraso devido aos electrões livres, obtendo o efeito da ionosfera. Os receptores monofrequência não podem corrigir a interferência ionosférica porque o código C/A é gerado apenas na frequência L1 (1575,42 MHz).



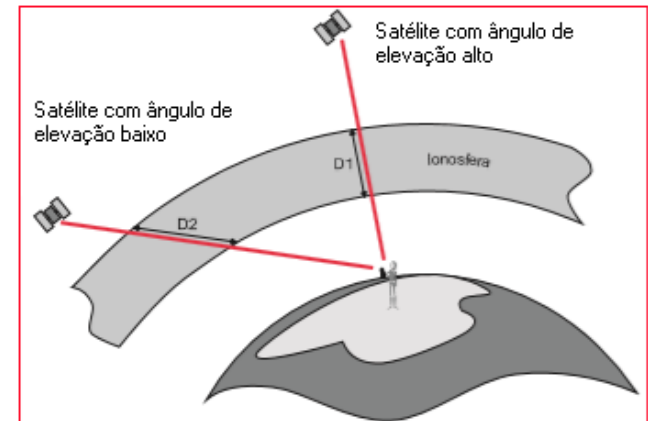
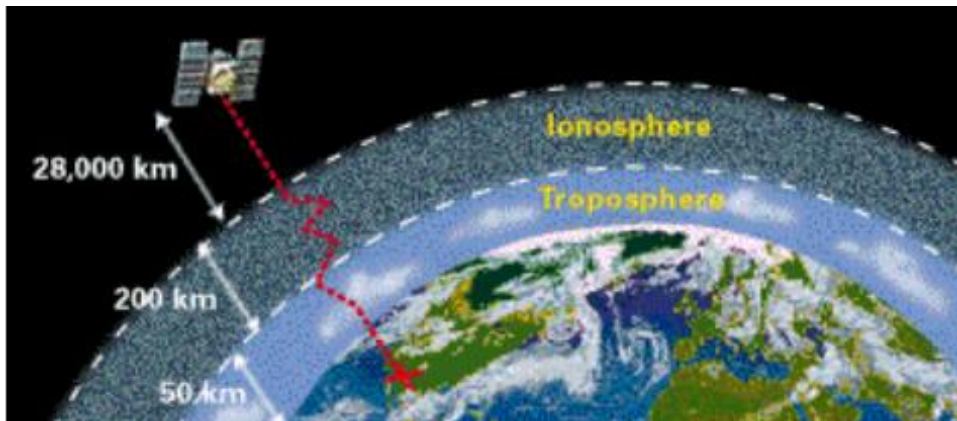
28/10/2003



29/10/2003

GNSS

A propagação das ondas através da atmosfera terrestre é sobretudo retardada pela **ionosfera**, camada entre os 50 e 1000 km de altitude, que é um meio ionizado dispersivo. Um atraso de 20 ns pode aparecer durante o trajecto entre o emissor e o receptor, o que representa cerca de 6 m em distância. Este atraso é função da frequência, pelo que **a utilização de duas frequências diferentes permite determinar o respectivo valor**. Os receptores monofrequência utilizam um modelo ionosférico determinar este atraso, válido para distância de 10 km em torno do receptor, devendo evitar-se grandes variações de desnível.



GNSS

A velocidade de propagação na ionosfera depende do conteúdo de electrões livres

no percurso do sinal: $TEC = \int_R^S n_e(\ell) d\ell$

onde $n_e(\ell)$ é a densidade de electrões e o integral é calculado ao longo do percurso do sinal, desde o satélite até ao receptor, que é mais curto quando o satélite está na direcção do zénite e é mais longo quando o satélite está perto do horizonte.

O atraso ionosférico é difícil de modelar pois as tempestades magnéticas podem provocar alterações rápidas e de grande dimensão na densidade de electrões.

Utilizam-se dois métodos para estimar o atraso ionosférico: o primeiro recorre ao facto de este atraso ser inversamente proporcional ao quadrado da frequência, determinando-se pseudo distâncias corrigidas do efeito da ionosfera; alternativamente utiliza-se o modelo empírico de Klobuchar, parametrizado pelas coordenadas do receptor, pelo azimuth/altura do satélite, pela hora local e por parâmetros contidos no ficheiro meteorológico radiodifundido pelos satélites.

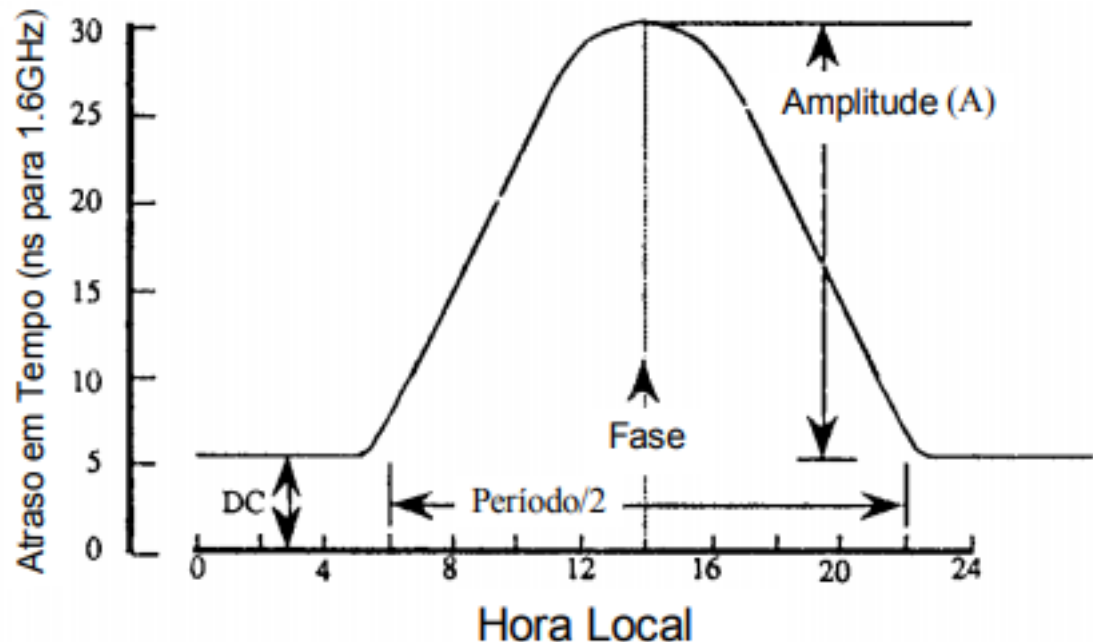
GNSS

O modelo matemático utilizado na correção do efeito da ionosfera foi desenvolvido por **Klobuchar (1987)**, para atender, especificamente, os utilizadores de receptores GPS mono-frequência, permitindo calcular o atraso ionosférico, ou seja, a correção ionosférica para a pseudo distância entre o satélite e o receptor. Os coeficientes do modelo, num total de oito (α_i e β_i , $i = 0, \dots, 3$), são calculados periodicamente a partir de uma rede global de estações GPS e transmitidos pelos satélites, como parte das mensagens de navegação, sendo considerado um modelo global.

Para descrever a variação da ionosfera durante o dia, o modelo utiliza a função coseno com amplitude máxima às 14:00 horas locais. A amplitude (A) e o período (P) da função coseno são calculados em função da latitude geomagnética e dos coeficientes transmitidos pelos satélites e representados por um polinómio de terceiro grau. Durante a noite, o atraso ionosférico em L1 é considerado constante (DC) e igual a 5 nanosegundos, que equivale, aproximadamente, a 1.5 m ou 9.24 unidades de TEC (TECU), sendo que $1 \text{ TECU} = 10^{16} \text{ el/m}^2$.

GNSS

O algoritmo utilizado no modelo de Klobuchar para calcular a correção ionosférica das medidas feitas com a portadora L1, além dos oitos coeficientes α_i e β_i , $i = 0, \dots, 3$, utiliza a latitude (ϕ), a longitude (λ) geodésicas da estação, o azimute (Az), o ângulo de elevação (el) do satélite e o tempo GPS (TGPS) da época de observação. As unidades angulares utilizadas nos cálculos são dadas em semicírculo (1 SC = 180 graus) e o tempo GPS em segundos.



GNSS

- 1) Cálculo do fator de inclinação: $SF = 1 + 2 \left(\frac{96 - e1}{90} \right)^3$
- 2) Cálculo da latitude do ponto ionosférico, ou seja, do ponto formado pela intersecção do vector satélite/receptor e a camada ionosférica de altitude média $h_m = 350$ km:

$$\varphi_{IP} = \begin{cases} \varphi + \psi \cos(Az), & \text{se } |\varphi_{IP}| \leq 0.416 \\ 0.416, & \text{se } \varphi_{IP} > 0.416 \\ -0.416, & \text{se } \varphi_{IP} < -0.416 \end{cases}$$

sendo a latitude geocêntrica dada por $\psi = \frac{0.0137}{e1 + 0.11} - 0.022$

- 3) Cálculo da longitude do ponto ionosférico: $\lambda_{IP} = \lambda + \frac{\varphi \sin(Az)}{\cos(\varphi_{IP})}$

GNSS

4) Cálculo da latitude geomagnética: $\phi_m = \varphi_{IP} + 0.064 \cos(\lambda_{IP} - 1.617)$

5) Cálculo da hora local do ponto ionosférico para a época de observação:

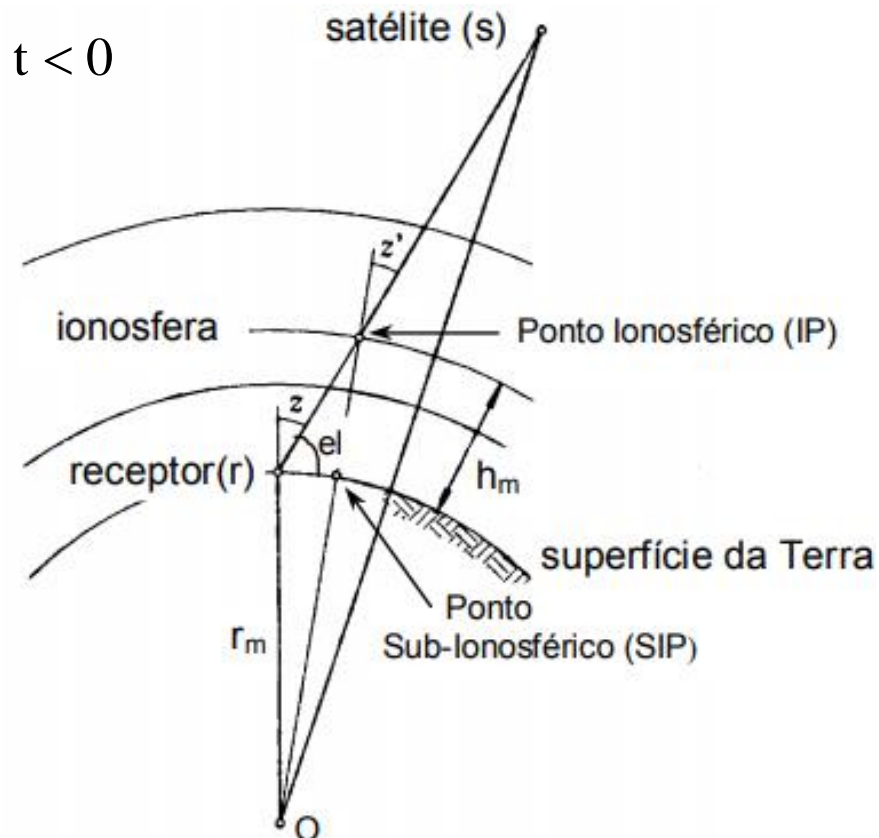
$$t = \begin{cases} \lambda_{IP} 4.32 \times 10^4 + T_{GPS} & \text{se } 0 \leq t \leq 86400 \\ \lambda_{IP} 4.32 \times 10^4 + T_{GPS} - 86400 & \text{se } t > 86400 \\ \lambda_{IP} 4.32 \times 10^4 + T_{GPS} + 86400 & \text{se } t < 0 \end{cases}$$

6) Cálculo do período :

$$P = \begin{cases} \sum_{n=0}^3 \beta_n \phi_m^n & \text{se } P \geq 72000 \\ 72000 & \text{se } P < 72000 \end{cases}$$

7) Cálculo da amplitude

$$A = \begin{cases} \sum_{n=0}^3 \alpha_n \phi_m^n & \text{se } A \geq 0 \\ 0 & \text{se } A < 0 \end{cases}$$



GNSS

8) Cálculo da correção ionosférica ao longo do percurso satélite/receptor na portadora L1:

$$I_{1R}^S = \begin{cases} c \text{ SF } (5 \times 10^{-9} \text{ s} + A \cos(x)) & \text{se } |x| < 1.57 \\ c \text{ SF } 5 \times 10^{-9} \text{ s} & \text{se } |x| > 1.57 \end{cases}$$

sendo c a velocidade de propagação do sinal no vácuo e x a fase em radianos dada por

$$x = \frac{2\pi(t - 14 \times 3600)}{P}$$

GNSS

TABLE A3 NAVIGATION MESSAGE FILE - HEADER SECTION DESCRIPTION		
HEADER LABEL (Columns 61-80)	DESCRIPTION	FORMAT
RINEX VERSION / TYPE	- Format version (2) - File type ('N' for Navigation data)	I6,14X, A1,19X
PGM / RUN BY / DATE	- Name of program creating current file - Name of agency creating current file - Date of file creation	A20, A20, A20
* COMMENT	Comment line(s)	A60
* ION ALPHA	Ionosphere parameters A0-A3 of almanac (page 18 of subframe 4)	2X,4D12.4
* ION BETA	Ionosphere parameters B0-B3 of almanac	2X,4D12.4
* DELTA-UTC: A0,A1,T,W	Almanac parameters to compute time in UTC (page 18 of subframe 4) A0,A1: terms of polynomial T : reference time for UTC data W : UTC reference week number. Continuous number, not mod(1024)!	3X,2D19.12, 2I9
* LEAP SECONDS	Delta time due to leap seconds	I6
END OF HEADER	Last record in the header section.	60X

```

2.10 NAVIGATION DATA RINEX VERSION / TYPE
Spider V7.1.1.7438 DGT 2018 03 09 13:01 PGM / RUN BY / DATE
1.0245D-08 0.0000D+00 -5.9605D-08 0.0000D+00 ION ALPHA
9.0112D+04 0.0000D+00 -1.9661D+05 0.0000D+00 ION BETA
3.725290298462D-09 1.065814103640D-14 61440 1992 DELTA-UTC: A0,A1,T,W
18 LEAP SECONDS
END OF HEADER

1 18 03 09 06 00 0.0-3.305636346340D-05-2.273736754432D-12 0.000000000000D+00
3.500000000000D+01-3.028125000000D+01 4.337323389336D-09-3.127942557054D+00
-1.637265086174D-06 7.416156004183D-03 9.0207904577226D-06 5.153674095154D+03
4.536000000000D+05-8.009374141693D-08-1.246623691178D+00-9.126961231232D-08
9.701476504066D-01 2.099687500000D+02 6.101083962293D-01-7.799967782773D-09
2.446530478206D-10 1.000000000000D+00 1.991000000000D+03 0.000000000000D+00
2.000000000000D+00 0.000000000000D+00 5.587935447693D-09 3.500000000000D+01
4.463400000000D+05 0.000000000000D+00

2 18 03 09 09 59 44.0 1.793284900486D-04-1.080024958355D-11 0.000000000000D+00
2.200000000000D+01-3.018750000000D+01 4.981993040332D-09-6.623301302399D-01
-1.398846507072D-06 1.786037045531D-02 8.892267942429D-06 5.153695007324D+03
4.679840000000D+05-1.844018697739D-07-1.306206221852D+00 2.458691596985D-07
9.491771556899D-01 2.083437500000D+02-1.883498877140D+00-8.506068738257D-09
3.003696458226D-10 1.000000000000D+00 1.991000000000D+03 0.000000000000D+00
2.000000000000D+00 0.000000000000D+00-2.048909664154D-08 2.200000000000D+01
4.607100000000D+05 0.000000000000D+00

3 18 03 09 08 00 0.0 2.477364614606D-05 8.185452315956D-12 0.000000000000D+00
6.200000000000D+01-9.250000000000D+00 4.734483027846D-09-2.934350252518D+00
-5.289912223816D-07 1.211366499774D-03 7.135793566704D-06 5.153538644791D+03
4.608000000000D+05-6.519258022308D-08-2.038014202558D-01-2.048909664154D-08
9.610807811237D-01 2.391250000000D+02 4.421481251299D-01-8.078551161361D-09
1.714357128479D-11 1.000000000000D+00 1.991000000000D+03 0.000000000000D+00
2.000000000000D+00 0.000000000000D+00 2.328306436539D-09 6.200000000000D+01
4.535400000000D+05 0.000000000000D+00

```

GNSS

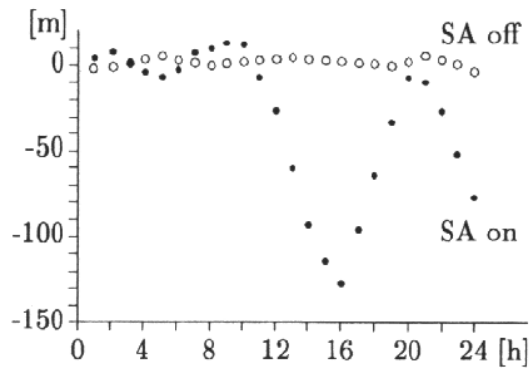
A troposfera é composta basicamente por vapor de água e gases secos (azoto e oxigénio). As moléculas de vapor de água da **troposfera**, camada vizinha da superfície terrestre, com espessura entre os 5 e 18 km, também provocam um atraso na propagação das ondas; este atraso pode variar entre os 2 m para um satélite no zénite e os 30 m para um satélite com 5° de altura. Os efeitos troposféricos são resolvidos através da **utilização de modelos** (Saastamoinen, Hopfield, Goadman, etc.) que dão bons resultados desde que existam dados de temperatura, pressão e humidade.

GNSS

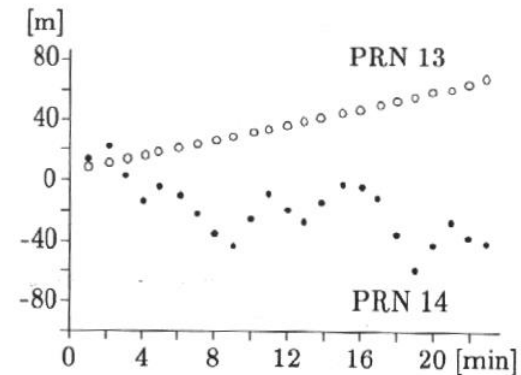
O conceito da rádio-navegação depende inteiramente da transmissão simultânea de rádio-sinais. O controlo de terra pode interferir, fazendo com que alguns satélites enviem seus sinais (código C/A) ligeiramente antes ou depois dos outros. A **interferência** deliberada introduzida pelo Departamento de Defesa dos EUA é a causa do **Acesso Seletivo** – Selective Availability (AS). Os receptores de uso civil desconhecem o valor do erro, que é alterado aleatoriamente e está entre 15 e 100 metros. Os receptores militares não são afetados.

GNSS

Acesso selectivo (SA): originalmente, a precisão esperada para o posicionamento absoluto com pseudo-distâncias era da ordem dos 400 m, embora este valor estivesse realmente entre 15-40 m; o SA traduz-se pela **degradação intencional da informação horária e das efemérides**.



comportamento do relógio do satélite PRN 13 no dia 177 de 1992

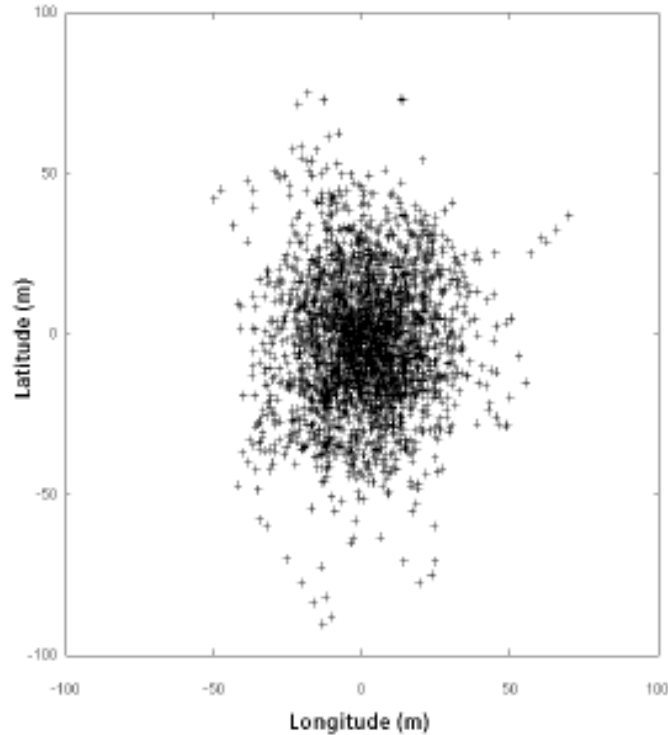


erro radial do satélite PRN 21 no dia 177 de 1992

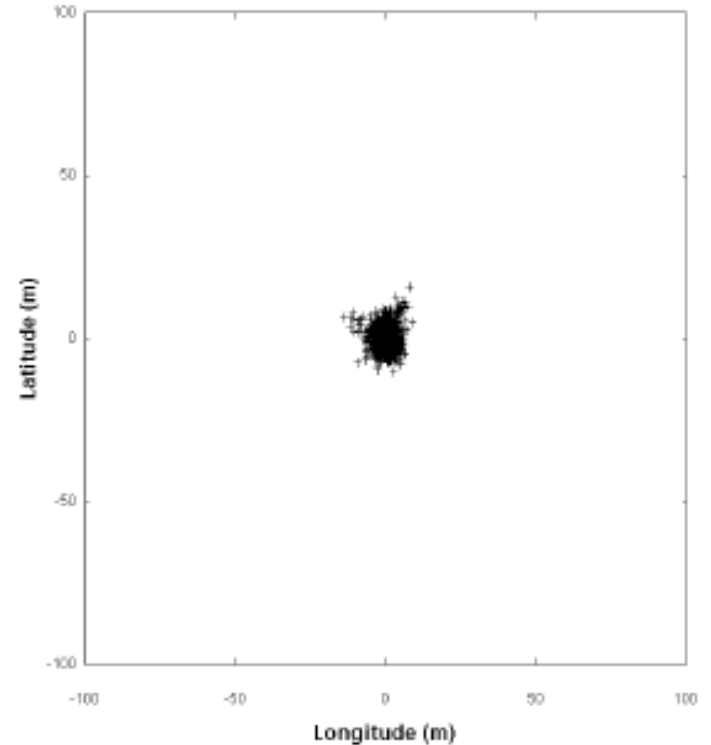
Anti sabotagem (AS): a concepção do sistema GPS permite **encriptar o código P**, substituindo-o pelo código desconhecido Y.

GNSS

1 de Março com SA



3 de Março sem SA



Melhoria da precisão do posicionamento após a desactivação do Acesso Selectivo (SA) em 2 de Março de 2000

GNSS

Cada satélite tem múltiplos componentes, em que os mais importantes são **o(s) relógio(s) atómico(s), o transmissor dos sinais na banda rádio, os painéis solares e a bateria para a geração de energia e os motores para efectuar as manobras para colocar o satélite na órbita pretendida.**

GNSS

A chave para a precisão alcançada pelo sistema GPS está, assim, no facto de que as componentes do sinal emitido são rigorosamente controladas por **relógios atómicos** (os satélites dos blocos II e IIA transportam 4 relógios, 2 de rubídio e 2 de césio, **cuja frequência tem uma estabilidade da ordem de 10^{-13} e de 10^{-14} ao longo de um dia**, respectivamente). Esta frequência dá origem à **frequência fundamental L** (10.23 MHz); a partir desta, são geradas **as ondas portadoras L1 e L2**.

GNSS

É essencial que os relógios de todos os satélites estejam **não apenas sincronizados** com a mesma frequência básica mas que a respectiva **deriva seja a mesma**, fornecendo desta forma um **referencial temporal comum**. Os relógios por eles próprios não se podem ajustar, devendo esta correcção ser aplicada pelo receptor. Para o efeito, a monitorização dos erros dos satélites é efectuada nas estações terrestres de controlo do sistema, sendo transmitida para os satélites que incluem esta informação na mensagem de navegação enviada (efemérides).

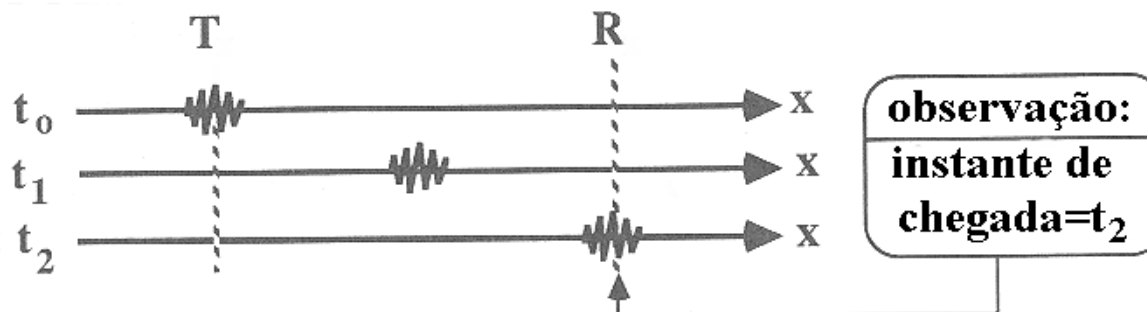
GNSS

- Os sistemas de comunicação são formados por dois componentes básicos:
- 1. **Transmissor** – composto por um gerador de oscilações, que converte a corrente elétrica em oscilações de uma determinada frequência de rádio; um transdutor que converte a informação a ser transmitida em impulsos elétricos equivalentes a cada valor e um modulador, que controla as variações na intensidade de oscilação ou na frequência da onda portadora, sendo efetuada em níveis baixo ou alto.
- 2. **Receptor** – composto por uma antena para captar as ondas eletromagnéticas e convertê-las em oscilações elétricas, por um amplificador que aumenta a intensidade dessas oscilações e por equipamentos para demodulação.

GNSS

Os sistemas baseados na medição de distâncias podem utilizar **sinais pulsados** ou **sinais contínuos**. O conceito de **senal pulsado** num único sentido está ilustrado na figura, onde se indica a evolução ao longo do tempo do sinal desde a emissão no satélite T até à recepção no receptor R, sendo o intervalo de tempo de percurso dado por $t_2 - t_0$, em que t_2 é o instante de recepção medido no relógio do receptor e t_0 o instante de emissão medido no relógio de satélite. Se os relógios estiverem sincronizados, a distância entre ambos é $\rho = c(t_2 - t_0)$.

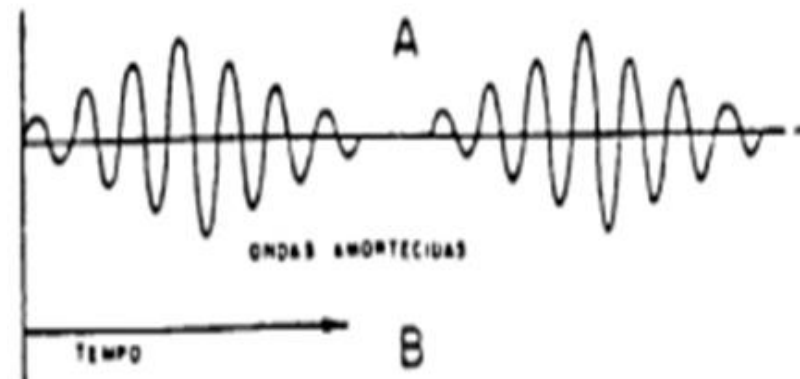
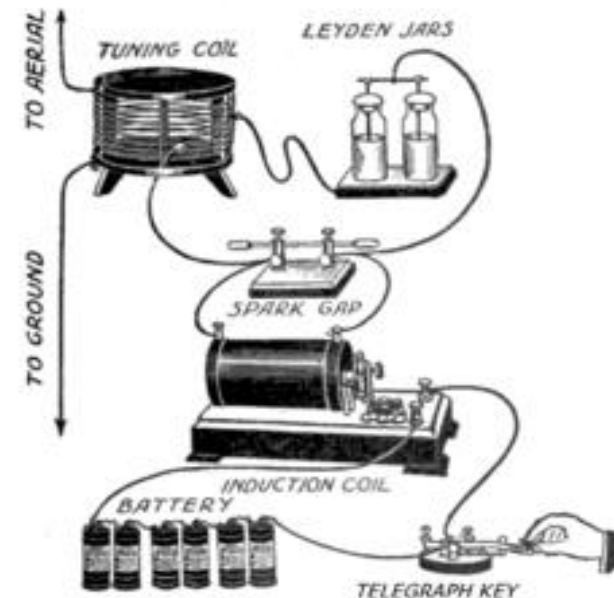
senal pulsado



GNSS

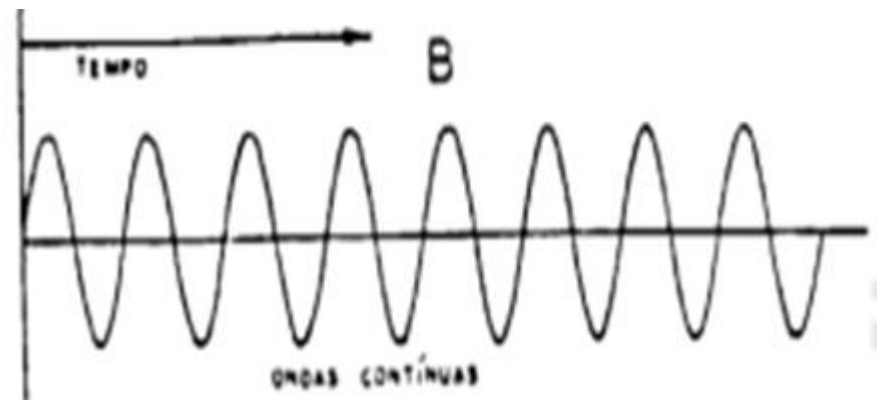
Na figura ilustra-se a forma das ondas irradiadas por um **transmissor de faíscas**: esta forma de onda inicia-se com uma amplitude ou intensidade mínima e que vai aumentando progressivamente até alcançar sua intensidade máxima, passando novamente a cair de intensidade até se extinguir completamente (pois a energia electrónica entre os eléctrodos do transmissor de faísca tem que vencer nos primeiros instantes a oposição causada pela separação do ar entre os dois eléctrodos, antes que se forme o arco voltaico produzido pela faísca. Assim que o arco voltaico é produzido, as ondas geradas alcançam sua máxima amplitude, caindo de intensidade logo em seguida, devido à queda de potencial na fonte de energia que produziu a faísca).

Diagrama de um transmissor de faísca simples mostrando os componentes electrónicos utilizados: o emissor de faísca (ou transmissor de faísca) ou descarga eléctrica foi um dispositivo eléctrico utilizado nos primeiros tempos de desenvolvimento da radiotelegrafia para produzir ondas electromagnéticas de radiofrequência a partir de uma faísca gerada por uma descarga eléctrica de alta voltagem



GNSS

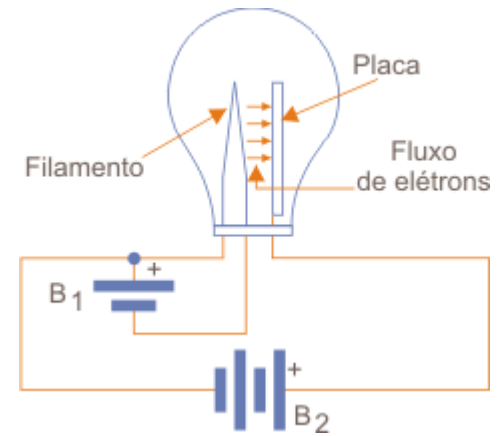
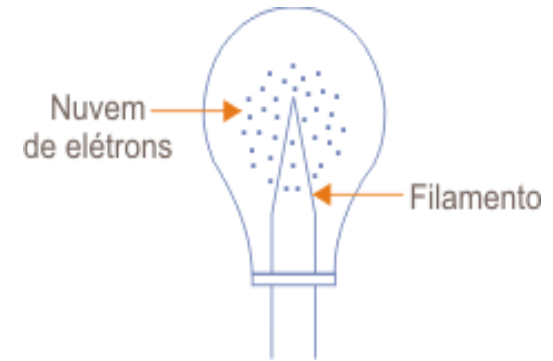
Este tipo de onda representa uma grande desvantagem, pois, como se pode observar, o ponto de maior intensidade das ondas é de pouca duração, de modo que grande parte da energia do transmissor é perdida na formação de ondas de fraca intensidade. Como essas ondas vão gradualmente perdendo sua intensidade, elas são conhecidas pelo nome de ondas amortecidas. Em baixo, na figura representa-se outro tipo de onda no qual a amplitude se mantém constante desde o momento em que se inicia a transmissão até o momento em que se suspende a mesma. Essas são as ondas que podem ser produzidas por meio da **válvula** inventada por De Forest e que proporciona uma maior eficiência.



GNSS

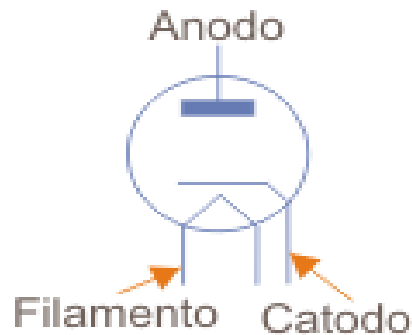
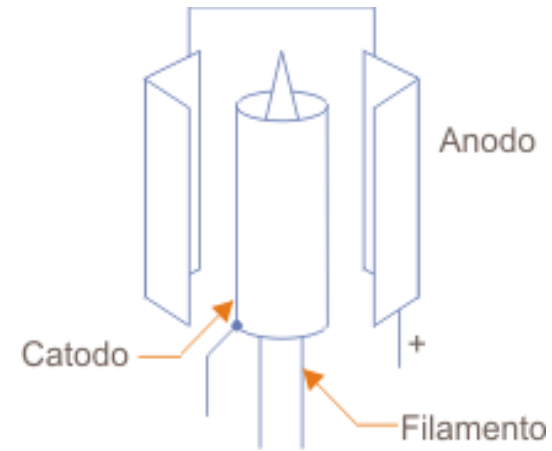
Válvula díodo: se num tubo de vidro for feito vácuo, ou seja, se se retirar todo o ar, e se se colocar um filamento de tungstênio que possa ser aquecido pela passagem de uma corrente eléctrica, forma-se em torno do filamento uma nuvem de electrões que tecnicamente é denominada carga espacial.

Se no interior desta mesma válvula for acrescentado um elemento metálico denominado ânodo ou placa, ligado a uma fonte de tensão positiva, carregando-o com essa carga, ele atrairá os electrões estabelecendo assim um fluxo de electrões, ou seja, uma corrente.

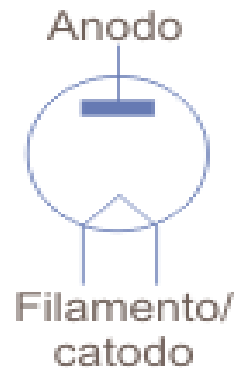


GNSS

Posteriormente foi feito um aperfeiçoamento nesta estrutura: em vez de usar o filamento para emitir as cargas, o que é denominado aquecimento direto, foi agregado um novo eléctrodo envolvendo o filamento. Este elemento em forma de tubo é denominado cátodo e aparece nas válvulas de aquecimento indireto.



a) Aquecimento indireto



b) Aquecimento direto

Essas válvulas díodo de aquecimento direto e indireto podem ser usadas nas mesmas aplicações que os díodos comuns, ou seja, na detecção e rectificação.

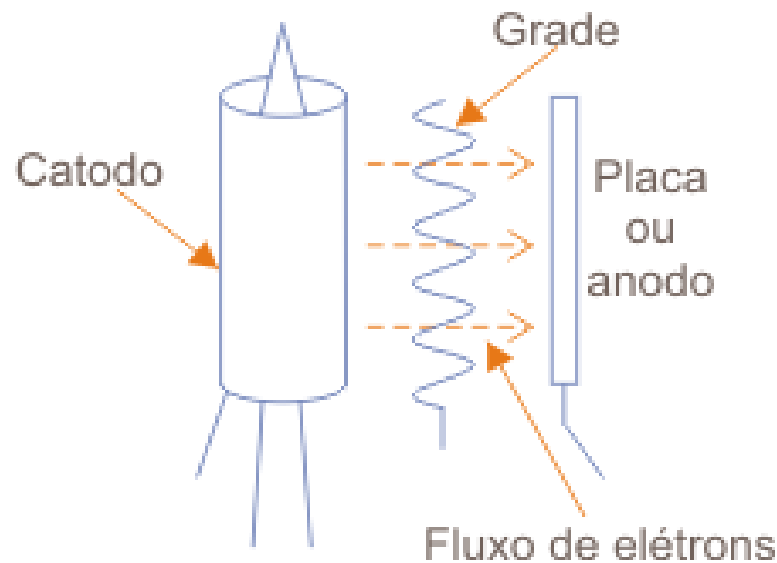
GNSS

Uma diferença muito importante das válvulas em relação aos transistores e diodos semicondutores é que as válvulas precisam de tensões mais altas para funcionar e, além disso, uma fonte adicional para aquecer os filamentos. Para os filamentos é comum encontrar tensões de 1,5 a 12 V e para a operação em si, ou seja, polarizar o ânodo as tensões podem ficar na faixa dos 80 aos 600 volts tipicamente.

Por outro lado, com uma tensão elevada no ânodo, as correntes que fluem entre este elemento e o cátodo são relativamente baixas, variando entre 10 mA e 500 mA.

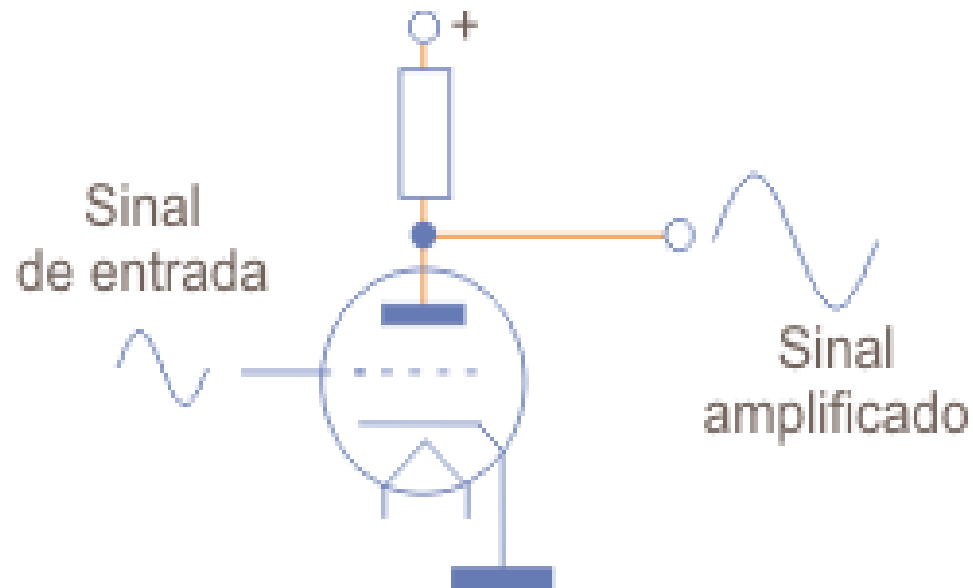
GNSS

Lee de Forest descobriu um facto interessante ao pesquisar o funcionamento das válvulas: se entre a placa e o cátodo fosse colocada uma tela ou grade de metal, uma tensão aplicada nesta tela poderia servir para controlar o fluxo de cargas no interior da válvula, bastando carregar a tela com tensões apropriadas para se ter um controle total da corrente circulante entre o ânodo e o cátodo. Estava criada a válvula tríodo.



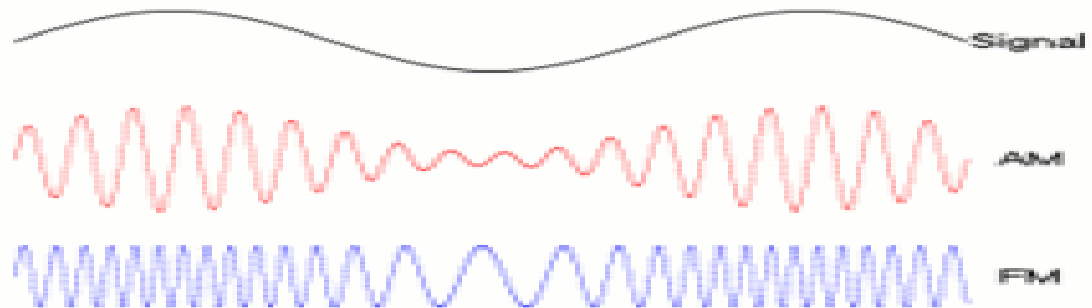
GNSS

Se um sinal, por exemplo, a corrente que venha de um microfone, for aplicada à grade de uma válvula, a variação da tensão na grade provocará uma variação da corrente que atravessa o dispositivo para a placa ou ânodo. Esta corrente tem a mesma forma de onda do sinal aplicado, mas está amplificada. Isso significa que a válvula pode funcionar como um excelente amplificador para sinais eléctricos.



GNSS

A vantagem do **signal contínuo** relativamente ao sinal pulsado é que o primeiro está **sempre disponível para ser medido e não apenas em épocas discretas**, como é o caso do segundo. No caso de um sinal contínuo num único sentido, o emissor T é um oscilador que gera continuamente uma onda cuja fase varia no tempo e no espaço, sendo gerada no receptor R uma réplica da onda produzida no emissor. Supõe-se que T e R estão perfeitamente sincronizados (os sinais gerados em T e R são idênticos). A determinação da distância entre T e R no instante t_2 é obtida pelo produto da diferença de fase entre os sinais recebido e gerado no receptor pelo comprimento de onda do sinal, sendo este o valor acumulado de ciclos inteiros e de uma parte fraccionária de um ciclo. Para este efeito, é necessário determinar a ambiguidade de ciclo.



GNSS

✓ Códigos:

- **C/A** (*Coarse Aquisition* ou *Clear Access*) código PRN de 1023 dígitos binários de frequência $f_{C/A} = 0.1f_0 = 1.023 \text{ MHz} = 1.023 \text{ Mbits/s}$ ($\lambda = 293.05 \text{ m}$);
- **P** (*Precise* ou *Protected*) código PRN de 2.34×10^{14} dígitos binários, de frequência $f_P = f_0 = 10.23 \text{ MHz} = 10.23 \text{ Mbits/s}$ ($\lambda = 29.31 \text{ m}$), sequência de período de 267 dias de duração, divididos em 7 dias, com reinicialização às 0h de domingo;
- **D** (*Navigation Message*) código PRN de 1500 dígitos binários, de frequência $f_D = 50 \text{ Hz} = 50 \text{ bits/s}$;

✓ Ondas portadoras:

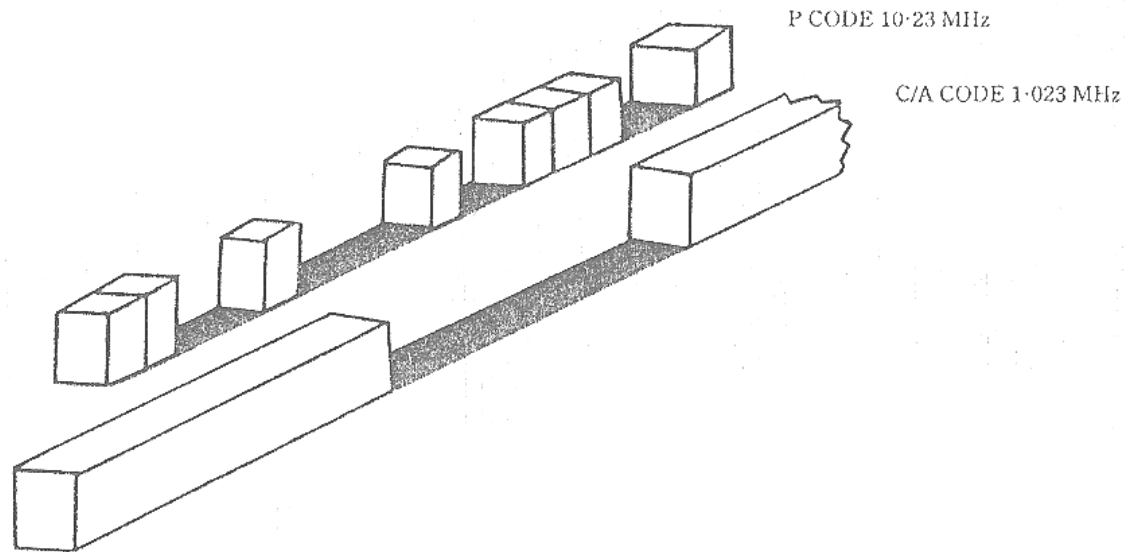
- **L1** (Link 1) de frequência $f_{L1} = 150 f_0 = 1575.42 \text{ MHz}$ ($\lambda = 19.05 \text{ cm}$);
- **L2** (Link 2) de frequência $f_{L2} = 120 f_0 = 1227.60 \text{ MHz}$ ($\lambda = 24.45 \text{ cm}$);

GNSS

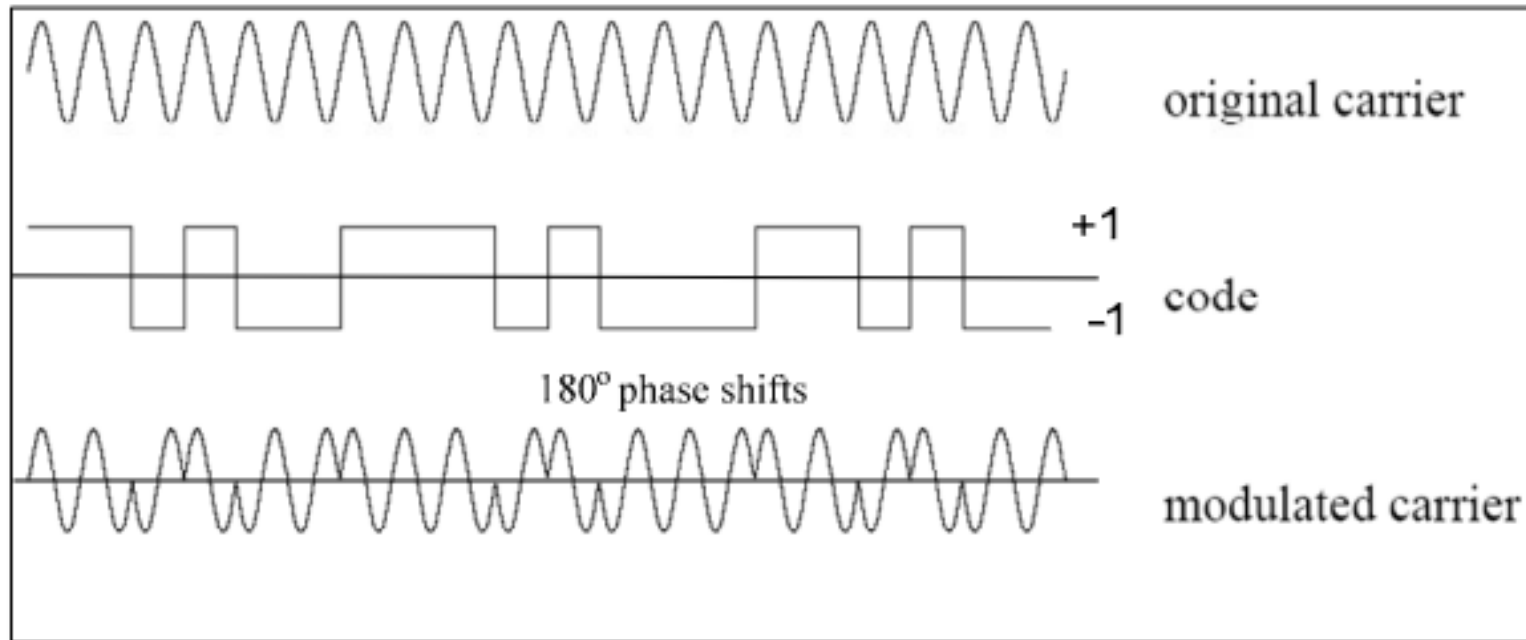
Os códigos têm características de **ruído pseudo-aleatório**, isto é, são sequências de 0's e 1's que parecem ter características aleatórias mas que podem ser identificados sem ambiguidade pelo receptor. **Cada satélite tem um código C/A próprio**, permitindo a identificação do satélite emissor; a sua pequena extensão permite ao receptor sintonizar rapidamente com os diversos satélites de quem está a receber sinal, facilitando assim a transição para a aquisição do código P, bastante mais longo.

Cada segmento de 7 dias de duração do **código P** é atribuído a um satélite diferente, de modo a que cada satélite seja identificado pelo respectivo código.

Utilizando a técnica de multiplexagem por divisão de código, é possível que todos os satélites partilhem a mesma frequência.



GNSS



Modulação em fase, utilizada para **transportar a informação sob a forma dos códigos**

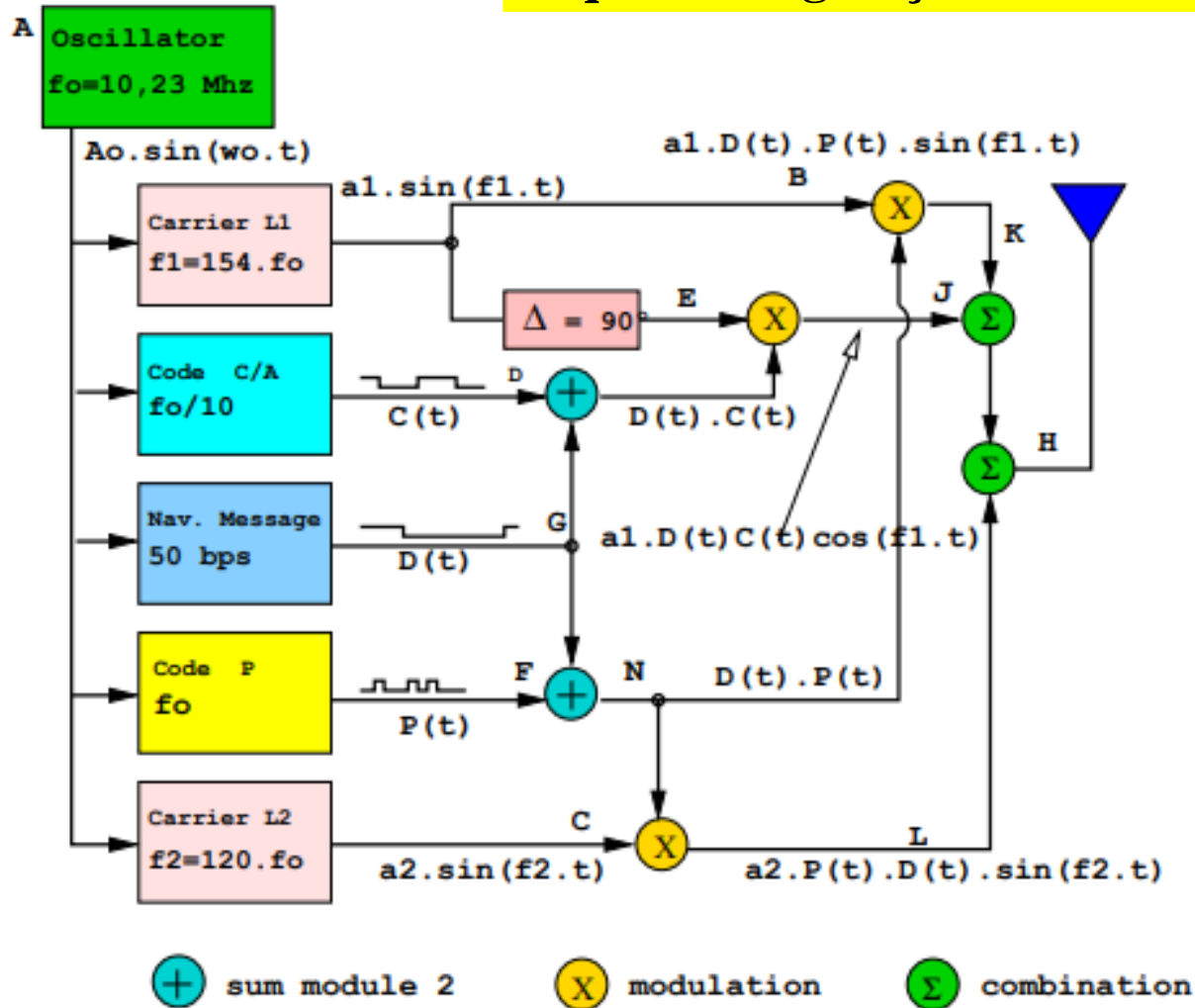
$$\begin{cases} L_1(t) = a_1 \cos(f_1 t) \\ L_2(t) = a_2 \cos(f_2 t) \end{cases}$$

sinal não modulado

$$\begin{cases} L_1(t) = a_1 P(t) D(t) \cos(f_1 t) + a_1 C/A(t) D(t) \sin(f_1(t)) \\ L_2(t) = a_2 P(t) D(t) \cos(f_2 t) \end{cases}$$

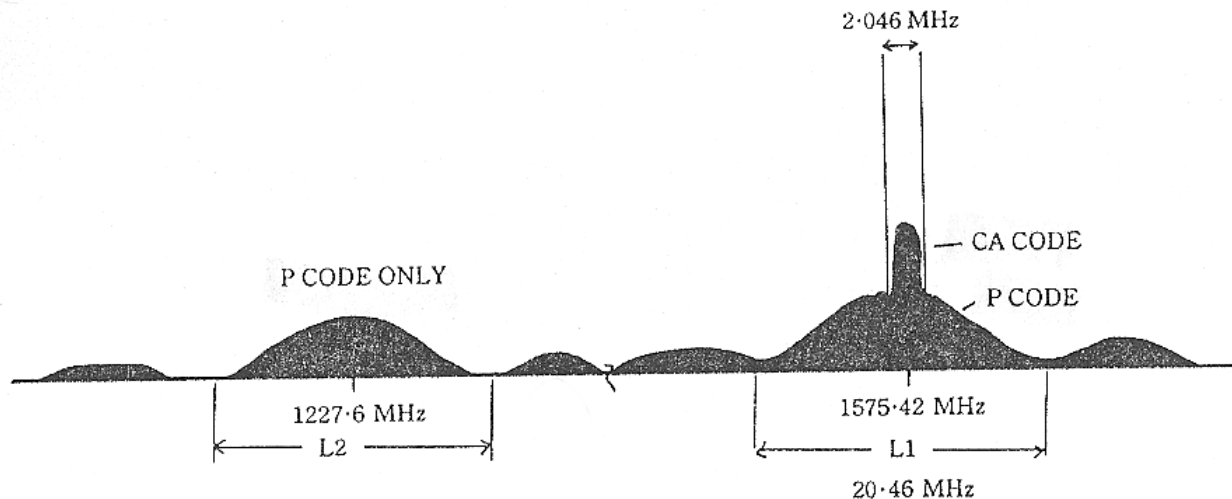
sinal modulado

Esquema de geração dos sinais no satélite



GNSS

Os sinais GPS são muito fracos e praticamente indistinguíveis do ruído de fundo, distribuindo-se numa banda de cerca de 20 MHz de largura centrada nas frequências L_1 e L_2 . Os espectros largos são normalmente utilizados para comunicações pois são mais resistentes a interferências (a largura de banda da mensagem de navegação é 100 Hz).



Espectro do sinal GPS

GNSS

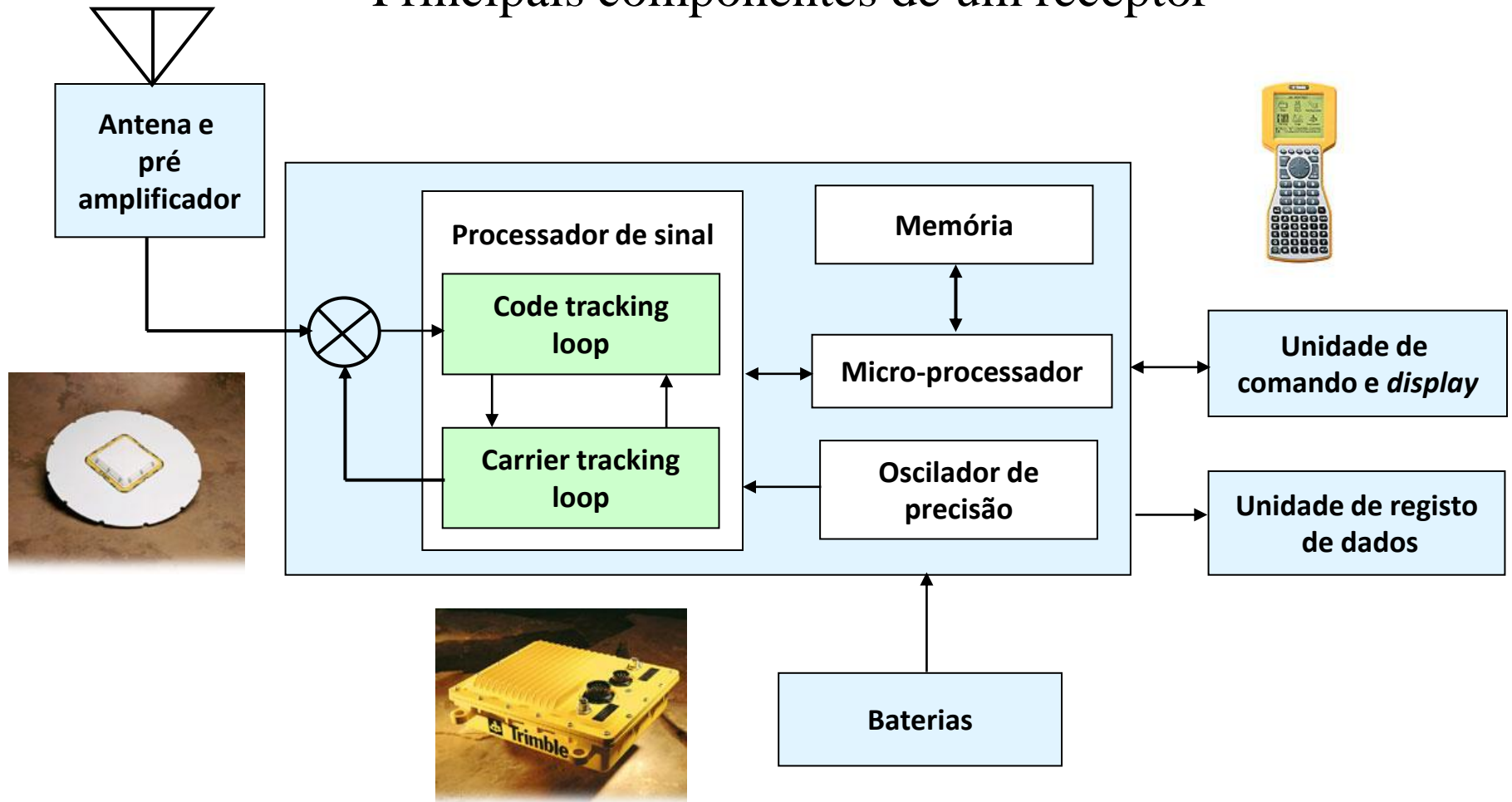
O primeiro objectivo de um receptor GPS é recolher sinal suficiente emitido pelos satélites. As **antenas** são concebidas para receber todos os sinais dentro da banda relevante de frequências, devendo o receptor distinguir a informação que interessa do ruído. Através de uma pré-amplificação na antena, “estimula-se” o sinal antes de ser enviado através de um cabo para o interior do receptor. O **ganho da antena** é um parâmetro importante, pois determina a concentração do sinal de chegada, a fim de melhorar a qualidade da recepção e de forma a não provocar saturação).

GNSS

Após os sinais serem captados pela antena, são direccionados para um circuito electrónico chamado **canal**, que reconhece os sinais de diferentes satélites. Um receptor com um único canal lê o sinal de cada satélite sucessivamente, até receber os sinais de todos os satélites disponíveis, utilizando uma técnica chamada "time multiplexing" (leva menos de um segundo para processar os dados e calcular a posição). **Um receptor com mais de um canal é mais rápido, pois os dados são processados simultaneamente.**

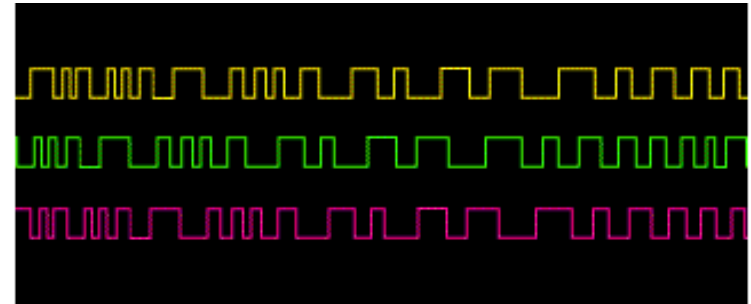
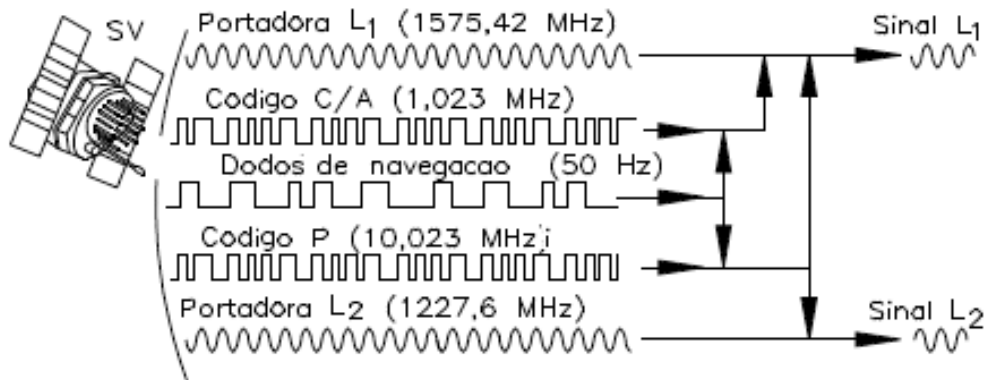
GNSS

Principais componentes de um receptor



GNSS

Os satélites, cuja **posição é conhecida ao longo do tempo**, emitem regularmente e em simultâneo sinais electromagnéticos codificados (banda rádio), sendo a posição do utilizador obtida a partir da determinação das distâncias para os satélites calculada a partir do intervalo de tempo de percurso satélite-receptor do sinal e da posição de cada satélite no instante de emissão dos sinais.



GNSS

Exemplo: considerem-se duas pessoas em lados opostos de um estádio de futebol (vazio) e suponha-se que exista um meio de se ter a certeza que **ambas começam a contar em voz alta exactamente ao mesmo tempo, com a mesma cadência**. Cada uma delas, no seu lado do estádio, vai gritando: Um... Dois... Três... e, um pouco mais tarde, ouve a voz da outra pessoa dizendo Um... Dois... Três.., sendo o desfazamento das sequências devido ao intervalo de tempo que o som leva até alcançar o lado oposto do estádio. Como ambos começaram a contar no mesmo instante, **o intervalo de tempo de percurso do sinal é igual à diferença entre o número que uma pessoa está a gritar e o número que ouve a outra pessoa a gritar**.

GNSS

Tempo – a época de medição é o instante de recepção do sinal no receptor, sendo idêntico para as medições de fase e de pseudo distância para todos os satélites observados nessa época, expressa em tempo GPS (não em tempo universal)

Pseudo-distância – distância da antena do receptor à antena do satélite, incluindo dessincronizações dos relógios do receptor e dos satélites e outros erros como por exemplo os atrasos atmosféricos

Fase de batimento da onda portadora – **diferença de fase** entre a fase do sinal gerado no receptor e a fase do sinal proveniente do satélite.

Desvio Doppler

Determinação da posição do receptor utilizando a pseudo- distância

GNSS

Cada satélite GPS emite a informação com uma “assinatura” única, consistindo em códigos pseudo-aleatórios (PRN): o código C/A com frequência de emissão de 1.023 MHz e período de repetição de 1 ms e o código P com frequência de emissão de 10.23 MHz e período de repetição de 37 semanas. Todos os satélites emitem na mesma frequência mas com códigos C/A diferentes, sendo a identificação dos satélites e a recuperação da informação efectuados nos receptores

GNSS

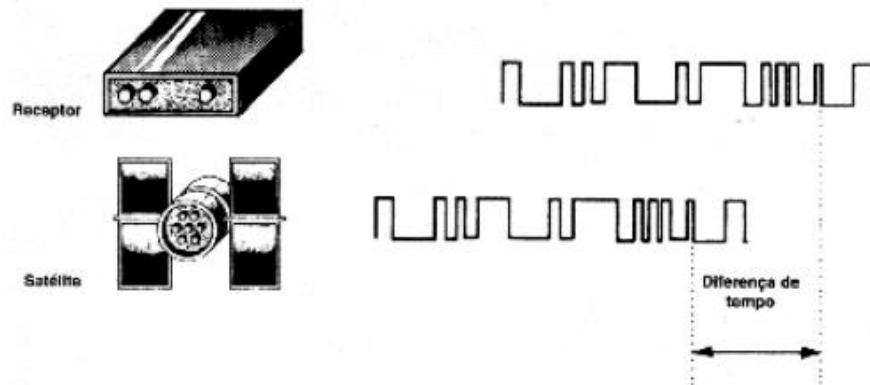
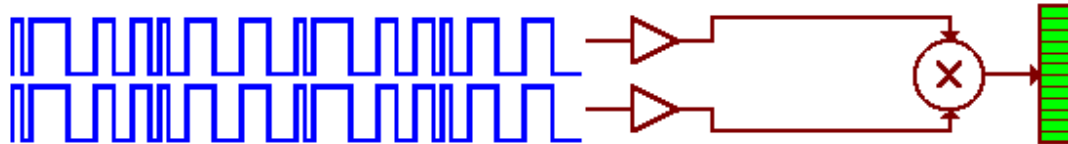
COMO SABEMOS QUANDO O SINAL PARTIU DO SATÉLITE?

O “truque” para medir o intervalo de tempo de viagem do sinal de rádio é saber exatamente quando o sinal partiu do satélite, uma vez que o receptor regista o instante da respectiva chegada. Para conseguir isto, os relógios dos receptores e os satélites têm que estar **sincronizados** de forma a gerarem o mesmo código exatamente nas mesmas épocas.

É efectuada a comparação entre a sequência dos códigos C/A (sinal SPS) ou P (sinal PPS) que está a ser recebida de um dado satélite e uma réplica gerada no receptor dos sinais emitidos por esse mesmo satélite.

GNSS

A **pseudo-distância R** é determinada pelo receptor através da geração de uma **réplica** do sinal emitido pelo satélite, que é comparada com o sinal recebido de tal forma que a **translação em tempo** que é necessário aplicar à réplica para se verificar uma coincidência (correlação máxima) traduz o **intervalo de tempo de percurso do sinal**, que multiplicado pela velocidade de propagação da onda fornece a distância ao satélite.



GNSS

Uma incorrecção de $1 \mu\text{s} = 10^{-6}\text{s}$ na medição do intervalo de tempo de percurso traduz-se num erro de 300 m na posição. A **pseudo-distância** é a distância medida entre o receptor e um satélite usando medidas sobre o código modulado nas ondas portadores. Como **os relógios do receptor e do satélite não estão sincronizados**, o valor obtido não conduz à determinação da distância geométrica entre ambos, sendo por esta razão designada por pseudo-distância.

GNSS

Se por um lado o relógio do receptor não está sincronizado com o relógio dos satélites, os relógios dos satélites também não estão sincronizados com o tempo GPS.

Seja t^S a leitura do relógio do satélite no instante de emissão e t_R a leitura do relógio do receptor no instante de recepção; se as dessincronizações dos relógios relativamente ao tempo GPS forem representados por δ^S e por δ_R , a diferença entre as leituras é equivalente à translação em tempo que faz coincidir os sinais do satélite e do receptor durante o processo de correlação dos códigos. Assim:

$$\Delta t = t_R - t^S = (t_{R(\text{GPS})} + \delta_R) - (t_{(\text{GPS})}^S + \delta^S) = (t_{R(\text{GPS})} - t_{(\text{GPS})}^S) + (\delta_R - \delta^S) = \Delta t_{(\text{GPS})} + \Delta \delta$$

onde

$$\Delta t_{(\text{GPS})} = t_{R(\text{GPS})} - t_{(\text{GPS})}^S \quad \text{e} \quad \Delta \delta = \delta_R - \delta^S.$$

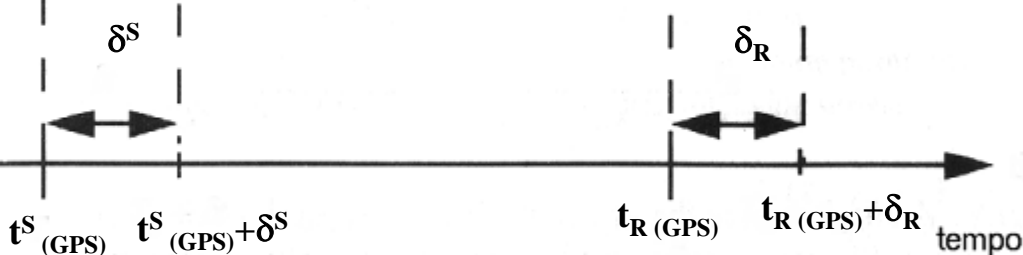
GNSS

O desvio δ^S do relógio do satélite pode ser modelado através de um polinómio cujos coeficientes são transmitidos na mensagem de navegação; assumindo que a correcção δ^S é aplicada (e portanto a partir daí $\delta^S=0$), $\Delta\delta=\delta_R$. Então, o intervalo de tempo Δt multiplicado pela velocidade de propagação da radiação electromagnética fornece a equação da pseudo-distância R com código: $R=c \Delta t=c \Delta t_{(GPS)}+c \Delta\delta= \rho+\Delta\rho=\rho+c\delta_R$.

ρ

equivalente em tempo da distância geométrica

Δt_{GPS}



$$R=c \Delta t= \rho+c\delta_R \Rightarrow \rho=R-c \delta_R$$

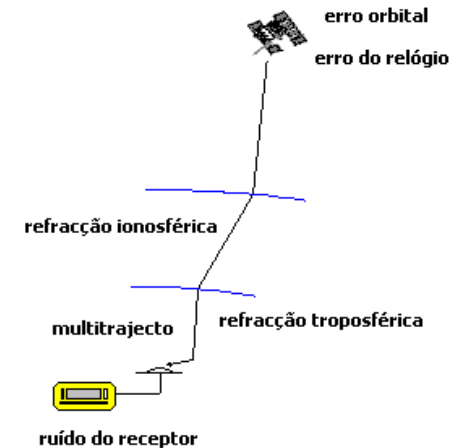
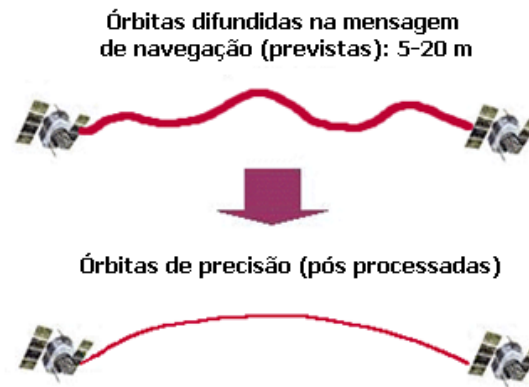
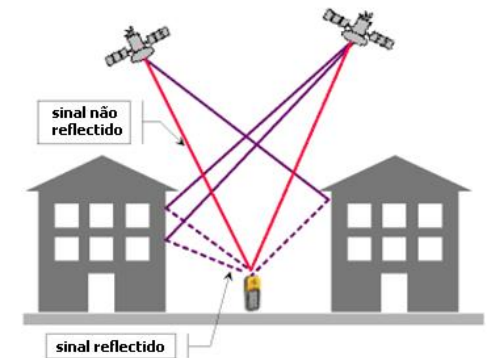
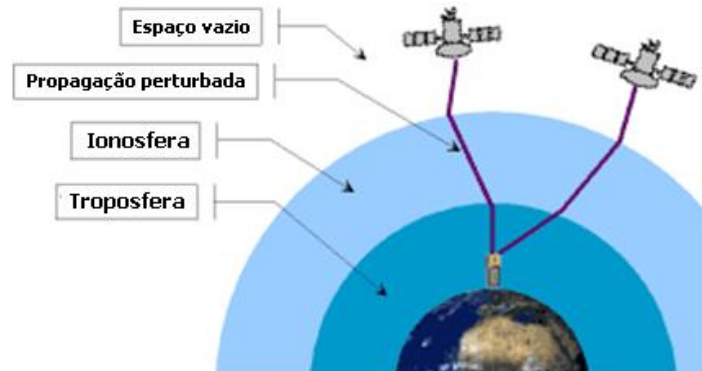


É suficiente uma época de observações para a determinação de R

R

GNSS

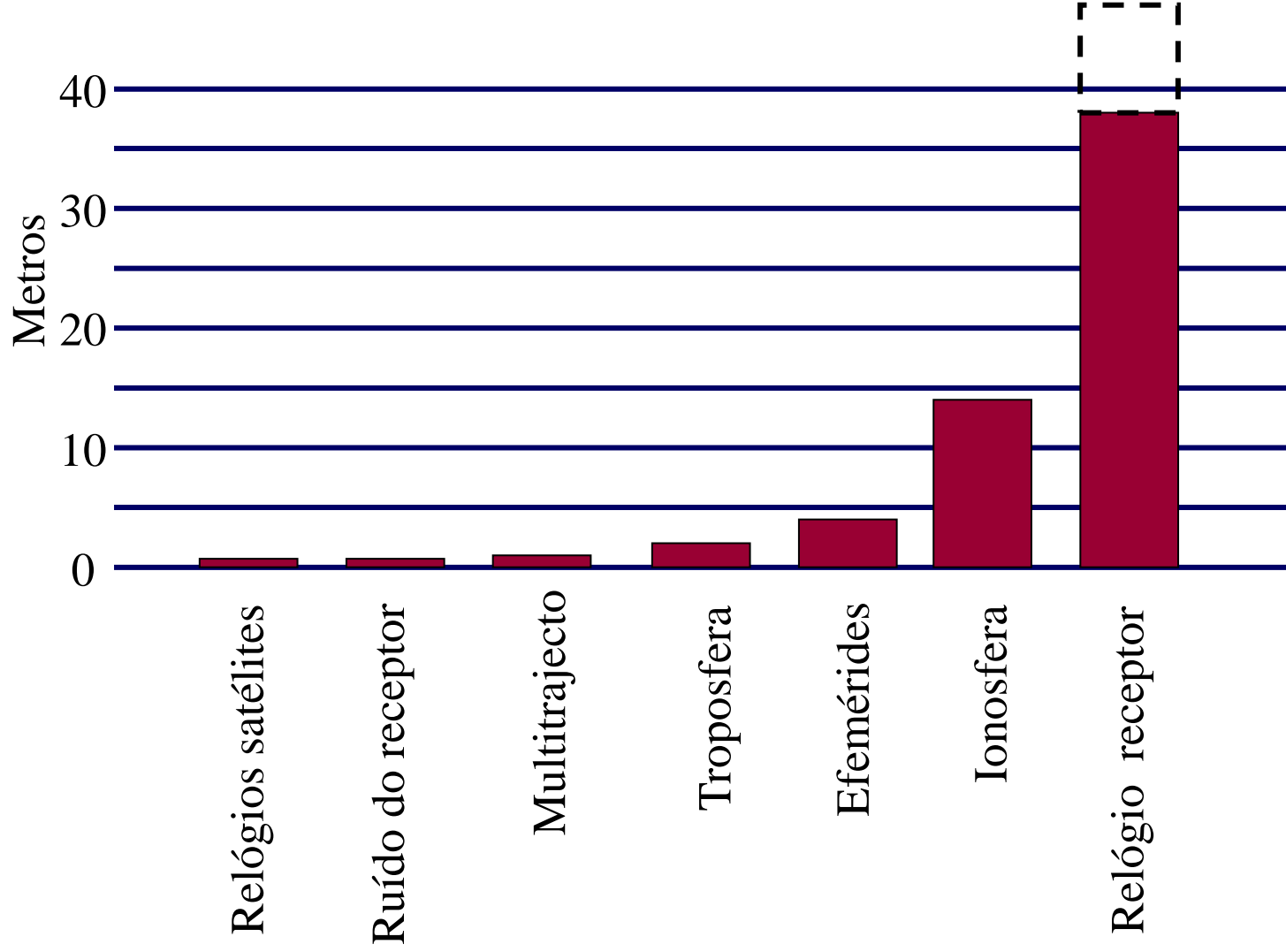
A este desfazamento dos relógios do receptor e dos satélites juntam-se erros relacionados com o atraso do sinal no percurso através da atmosfera terrestre (atraso ionosférico e atraso troposférico), erros nas efemérides do satélite, efeitos do multitrajecto e ruído provocado pelo hardware.



$$\mathbf{R} = \rho + c \delta_R + \delta_{ion} + \delta_{trop} + \epsilon$$

GNSS

Influência dos erros na posição



GNSS

Cada **satélite** está equipado com um **relógio atómico** que pode “perder” no máximo um segundo de cada 30,000 a 1,000,000 anos (conforme o tipo de relógio; os satélites do bloco 2R têm uma precisão de **10^{-9} s por dia** = 1 nanosegundo/dia). De forma a torna-los ainda mais precisos, os relógios de todos os satélites são regularmente sincronizados a partir de várias estações de controlo terrestres, emitindo desta forma cada satélite sinais contendo o tempo interno exacto. Estes sinais propagam-se à velocidade da luz (**299,792,458 m/s**) e demoram aproximadamente **67.3 ms**, menos de um décimo de segundo ($1 \text{ ms} = 10^{-3} \text{ s}$) a alcançar o nadir de cada satélite.

Os relógios dos **receptores** são **relógios de quartzo**, do mesmo tipo dos que equipam os computadores vulgares: assim, por definição, o relógio dos receptores tem algum erro de relógio.

GNSS

Quanto tempo demora o sinal a alcançar o receptor na superfície terrestre?

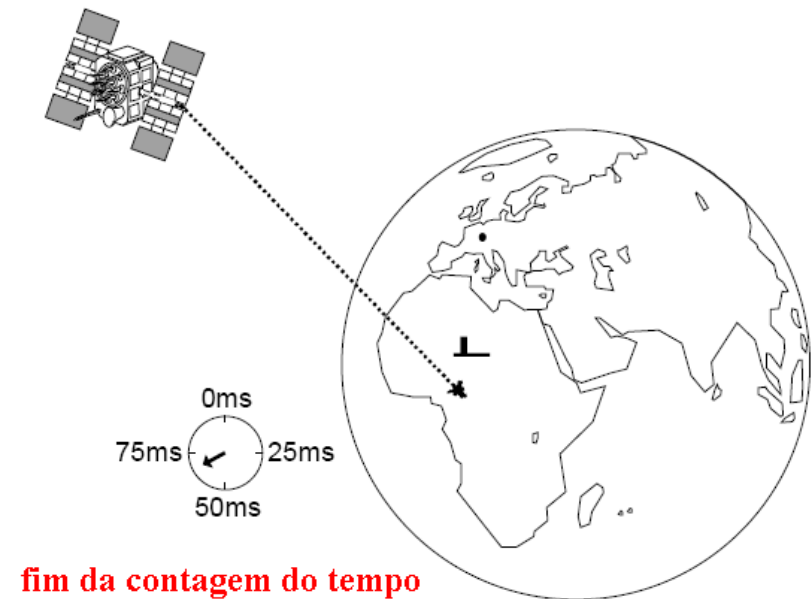
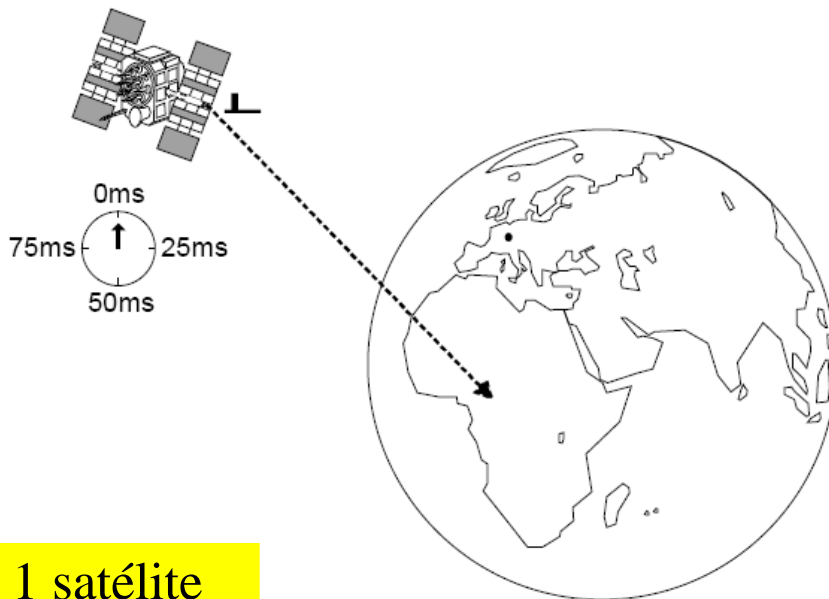
```
1  2          NAVIGATION DATA          RINEX VERSION / TYPE
2 CCRINEXN V1.6.0 UX  CDDIS          27-MAY-00 23:28  PGM / RUN BY / DATE
3 IGS BROADCAST EPHEMERIS FILE          COMMENT
4  0.1025D-07  0.2235D-07 -0.5961D-07 -0.1192D-06  ION ALPHA
5  0.9626D+05  0.1311D+06 -0.6554D+05 -0.5898D+06  ION BETA
6  0.651925802231D-08  0.142108547152D-13  503808  1272 DELTA-UTC: A0,A1,T,W
7  13                                          LEAP SECONDS
8                                          END OF HEADER
9  ①04  5 27  0  0  0.0  0.345709268004D-03  0.181898940355D-11  0.000000000000D+00
10 0.234000000000D+03  0.175000000000D+01  0.437232498203D-08  0.217799976124D+01
11 0.242143869400D-07  0.518854695838D-02  0.449456274509D-05  0.515355429268D+04
12 0.345600000000D+06  0.931322574616D-08  0.301797969076D+01-0.856816768646D-07
13 0.979547928960D+00  0.303906250000D+03-0.168036467919D+01-0.803533470394D-08
14 0.122505102829D-09  0.100000000000D+01  0.127200000000D+04  0.000000000000D+00
15 0.100000000000D+01  0.000000000000D+00-0.325962901115D-08  0.234000000000D+03
16 0.342570000000D+06  0.000000000000D+00  0.000000000000D+00  0.000000000000D+00
```

Para o satélite SV 1, a mensagem de navegação indica a raiz quadrada do raio orbital (5153.55429268 m), obtendo-se o valor ≈ 26559122 m para o raio orbital. A distância à superfície terrestre no nadir é igual a $26559122 - 6371000 \approx 20188122$ m. A velocidade de propagação do sinal é igual a 299792458 m/s. Assim, o sinal alcança a superfície terrestre (nadir) em $20180752 / 299792458 \approx 0.067$ segundos.

GNSS

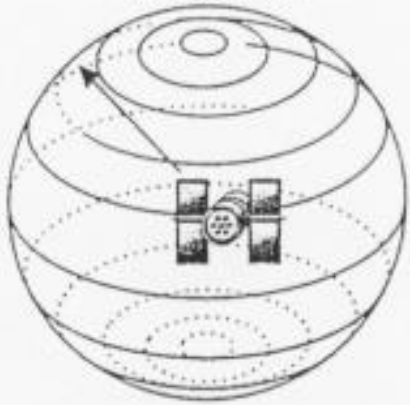
Quando um sinal é recebido no receptor, determina-se o respectivo intervalo de tempo de percurso, a partir do qual se obtém a distância satélite-receptor. A precisão com que o tempo de percurso do sinal deve medido é alta: para uma precisão de **1 m** na distância medida é necessária uma precisão de **3.33 ns** no intervalo de tempo medido (diferenciando $D=cT$, tem-se $dD=c dT$, $dT=dD/c$).

início da contagem do tempo

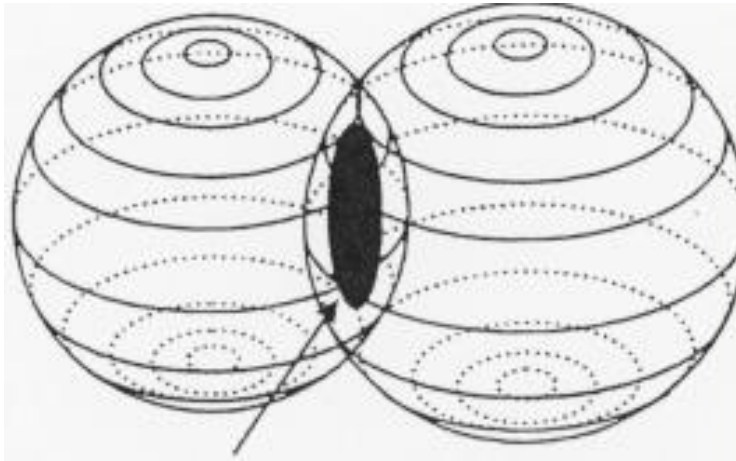


GNSS

20.000 km

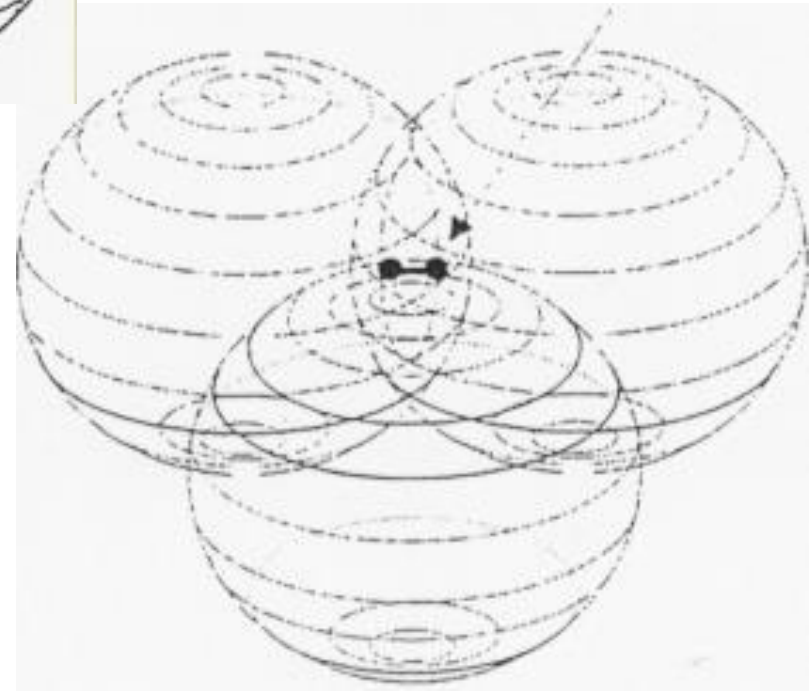


1 satélite define a superfície de uma esfera



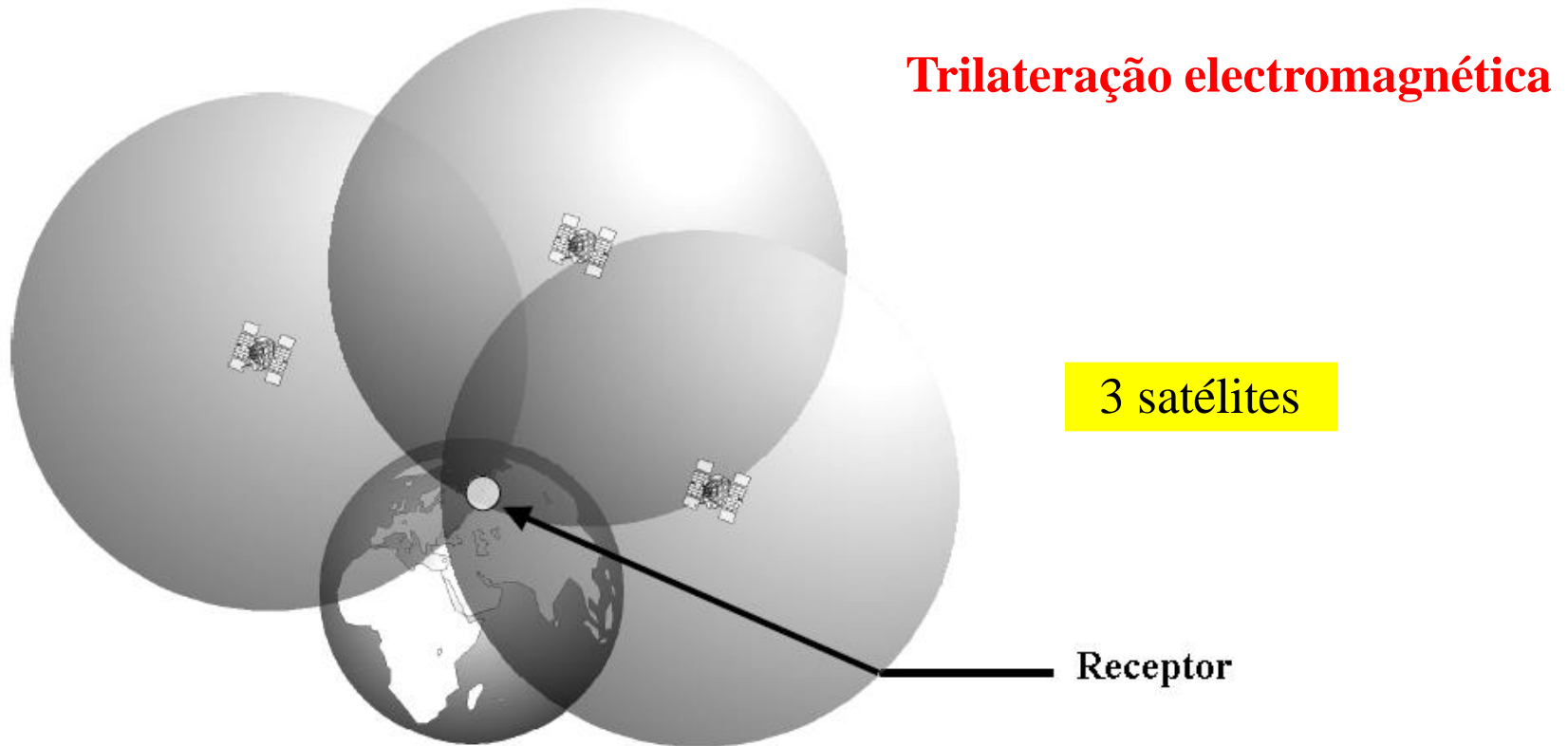
2 satélites definem uma circunferência

3 satélites definem dois pontos



GNSS

Se o relógio do receptor estiver **sincronizado** com os relógios dos satélites, basta a recepção simultânea de sinais provenientes de **3** satélites diferentes.



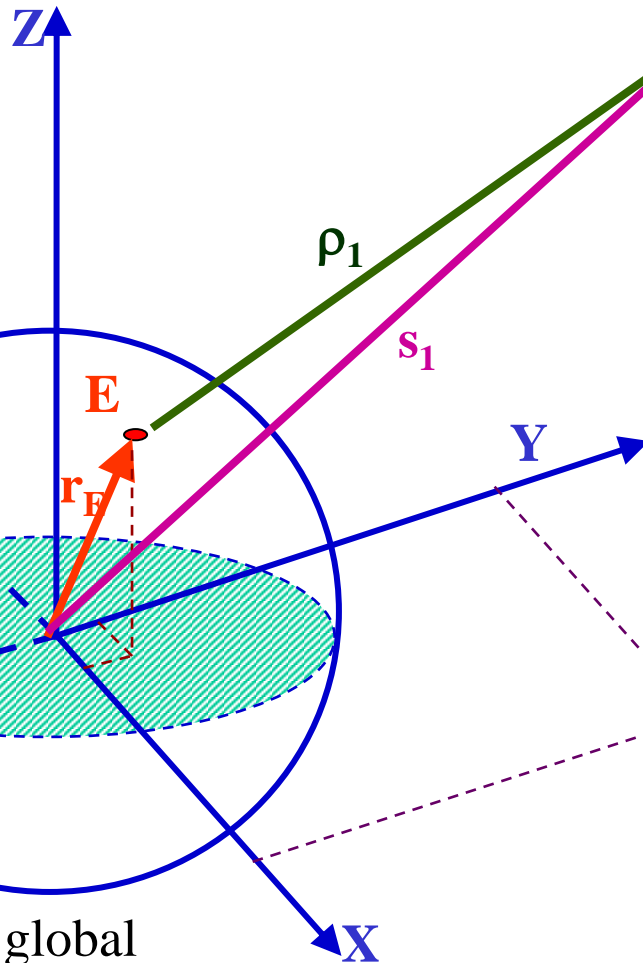
A posição do receptor é obtida como intersecção de 3 esferas com centro em 3 satélites e cujo raio é igual à distância de cada um dos satélites para o receptor

GNSS

Pretende-se conhecer o vector posição do ponto E: $\mathbf{r}_E = x_E \mathbf{e}_1 + y_E \mathbf{e}_2 + z_E \mathbf{e}_3$

Conhece-se o vector posição do satélite sv₁: $\mathbf{s}_1(t) = x_{s1}(t)\mathbf{e}_1 + y_{s1}(t)\mathbf{e}_2 + z_{s1}(t)\mathbf{e}_3$

(cálculo de efemérides)



Mede-se o vector entre E e o satélite:

$$\boldsymbol{\rho}_1 = \mathbf{s}_1 - \mathbf{r}_E$$

$$\boldsymbol{\rho}_1 = (x_{s1} - x_E) \mathbf{e}_1 + (y_{s1} - y_E) \mathbf{e}_2 + (z_{s1} - z_E) \mathbf{e}_3$$

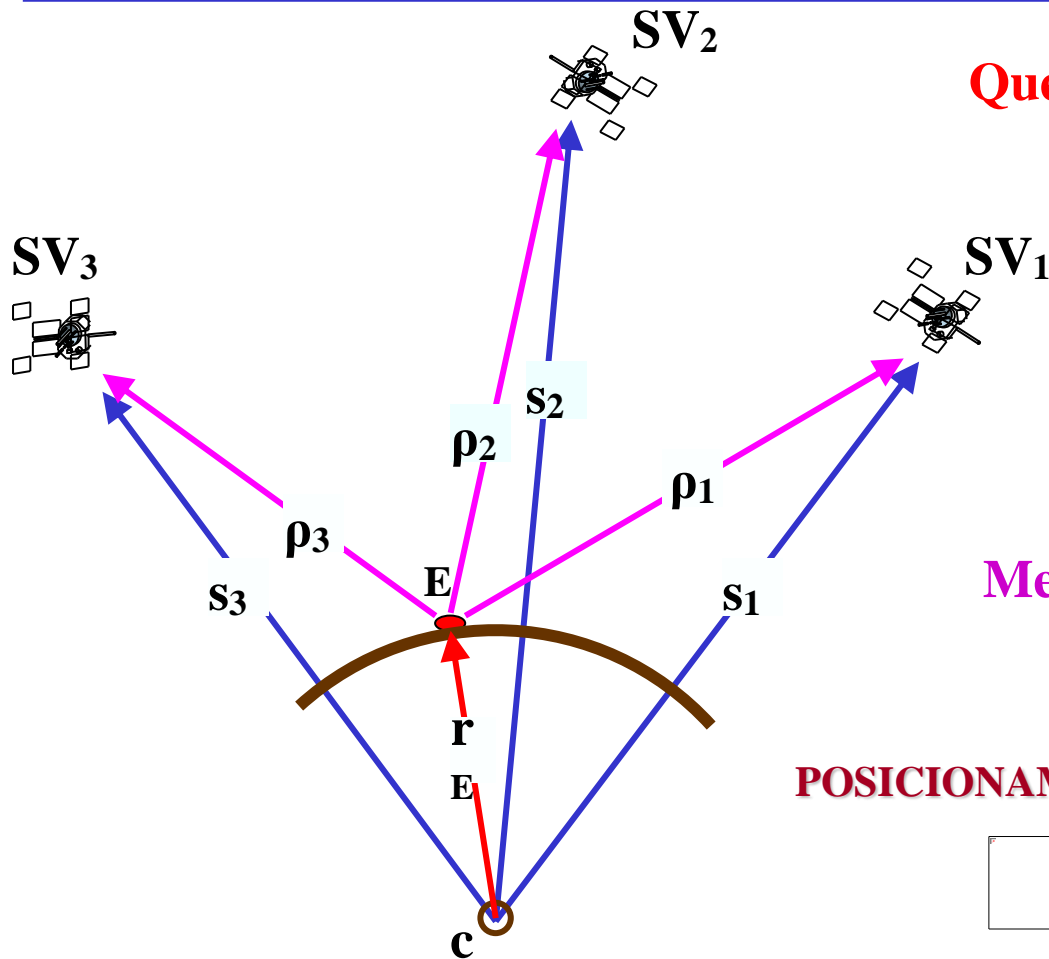
? ? ?

Medindo ρ_1 ficam 3 incógnitas: X_E , Y_E e Z_E

Medindo simultaneamente as distâncias geométricas para 3 satélites ρ_i , obtêm-se 3 equações para determinar X_E , Y_E e Z_E

Referencial global

GNSS

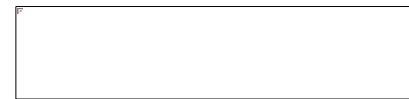


Quer-se conhecer as coordenadas da estação E (x_E, y_E, z_E)

Conhecem-se as coordenadas dos satélites x_{si}, y_{si} e z_{si}

Medem-se as distâncias do receptor aos satélites ρ_i

POSICIONAMENTO POR TRILATERAÇÃO ESPACIAL



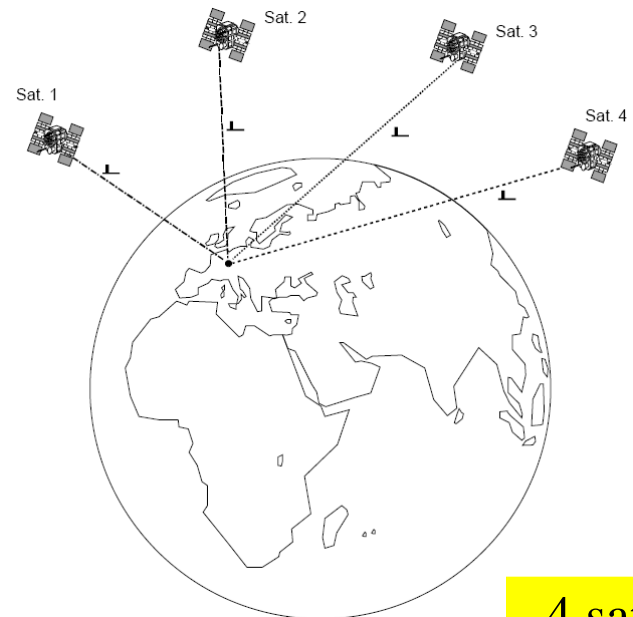
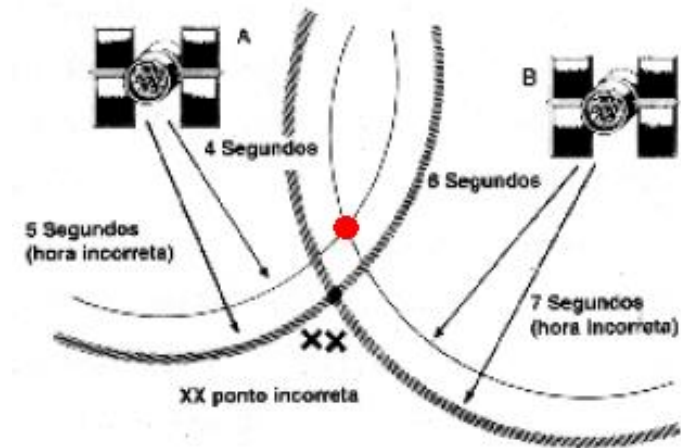
$i = 1, 2, 3$

$$\|\rho_i(t)\| = \|s_i(t) - r_E\| = \sqrt{(x_{si}(t) - x_E)^2 + (y_{si}(t) - y_E)^2 + (z_{si}(t) - z_E)^2}$$

A solução geométrica requer um mínimo de três equações para obter as 3 coordenadas de E , i.e., observar 3 satélites, $i = 1, 2, 3$

GNSS

Se a medição dos intervalos de tempo de percurso dos sinais estiver incorrecta devido à **dessincronização** do relógio do receptor relativamente aos relógios dos satélites, as distâncias calculadas estarão igualmente incorrectas, obtendo-se uma posição também incorrecta. É assim necessária a utilização de um quarto satélite.



4 satélites

GNSS

TABLE A1 OBSERVATION DATA FILE - HEADER SECTION DESCRIPTION		
HEADER LABEL (Columns 61-80)	DESCRIPTION	FORMAT
RINEX VERSION / TYPE	- Format version (2) - File type ('O' for Observation Data) - Satellite System: blank or 'G': GPS 'R': GLONASS 'T': NNSS Transit 'M': Mixed	I6,14X, A1,19X, A1,19X
PGM / RUN BY / DATE	- Name of program creating current file - Name of agency creating current file - Date of file creation	A20, A20, A20
* COMMENT	Comment line(s)	A60 *
MARKER NAME	Name of antenna marker	A60
* MARKER NUMBER	Number of antenna marker	A20 *
OBSERVER / AGENCY	Name of observer / agency	A20,A40
REC # / TYPE / VERS	Receiver number, type, and version (Version: e.g. Internal Software Version)	3A20
ANT # / TYPE	Antenna number and type	2A20
APPROX POSITION XYZ	Approximate marker position (WGS84)	3F14.4
ANTENNA: DELTA H/E/N	- Antenna height: Height of bottom surface of antenna above marker - Eccentricities of antenna center relative to marker to the east and north (all units in meters)	3F14.4
WAVELENGTH FACT L1/2	- Wavelength factors for L1 and L2 1: Full cycle ambiguities 2: Half cycle ambiguities (squaring) 0 (in L2): Single frequency instrument - Number of satellites to follow in list for which these factors are valid. 0 or blank: Default wavelength factors for all satellites not contained in such a list. - List of PRNs (satellite numbers with system identifier)	2I6, I6, 7(3X,A1,I2)

* # / TYPES OF OBSERV	- Number of different observation types stored in the file - Observation types If more than 9 observation types: Use continuation line(s) The following observation types are defined in RINEX Version 2: L1, L2: Phase measurements on L1 and L2 C1 : Pseudorange using C/A-Code on L1 P1, P2: Pseudorange using P-Code on L1,L2 D1, D2: Doppler frequency on L1 and L2 T1, T2: Transit Integrated Doppler on 150 MHz (T1) and 400 MHz (T2) Observations collected under Antispoofing are converted to "L2" or "P2" and flagged with bit 2 of loss of lock indicator (see Table A2). Units : Phase : full cycles Pseudorange : meters Doppler : Hz Transit : cycles The sequence of the types in this record has to correspond to the sequence of the observations in the observation records	I6, 9(4X,A2) 6X,9(4X,A2)
* INTERVAL	Observation interval in seconds	I6 *
TIME OF FIRST OBS	- Time of first observation record (4-digit-year, month,day,hour,min,sec) - Time system: GPS (=GPS time system) GLO (=UTC time system) Compulsory in mixed GPS/GLONASS files Defaults: GPS for pure GPS files GLO for pure GLONASS files	S16,F12.6, 6X,A3
* TIME OF LAST OBS	- Time of last observation record (4-digit-year, month,day,hour,min,sec) - Time system: GPS (=GPS time system) GLO (=UTC time system) Compulsory in mixed GPS/GLONASS files Defaults: GPS for pure GPS files GLO for pure GLONASS files	S16,F12.6, 6X,A3 *
* LEAP SECONDS	Number of leap seconds since 6-Jan-1980 Recommended for mixed GPS/GLONASS files	I6 *

Header do ficheiro de observações

* # OF SATELLITES	Number of satellites, for which observations are stored in the file	I6 *
* PRN / # OF OBS	PRN (sat.number), number of observations for each observation type indicated in the "# / TYPES OF OBSERV" - record. If more than 9 observation types: Use continuation line(s) This record is (these records are) repeated for each satellite present in the data file	3X,A1,I2,9I6* 6X,9I6
END OF HEADER	Last record in the header section.	60X

Records marked with * are optional

GNSS

TABLE A2 OBSERVATION DATA FILE - DATA RECORD DESCRIPTION		
OBS. RECORD	DESCRIPTION	FORMAT
EPOCH/SAT or EVENT FLAG	<ul style="list-style-type: none"> - Epoch : year (2 digits), month, day, hour, min, sec - Epoch flag 0: OK <ul style="list-style-type: none"> 1: power failure between previous and current epoch >1: Event flag - Number of satellites in current epoch - List of PRNs (sat. numbers with system identifier, see 5.1) in current epoch - receiver clock offset (seconds, optional) - If more than 12 satellites: Use continuation line(s) - If EVENT FLAG record (epoch flag > 1): <ul style="list-style-type: none"> 2: start moving antenna 3: new site occupation (end of kinem. data) (at least MARKER NAME record follows) 4: header information follows 5: external event (epoch is significant, same time frame as observation time tags) 6: cycle slip records follow to optionally report detected and repaired cycle slips (same format as OBSERVATIONS records; slip instead of observation; LLI and signal strength blank) - "Number of satellites" contains number of records to follow (0 for event flags 2,5) 	S13,F11.7, I3, I3, 12(A1,I2), F12.9 32X, 12(A1,I2)
OBSERVATIONS	<ul style="list-style-type: none"> - Observation rep. within record for - LLI each obs.type (same seq 	m(F14.3, I1,

- Signal strength | as given in header) | I1)

If more than 5 observation types (=80 char):
continue observations in next record.

This record is (these records are) repeated for
each satellite given in EPOCH/SAT - record.

Observations:
Phase : Units in whole cycles of carrier
Code : Units in meters
Missing observations are written as 0.0
or blanks.
Loss of lock indicator (LLI). Range: 0-7
0 or blank: OK or not known
Bit 0 set : Lost lock between previous and
current observation: cycle slip
possible
Bit 1 set : Opposite wavelength factor to the
one defined for the satellite by a
previous WAVELENGTH FACT L1/2 line.
Valid for the current epoch only.
Bit 2 set : Observation under Antispoofing
(may suffer from increased noise)

Bits 0 and 1 for phase only.

Signal strength projected into interval 1-9:
1: minimum possible signal strength
5: threshold for good S/N ratio
9: maximum possible signal strength
0 or blank: not known, don't care

Header do ficheiro de observações

GNSS

4 observáveis

pseudo-distância obtida pelo código C/A transportado por L1, m
(1ª observável em 4)

pseudo-distância obtida pelo código P transportado por L2, m
(3ª observável em 4)

```

2.10 OBSERVATION DATA G RINEX VERSION / TYPE
SPIDER VL5.0.156 2009 05 07 00:01 PGM / RUN BY / DATE
FCUL MARKER NAME
FCUL MARKER NUMBER
80162 LEICA S500 5.00/1.39 OBSERVER / AGENCY
959 LEIAT04 NONE ANT # / TYPE
4916949.18 -792574.824 3971367.6329 APPROX POSITION XYZ
0.0000 0.0000 0.0000 WAVELENGTH FACT L1/2

1 1 # / TYPES OF OBSERV
4 C1 L1 P2 L2
30.000
2009 05 06 00 00 0.0000000
2009 05 06 23 59 30.0000000
15
30
G 2 836 836 828 828 PRN # / OF OBS
G 3 806 806 804 804 PRN # / OF OBS
G 4 683 683 682 682 PRN # / OF OBS
G 5 844 844 844 844 PRN # / OF OBS
G 6 878 878 868 868 PRN # / OF OBS
G 7 724 724 713 713 PRN # / OF OBS
G 8 807 807 806 806 PRN # / OF OBS
G 9 717 717 716 716 PRN # / OF OBS
G10 817 817 815 815 PRN # / OF OBS
G11 770 770 759 759 PRN # / OF OBS
G12 694 694 693 693 PRN # / OF OBS
G13 893 893 890 890 PRN # / OF OBS
G14 797 797 795 795 PRN # / OF OBS
G15 757 757 755 755 PRN # / OF OBS
G16 884 884 882 882 PRN # / OF OBS
G17 938 938 928 928 PRN # / OF OBS
G18 803 803 802 802 PRN # / OF OBS
G19 782 782 781 781 PRN # / OF OBS
G20 842 842 836 836 PRN # / OF OBS
G21 924 924 920 920 PRN # / OF OBS
G22 653 653 652 652 PRN # / OF OBS
G23 940 940 937 937 PRN # / OF OBS
G24 907 907 904 904 PRN # / OF OBS
G25 749 749 748 748 PRN # / OF OBS
G26 851 851 850 850 PRN # / OF OBS
G27 940 940 933 933 PRN # / OF OBS
G28 715 715 714 714 PRN # / OF OBS
G29 815 815 814 814 PRN # / OF OBS
G30 677 677 676 676 PRN # / OF OBS
G31 727 727 726 726 PRN # / OF OBS
G32

```

```

BIT 2 OF LLI FLAGS DATA COLLECTED UNDER A/S CONDITION COMMENT
SNR is mapped to RINEX snr flag value [2-9] COMMENT
L1&L2: = 25dBHz -> 1; 26-27dBHz -> 2; 28-1dBHz -> 3 COMMENT
32-35dBHz -> 4; 36-38dBHz -> 5; 39-1dBHz -> 6 COMMENT
42-44dBHz -> 7; 45-48dBHz -> 8; 49-5dBHz -> 9 COMMENT
Site Information : COMMENT
Lisboa COMMENT
Lisboa COMMENT
Portugal-PT COMMENT
Euroasiática COMMENT
END OF HEADER

09 05 06 00 00 0.000000 0 7G06G16G21G24G29G30G31
23085346.921 1212138266.28447 23085346.566 94530632.25748
21984106.993 115527285.24149 21984144.194 90021259.49449
21412917.331 112559243.14849 21419308.712 87708508.00349
22138380.797 116337984.96448 22138779.451 90652976.16449
22194281.812 116631829.585 2219479.443 90881971.191 9
2365273.082 124296006.29546 2365229.790 96854056.83947
20905930.998 109861446.368 9 20905928.291 85606331.877 9
09 05 06 00 00 30.000000 0 7G06G16G21G24G29G30G31
23070874.927 121238266.28447 23070873.571 94471371.98148
21971620.306 115461667.25948 21971617.494 89970128.60649
21412919.976 112525656.17849 21412917.311 87682336.34749
22147716.903 116387049.75148 22147716.164 90691208.47549
22208778.116 116708010.777 8 22208776.246 90941333.147 9
23669596.182 124384633.02646 23669594.910 96923116.62147
20905930.998 109861446.368 9 20905928.291 85606331.877 9
09 05 06 00 01 0.000000 0 7G06G16G21G24G29G30G31
23042025.556 121086661.75347 23042024.187 94353238.57648
21946699.616 115330708.21348 21946696.808 89868082.59749
21400384.531 112459782.00049 21400381.859 87631005.83149
22166661.478 116486604.19648 22166660.726 90768783.37949
22237824.110 116860648.471 8 22237822.252 91060271.691 9
23703386.926 124562204.45946 23703385.668 97061483.94047
20923488.485 109853711.521 9 20923485.772 85678226.794 9
09 05 06 00 02 0.000000 0 8G03G06G16G21G24G29G30G31
24343073.894 127923730.72845
23027677.628 121011262.97447 23027676.258 94294486.30248

```

nesta época há sinal de 7 satélites

7 linhas
4 colunas

Dados do ficheiro de observações

GNSS

$$(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2 = \rho_1^2 = (R_1 - c\delta_R)^2$$

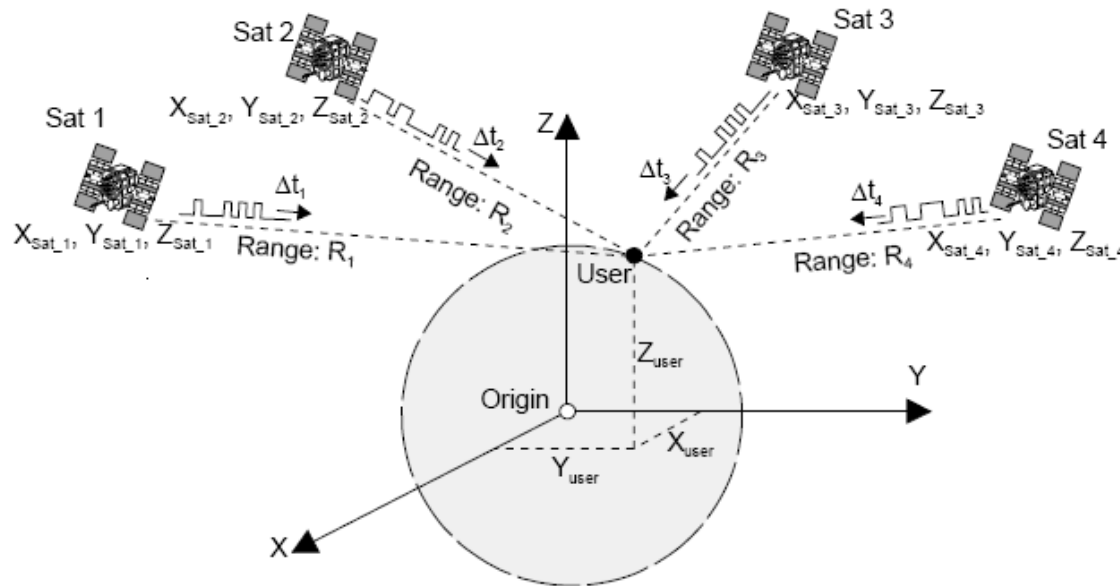
$$(x_2 - x)^2 + (y_2 - y)^2 + (z_2 - z)^2 = \rho_2^2 = (R_2 - c\delta_R)^2$$

$$(x_3 - x)^2 + (y_3 - y)^2 + (z_3 - z)^2 = \rho_3^2 = (R_3 - c\delta_R)^2$$

$$(x_4 - x)^2 + (y_4 - y)^2 + (z_4 - z)^2 = \rho_4^2 = (R_4 - c\delta_R)^2$$

Posicionamento ABSOLUTO

Como há quase sempre mais do que 4 satélites acima do horizonte e como é possível obter pseudo-distâncias através do código C/A (C1) e do código P (P1 e P2), é necessário efectuar um ajustamento do sistema de equações de forma a obter as coordenadas do receptor.



GNSS

Como já foi indicado, o posicionamento com GPS está sujeito a degradações provocadas por diversas fontes de **erros**. Tais erros podem ser reunidos em quatro grupos: **satélites, propagação do sinal, receptor/antena e estação.**

Fonte	Erro
Satélite	Atraso entre as duas portadoras no hardware do satélite Erro de órbita Erro do relógio
Propagação do sinal	Refração troposférica Refração ionosférica Perdas de ciclos Multicaminho
Receptor/antena	Erro do relógio Erro entre os canais Variação do centro de fase da antena
Estação	Erro nas coordenadas Multicaminho

GNSS

O GPS é, de longe, o sistema de navegação global mais exacto que foi desenvolvido. Mas mesmo sua extraordinária precisão pode ser aumentada utilizando uma técnica conhecida como "**GPS diferencial**".

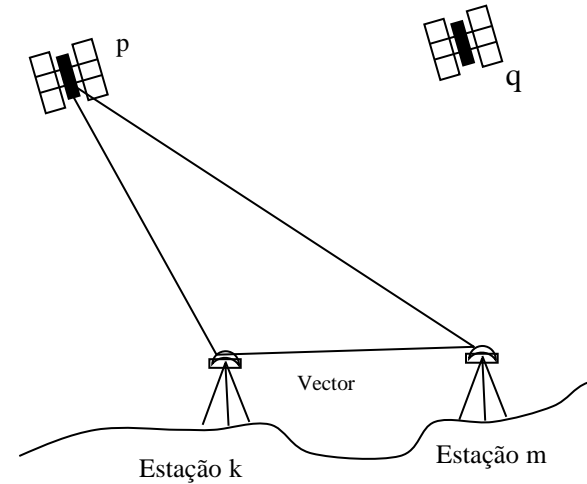
GNSS

Sejam duas estações, k (fixa) e m (livre), donde para um satélite p qualquer tem-se (posicionamento absoluto):

$$\rho_k^p = R_k^p - c \delta_k$$

e

$$\rho_m^p = R_m^p - c \delta_m$$



$$(X_m, Y_m, Z_m) = (X_k, Y_k, Z_k) + (\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)$$

Sendo conhecidas as coordenadas da estação k , é possível calcular a **distância verdadeira** ρ_k^v ao satélite p e fazendo a diferença com a distância observada determinar a chamada **correção diferencial** (para cada época):

$$D_k^p = \rho_k^p - \rho_k^v = R_k^p - c \delta_k - \rho_k^v$$

GNSS

Aplicada esta correcção à distância da estação m , obtém-se a respectiva **distância corrigida**

$$\rho_m^v = \rho_m^p - D_k^p = R_m^p - c \delta_m - D_k^p$$

e com 4 satélites, obtém-se um sistema do qual resultam coordenadas mais precisas (0.8 a 1.5m) para a estação m :

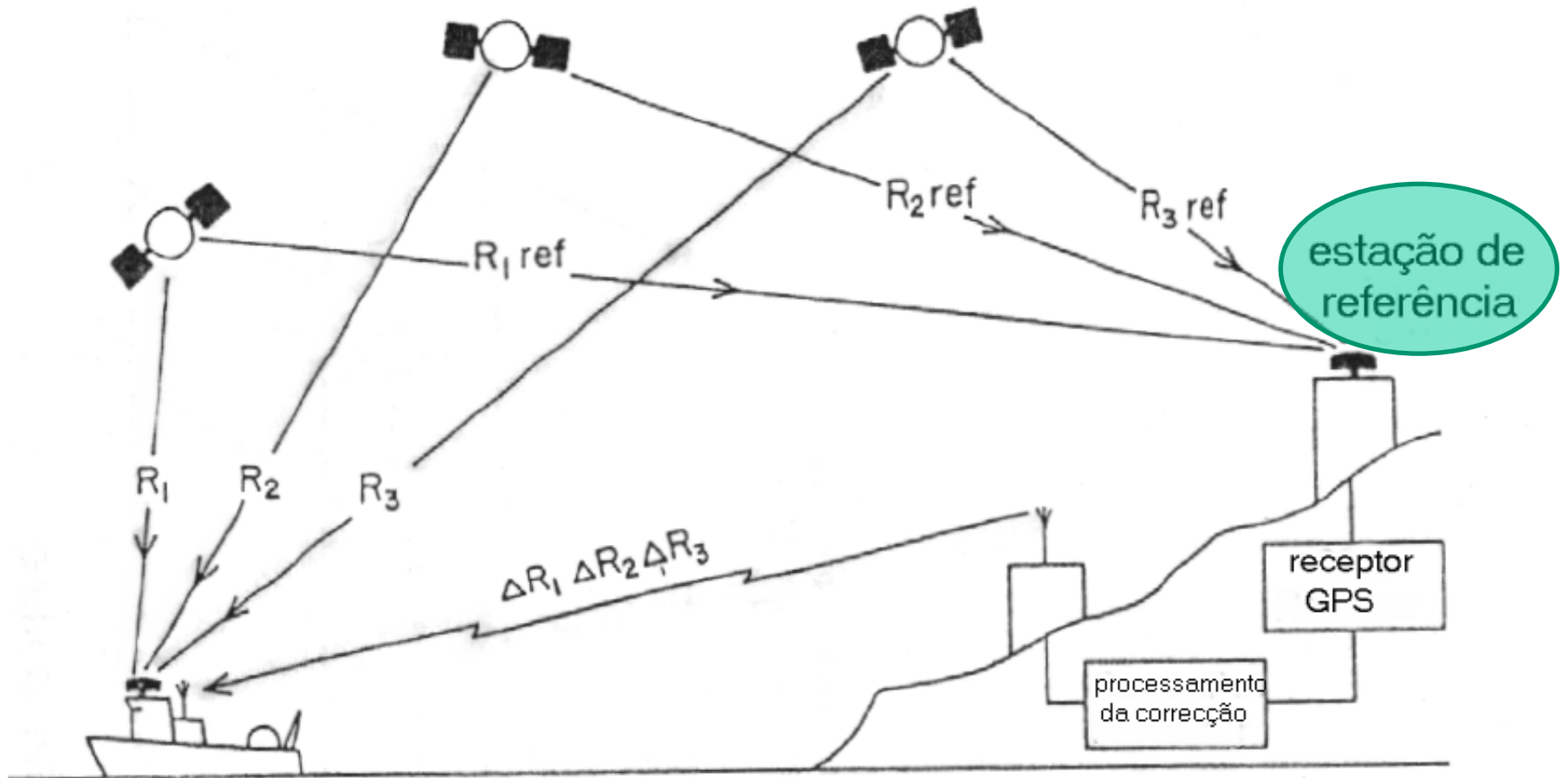
$$\sqrt{(x^p - x_m)^2 + (y^p - y_m)^2 + (z^p - z_m)^2} = \rho_m^v$$

$$\sqrt{(x^p - x_m)^2 + (y^p - y_m)^2 + (z^p - z_m)^2} = \rho_m^p - D_k^p$$

$$\sqrt{(x^p - x_m)^2 + (y^p - y_m)^2 + (z^p - z_m)^2} = R_m^p - c \delta_m - D_k^p$$

$$\sqrt{(x^p - x_m)^2 + (y^p - y_m)^2 + (z^p - z_m)^2} + c \delta_m = R_m^p - D_k^p$$

GNSS



A correção diferencial difundida por rádio é obtida via **código (pseudo-distâncias)**

GNSS

Quando os GNSS ainda não tinham uma utilização generalizada, a maior parte dos trabalhos de cartografia/topografia eram efectuados directamente em **referenciais locais**.

Um problema complexo que tem que ser ultrapassado com a utilização dos GNSS é o grande número de **referenciais** utilizados em cada país, com as correspondentes **coordenadas diferentes para um mesmo ponto**.

A descrição da forma da Terra tem-se revelado, ao longo do tempo, um grande desafio científico, tendo sido sugeridos ao longo dos séculos diversos **modelos** como aproximação à sua forma.

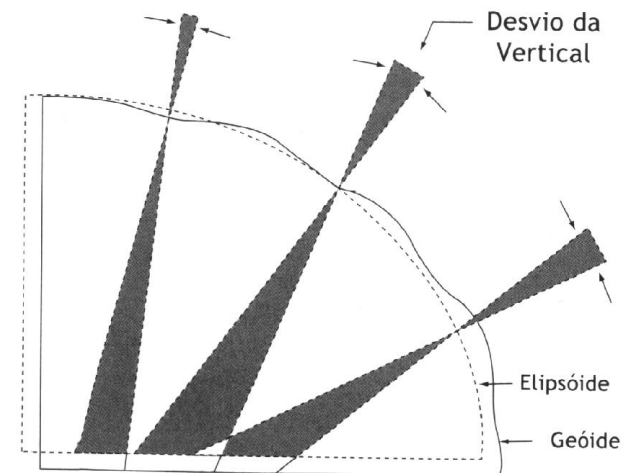
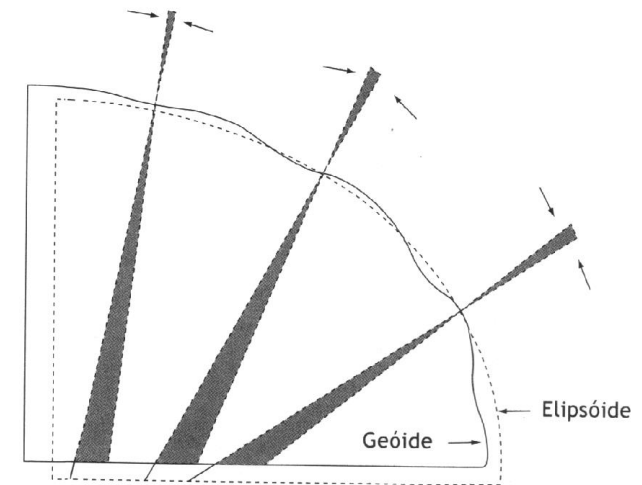
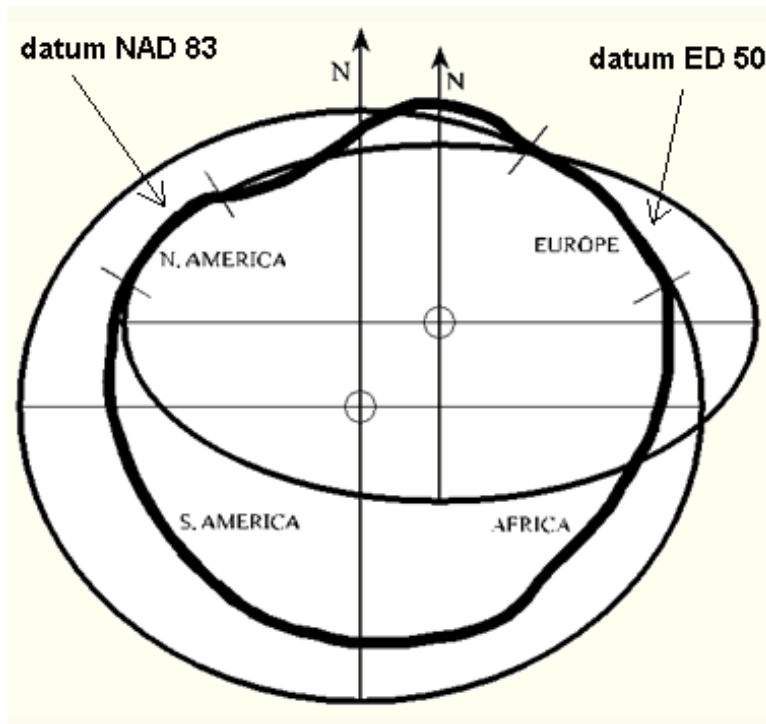
GNSS

Posicionamento do elipsóide em relação ao geóide:

Desvio da vertical:

ζ : componente N-S
 η : componente E-W

datum geodésico, definido por 8 parâmetros: a , e , φ_0 , λ_0 , N_0 , ζ_0 , η_0 , α_0



Num datum (astro)geodésico, o elipsóide é estabelecido num ponto origem, no qual as coordenadas e a orientação relativa ao campo gravítico são determinadas

- **datum local.**

GNSS

Quanto mais avançados e exactos se tornam os dispositivos de medição, mais difícil se torna definir referenciais apropriados. Há basicamente 2 tipos de referenciais: **fixos relativamente à Terra** e **fixos relativamente ao espaço**.

Enquanto que nos tempos da astronomia geodésica bastava calcular o movimento do eixo de rotação da Terra no espaço admitindo um modelo interno rígido sujeito à acção gravitacional do Sol e da Lua, agora é necessário utilizar modelos mais realistas, tais como modelos elásticos ou com o núcleo líquido. A teoria da nutação de 1980 da IAU descreve a posição do eixo de rotação terrestre no espaço em função do tempo (o novo polo de referência é o polo CEP (Celestial Ephemeris Pole), que substituiu o polo NCP (North Celestial Pole).

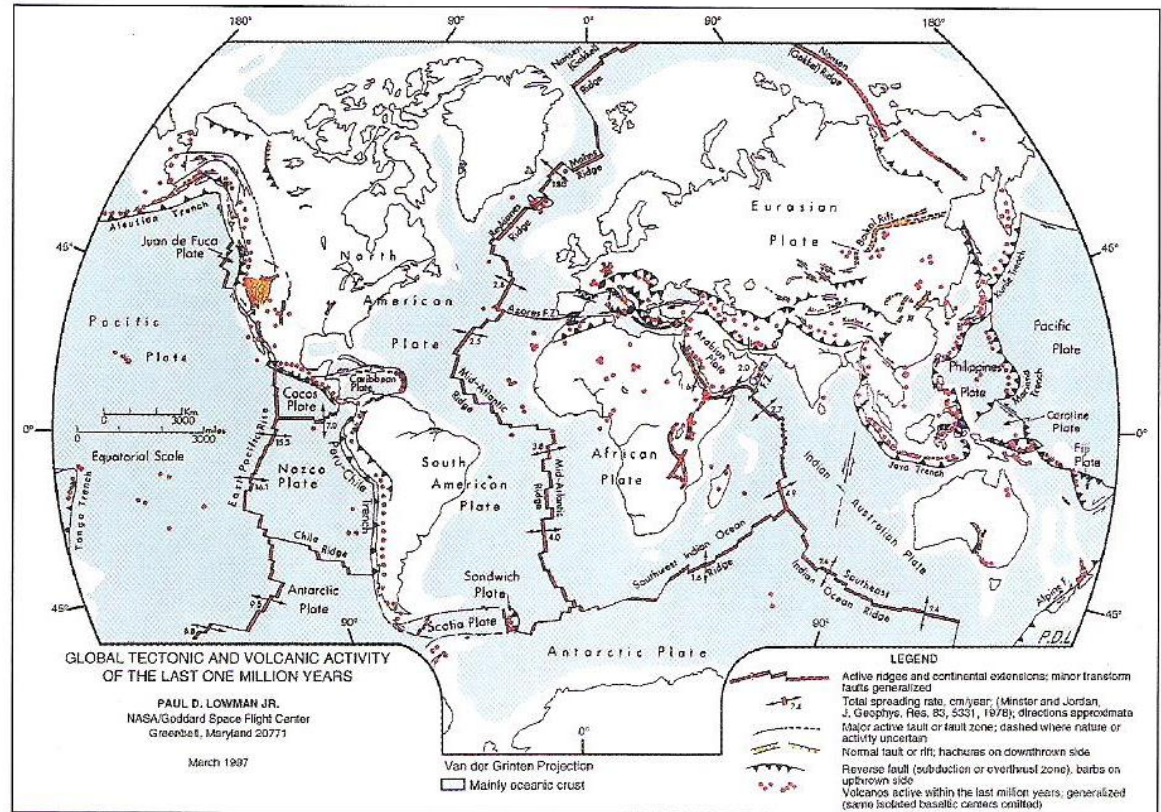
Para além do problema da **nutação** tem-se a divisão da **litosfera em cerca de 20 placas rígidas que se movem de forma independente**, de 1 a 10 cm por ano, respondendo a forças que com origem no interior da Terra.

GNSS

Um **datum geocêntrico**, também designado por Sistema Terrestre Convencional, realiza as mesmas funções de um datum local mas pode ser utilizado em todo o mundo – **datum global**. A metodologia para a sua realização é diferente pois define-se em primeiro lugar um referencial cartesiano com origem no centro de massa da Terra e posteriormente desenvolve-se um elipsóide utilizando a mesma origem e eixos (o próprio datum é descrito com um elipsóide de revolução geocêntrico equipotencial, superfície na qual os valores do potencial gravítico são iguais), o que apenas foi possível com o advento da exploração espacial. Como exemplos de data globais, tem-se: **ITRS**, **WGS84**, **ETRS89**.

GNSS

ITRS: num datum global, deixa de ser possível definir uma origem num ponto da superfície terrestre pois este ponto está sujeito a movimentos tectónicos (num datum local este problema não se coloca pois a própria origem acompanha



o movimento dos continentes). Por esta razão foi definido o **International Terrestrial Reference System (ITRS)**, que entra em consideração com a **deriva dos continentes**. **O ITRS é determinado para cada ano, sendo cada realização designada ITRF.**

GNSS

WGS84: para utilização geodésica e cartográfica o datum global mais utilizado é o WGS84, introduzido em 1984 pelo US Defense Mapping Agency, baseado no Geodetic Reference System 1980 (GRS80) aprovado pela IUGG nesse mesmo ano, tendo as características seguintes:

- origem no centro de massa da Terra
- o eixo Z é paralelo à direcção do Polo Terrestre Convencional definido pelo BIH
- o eixo X está alinhado segundo a origem das longitudes definida pelo BIH
- o eixo Y está contido no plano do equador, ortogonal ao eixo X

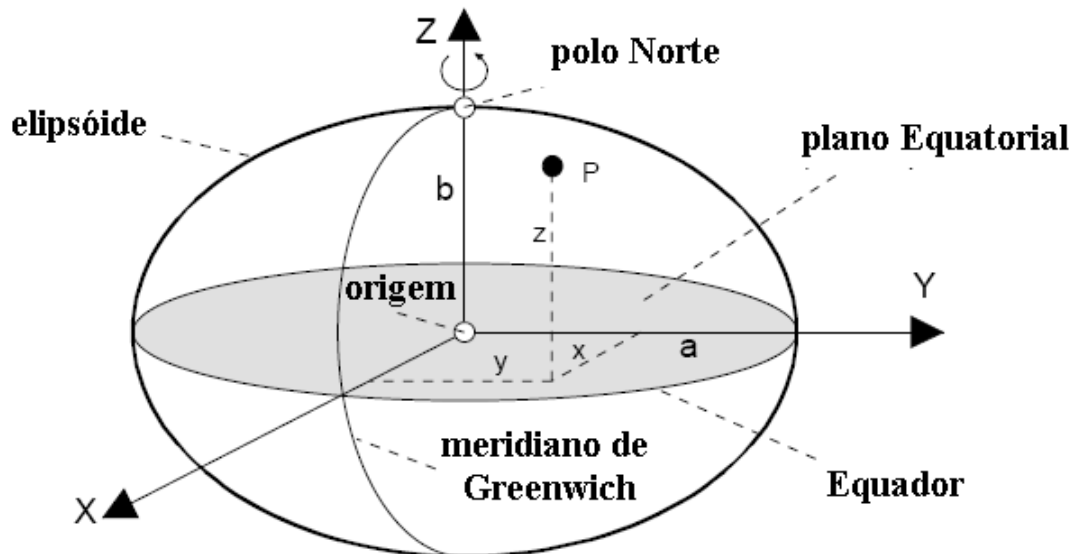
O elipsóide associado ao WGS84 tem as características seguintes:

- semi-eixo maior a
- constante gravitacional terrestre GM
- coeficiente gravitacional zonal normalizado de 2º grau $C_{2,0}$
- velocidade angular terrestre ω

GNSS

Os cálculos efectuados nos receptores GNSS têm subjacente o sistema de referência **WGS-84** (World Geodetic System 1984), **referencial tridimensional directo geocêntrico solidário com a Terra:**

Parâmetros do elipsóide de referência associado ao WGS-84		
semi-eixo maior a (m)	semi-eixo menor b (m)	achatamento
6,378,137.00	6,356,752.31	298,257223563

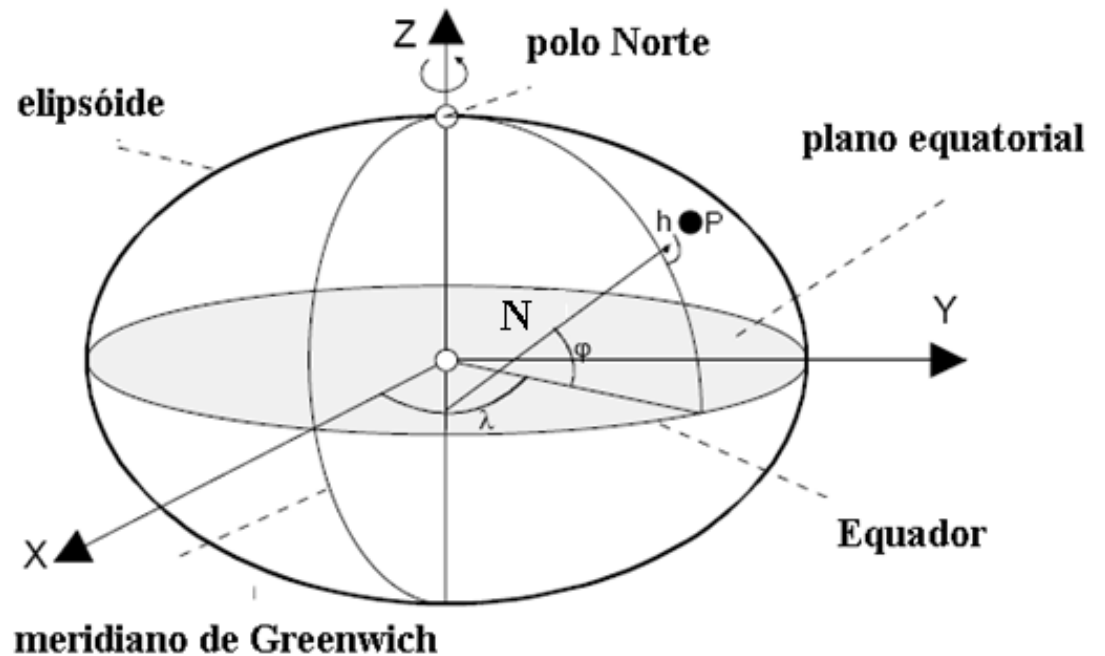


O WGS 84 utiliza o meridiano de referência do IERS, definido pelo Bureau International de l'Heure, obtido a partir de uma compilação de observações de estrelas efectuadas em diversos países (há uma diferença de cerca de 100 m para Este relativamente ao meridiano de Greenwich)

GNSS

Podem utilizar-se **coordenadas elipsoidais** (ϕ, λ, h) ou **coordenadas tridimensionais** (X, Y, Z) para a coordenação de um ponto:

$$\begin{cases} X = (N+h) \cos \phi \cos \lambda \\ Y = (N+h) \cos \phi \sin \lambda \\ Z = (N(1-e^2)+h) \sin \phi \end{cases}$$



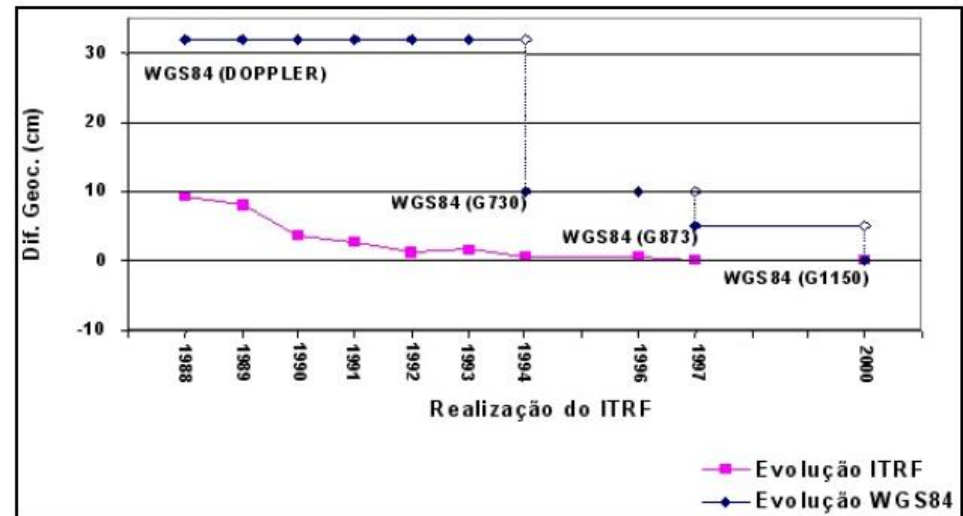
$$\begin{cases} \phi = a \tan \left(\frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \frac{e^2}{1 - \frac{N}{N+h}} \right) \\ \lambda = \tan^{-1} \left(\frac{Y}{X} \right) \\ h = \frac{\sqrt{X^2 + Y^2}}{\cos \phi} - N \end{cases}$$

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \phi}}$$

GNSS

Após três **atualizações**, o WGS84 (World Geodetic System - 1984), sistema de referência do GPS, tornou-se compatível com o ITRF2000 ao nível centimétrico. A sua última realização denomina-se WGS 84 (G1150), onde G está associado ao sistema de posicionamento utilizado nessa nova realização (GPS) e o número 1150 indica a semana GPS em que ela foi efectuada.

A figura mostra a evolução do WGS84 quando comparado com diversas versões do ITRF: para cada ano de realização do ITRF a figura mostra a diferença entre a posição do centro do sistema na realização correspondente (ITRF ou WGS) e a posição do centro do ITRF2000, tomado como referência (i. e., ordenada zero do eixo vertical).



Evolução do WGS 84 e do ITRF

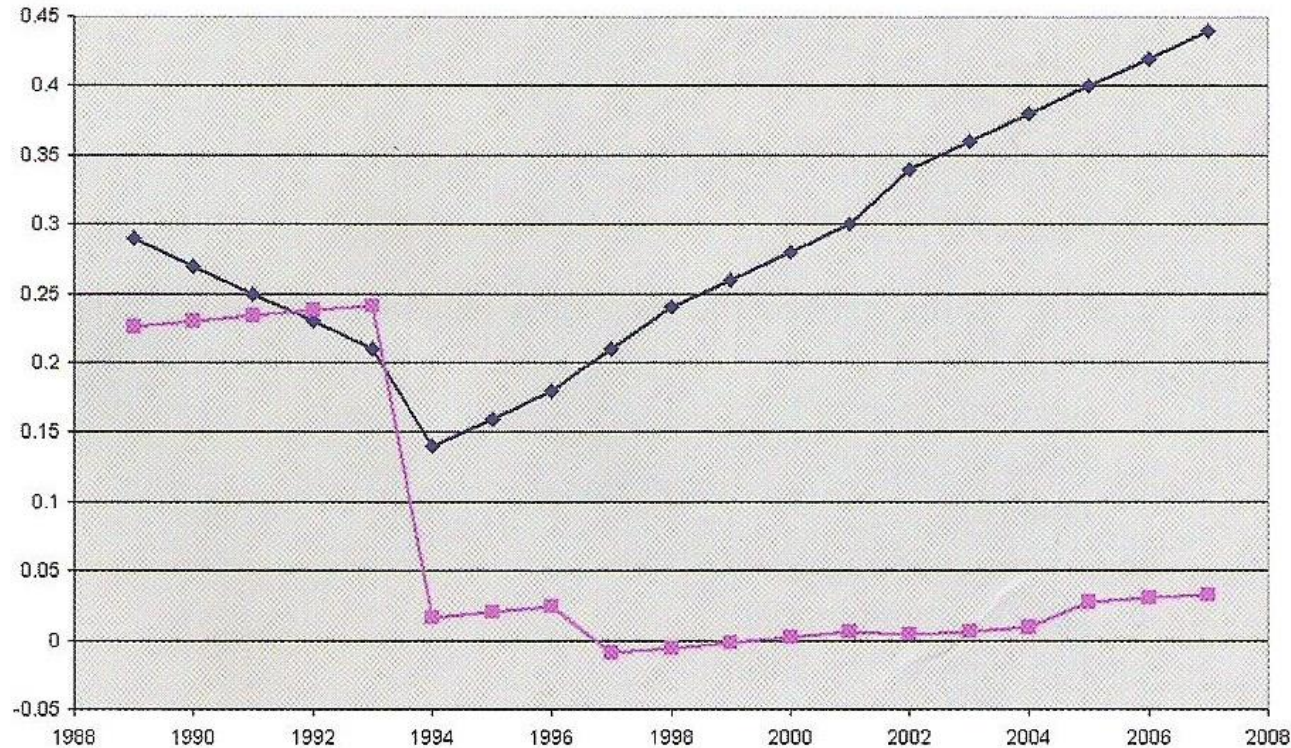
GNSS

ETRS89: em 1990, atendendo ao facto do GPS ser o GNSS mais importante, completou-se a campanha geodésica EUREF, a partir da qual se definiu o **sistema de referência terrestre europeu** (ETRS89) utilizando os mesmos parâmetros do elipsóide do sistema WGS84, permitindo a realização de transformações homogéneas para os data ED50 ou ED87 (ED=European Datum). Em 1989, quando os parâmetros do ETRS89 foram fixados, este sistema era igual ao WGS84; a partir daí, estes sistemas divergiram devido ao facto do ETRS89 estar ligado à placa europeia, enquanto que o WGS84 está ligado ao ITRS.

GNSS

Como a aquisição de dados é, na grande maioria dos casos, efectuada utilizando o sistema GPS, baseado no WGS84, é importante relacionar os diversos data geodésicos, locais ou locais, com o WGS84. Na Europa, os data locais

erros planimétrico (azul) e altimétrico (roxo)
entre o WGS84 e o ETRS89 (em m)



estão relacionados com o ETRS89, o mesmo acontecendo com o sistema Galileo).

Devido à deriva continental, esta relação varia ao longo do tempo

PT-TM06/ETRS89 - European Terrestrial Reference System 1989

O ETRS89 é um sistema global de referência recomendado pela EUREF (European Reference Frame, subcomissão da IAG - Associação Internacional de Geodesia) estabelecido através de técnicas espaciais de observação. No simpósio da EUREF realizado em Itália em 1990 foi adoptada a seguinte resolução: "A Sub-comissão da IAG para o Referencial Geodésico Europeu (EUREF) recomenda que o sistema a ser adoptado pela EUREF seja coincidente com o ITRS na época de 1989.0 e fixado à parte estável da Placa Euro-Asiática, sendo designado por Sistema de Referência Terrestre Europeu 1989 (European Terrestrial Reference System – ETRS89)".

O estabelecimento do ETRS89 em Portugal Continental foi efectuado com base em campanhas internacionais (realizadas em 1989, 1995 e 1997), que tiveram como objectivo ligar convenientemente a rede portuguesa à rede europeia. Nos anos subsequentes, toda a Rede Geodésica de 1ª e 2ª ordens do Continente foi observada com GPS, tendo o seu ajustamento sido realizado fixando as coordenadas dos pontos estacionados nas anteriores campanhas internacionais.

A agência EuroGeographics recomenda a utilização das seguintes projecções cartográficas: Transversa de Mercator, para escalas superiores a 1/500 000; cónica conforme de Lambert, com dois paralelos de escala conservada, para escalas inferiores a 1/500 000

Desde 2006, para o Território Continental, os parâmetros da projecção Transversa de Mercator referida são os que no quadro abaixo se listam.

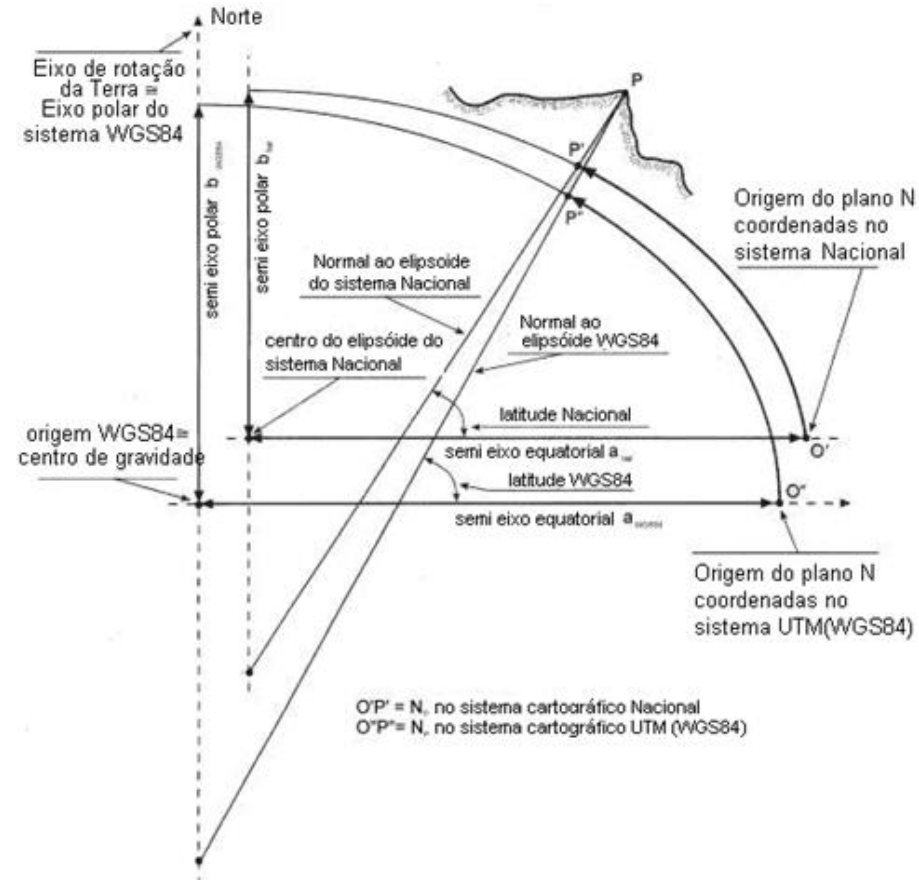
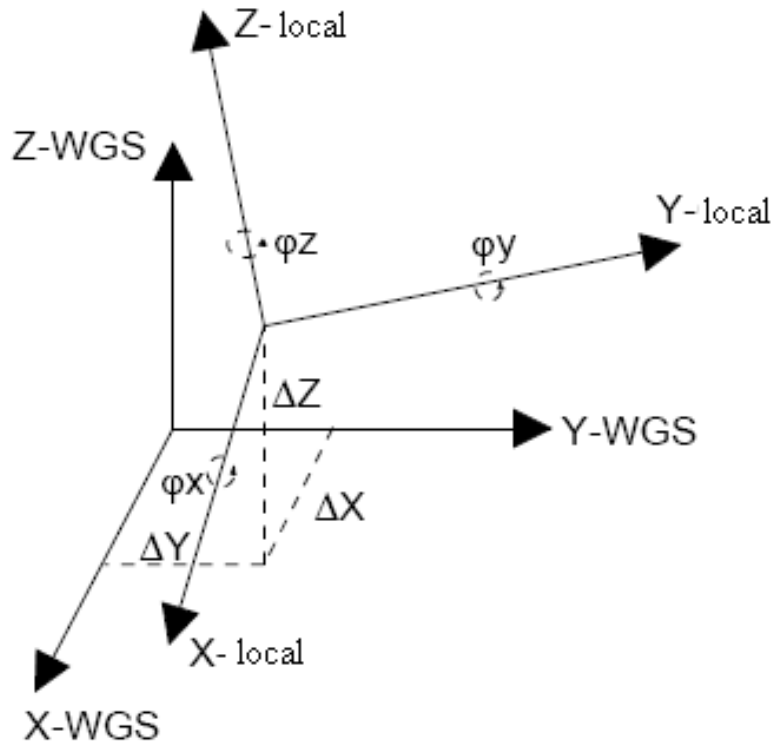
Este sistema deverá substituir completamente os anteriormente usados, que se consideram obsoletos.

PT-TM06/ETRS89 - European Terrestrial Reference System 1989

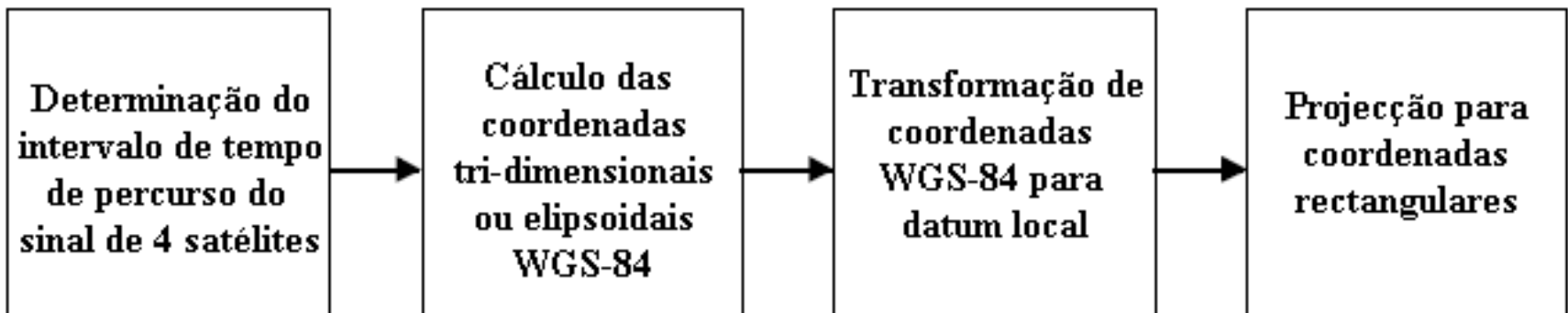
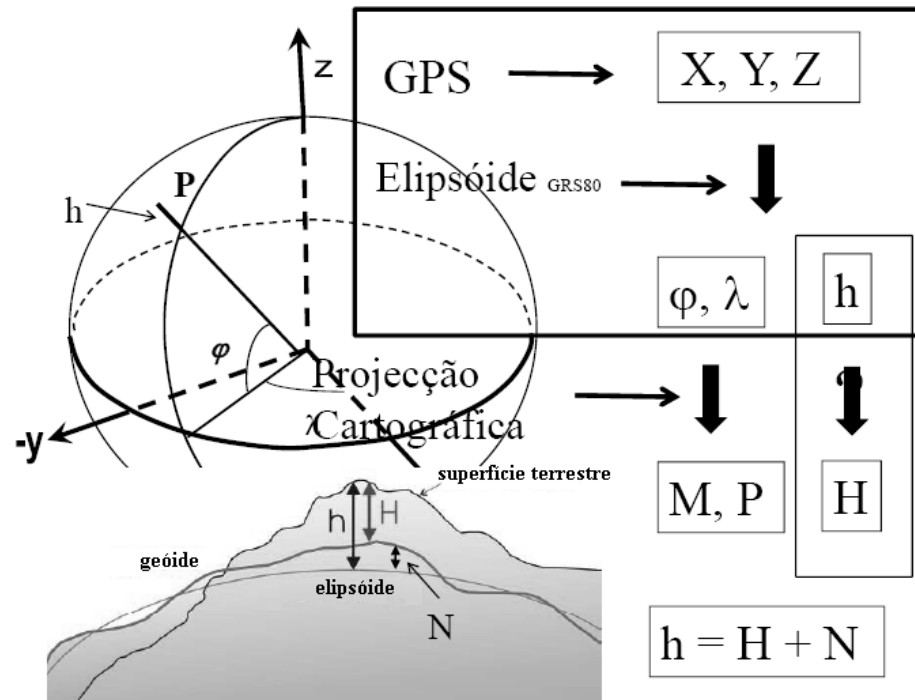
Elipsóide de referência:	GRS80	Semi-eixo maior: $a = 6\,378\,137$ m Achatamento: $f = 1 / 298,257\,222\,101$
Projeção cartográfica:	Transversa de Mercator	
Latitude da origem das coordenadas rectangulares:	$39^{\circ} 40' 05'',73$ N	
Longitude da origem das coordenadas rectangulares:	$08^{\circ} 07' 59'',19$ W	
Falsa origem das coordenadas rectangulares:	Em M (distância à Meridiana): 0 m Em P (distância à Perpendicular): 0 m	
Coeficiente de redução de escala no meridiano central:	1,0	

GNSS

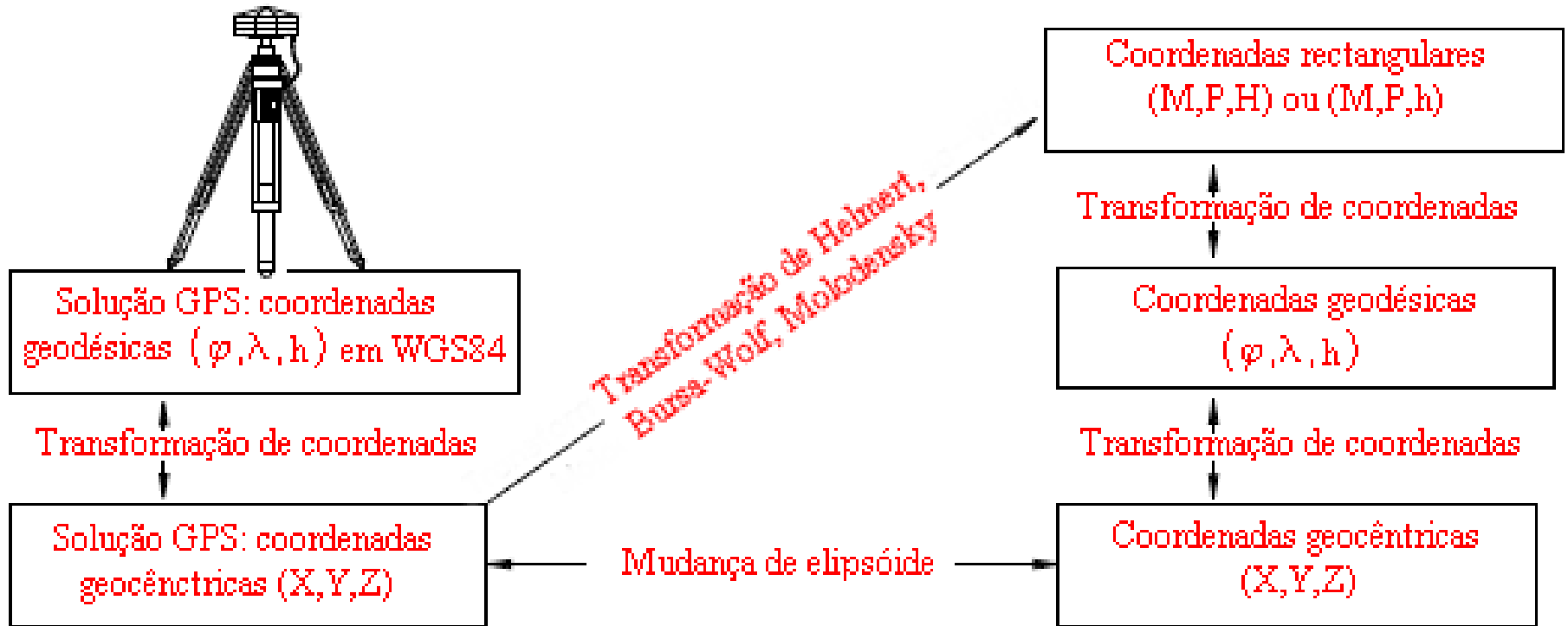
A **transformação de coordenadas** entre o WGS84 e um *datum* local pode envolver apenas uma **translação das origens** (ΔX , ΔY , ΔZ) ou, caso os eixos dos dois referenciais não sejam paralelos, **3 ângulos de rotação** (ϕX , ϕY , ϕZ); pode haver a necessidade de um **factor de escala** m .



Sistema de Referência Geodésico



GNSS



$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{datum local}} = \begin{bmatrix} dX \\ dY \\ dZ \end{bmatrix} + (1 + s) \begin{bmatrix} 1 & -R_z & R_y \\ R_z & 1 & -R_x \\ -R_y & R_x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{WGS84}}$$

R_x, R_y, R_z = ângulos de rotação em radianos, s = factor de escala, dX, dY, dZ = componentes da translação

Modelo de Bursa-Wolf (7 parâmetros)

$$\bar{U} = \sigma \tilde{R} \bar{X} + \bar{\Delta} \equiv \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = (1 + d\sigma) \begin{bmatrix} 1 & \omega & -\varphi \\ -\omega & 1 & k \\ \varphi & -k & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{Bmatrix}$$

WGS 84 \Rightarrow Datum local							
Sist. local	dσ	k	φ	ω	Δx	Δy	Δz
ED50	3.761×10^{-6}	-0.524"	-0.136"	0.610"	74.292	135.889	104.967
DtLx	4.598×10^{-6}	-1.691"	0.410"	-0.211"	288.885	91.744	-126.244
Dt73	-2.229×10^{-6}	0.263"	0.082"	1.211"	239.749	-88.181	-30.488
Parâmetros actualizados em 2005							

Modelo abreviado de Molodensky

$$\Delta\phi = \frac{-\Delta x_0 \operatorname{sen}\phi \cos\lambda - \Delta y_0 \operatorname{sen}\phi \operatorname{sen}\lambda + \Delta z_0 \cos\phi + (f\Delta a + a\Delta f) \operatorname{sen}2\phi}{R_M}$$

$$\Delta\lambda = \frac{-\Delta x_0 \operatorname{sen}\lambda + \Delta y_0 \cos\lambda}{R_N \cos\phi}$$

$$\Delta h = \Delta x_0 \cos\phi \cos\lambda + \Delta y_0 \cos\phi \operatorname{sen}\lambda + \Delta z_0 \operatorname{sen}\phi + (f\Delta a + a\Delta f) \operatorname{sen}^2\phi - \Delta a$$

GNSS

A determinação dos parâmetros de transformação é efectuada conhecendo as coordenadas de pontos nos 2 data:

$$\begin{bmatrix} X_1^{\text{local}} - X_1^{\text{WGS84}} \\ Y_1^{\text{local}} - Y_1^{\text{WGS84}} \\ Z_1^{\text{local}} - Z_1^{\text{WGS84}} \\ \vdots \\ X_i^{\text{local}} - X_i^{\text{WGS84}} \\ Y_i^{\text{local}} - Y_i^{\text{WGS84}} \\ Z_i^{\text{local}} - Z_i^{\text{WGS84}} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & z_1 - z_0 & y_0 - y_1 & x_1 - x_0 \\ 0 & 1 & 0 & z_0 - z_1 & 0 & x_1 - x_0 & y_1 - y_0 \\ 0 & 0 & 1 & y_1 - y_0 & x_0 - x_1 & 0 & z_1 - z_0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & z_i - z_0 & y_0 - y_i & x_i - x_0 \\ 0 & 1 & 0 & z_0 - z_i & 0 & x_i - x_0 & y_i - y_0 \\ 0 & 0 & 1 & y_i - y_0 & x_0 - x_i & 0 & z_i - z_0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dX \\ dY \\ dZ \\ Rx \\ Ry \\ Rz \\ s \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x}_{\text{local}} - \mathbf{x}_{\text{WGS84}} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} dX \\ dY \\ dZ \\ Rx \\ Ry \\ Rz \\ s \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} dX \\ dY \\ dZ \\ Rx \\ Ry \\ Rz \\ s \end{bmatrix} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T (\mathbf{x}_{\text{local}} - \mathbf{x}_{\text{WGS84}})$$

com (x_0, y_0, z_0) e (x_i, y_i, z_i) sendo as coordenadas do centro de massa da Terra e dos pontos de controlo em WGS84.

GNSS

O **tempo** é uma grandeza relativa e mede-se por **contagem de eventos periódicos** que ocorreram **desde uma referência** no passado. A regularidade dos eventos e a fidelidade do processo de detecção dos eventos definem as características de precisão do relógio:

- relógios solares, pendulares, de molas, quartzo
- relógios atômicos

Não existem dois relógios físicos exactamente iguais. A condição física (e as condições ambientais) introduz(em) imprecisão, de tal forma que dois relógios “perfeitamente” sincronizados num dado momento, mais tarde ou mais cedo irão mostrar medições distintas.

Os habitantes da Terra possuem **duas unidades naturais de tempo**, o **dia** e o **ano**. Uma rotação completa da Terra em torno do seu eixo constitui um dia e uma revolução completa da Terra em torno do Sol, em **365.242195** dias, define o ano.

Desde sempre, o tempo foi mantido contando o número de dias, verificando quando o Sol cruzava consecutivamente o meridiano do lugar (**dia solar aparente**).

Como o **movimento de revolução da Terra em torno do Sol não é uniforme**, como a **velocidade de rotação da Terra em torno do seu eixo não é constante** e devido à **inclinação do eixo de rotação relativamente ao plano orbital**, a duração do dia solar aparente é variável ao longo do ano. Foi assim definido o **dia solar médio** como tendo a duração de uma revolução de um Sol hipotético que orbita no equador a uma velocidade uniforme (**GMT**, Greenwich Mean Time).

Outra alternativa é basear a duração do dia no intervalo de tempo entre duas passagens consecutivas de uma estrela distante no meridiano do lugar, minimizando desta forma o efeito do movimento orbital da Terra (**dia sideral**).

O **Tempo de Efemérides** foi introduzido para padronizar a **duração do segundo** como sendo $1/31556925.9747$ da duração do ano 1900.

Actualmente o segundo é definido por **padrões atômicos** baseados na frequência de oscilação do átomo de césio, mais exactamente, como 9192631770 períodos da radiação correspondente à transição entre os dois níveis hiperfinos do estado não excitado do átomo de césio-133.

GNSS

Tem-se então:

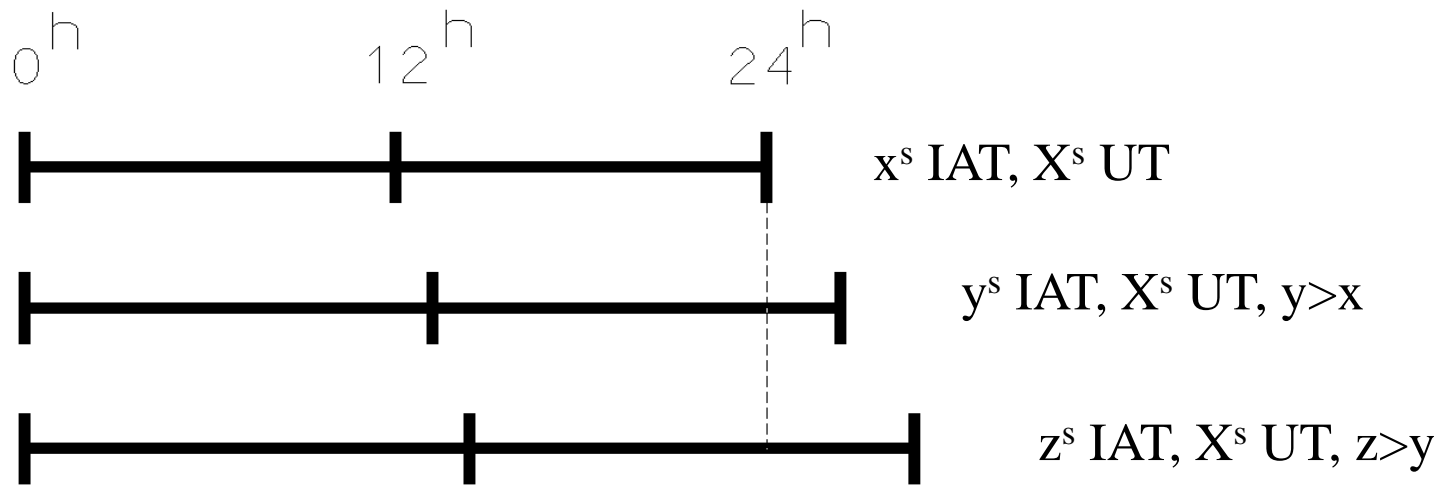
FENÓMENO PERIÓDICO	TEMPO
Rotação diurna da Terra	Tempo Universal (UT0, UT1, UT2) Tempo Sideral
Revolução da Terra em torno do Sol	Tempo Dinâmico Terrestre (TDT) Tempo Dinâmico Baricêntrico (BDT)
Oscilações atômicas	Tempo Atômico Internacional (IAT) Tempo Universal Coordenado (UTC) Tempo GPS (GPST)

O Tempo Universal (tempo solar) utiliza o Sol como referência e o tempo Sideral utiliza o ponto vernal como referência, de tal forma que num ano estes dois tipos de tempo têm uma diferença de 24 h (1 rotação), ou seja:

$$1 \text{ dia sideral médio} = 1 \text{ dia solar médio} - 3^{\text{m}}56.4^{\text{s}}.$$

GNSS

Os tempos UT0, UT1, UT2, ao contrário dos tempos atômicos, não são rigorosamente uniformes, o que não é uma boa propriedade para escalas de tempo. O problema de definir padrões de tempos (tempos atômicos) que estão desligados do movimento da Terra é que à medida que a rotação terrestre diminui de velocidade (devido ao atrito das marés) e portanto a duração do dia aumenta, ao longo de milhares de anos o meio-dia aproxima-se da meia-noite (na escala de tempo atômica, pois na escala de tempo solar, a duração do dia mantinha-se).



GNSS

Por esta razão, foi introduzido o Tempo Universal Coordenado (**UTC**), que sendo um tempo atômico, é mantido próximo do tempo UT1 a menos de 0.9^s , através da introdução regular de **segundos intercalares (leap seconds)**. Este processo tem como consequência que a diferença entre os tempos UTC e IAT varia de um número inteiro de segundos.

- o tempo GPS é a referência utilizada pelo sistema GPS, cuja origem é a época 00:00 UTC (meia noite) de 5 para 6 de Janeiro de 1980 ($6^d.0$); nessa época UTC-IAT= 19^s . Tem-se assim:

- $IAT = GPST + 19^s.0$
- $IAT = UTC + 1^s * n$, n=número de segundos intercalares

GNSS

De forma a facilitar os cálculos em intervalos de tempo longos, é conveniente utilizar a **Data Juliana**, cuja época de referência é o dia 1 de Janeiro do ano 4713 antes da nossa era: desta forma, o Dia Juliano tem início ao meio dia do dia civil (por exemplo, as zero horas do dia 6 de Janeiro de 1980 correspondem a JD24442444.5). A referência actual é $J2000.0 = 1^{\text{d}}.5$ Janeiro 2000 = JD2451545.0.

A Data Juliana Modificada, cuja origem é a meia-noite do dia 17 de Novembro de 1858, obtém-se subtraindo 2400000.5 dias ao Dia Juliano.

GNSS

Conversão da data civil (YY MM DD UT) para Dia Juliano (JD):

se $MM \leq 2$, $y = YY - 1$, $m = MM + 12$

se $MM > 2$, $y = YY$, $m = mM$

$JD = \text{int}[365.25 * y] + \text{int}[30.6001 * (m + 1)] + DD + UT(\text{horas}) / 24 + 1720981.5$

Conversão de dia juliano DJ para data civil (data de calendário):

$a = \text{int}[JD + 0.5]$, $b = a + 1537$, $c = \text{int}[(b - 122.1) / 365.25]$,

$d = \text{int}[365.25 * c]$, $e = \text{int}[(b - d) / 30.6001]$

$DD = b - d - \text{int}[30.6001 * e] + \text{frac}[JD + 0.5]$

$MM = e - 1 - 12 * \text{int}[e / 14]$

$YY = c - 4715 - \text{int}[(7 + M) / 10]$

onde **frac** devolve a parte decimal e **int** a parte inteira de um número real.

GNSS

O tempo GPS (GPST) é um tempo contínuo definido pelas frequências padrão dos átomos de césio e rubídio existentes nos satélites e nas estações de rastreamento, impondo-se que a diferença entre o GPST e o UTC seja inferior a 1 μ s.

O GPST é apresentado em termos de semanas GPS (**GPS WEEK**) e no número de segundos (**SOW**) dentro da semana GPS (**DOW**=dia da semana, SOD=segundos do dia). Conhecida a data juliana, tem-se:

$$\mathbf{GPS\ WEEK=int[(JD-2444244.5)/7]}$$

$$\mathbf{SOW=frac[(JD-2444244.5)/7]*604800}$$

$$\mathbf{DOW=modulo\{int[JD+0.5],7\}}$$

$$\mathbf{SOD=modulo\{frac[JD+0.5],7\}*86400}$$

em que DOW=0 corresponde a segunda-feira, DOW=1, corresponde a terça-feira, etc e modulo=resto da divisão.

GNSS

Os satélites mantêm internamente o tempo através da contagem Z cujo período é igual a 1.5^s , uma unidade conveniente para efeitos de comunicação, constituída por 29 bits, sendo os 10 primeiros a semana GPS, seguidos por 19 bits contendo o TOW (Time Of Week):

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{TOW = \text{frac}[(\text{JD} - 2444244.5)/7] * 403200} \\ \mathbf{\text{Truncated TOW} = \text{frac}[(\text{JD} - 2444244.5)/7] * 100800} \end{array} \right.$$

GNSS

Um relógio global e absoluto não existe!

Este facto incontornável assenta nos melhores conhecimentos de Física actual...

A avaliação do tempo está dependente do referencial de observação:

- o tempo pode fluir a velocidades distintas para observadores diferentes
- observadores distintos podem testemunhar eventos (não causais) por uma ordem diferente

GNSS

Relógios: **Desvio** e **Deriva**

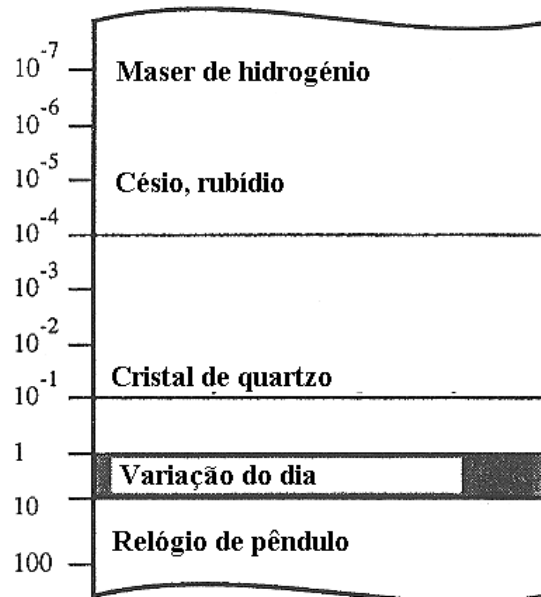
Não havendo dois relógios exactamente iguais, significa que cada um mede o tempo à sua maneira:

- A diferença instantânea entre os valores de qualquer par de relógios é conhecida como desvio ou **desfazamento** ou **dessincronização**.
- O desvio existe e tende a aumentar porque todos os relógios estão sujeitos a **deriva**, ou seja não medem o tempo de forma precisa e constante: tendem a atrasar-se ou adiantar-se uns relativamente aos outros.

GNSS

Existem limites físicos para a **precisão** de um relógio. O objectivo da **sincronização** é garantir que o desvio máximo entre quaisquer pares de relógios físicos do sistemas não excede um determinado valor.

Tipo de reloj	Frecuencia de oscilación (GHz)	Estabilidad por día ($\Delta f/f$)	Tiempo para perder un segundo
Oscilador de Cristal de Cuarzo	0.05	10^{-9}	30 años
Rubidio	6834682613	10^{-12}	30000 años
Cesio	9192631770	10^{-13}	300000 años
Maser de Hidrógeno	1420405751	10^{-15}	30000000 años



[ms/day] = 10^{-3} s/dia

Tecnologia	Deriva (s^{-1})	
crystal de quartzo	10^{-6}	~11,6 dias
quartzo de alta-precisão	10^{-8}	~ 3,2 anos
relógio atómico	10^{-13}	~ 320.000 anos

GNSS

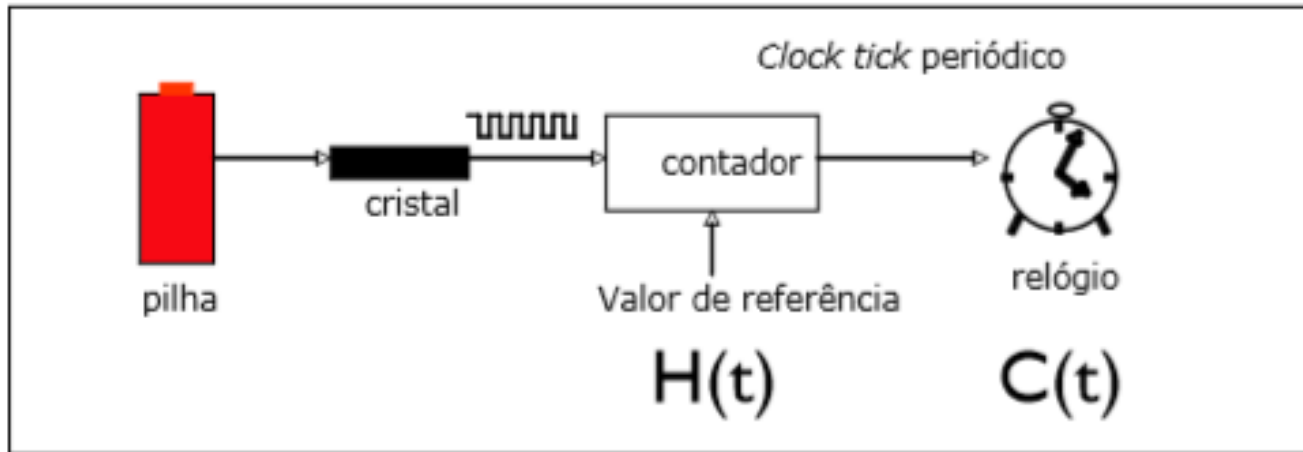
Um relógio de quartzo comum é um bom exemplo da relação entre frequência estável e tempo (basicamente a mesma coisa em posicionamento): **a passagem de uma corrente eléctrica num cristal de quartzo provoca uma oscilação com uma frequência estável que é utilizada para monitorizar a passagem do tempo** (por definição, frequência é uma oscilação ao longo do tempo, cujo periodo pode ser medido e utilizado para medir o tempo). Para obter as frequências mais exactas, o sistema GPS utiliza frequências atómicas, transportando cada satélite 4 relógios (de rubídio e césio, no caso dos satélites do bloco I).



Relógios atómicos de rubídio e hidrogénio



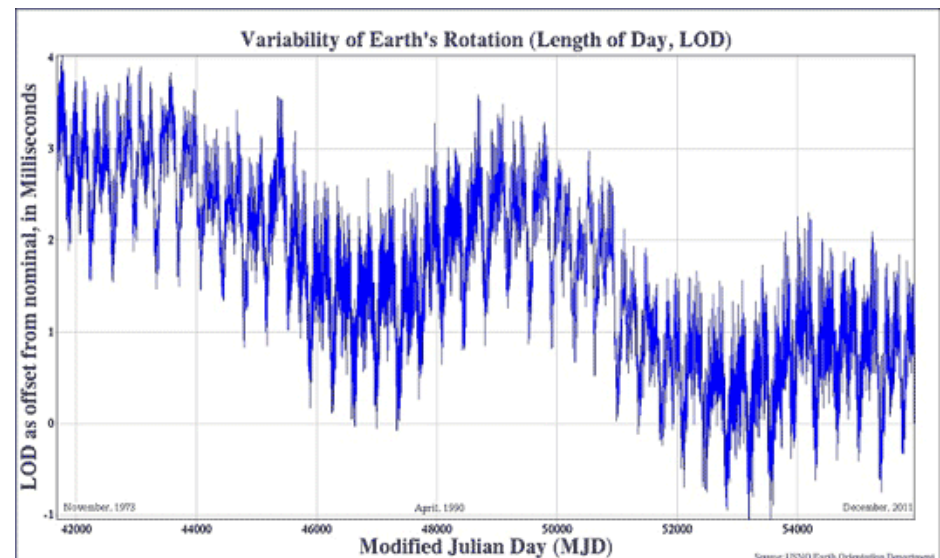
GNSS



$C(t) = \alpha H(t) + \beta$: manipulando α e β , pode-se “acertar” o relógio de software face à contagem do tempo fornecida pelo hardware

GNSS

A Hora Civil em qualquer país reporta-se (o mais possível) à posição média do sol no céu local. Como a duração do dia solar não é constante durante o ano há diferença entre a hora solar verdadeira e a Hora Civil que tem progressão uniforme. Historicamente definiu-se a escala de tempo **UT1** baseada na duração média da rotação da Terra que, actualmente, é medida no referencial parado das posições celestes dos quasares mais distantes, observados na banda do rádio com Very Large Baseline Interferometry (VLBI).



GNSS

As variações irregulares progressivamente identificadas na velocidade de rotação da Terra conduziram, em 1972, à substituição do UT1 (escala cuja duração do segundo é variável ao longo dos séculos) pelo Tempo Universal Coordenado (UTC), que é uma escala de tempo derivada do Tempo Atómico Internacional (TAI), ou seja, o UTC tem o mesmo andamento da escala TAI. Depois da sua introdução, o UTC passou a basear todas as Horas Legais mundiais.

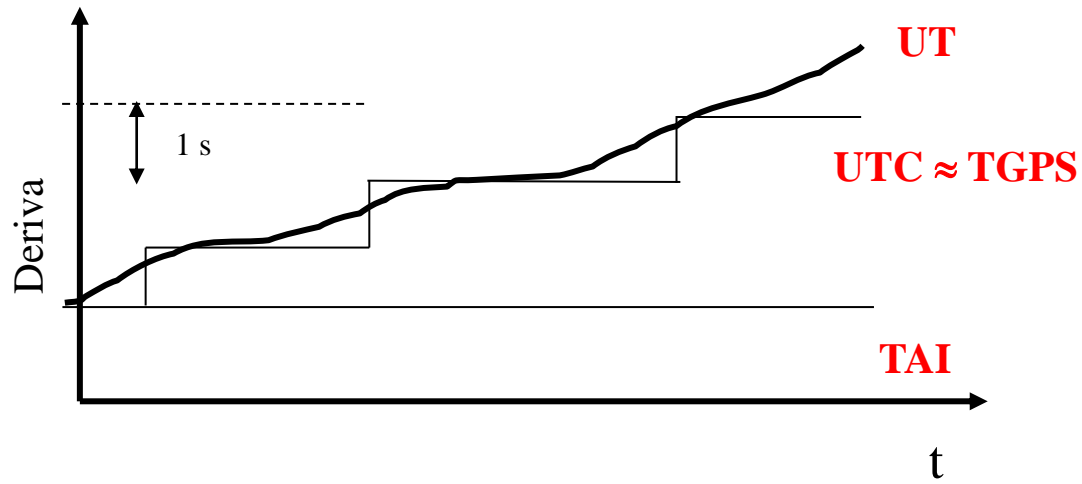
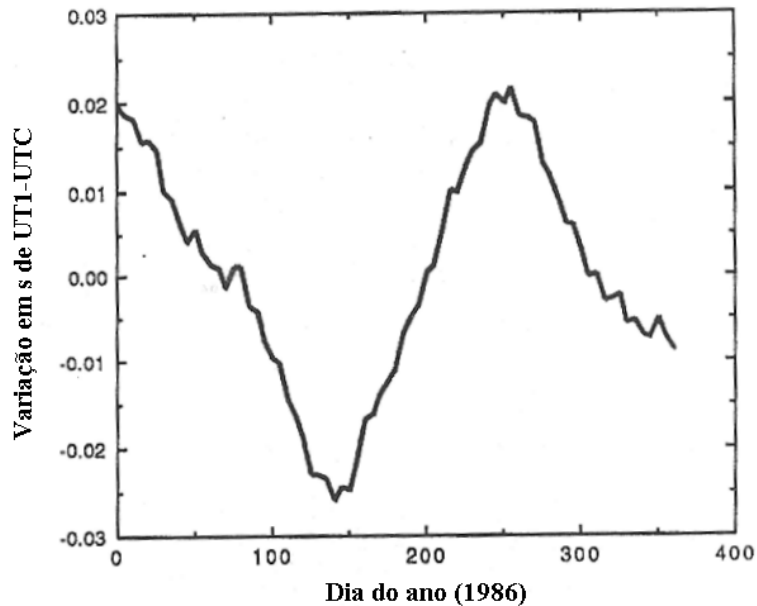
O TAI é calculado pelo Bureau International des Poids et Mesures (BIPM) usando o valor médio da hora numa rede mundial de relógios atómicos. Por isso é uma escala de tempo uniforme. O ponto de origem do TAI foi definido como $UT1=TAI$ no dia 1 de Janeiro de 1958.

GNSS

Ao pretender-se que o UTC também se mantenha próximo do UT1, foi aprovado pela CCIR – ITU (International Telecommunication Union, agência da Nações Unidas) na Recomendação 460-4-1986, que a diferença UT1-UTC seja inferior a 0,9 segundos para assegurar a concordância entre as escalas de tempo física (relógios) e astronômica (sol e rotação planetária). Isto implica que devido ao abrandamento da rotação terrestre, o UTC (que segue UT1) vai diferindo do TAI. Além disso, a correção é feita em número inteiro de segundos, valor que tem aumentado com os anos.

Ao ser introduzido o UTC como escala de referência em janeiro de 1972, a diferença TAI-UTC já era de 10 segundos, ou seja $UTC = TAI - 10 \text{ s}$, mas foi necessário introduzir mais outro segundo de correção no final desse ano.

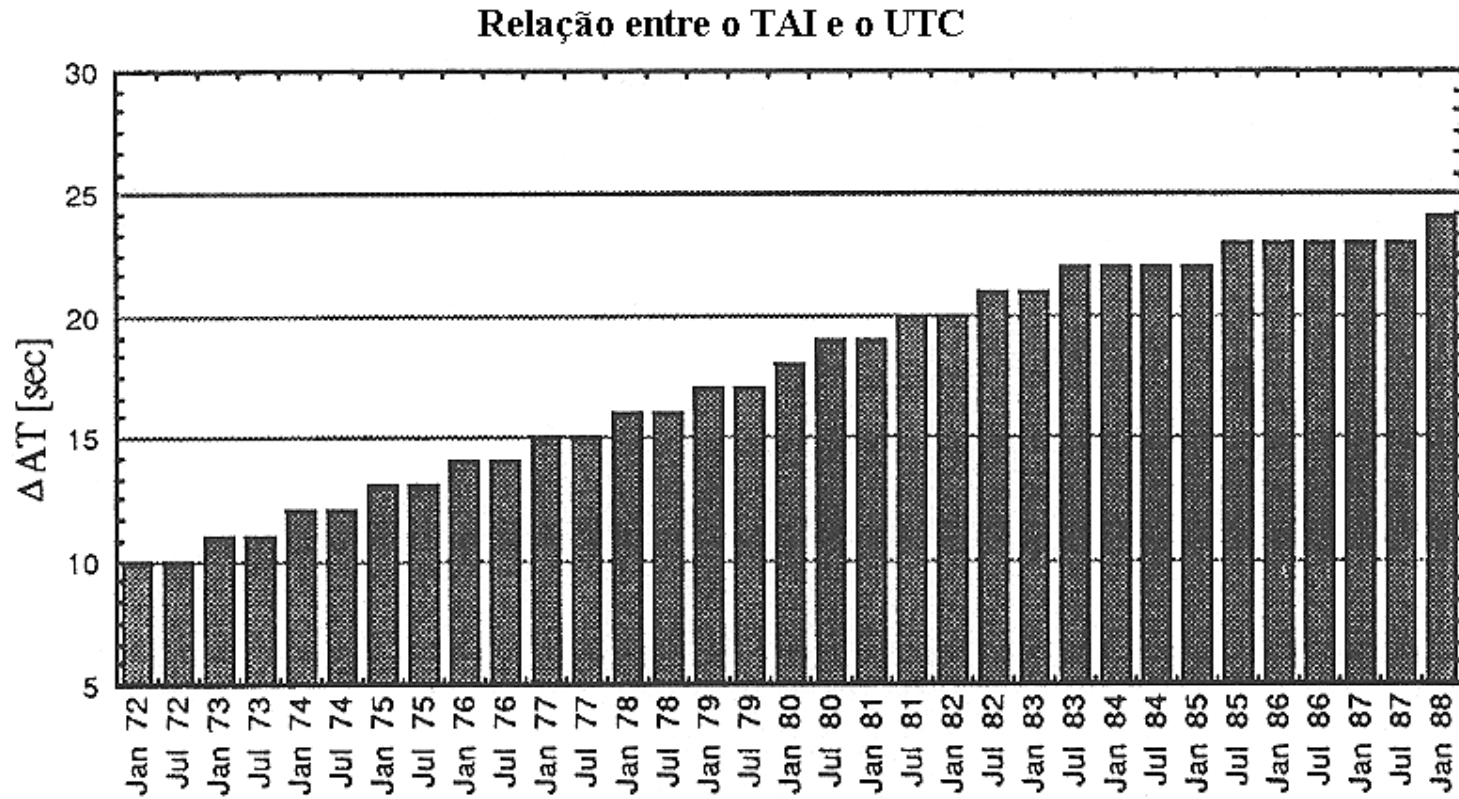
GNSS



Escalas de tempo (segundos intercalares)

local	2009-07-09 15:08:21	Thursday	day 190	timezone UTC+2
UTC	2009-07-09 13:08:21	Thursday	day 190	MJD 55021.54746
GPS	2009-07-09 13:08:36	week 1539	392916 s	cycle 1 week 0515 day 4
TAI	2009-07-09 13:08:55	Thursday	day 190	34 leap seconds

Sistemas de tempo para o dia 9 de Julho de 2009: TAI-UTC=+34s, GPS-UTC=+15s, TAI-GPS=+19s



Segundos intercalares entre 1972 e 1988

GNSS

Limits of validity (at 0h UTC)	TAI - UTC (s)	GPS - UTC (s)
1972-01-01 - 1972-07-01	10	
1972-07-01 - 1973-01-01	11	
1973-01-01 - 1974-01-01	12	
1974-01-01 - 1975-01-01	13	
1975-01-01 - 1976-01-01	14	
1976-01-01 - 1977-01-01	15	
1977-01-01 - 1978-01-01	16	
1978-01-01 - 1979-01-01	17	
1979-01-01 - 1980-01-01	18	
1980-01-01 - 1981-07-01	19	0
1981-07-01 - 1982-07-01	20	1
1982-07-01 - 1983-07-01	21	2
1983-07-01 - 1985-07-01	22	3
1985-07-01 - 1988-01-01	23	4
1988-01-01 - 1990-01-01	24	5
1990-01-01 - 1991-01-01	25	6
1991-01-01 - 1992-07-01	26	7
1992-07-01 - 1993-07-01	27	8
1993-07-01 - 1994-07-01	28	9
1994-07-01 - 1996-01-01	29	10
1996-01-01 - 1997-07-01	30	11
1997-07-01 - 1999-01-01	31	12
1999-01-01 - 2006-01-01	32	13
2006-01-01 - 2009-01-01	33	14
2009-01-01 - 2012-07-01	34	15
2012-07-01 - 2015-07-01	35	16
2015-07-01 - 2017-01-01	36	17
2017-01-01 - ???-??-??	37	18

GNSS

Os referenciais temporais têm um papel fundamental no posicionamento por satélite. O GPS distingue 5 sistemas de tempo:

- a) **Tempo Atômico Internacional (TAI)**: foi introduzido em 1967 para produzir uma escala temporal universal “absoluta”, que pudesse ser utilizada em múltiplas aplicações, tais como o GPS. Como o próprio nome diz, é um medidor de tempo que funciona baseado numa propriedade do átomo sendo o padrão a frequência de oscilação da sua energia. Como um pêndulo de relógio, o átomo pode ser estimulado externamente (no caso por ondas eletromagnéticas) para que sua energia oscile de forma regular, por exemplo: a cada 9.192.631.770 oscilações do átomo de césio-133 o relógio entende que se passou um segundo. Os elementos mais utilizados nos relógios atômicos são hidrogênio, rubídio e, principalmente, césio (convencionou-se que a origem são as 00:00 h do dia 1 de Janeiro de 1958).
- b) **Tempo Universal Coordenado (UTC)**: foi introduzido para fornecer uma escala temporal baseada no tempo atômico e adaptada ao tempo solar. Relaciona-se com o TAI através de $UTC = TAI - n$, onde n representa o número de segundos intercalares que podem ser acrescentados no fim de Junho e no fim de Dezembro de cada ano, necessários para reflectir a tendência da Terra a abrandar a sua velocidade e a tornar esta escala de tempo uniforme e precisa.

GNSS

- c) **Tempo GPS:** é expresso como o número da semana GPS e o número de segundos dessa semana, contado desde as 00:00 h UTC de Domingo, dia 5 de Janeiro de 1980. Cada semana GPS tem início à meia-noite de Sábado para Domingo. As diferenças temporais entre as escalas GPS e UTC são continuamente calculadas e incluídas na mensagem de navegação radio-difundida, diferindo ambas por um número inteiro de segundos.
- d) **Tempo dos satélites:** devido à irregularidade da frequência dos relógios a bordo dos satélites, pode haver desvios de cada relógio relativamente ao tempo GPS. A estação de controlo monitoriza os relógios de toda a constelação e as diferenças observadas são corrigidas.
- e) **Tempo local:** refere-se ao tempo utilizado em cada zona do globo.

GPS CALENDAR

2008

CALENDRIER GPS

JANUARY/JANVIER

SEMAINE GPS WEEK	GPS WEEKDAY						
	0 Sun / dim	1 Mon / lun	2 Tue / mar	3 Wed / mer	4 Thu / jeu	5 Fri / ven	6 Sat / sam
1460			1 54466	2 54467	3 54468	4 54469	5 54470
1461	6 54471	7 54472	8 54473	9 54474	10 54475	11 54476	12 54477
1462	13 54478	14 54479	15 54480	16 54481	17 54482	18 54483	19 54484
1463	20 54485	21 54486	22 54487	23 54488	24 54489	25 54490	26 54491
1464	27 54492	28 54493	29 54494	30 54495	31 54496	Day of Year Mod/Mod Julian Day Gregorian Calendar	

FEBRUARY/FÉVRIER

SEMAINE GPS WEEK	GPS WEEKDAY						
	0 Sun / dim	1 Mon / lun	2 Tue / mar	3 Wed / mer	4 Thu / jeu	5 Fri / ven	6 Sat / sam
1464						32 54497	33 54498
1465	34 54499	35 54500	36 54501	37 54502	38 54503	39 54504	40 54505
1466	41 54506	42 54507	43 54508	44 54509	45 54510	46 54511	47 54512
1467	48 54513	49 54514	50 54515	51 54516	52 54517	53 54518	54 54519
1468	55 54520	56 54521	57 54522	58 54523	59 54524	60 54525	

MARCH/MARS

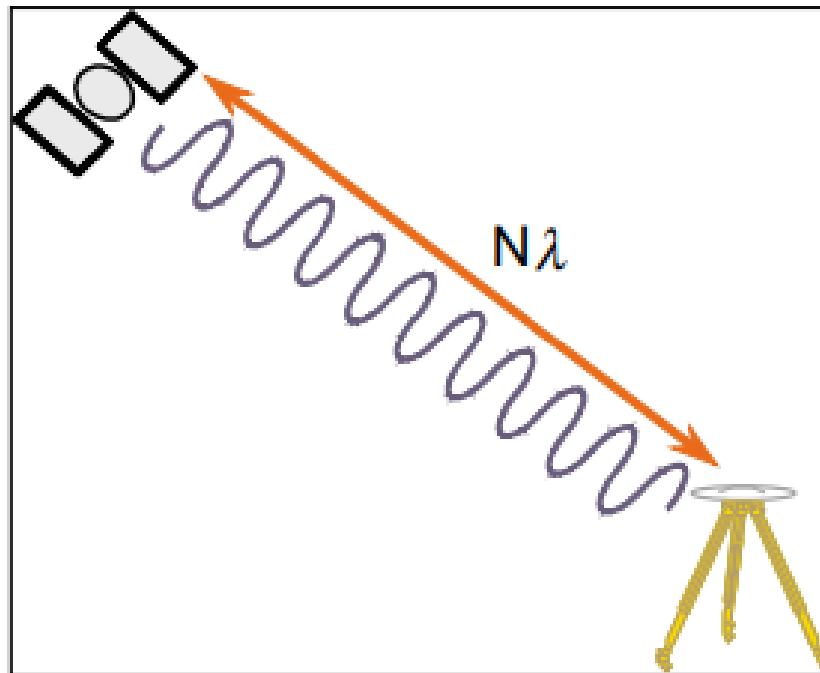
SEMAINE GPS WEEK	GPS WEEKDAY						
	0 Sun / dim	1 Mon / lun	2 Tue / mar	3 Wed / mer	4 Thu / jeu	5 Fri / ven	6 Sat / sam
1468							61 54526
1469	62 54527	63 54528	64 54529	65 54530	66 54531	67 54532	68 54533
1470	69 54534	70 54535	71 54536	72 54537	73 54538	74 54539	75 54540
1471	76 54541	77 54542	78 54543	79 54544	80 54545	81 54546	82 54547
1472	83 54548	84 54549	85 54550	86 54551	87 54552	88 54553	89 54554
1473	90 54555	91 54556					

APRIL/AVRIL

SEMAINE GPS WEEK	GPS WEEKDAY						
	0 Sun / dim	1 Mon / lun	2 Tue / mar	3 Wed / mer	4 Thu / jeu	5 Fri / ven	6 Sat / sam
1473			92 54557	93 54558	94 54559	95 54560	96 54561
1474	97 54562	98 54563	99 54564	100 54565	101 54566	102 54567	103 54568
1475	104 54569	105 54570	106 54571	107 54572	108 54573	109 54574	110 54575
1476	111 54576	112 54577	113 54578	114 54579	115 54580	116 54581	117 54582
1477	118 54583	119 54584	120 54585	121 54586			

As semanas GPS são contadas a partir do dia 5 de Janeiro de 1980

Determinação da posição do receptor utilizando a fase



GNSS

A **filosofia original** do sistema GPS baseava-se na determinação da distância receptor-satélites através da medição do intervalo de tempo de percurso dos **códigos** emitidos em simultâneo por todos os satélites. Esses códigos (C/A e P) são transportados em modulação de fase em duas ondas portadoras L_1 e L_2 , que serviam inicialmente apenas para esse efeito. Mais tarde verificou-se que após a recepção dos sinais no receptor, quando a informação dos códigos é retirada das ondas portadoras por um processo inverso ao da modulação, essas ondas adquirem novamente as propriedades de ondas sinusoidais, nas quais é possível efectuar medições de **diferenças de fase**.

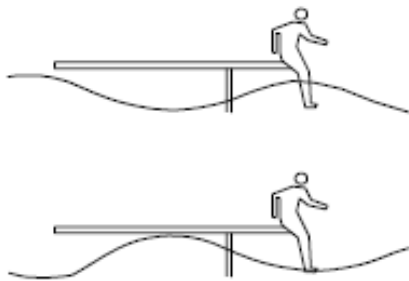
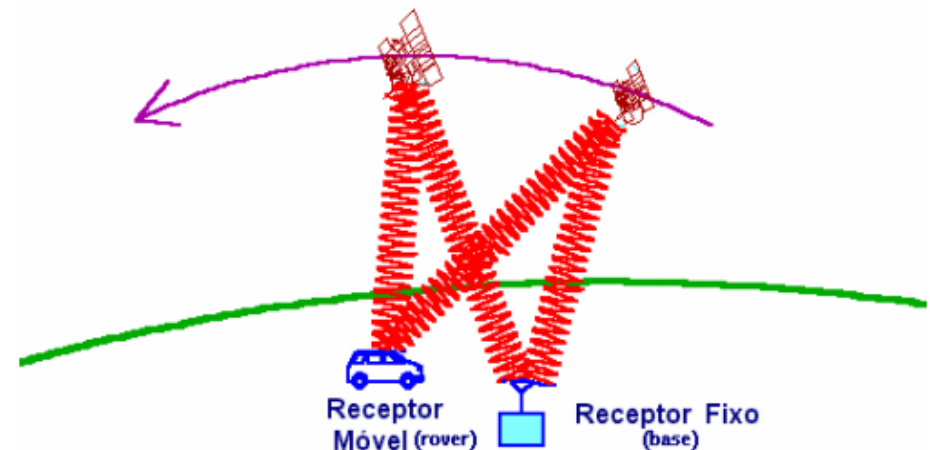


ilustração da fase
de uma onda



GNSS

A geodesia por satélite baseia-se em dados transmitidos a partir de satélites através de ondas electromagnéticas, **continuamente** geradas por um oscilador; durante a propagação do sinal, a respectiva intensidade diminui com o aumento da distância. Alguns parâmetros (juntamente com os símbolos e dimensões) que descrevem o comportamento das ondas electromagnéticas são apresentados na tabela seguinte:

frequência circular	f	ciclo s⁻¹
fase	Φ	ciclo
comprimento de onda	λ	m ciclo⁻¹
periodo	P	m s⁻¹

$$c=299792458 \text{ ms}^{-1}$$

$$f=c/\lambda=2\pi/P$$

GNSS

A **frequência** circular instantânea f é definida como a **derivada da fase Φ em relação ao tempo**, isto é,

$$f = \frac{d\Phi}{dt}.$$

Integrando a frequência entre as épocas t_0 e $t_0 + \delta t$, vem:

$$d\Phi = f dt \Rightarrow \int_{\Phi(t_0)=\Phi_0}^{\Phi(t)=\Phi} d\Phi = \int_{t_0}^{t_0+\delta t} f dt \Rightarrow \Phi - \Phi_0 = \int_{t_0}^{t_0+\delta t} f dt.$$

Supondo $f = \text{constante}$, $t_0 = 0$ e $\Phi_0 = 0$, a fase do sinal no receptor no instante $t_0 + \delta t$, sendo δt o intervalo de tempo de percurso do sinal,

$$\Phi_R(t) = f \delta t = f \rho/c$$

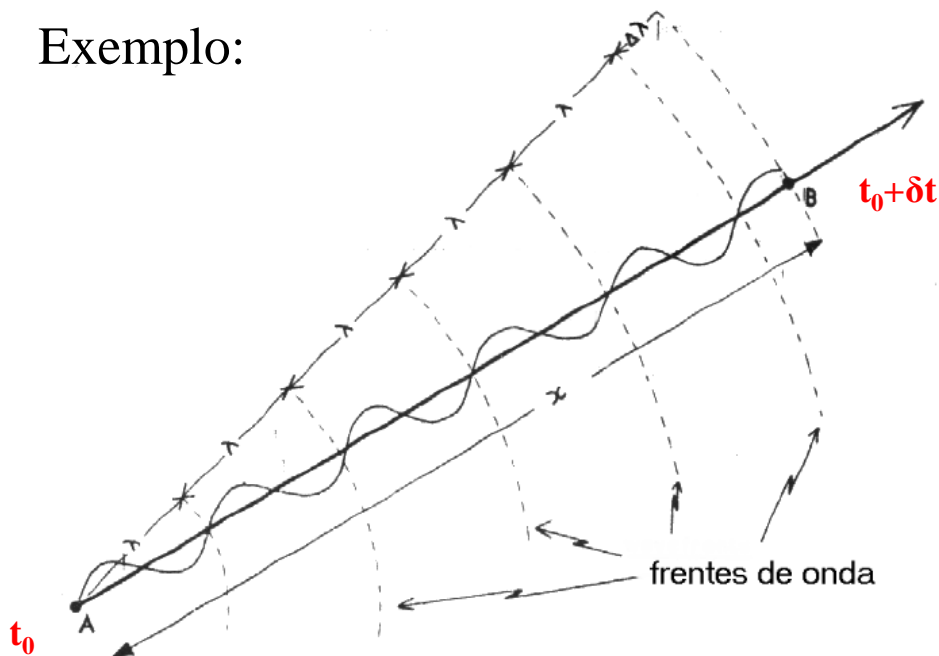


GNSS

Exemplo: considerando uma onda electromagnética com frequência $f=1.5$ GHz, a respectiva fase numa antena à distância $\rho=20000$ km da fonte emissora ($\delta t \approx 0.067$ s), utilizando para a velocidade de propagação o valor $c=300000$ km/s é:

$$\Phi = f \frac{\rho}{c} = 1.5 \times 10^9 \text{ ciclos/s} \frac{20000 \text{ km}}{300000 \text{ km/s}} = 10^8 \text{ ciclos.}$$

Exemplo:



fase entre A e B:

$$\Phi = 5 \text{ ciclos de } 2\pi \text{ rad} + \Delta\Phi$$

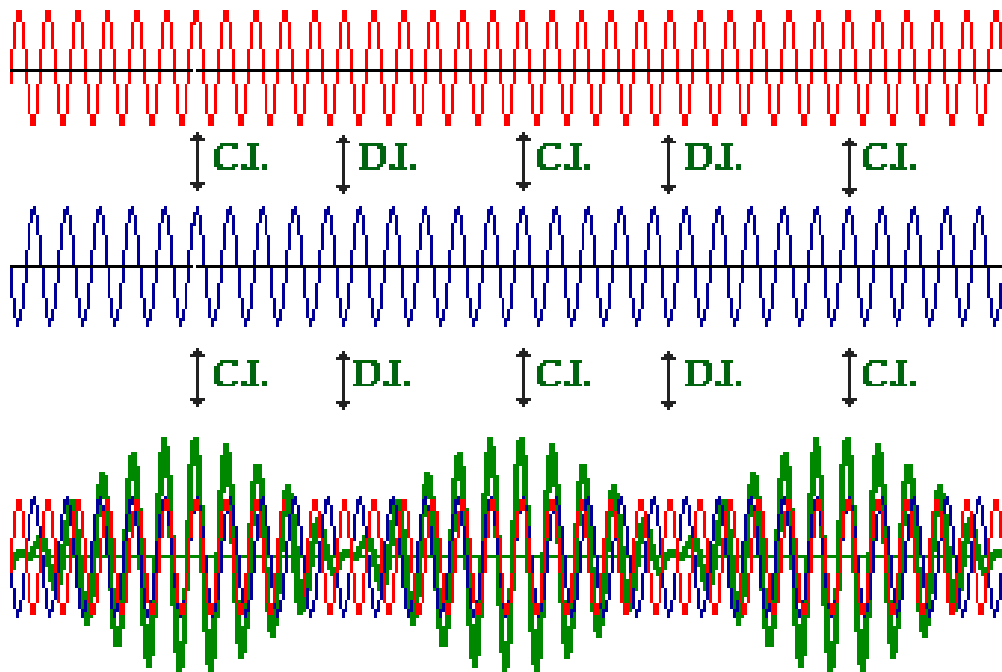
distância entre A e B: $\rho = \lambda \Phi$



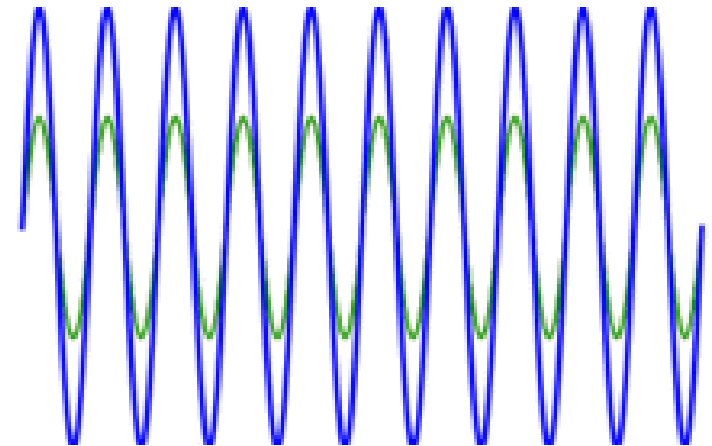
GNSS

A componente com frequência igual à **diferença** de duas frequências dadas, designada por **frequência de batimento**, é a frequência com que esses dois sinais se encontram em fase (o respectivo valor instantâneo é igual à diferença de fase entre a frequência mais alta e a frequência mais baixa).

Wave 1 (red) and Wave 2 (blue)

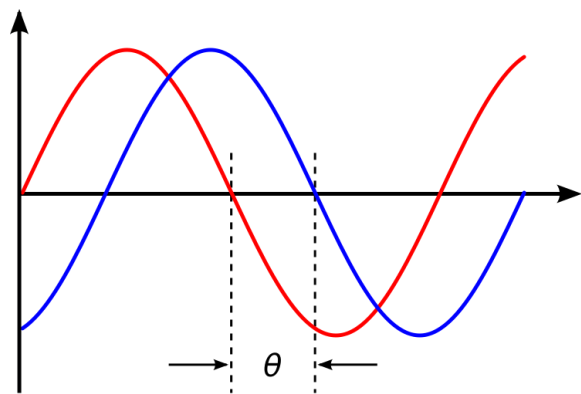


Beat Pattern (in green)

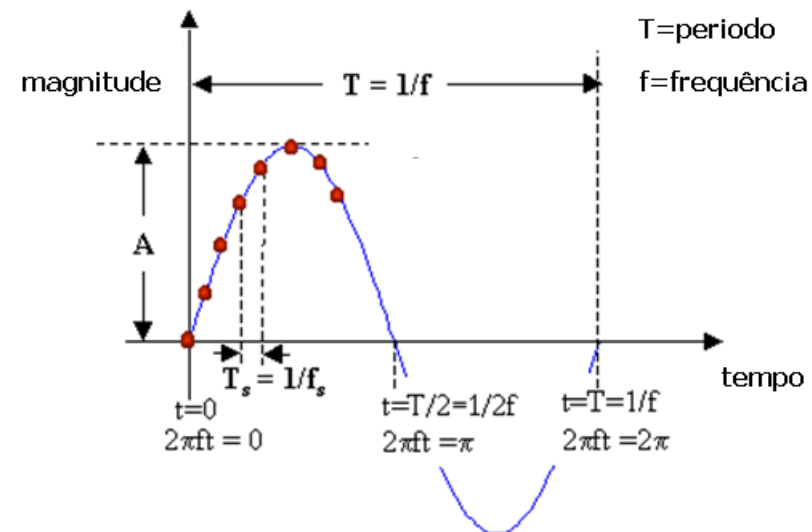


GNSS

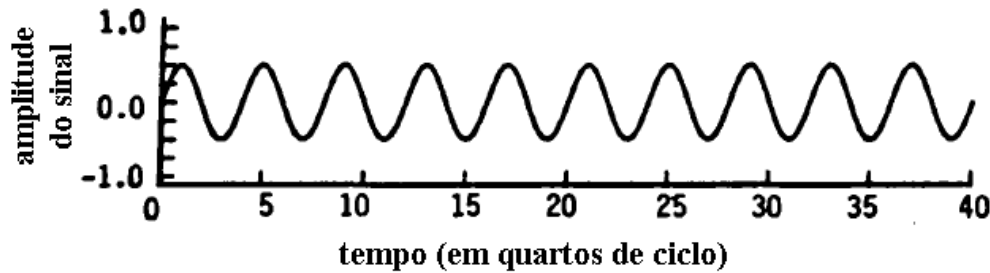
Os receptores estão programados para efectuar observações de fase em épocas igualmente espaçadas (de facto, diferenças de fase entre a fase do sinal recebido de um satélite e a fase de uma réplica gerada no receptor); desde o instante em que é ligado, o receptor regista igualmente o número inteiro de ciclos que se completaram desde esse instante – fase acumulada.



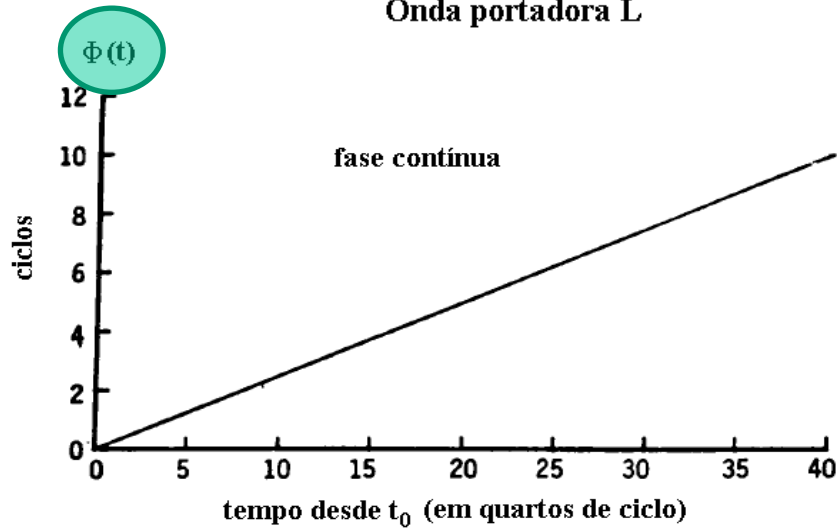
A diferença de fase da onda portadora pode ser medida pelo menos até **0.01** de um ciclo, o que corresponde a uma precisão milimétrica.



GNSS

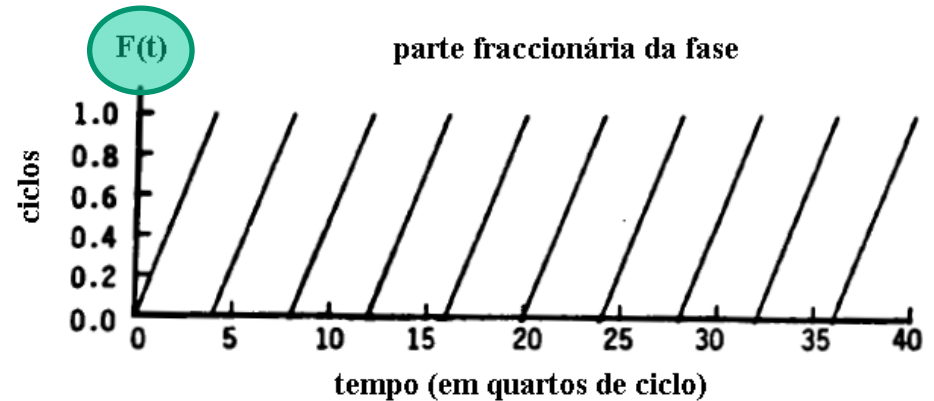


Onda portadora L



$\Phi(t)$ descreve a fase como uma função **monótona**, representando o **número de ciclos contados desde um instante inicial t_0**

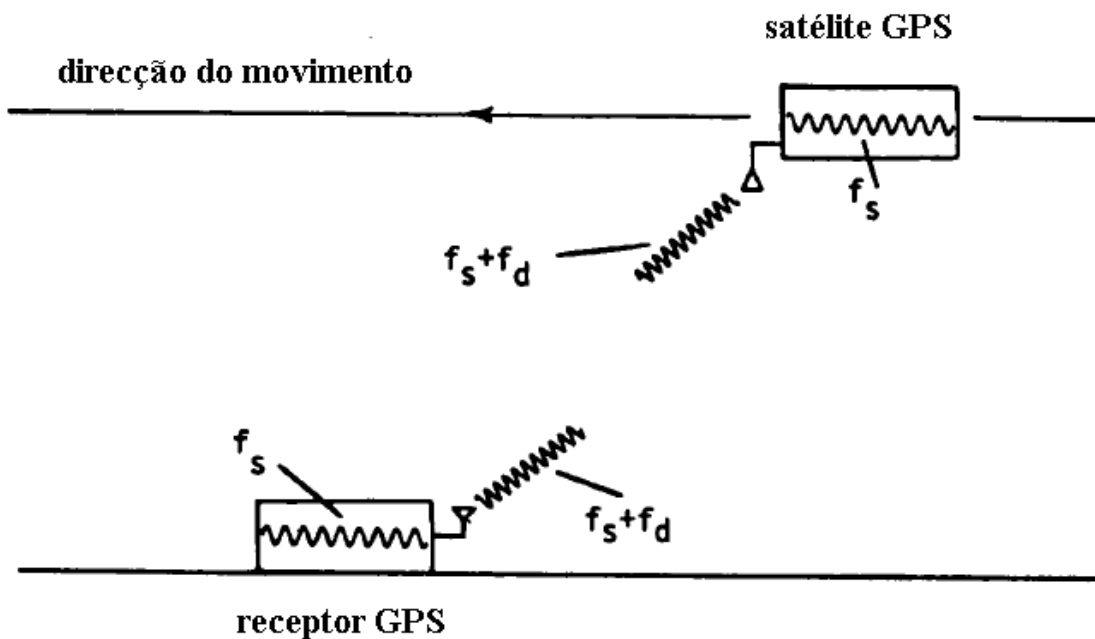
As **ondas portadoras** L_1 e L_2 têm, nominalmente, as frequências **1575.42 MHz** e **1227.6 MHz**, respectivamente, representando a figura o sinal recebido ao longo do tempo.



Por **parte fraccionária da fase** da onda portadora, $F(t)$ entende-se a localização da oscilação cíclica no instante t ; por exemplo, para $t=1$, $F(t)=0.25$ ciclos ou 90° , para $t=6$, $F(t)=0.5$.

GNSS

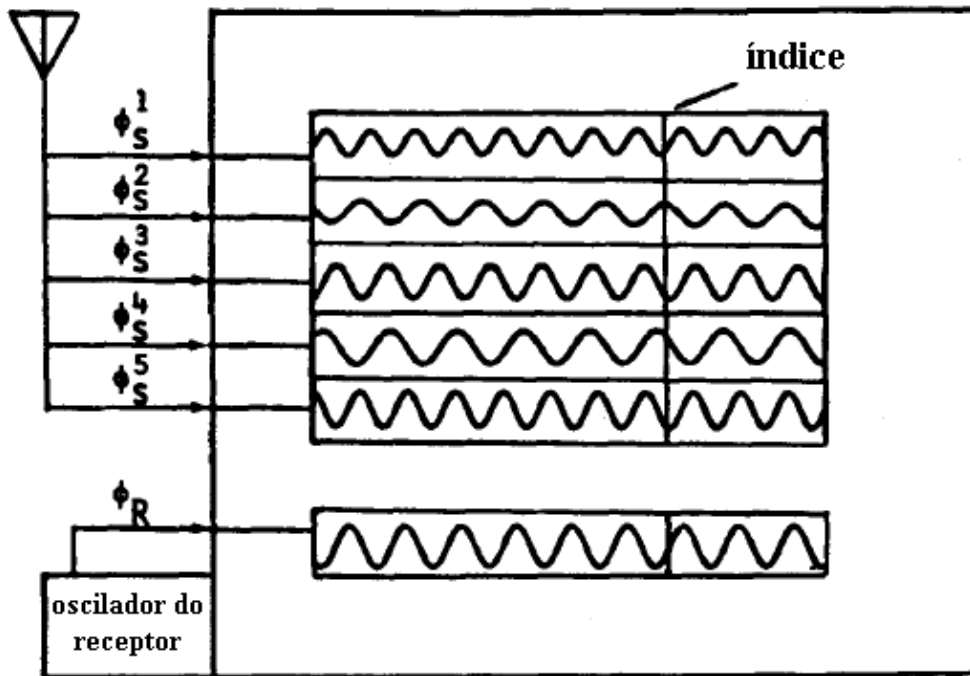
Numa situação ideal, a fase $\Phi(t)$ é uma função linear do tempo, embora no caso dos GNSS o efeito Doppler introduza alterações na propagação dos sinais (para além de outros efeitos secundários como a deriva dos osciladores, efeitos da refacção, efeitos relativísticos, etc.)



Seja f_s a frequência nominal de emissão dos sinais pelos satélites GPS, igual à frequência com que os receptores emitem réplicas desses sinais. Os sinais emitidos num dado instante foram recebidos num instante posterior e sofreram um desvio em frequência devido ao movimento relativo satélite-receptor (efeito Doppler). Embora se verifique

uma variação no espaçamento entre picos (o comprimento de onda foi alterado), **a fase não é afectada pelo efeito Doppler**, pelo que é possível tratar a fase instantânea observada no receptor no instante t_R como um acontecimento tendo um instante de emissão t_E associado.

GNSS



Considere-se a representação simplificada de um receptor GPS, que consegue seguir **5 satélites em simultâneo**, cujos sinais estão indicados na parte superior, **cada um com uma frequência de recepção diferente devido ao desvio Doppler** dependente da posição relativa satélite-receptor. Em baixo está representada a **réplica** do sinal gerado no **receptor i** pelo respectivo oscilador.

O índice figurado permite contar o número de ciclos gerados pelo oscilador, a partir do qual se define o tempo do receptor (a menos de ± 0.01 ciclos). A determinados intervalos de tempo, as fases das 6 sinusóides são amostradas e as **diferenças de fase $\Phi^{Sj} - \Phi_R$** com $j=1, \dots, 5$ são medidas e registadas. É importante notar que sendo t_i o instante, medido no relógio do receptor, em que foram efectuadas as medidas, em termos de tempo GPS o instante verdadeiro é $t_i + \delta t_i$, onde δt_i é desconhecido (dessincronização do relógio do receptor), a que correspondem **instantes de emissão $t_T^j(i)$ para cada satélite j** .

GNSS

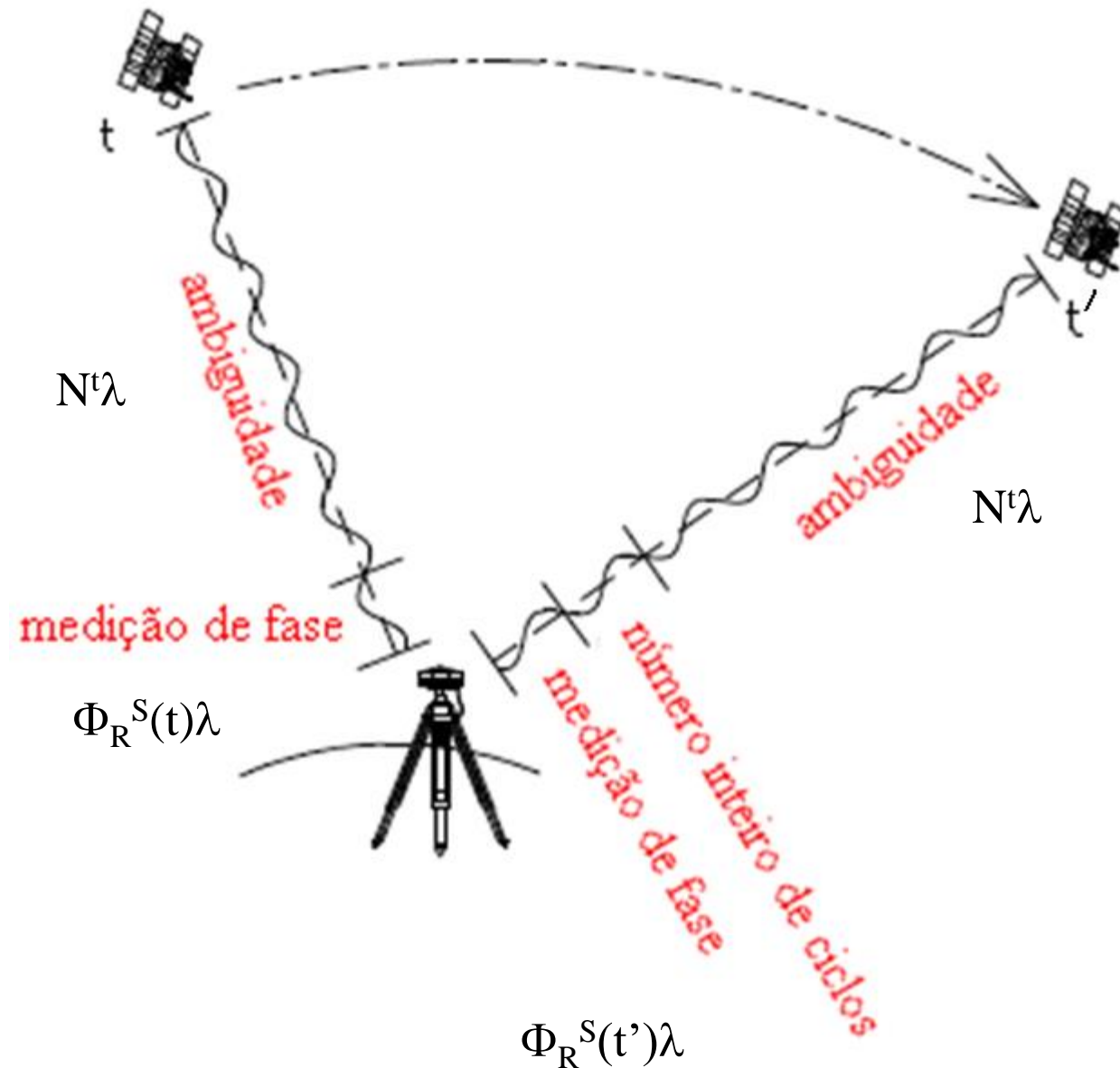
Sejam $\Phi^S(t)$ a fase da onda portadora recebida e reconstruída no receptor no instante t , com frequência f^S , e $\Phi_R(t)$ a fase da onda gerada no receptor, com frequência f_R , onde t é a época em tempo GPS, tendo-se:

$$\Phi^S(t_R) = f^S \delta t_R^S + f^S \delta_{\text{relógio}}^R = f^S \frac{\rho_R^S}{c} + f^S \delta_{\text{relógio}}^R$$

$$\Phi^S(t_R) = N^t + \Phi_R^S(t_R)$$

onde $\delta_{\text{relógio}}^R$ é o erro do relógios do receptor $\Phi_R^S(t_R)$ a frequência de batimento (diferença de fase em unidades de ciclo entre o sinal recebido do satélite e a réplica gerada no receptor, uma função cumulativa dos ciclos inteiros da onda produzida desde t_R) e N^t é a ambiguidade inteira (que representa o número de ciclos ou comprimentos de onda correspondentes ao percurso do sinal, desde o satélite até ao receptor no instante relativo à época t inicial).

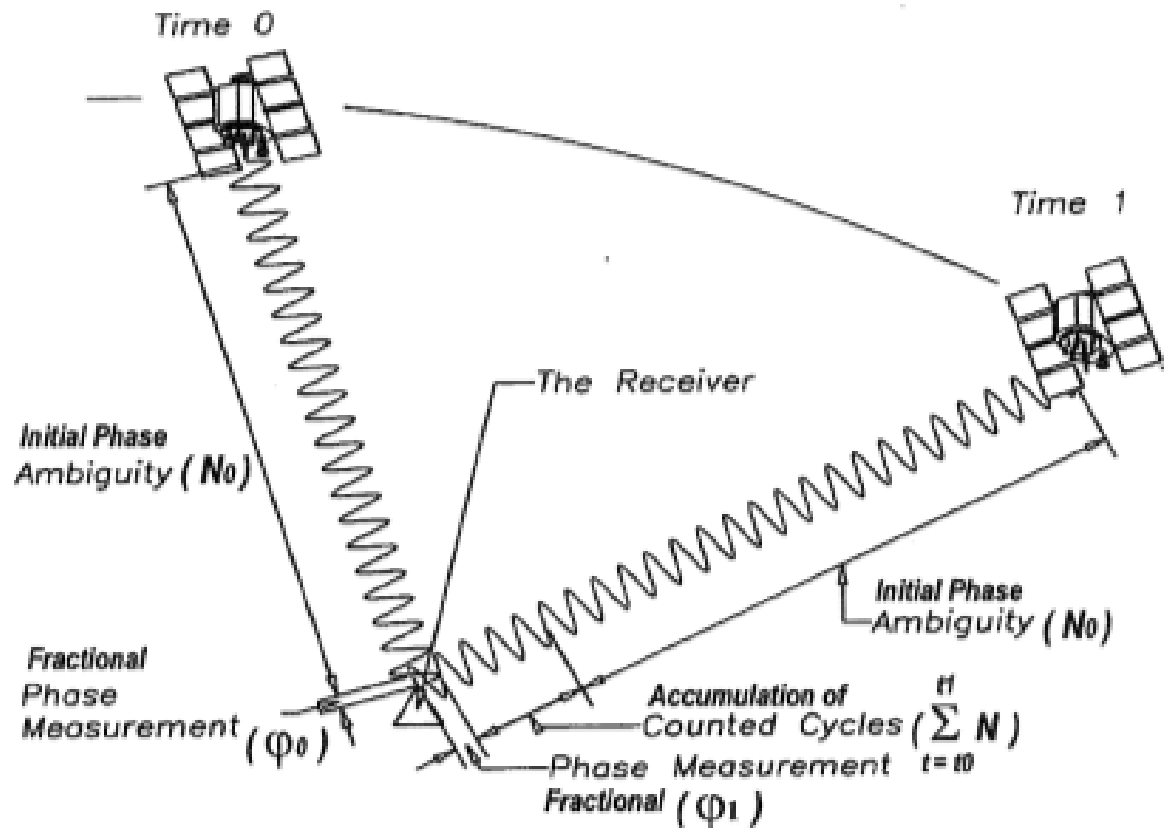
GNSS



As medições de fase podem ser usadas como observações de distância através da multiplicação da fase pelo comprimento de onda do sinal.

Enquanto não for resolvida a ambiguidade de fase no instante inicial (número inteiro), a partir da medição da diferença de fase acumulada desde esse instante inicial não é possível obter a distância completa entre o satélite e o receptor.

Range Observations from Phase Measurements



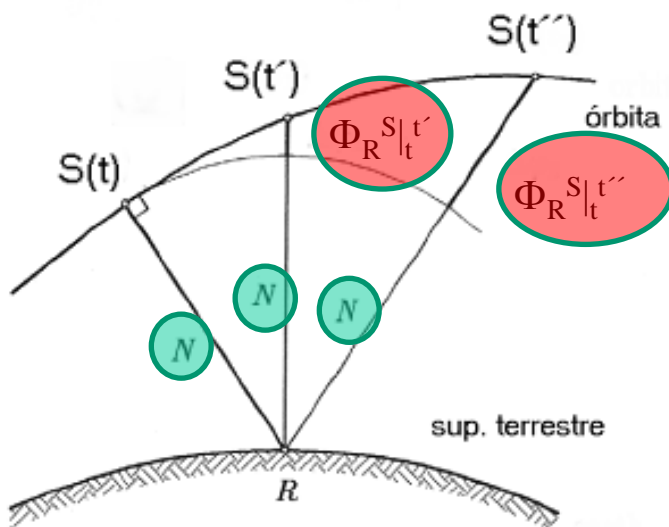
$$D_{\#} = \phi_{\#} \cdot \lambda = \left(N_0 + \sum_{t=t_0}^{\#} N + \phi_{\#} \right) \cdot \lambda$$

GNSS

A partir do instante t , é registado o número inteiro de ciclos decorridos desde aí (**intervalo de tempo**) e a respectiva parte fraccionária de ciclo. Mantendo o receptor ligado sem perda de sinal, o valor de N^t não sofre alteração e num instante t' posterior tem-se:

$$\Phi^S(t') = N^t + \Phi_R^S|_t^{t'}$$

onde $\Phi_R^S|_t^{t'}$ é igual à fase de batimento medida entre os instantes t e t' .



Interpretação geométrica da diferença de fase acumulada

GNSS

Considerando conjuntamente as equações

$$\Phi^S(t'_R) = f^S \frac{\rho'^S_R}{c} + f^S \delta'_{\text{relógio}}{}^R$$

$$\Phi^S(t'_R) = N^t + \Phi^S_R \Big|_{t_R}^{t'_R}$$

tem-se:

$$N^t + \Phi^S_R \Big|_{t_R}^{t'_R} = f^S \frac{\rho'^S_R}{c} + f^S \delta'_{\text{relógio}}{}^R$$

ou

$$N^t = \frac{1}{\lambda^S} \left(\frac{\lambda^S f^S}{c} \rho'^S_R + \lambda^S f^S \delta'_{\text{relógio}}{}^R \right) - \Phi^S_R \Big|_{t_R}^{t'_R}$$

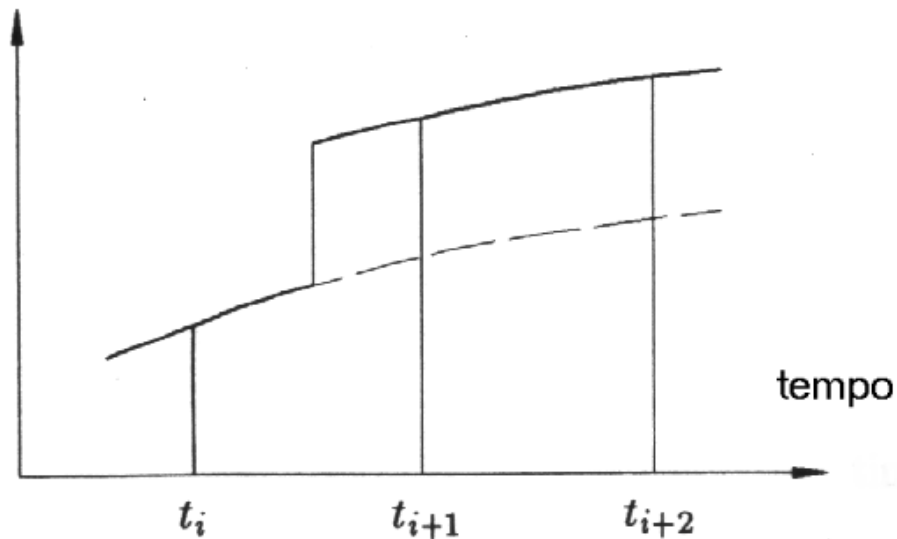
ou

$$N^t = \frac{1}{\lambda^S} \left(\rho'^S_R + c \delta'_{\text{relógio}}{}^R \right) - \Phi^S_R \Big|_{t_R}^{t'_R} = \frac{R'^S_R}{\lambda^S} - \Phi^S_R \Big|_{t_R}^{t'_R}$$

onde ρ' e $R' = \rho' + c\Delta\delta'$ representam a distância geométrica e a pseudo-distância com código relativas ao instante t' considerado, de onde se tira N^t e portanto ρ' pois λ é conhecido, $\Phi^S_R \Big|_{t'}^{t'}$ é medido e R' é calculado.

GNSS

A ambiguidade é única para cada par satélite-receptor, desde que a contagem dos ciclos não seja interrompida (se tal acontecer dá-se um salto de ciclo). Quando há perda momentânea do sinal do satélite, é introduzida uma nova ambiguidade.



salto de ciclo

GNSS

As observáveis GPS são obtidas através da informação transportada nos códigos ou pela fase das portadoras (relembre-se que o código P é modulado tanto em L_1 como em L_2 , enquanto que o código C/A é apenas modulado em L_1), pelo que é possível medir **para cada época** as pseudo-distâncias R_{L1}^P , $R_{L1}^{C/A}$, R_{L2}^P , as fases (acumuladas) Φ_{L1} , Φ_{L2} e os correspondentes desvios Doppler D_{L1} , D_{L2} . No caso de um receptor monofrequência, apenas os dados fornecidos por L_1 podem ser obtidos.

GNSS

Para receptores observando **simultaneamente** os mesmos satélites e/ou localizados muito próximos uns dos outros (**posicionamento relativo**), alguns dos erros sistemáticos que afectam as observações GPS apresentam grande correlação.

Como tal, há vantagens significativas em estabelecer **combinações entre as observações** originais, minimizando ou eliminando alguns dos erros citados e melhorando a precisão dos resultados (quanto menor for a distância entre receptores, maior é a redução dos erros associados às efemérides e à influência da atmosfera quando se combinarem as observações).

GNSS

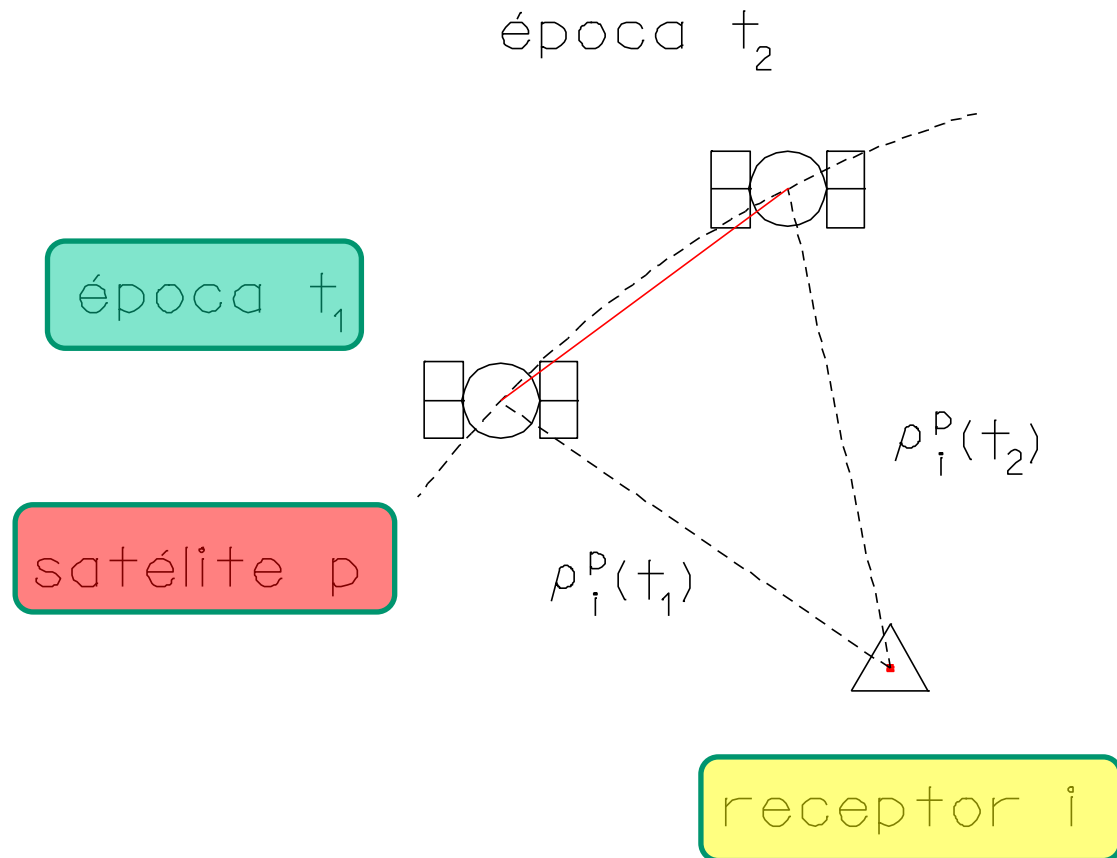
Considere-se **um receptor** que regista os sinais de **dois satélites**. A hora do **relógio do receptor** é utilizada para marcar a chegada dos sinais, de tal forma que uma **dessincronização do relógio do receptor** afecta de uma forma idêntica, no **mesmo instante**, as duas medições, podendo ser eliminada efectuando a **diferença** dos sinais recebidos.\

Para eliminar a **dessincronização do relógio de um satélite**, utiliza-se o mesmo princípio mas de forma complementar, a partir dos sinais recebidos desse satélite recebidos por **dois receptores** no **mesmo instante** pois neste caso é o erro do **relógio do satélite** que é comum aos dois receptores.

GNSS

Diferenças simples

Diferenças simples entre épocas: $\rho_i^p(t_2) - \rho_i^p(t_1)$



GNSS

1. A formação de **diferenças simples entre épocas** traduz-se na diferença das observáveis originais (código ou fase) entre **épocas distintas**.

Se não houver perda de sintonia entre as duas épocas consideradas, a observação resultante não é afectada pela **ambiguidade de ciclo**.

GNSS

Considerem-se observações de fase numa dada **estação i**, em **duas épocas t_1 e t_2** :

$$\rho(t_1) = \lambda \mathbf{N} + \lambda \Phi_R^S(t_1) + c \Delta\delta_1 + \varepsilon_{\text{ion}}(t_1) + \varepsilon_{\text{trop}}(t_1) + \varepsilon(t_1)$$

$$\rho(t_2) = \lambda \mathbf{N} + \lambda \Phi_R^S(t_2) + c \Delta\delta_2 + \varepsilon_{\text{ion}}(t_2) + \varepsilon_{\text{trop}}(t_2) + \varepsilon(t_2)$$

onde se introduziram nas equações os erros ionosféricos, troposféricos e outros.

Efectuando a diferença entre as equações precedentes:

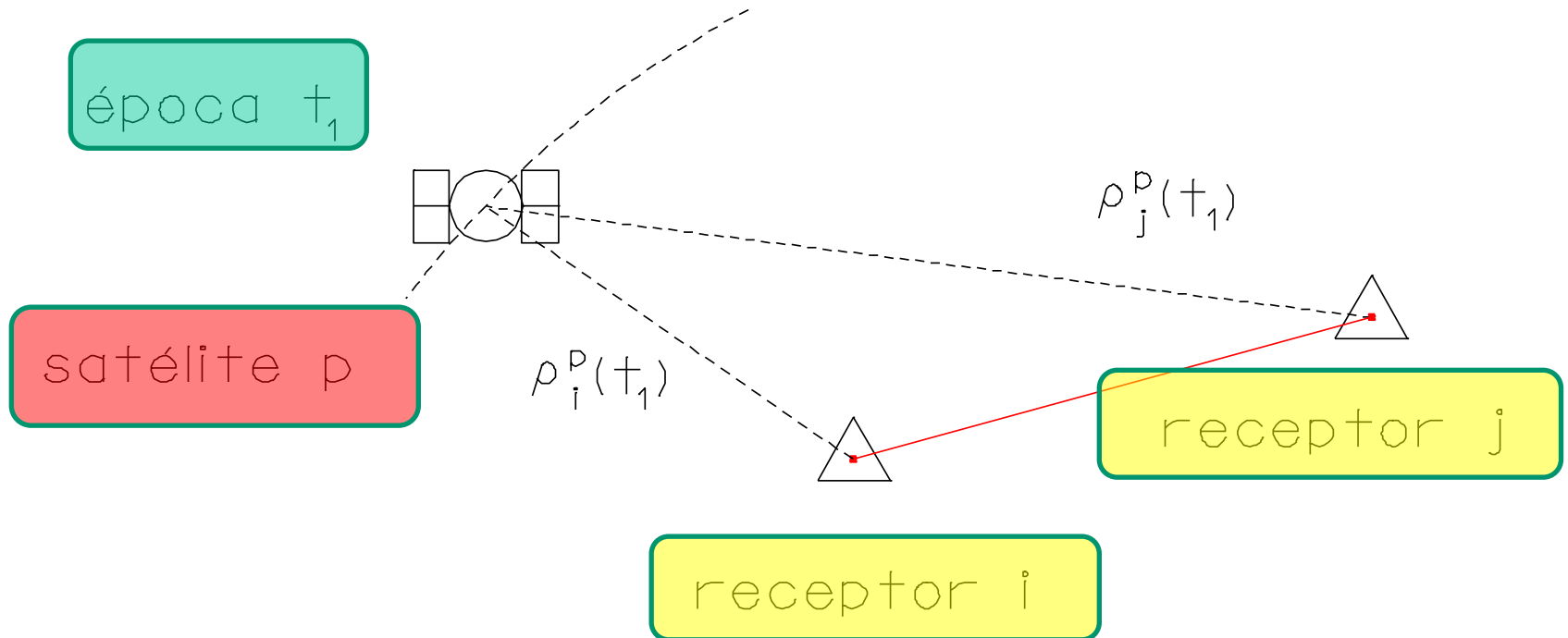
$$\delta\rho = \lambda \delta\Phi + c \delta\Delta\delta + \delta \varepsilon_{\text{ion}} + \delta \varepsilon_{\text{trop}} + \delta \varepsilon.$$

No caso de observações de **código**, tem-se:

$$\delta R = \delta\rho + c \delta\Delta\delta + \delta \varepsilon_{\text{ion}} + \delta \varepsilon_{\text{trop}} + \delta \varepsilon.$$

GNSS

Diferenças simples entre receptores: $\rho_i^p(t_1) - \rho_j^p(t_1)$



GNSS

2. As **diferenças simples entre receptores** para a **mesma época** obtêm-se subtraindo as observações numa dada **estação i** para um dado **satélite p** às observações simultâneas para o mesmo satélite obtidas numa **estação j**:

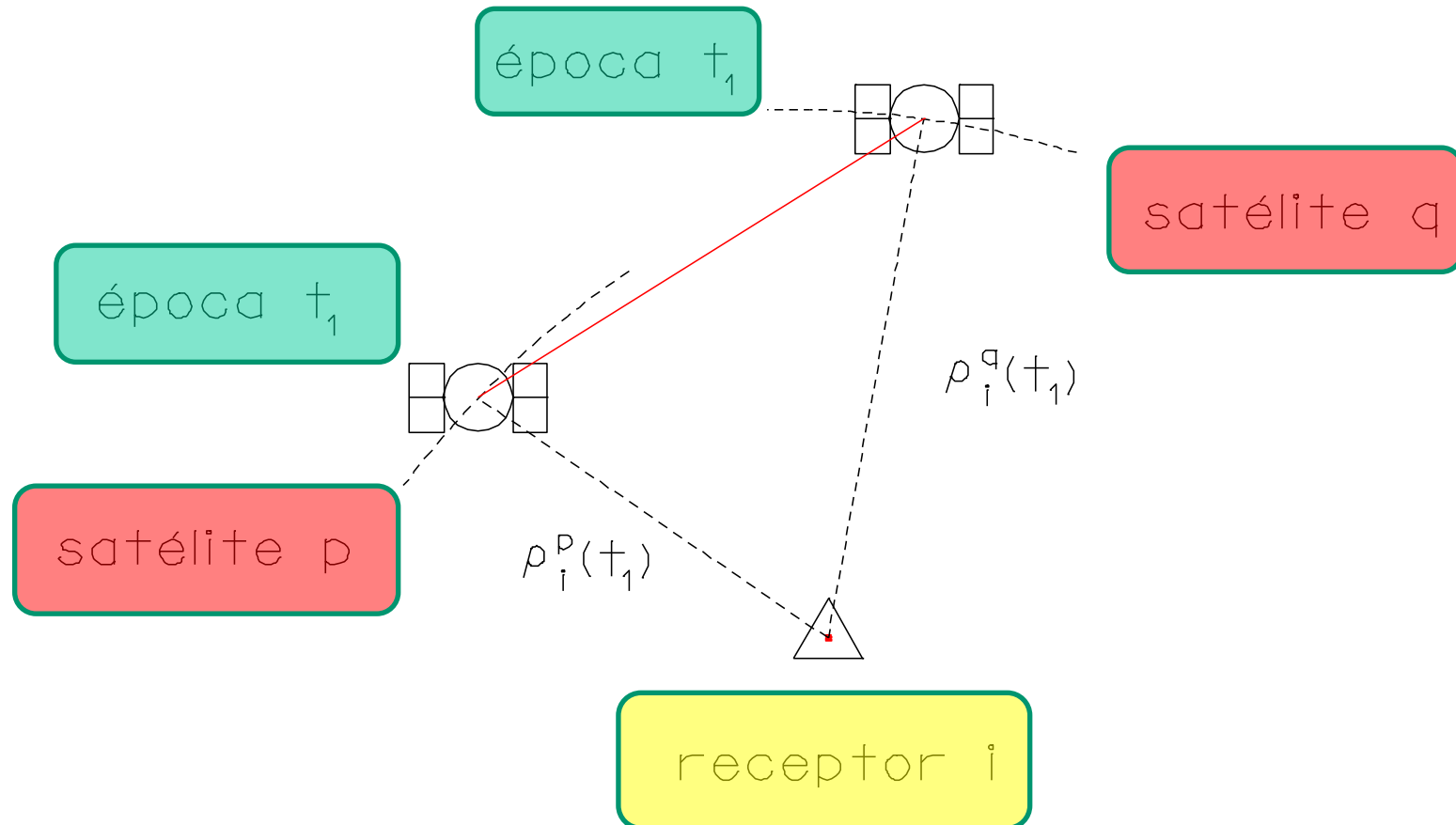
$$\Delta\rho = \lambda \Delta\Phi + c \Delta\Delta\delta + \Delta\varepsilon_{\text{ion}} + \Delta\varepsilon_{\text{trop}} + \Delta\varepsilon,$$

$$\Delta R = \Delta\rho + c \Delta\Delta\delta + \Delta\varepsilon_{\text{ion}} + \Delta\varepsilon_{\text{trop}} + \Delta\varepsilon.$$

Dado que o **erro de sincronização do satélite** é igual em ambas as estações, a construção de diferenças simples entre receptores permite eliminar este erro.

GNSS

Diferenças simples entre satélites: $\rho_i^p(t_1) - \rho_i^q(t_1)$



GNSS

3. A formação de **diferenças simples entre satélites**, obtidas a partir de **observações simultâneas** num receptor para **dois satélites** p e q, permite eliminar o **erro de sincronização do relógio do receptor** na estação i:

$$\lambda \nabla \Phi = \nabla \rho + c \nabla \Delta \delta + \nabla \varepsilon_{\text{ion}} + \nabla \varepsilon_{\text{trop}} + \nabla \varepsilon,$$

$$\nabla R = \nabla \rho + c \nabla \Delta \delta + \nabla \varepsilon_{\text{ion}} + \nabla \varepsilon_{\text{trop}} + \nabla \varepsilon.$$

GNSS

As diferenças duplas receptor-tempo são formadas **combinando diferenças simples** entre épocas e a observação resultante elimina a ambiguidade do ciclo na equação da fase.

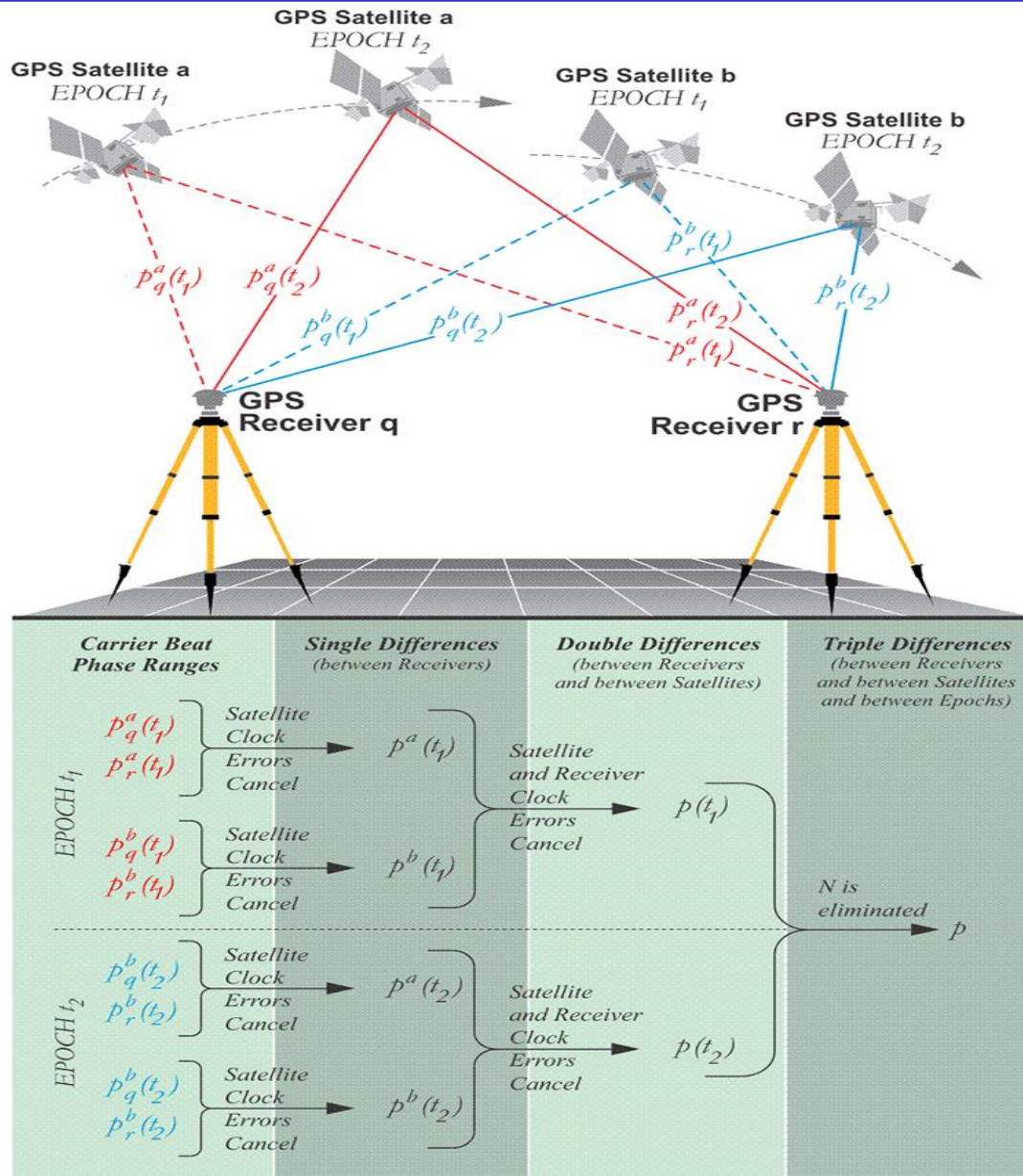
A combinação de observações envolvendo dois receptores e dois satélites dá origem às diferenças duplas receptor-satélite; a diferença de observações pode ser efectuada fazendo a diferença entre satélites de diferenças simples entre receptores ou fazendo a diferença entre receptores de diferenças simples entre satélites (ou ambas). Desta forma, os erros de sincronização dos relógios dos receptores e satélites são eliminados e os restantes erros sistemáticos reduzidos.

GNSS

As **diferenças triplas receptor-satélite-tempo** são formadas efectuando a diferença entre duas épocas de diferenças duplas receptor-satélite. Tal como as outras diferenças em tempo, a ambiguidade de ciclo é eliminada; para além disso, as diferenças triplas eliminam os erros dos relógios dos receptores e satélites e reduzem a influência dos restantes erros sistemáticos que apresentem correlação.

A principal desvantagem da utilização de diferenças é a **redução do número de observações**, que no caso de sessões curtas ou bases longas poderá enfraquecer a solução.

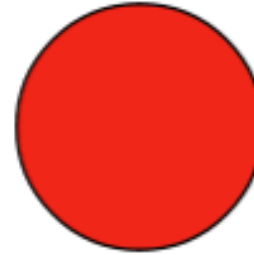
GNSS



GNSS

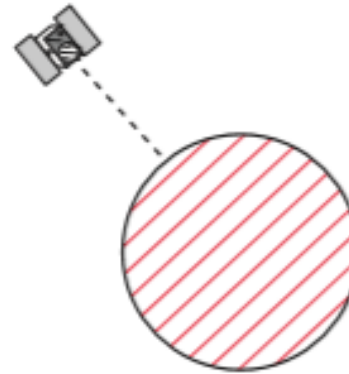
Após eliminar os erros do relógio com o método das diferenças duplas, é possível determinar o número inteiro de comprimentos (ambiguidade) de onda mais a fracção de comprimento de onda compreendidos entre o satélite e a antena do receptor mediante a utilização de procesos estatísticos para a resolução da ambiguidade e determinar a solução mais provável.

1.



Uma medição diferencial usando código permite obter uma posição aproximada. A solução precisa deve estar dentro do círculo.

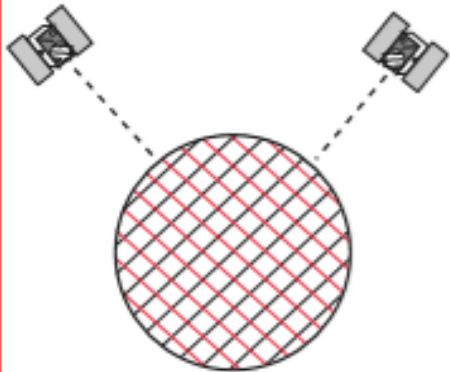
2.



As frentes de onda do sinal de um satélite intersectadas com o círculo formam um conjunto de linhas, devendo a solução precisa ser um ponto de uma dessas linhas.

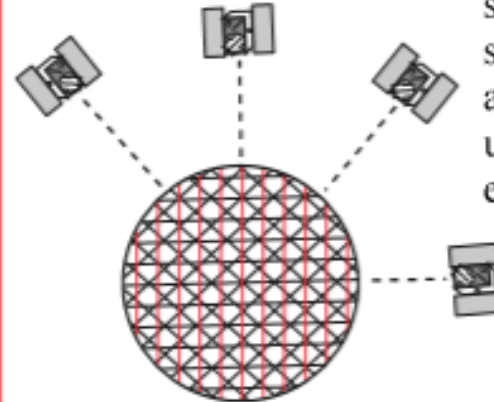
GNSS

3.



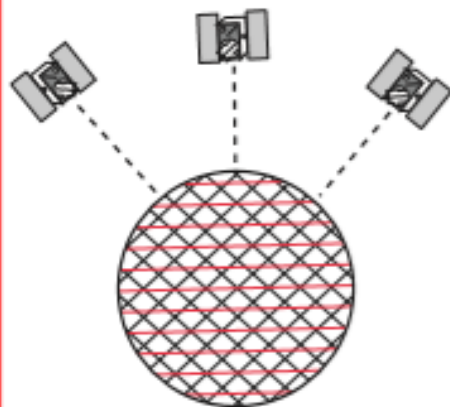
Quando se recebem sinais de um segundo satélite, a solução precisa será um ponto na intersecção dos dois conjuntos de linhas que representam as frentes de onda dos dois satélites.

5.



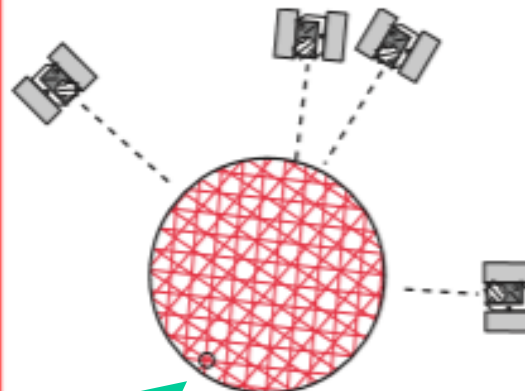
Com mais um quarto satélite, o conjunto das soluções possíveis para a ambiguidade conterà um menor número de elementos.

4.



Acrescentando um terceiro satélite, reduzem-se as possibilidades quanto à ambiguidade, já que a solução deve pertencer a alguma intersecção dos três conjuntos de frentes de onda.

6.



Considerando a variação da posição da constelação de satélites com o tempo, o conjunto de soluções tende a rodar, revelando a solução mais provável.

GNSS

As diferenças entre observações combinam observações do **mesmo tipo** de observável obtidas a partir da mesma onda portadora; um conceito semelhante pode ser aplicado efectuando a **combinação linear de observáveis do mesmo tipo mas obtidas em portadoras diferentes**, o que permite eliminar o efeito do atraso ionosférico ou determinar com maior facilidade as ambiguidades de ciclo inerentes às observações de fase.

Para o caso das observações de **fase**, $\Phi_{n,m} = n\Phi_1 + m\Phi_2$ é uma **combinação linear** em L_1 e L_2 com os coeficientes n e m a definir para cada tipo de combinação considerada, sendo a ambiguidade dessa combinação dada por $N_{n,m} = nN_1 + mN_2$, onde N_1 e N_2 são as ambiguidades de ciclo para cada uma das portadoras.

GNSS

As combinações mais utilizadas no processamento de observações GPS são as chamadas combinação de **banda larga** (wide lane), combinação de **banda estreita** (narrow lane) e a **combinação livre da ionosfera** (ionosphere free).

A combinação de banda larga tem um comprimento de onda de cerca de 86 cm, sendo útil na determinação de ambiguidades; o ruído associado é, no entanto, cerca de 6 vezes superior ao das observações originais (os valores de n e m são, respectivamente, **1** e **-1**, $L_4 = L_1 - L_2$).

A combinação de banda estreita tem um comprimento de onda de cerca de 10.7 cm, o que dificulta a determinação das ambiguidades, especialmente para bases médias ou longas; o ruído associado é, no entanto, extremamente baixo (os valores de n e m são, respectivamente, **1** e **1**, $L_5 = L_1 + L_2$).

GNSS

A **combinação livre da ionosfera** elimina o efeito de primeira ordem da ionosfera; dado que o efeito da ionosfera depende da frequência dos sinais que a atravessam, combinando as frequências L_1 e L_2 é possível eliminar o seu efeito. Tomando $n=1$, vem $m=f_1/f_2$ pelo que, não sendo um número inteiro, esta relação não pode ser utilizada para determinar as ambiguidades.

GNSS

Combinações de observáveis a partir de L1 e L2:

- $L3 = \alpha L1 + \beta L2 \rightarrow$ combinação ionosférica
- $L4 = L1 - L2 \rightarrow$ combinação de banda larga (*wide lane*)
- $L5 = L1 + L2 \rightarrow$ combinação de banda estreita (*narrow lane*)

Para bases longa (> 20 Km) deve-se usar sempre a L3

Para bases curtas (< 20 Km) pode usar mono frequência (L1)

Sinal	Frequência (em Mhz)	Comprimento de Onda (em metros)
Portadora L1	1575,42	19,03
Portadora L2	1227,60	24,42
Portadora L5	1176,45	25,48
Wide-Lane (L1 - L2)	347,83	86,19
Narrow-Lane (L1 + L2)	2803,02	10,70
L1 - L5	389,70	75,14
L2 - L5	51,15	586,10

Um possível algoritmo:

1º - Processamento de diferenças triplas de fase:

- a) determinação de uma solução aproximada das coordenadas
- b) eliminação de **saltos de ciclo** com análise dos resíduos

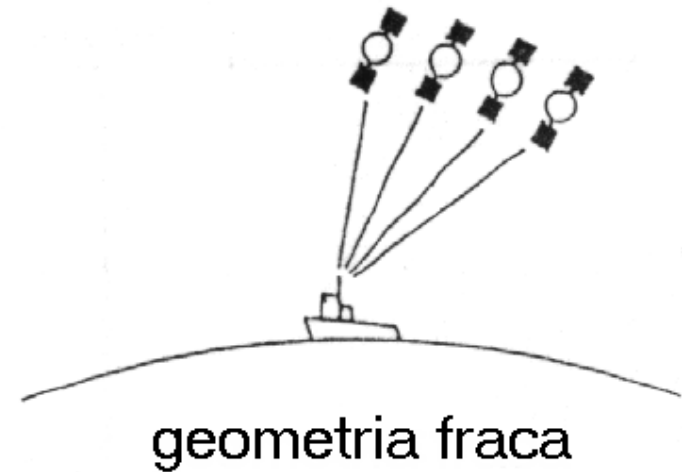
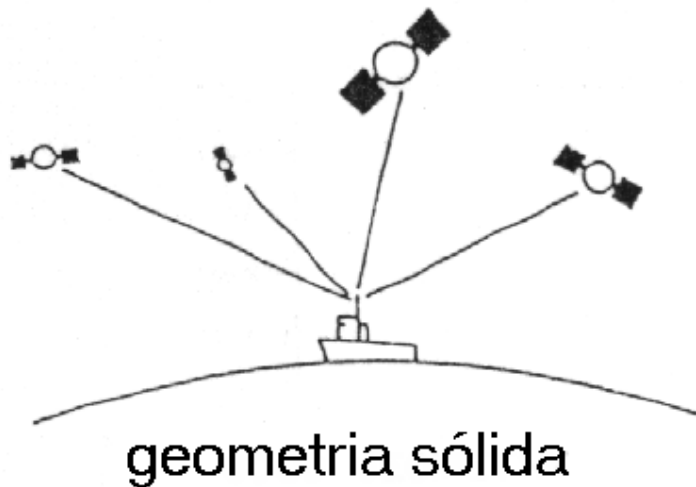
2º - Processamento de diferenças duplas de fase:

- a) determinação de uma solução aproximada (*float*),
com valores reais para as ambiguidades
- b) **fixação das ambiguidades** iniciais a valores inteiros
- c) determinação da solução óptima final (*fixed*), em L1 e/ou L3

<http://mundogeo.com/blog/2000/10/01/impacto-do-3-sinal-no-gps/>

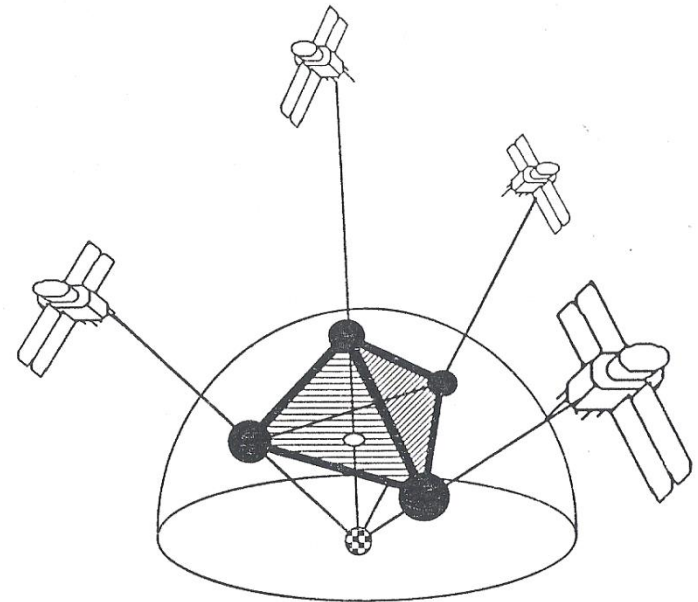
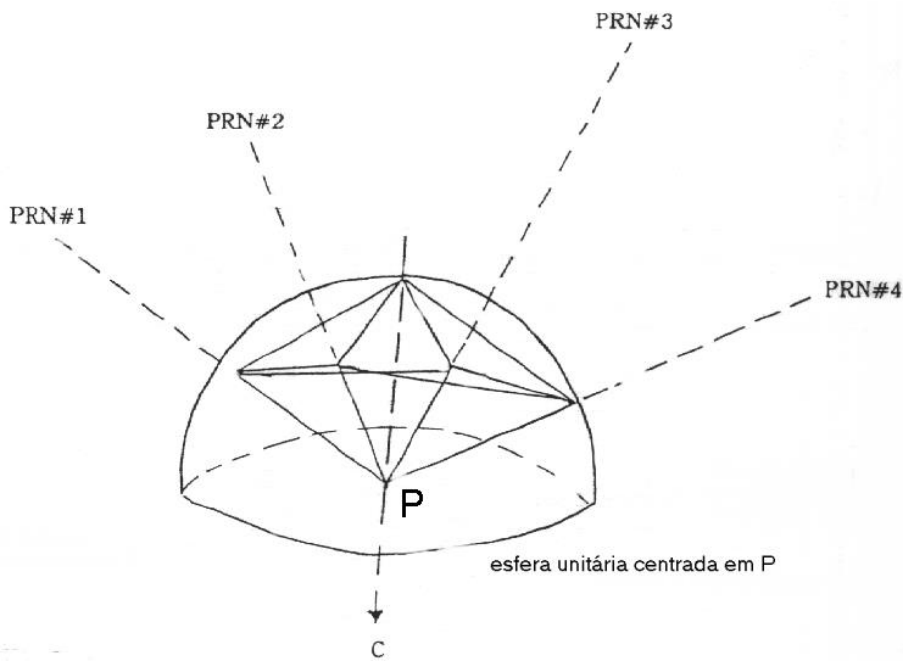
GNSS

Uma medida da **geometria da figura** definida pelas posições do **receptor e dos satélites** é conhecida como GDOP (Geometric Dilution of Precision).



GNSS

De um ponto de vista geométrico, o factor **GDOP** é inversamente proporcional ao volume da figura obtida pela intersecção com uma esfera de raio unitário dos vectores que unem a posição do receptor com os satélites.



Factor de degradação de precisão (DOP - *Dilution of Precision*)

$$\text{DOP} = \frac{\sigma}{\sigma_0} \left\{ \begin{array}{l} \text{VDOP} - \text{factor de precisão vertical} \rightarrow \sigma_H / \sigma_0 \\ \text{HDOP} - \text{factor de precisão horizontal} \rightarrow \sqrt{\sigma_M^2 + \sigma_P^2} / \sigma_0 \\ \text{PDOP} - \text{factor de precisão da posição} \rightarrow \sqrt{\sigma_M^2 + \sigma_P^2 + \sigma_H^2} / \sigma_0 \\ \text{TDOP} - \text{factor de precisão do tempo} \rightarrow \sigma_t / \sigma_0 \\ \text{GDOP} - \text{factor de precisão global} \rightarrow \sqrt{\sigma_M^2 + \sigma_P^2 + \sigma_H^2 + \sigma_t^2} / \sigma_0 \end{array} \right.$$

As variâncias dos parâmetros são retiradas da diagonal da matriz das covariâncias do sistema anterior, $Q_x = (A^T Q_1 A)^{-1}$

DOPS's pequenos \Leftrightarrow boa intersecção, boa precisão de posicionamento

Muitos satélites \Rightarrow baixos DOP's \Rightarrow boa precisão

GNSS

RINEX, de Receiver INdependent EXchange format, é um formato desenvolvido pela Universidade de Berna para a partilha da dados GPS.

Recomenda-se a utilização da convenção seguinte para a identificação dos ficheiros RINEX:

ssssdddf.yyt

ssss: 4 caracteres para designar a estação

ddd: dia do ano do primeiro registo do ficheiro

f: número de sequência em cada dia (0: o ficheiro contém os dados de todo o dia)

yy: ano

t: tipo (o: observações, n: navegação, m:meteorologia,g: Glonass)

Nomenclatura dos ficheiros RINEX horários

TU - Tempo Universal		
hora de início	hora de fim	letra do ficheiro
0:00:00	0:59:55	a
1:00:00	1:59:55	b
2:00:00	2:59:55	c
3:00:00	3:59:55	d
4:00:00	4:59:55	e
5:00:00	5:59:55	f
6:00:00	6:59:55	g
7:00:00	7:59:55	h
8:00:00	8:59:55	i
9:00:00	9:59:55	j
10:00:00	10:59:55	k
11:00:00	11:59:55	l
12:00:00	12:59:55	m
13:00:00	13:59:55	n
14:00:00	14:59:55	o
15:00:00	15:59:55	p
16:00:00	16:59:55	q
17:00:00	17:59:55	r
18:00:00	18:59:55	s
19:00:00	19:59:55	t
20:00:00	20:59:55	u
21:00:00	21:59:55	v
22:00:00	22:59:55	w
23:00:00	23:59:55	x

Dia Juliano

Anos Regulares

(2005, 2006, 2007, 2009, 2010, 2011, 2013, ...)

	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
1	1	32	60	91	121	152	182	213	244	274	305	335
2	2	33	61	92	122	153	183	214	245	275	306	336
3	3	34	62	93	123	154	184	215	246	276	307	337
4	4	35	63	94	124	155	185	216	247	277	308	338
5	5	36	64	95	125	156	186	217	248	278	309	339
6	6	37	65	96	126	157	187	218	249	279	310	340
7	7	38	66	97	127	158	188	219	250	280	311	341
8	8	39	67	98	128	159	189	220	251	281	312	342
9	9	40	68	99	129	160	190	221	252	282	313	343
10	10	41	69	100	130	161	191	222	253	283	314	344
11	11	42	70	101	131	162	192	223	254	284	315	345
12	12	43	71	102	132	163	193	224	255	285	316	346
13	13	44	72	103	133	164	194	225	256	286	317	347
14	14	45	73	104	134	165	195	226	257	287	318	348
15	15	46	74	105	135	166	196	227	258	288	319	349
16	16	47	75	106	136	167	197	228	259	289	320	350
17	17	48	76	107	137	168	198	229	260	290	321	351
18	18	49	77	108	138	169	199	230	261	291	322	352
19	19	50	78	109	139	170	200	231	262	292	323	353
20	20	51	79	110	140	171	201	232	263	293	324	354
21	21	52	80	111	141	172	202	233	264	294	325	355
22	22	53	81	112	142	173	203	234	265	295	326	356
23	23	54	82	113	143	174	204	235	266	296	327	357
24	24	55	83	114	144	175	205	236	267	297	328	358
25	25	56	84	115	145	176	206	237	268	298	329	359
26	26	57	85	116	146	177	207	238	269	299	330	360
27	27	58	86	117	147	178	208	239	270	300	331	361
28	28	59	87	118	148	179	209	240	271	301	332	362
29	29		88	119	149	180	210	241	272	302	333	363
30	30		89	120	150	181	211	242	273	303	334	364
31	31		90		151		212	243		304		365

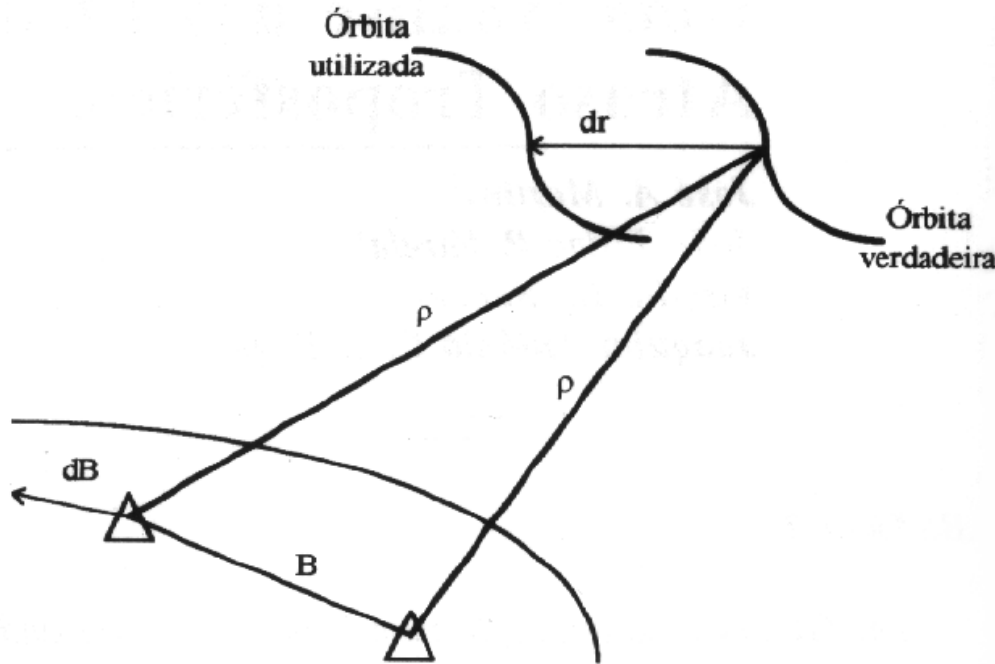
Anos Bisextos

(2004, 2008, 2012, 2016, ...)

	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
1	1	32	61	92	122	153	183	214	245	275	306	336
2	2	33	62	93	123	154	184	215	246	276	307	337
3	3	34	63	94	124	155	185	216	247	277	308	338
4	4	35	64	95	125	156	186	217	248	278	309	339
5	5	36	65	96	126	157	187	218	249	279	310	340
6	6	37	66	97	127	158	188	219	250	280	311	341
7	7	38	67	98	128	159	189	220	251	281	312	342
8	8	39	68	99	129	160	190	221	252	282	313	343
9	9	40	69	100	130	161	191	222	253	283	314	344
10	10	41	70	101	131	162	192	223	254	284	315	345
11	11	42	71	102	132	163	193	224	255	285	316	346
12	12	43	72	103	133	164	194	225	256	286	317	347
13	13	44	73	104	134	165	195	226	257	287	318	348
14	14	45	74	105	135	166	196	227	258	288	319	349
15	15	46	75	106	136	167	197	228	259	289	320	350
16	16	47	76	107	137	168	198	229	260	290	321	351
17	17	48	77	108	138	169	199	230	261	291	322	352
18	18	49	78	109	139	170	200	231	262	292	323	353
19	19	50	79	110	140	171	201	232	263	293	324	354
20	20	51	80	111	141	172	202	233	264	294	325	355
21	21	52	81	112	142	173	203	234	265	295	326	356
22	22	53	82	113	143	174	204	235	266	296	327	357
23	23	54	83	114	144	175	205	236	267	297	328	358
24	24	55	84	115	145	176	206	237	268	298	329	359
25	25	56	85	116	146	177	207	238	269	299	330	360
26	26	57	86	117	147	178	208	239	270	300	331	361
27	27	58	87	118	148	179	209	240	271	301	332	362
28	28	59	88	119	149	180	210	241	272	302	333	363
29	29	60	89	120	150	181	211	242	273	303	334	364
30	30		90	121	151	182	212	243	274	304	335	365
31	31		91		152		213	244		305		366

GNSS

Na determinação de órbitas, a imprecisão das posições e velocidades iniciais dos satélites, necessárias à resolução das equações diferenciais que descrevem o respectivo movimento, resultam em erros nas efemérides orbitais. Este erro manifesta-se de forma diferente no posicionamento absoluto e no posicionamento



relativo; no caso do posicionamento relativo, o erro resultante numa base pode ser determinado a partir da relação $dB/B=dr/\rho$, onde dB é o erro no vector base B e dr é o erro no vector distância ρ .

exactidão relativa dB/B	erro de posição do satélite dr (m)	comprimento da base B (km)	erro da base dB (km)
1 ppm	20	10	1
		100	10
		1000	100
0.1 ppm	2	10	0.1
		100	1
		1000	10

GNSS

Que precisão orbital é necessária para alcançar uma dada precisão no posicionamento relativo por GPS? Sendo B o comprimento da base, dB o respectivo erro, dr o erro orbital radial e ρ a altitude dos satélites ($\approx 20\,000$ km):

dB (ppm)	dr (m)
5	100
1	20
0.5	10
0.1	2

(0.1 ppm corresponde a um erro de 1 cm em 100 km)

Para além das **órbitas radiodifundidas** (precisão da ordem dos 15 m), é possível utilizar **órbitas pós-processadas**, que apresentam uma precisão superior a 20 cm.

GNSS

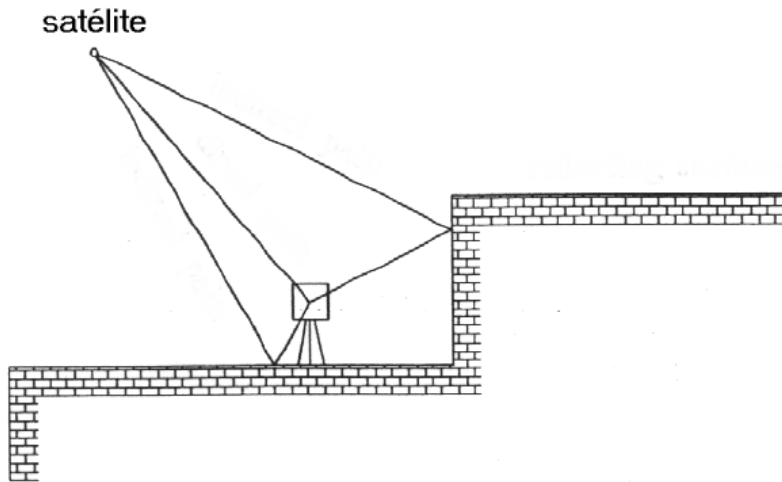
Para aplicações geodésicas de grande precisão e aplicações de geodinâmica, a informação relativa às órbitas dos satélites pode ser determinada *a posteriori* (em alternativa às órbitas radiodifundidas, conhecidas *a priori*), a partir de dados de rastreio obtidos através de uma rede global de estações, com coordenadas bem definidas. Uma das instituições que determina órbitas de alta precisão é o IGS, International GNSS Service (<http://igscb.jpl.nasa.gov/>).

GNSS

IGS Product Table [GPS Broadcast values included for comparison]						
		Accuracy	Latency	Updates	Sample Interval	Archive locations
GPS Satellite Ephemerides/ Satellite & Station Clocks						
Broadcast	orbits	~160 cm	real time	--	daily	CDDIS(US-MD) SOPAC(US-CA) IGN(FR)
	Sat. clocks	~7 ns				
Ultra-Rapid (predicted half)	orbits	~10 cm	real time	four times daily	15 min	CDDIS(US-MD) SOPAC(US-CA) IGN(FR) IGS CB(US-CA)
	Sat. clocks	~5 ns				
Ultra-Rapid (observed half)	orbits	<5 cm	3 hours	four times daily	15 min	CDDIS(US-MD) SOPAC(US-CA) IGN(FR) IGS CB(US-CA)
	Sat. clocks	~0.2 ns				
Rapid	orbits	<5 cm	17 hours	daily	15 min	CDDIS(US-MD) SOPAC(US-CA) IGN(FR) IGS CB(US-CA)
	Sat. & Stn. clocks	0.1 ns			5 min	
Final	orbits	<5 cm	~13 days	weekly	15 min	CDDIS(US-MD) SOPAC(US-CA) IGN(FR) IGS CB(US-CA)
	Sat. & Stn. clocks	<0.1 ns			5 min	

GNSS

O erro de **multitrajecto** resulta da interferência de 2 ou mais sinais emitidos por uma fonte comum, que percorrem trajectos diferentes devido a reflexões, chegando portanto desfasados ao receptor.

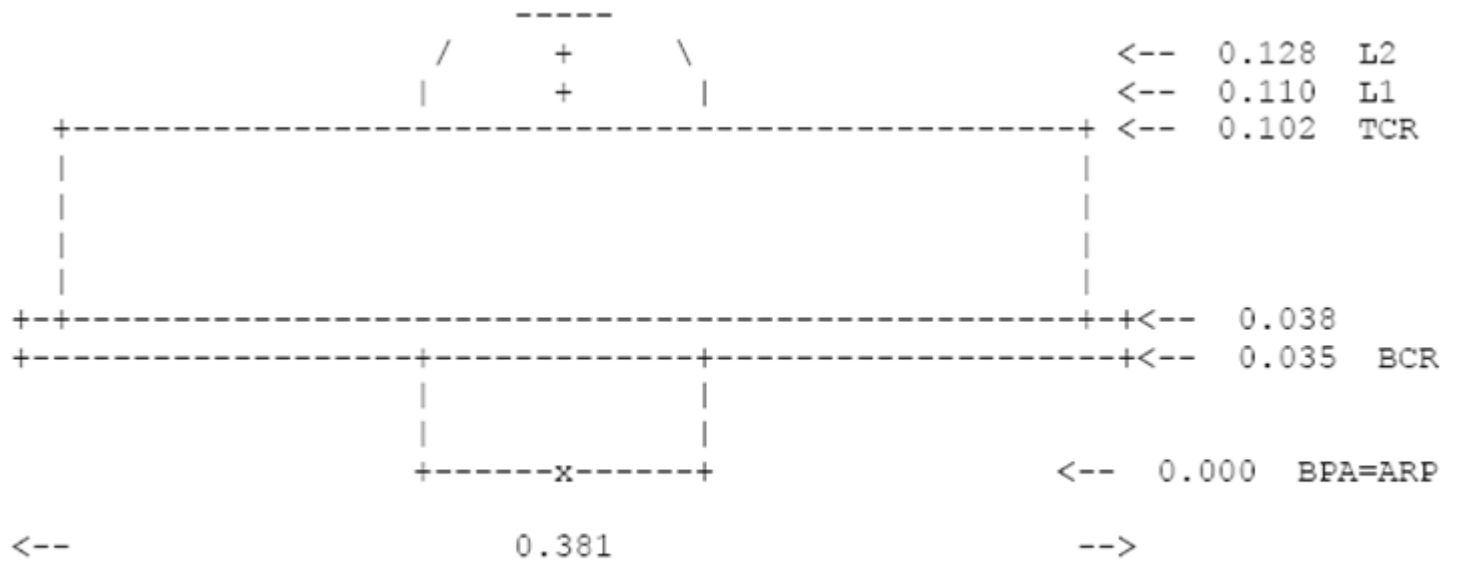


Os efeitos do multitrajecto na pseudo-distância são da ordem dos poucos centímetros (embora com o código C/A este valor possa chegar aos 1-2 m); para a fase, a distorção do sinal original pode ter um valor máximo de um quarto de ciclo.

GNSS

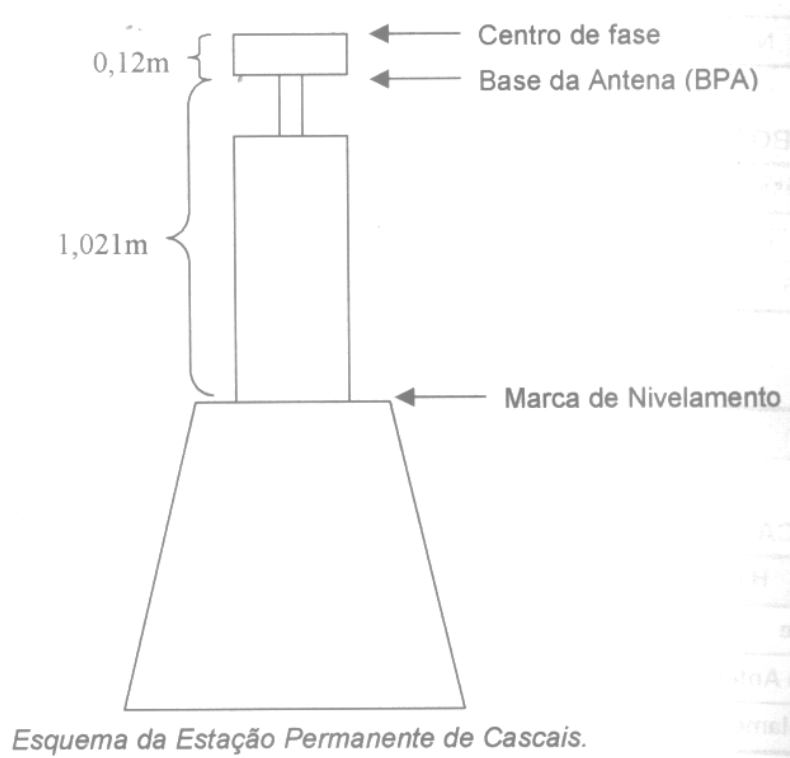
O **centro de fase** electrónico da antena é o ponto no qual as medidas dos sinais são referenciadas, e geralmente não coincide com o centro geométrico da antena. Esta discrepância varia com a intensidade e direção dos sinais, e é diferente para a portadora L1 e L2. Para levantamentos de alta precisão, todas as antenas envolvidas no projeto devem ser calibradas, visando corrigir as observações desse efeito.

GNSS



Perfil de uma antena

GNSS



BPA: **B**ottom of **P**re**A**mplifier

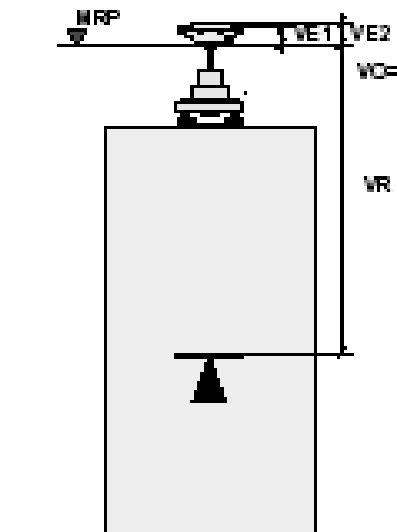
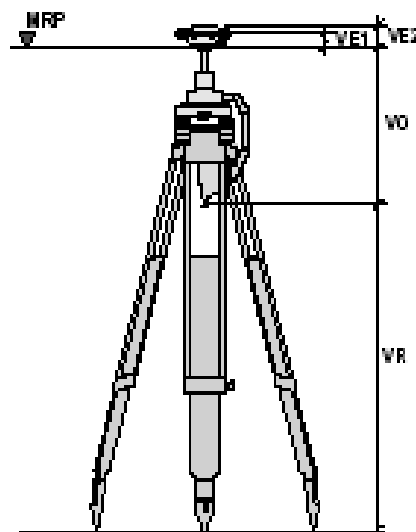
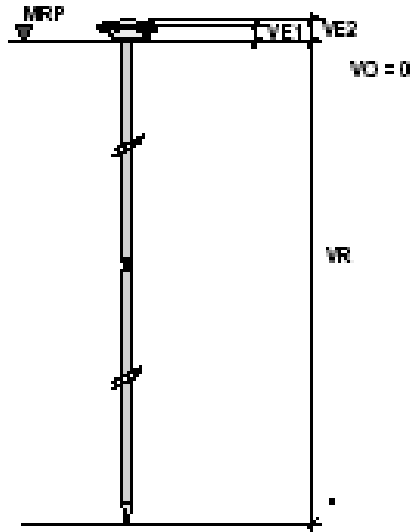
GNSS



MRP=Mechanical Reference Plane =(BPA)

VO=vertical offset

VR=vertical reading

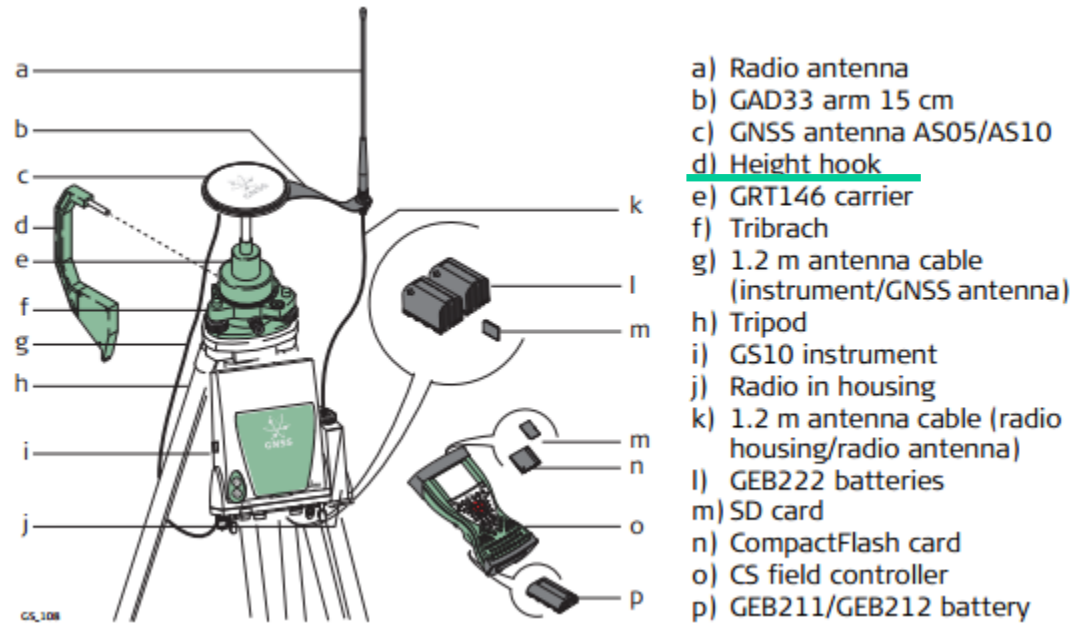


Antena sobre bastão

Antena sobre tripé

Antena sobre pilar

GNSS



Antena sobre tripé: leitura vertical

GNSS



Height Reading: altura medida desde a marca no solo até à base da rosca da antena (BPA)



No caso da antena GS15, na opção Pillar, os parâmetros do centro de fase relativamente ao BPA são: Offset Horizontal=0.0000, Offset Vertical=0.0000, Offset fase L1=0.2021, Offset fase L2=0.2007; para fixar a antena à base utiliza-se uma peça que enrosca na antena e que se fixa à base (figura da direita); para facilitar a medição, mede-se a altura da antena até ao topo da base e soma-se a este valor 4 cm.

RESUMIO

Posicionamento Absoluto Estático

Posicionamento por ponto em tempo real, obtendo-se uma precisão da ordem de 10 m; nesta técnica as coordenadas serão influenciadas pelos erros nas coordenadas e correções dos relógios dos satélites, além de outros erros, tais como os relativos à refração atmosférica.

GNSS

Posicionamento Relativo Estático

Neste tipo de posicionamento, dois ou mais receptores rastreiam, simultaneamente, os satélites visíveis por um período de tempo que pode variar de dezenas de minutos (20 minutos no mínimo) até algumas horas; como o período de ocupação das estações é relativamente longo, somente as diferenças duplas da fase da onda portadora são normalmente incluídas como observáveis. Sendo a precisão da fase da onda portadora muito superior à da pseudodistância, a participação desta última não melhora os resultados de forma significativa; mesmo assim as pseudodistâncias devem estar disponíveis, pois são utilizadas no pré-processamento para estimar o erro do relógio do receptor, ou calcular o instante aproximado de transmissão do sinal pelo satélite. A precisão esperada é, no máximo, $5\text{mm} + 1\text{ ppm}$. No caso de receptores monofrequência a base não deve ultrapassar 10 km de comprimento, devendo neste caso aumentar-se o tempo de observação.

Posicionamento Relativo Estático Rápido

Segue em linhas gerais o mesmo princípio que o do posicionamento relativo estático, estando a diferença fundamental no tempo de ocupação da estação de interesse, sendo de no máximo de 20 minutos, em geral 5 ou 10 minutos. Este método é utilizado para levantamentos em que se deseja alta produtividade, podendo ser utilizados receptores mono (L1) ou de dupla frequência (L1 e L2). É adequado para levantamentos com linhas de base de até 10 km; a precisão esperada é, no máximo, 5 a 10 mm + 1 ppm. Um dos receptores está em permanência numa estação de referência e o segundo vai ocupando os pontos a coordenar.

Posicionamento Relativo Semi-cinemático

Também conhecido como pseudo-estático ou *stop and go*, baseia-se no facto de que no cálculo de uma base, a solução do vector de ambiguidades implicar que a geometria envolvida entre as duas estações e os satélites se altere; deste modo são recolhidos dados por pelo menos dois curtos períodos na mesma estação. A ideia básica é que num primeiro momento devem ser determinadas as ambiguidades e num segundo momento ocupar as estações de interesse por um curto espaço de tempo e efectuar a coordenação. As recolhas de dados devem estar separadas por um período de tempo entre 20 e 30 minutos. Este método requer que o receptor continue a recolher dados dos mesmo satélites durante as ocupações das estações, de forma a não perder as ambiguidades, o que exige cuidado no planeamento do levantamento, de forma a evitar a interrupção na recepção do sinal.

Posicionamento Relativo Cinemático Pós-Processado

Um receptor ocupa uma estação de coordenadas conhecidas enquanto o outro se desloca sobre os linhas e pontos a levantar. As observações simultâneas dos dois receptores geram diferenças duplas, onde vários erros envolvidos nas observações são reduzidos. No que concerne à solução do vector das ambiguidades há duas opções: solucioná-lo antes de iniciar o movimento ou estimá-lo em conjunto com os dados recolhidos em movimento; no primeiro caso, alguns dos métodos anteriores podem ser utilizados; no segundo caso, se não houver perda de sintonia com os satélites, o vector de ambiguidades permanece o mesmo em todo o levantamento.

GNSS

Posicionamento Relativo Cinemático em Tempo Real

Também denominado por RTK (*Real Time Kinematic*). Utilizado em aplicações onde há benefício em que as coordenadas da antena do receptor sejam determinadas em tempo real. É necessário que os dados recolhidos na estação de referência (base) sejam transmitidos para a estação móvel (rover), necessitando de um link de rádio, microondas etc., utilizando-se a fase da onda portadora. As correções são baseadas no conhecimento da posição da estação base, na posição dos satélites, no comportamento do relógio dos satélites e na correção do erro do relógio da estação base. Em geral os efeitos da refração atmosférica não são considerados pois as suas aplicações são limitadas a distâncias curtas, nas quais efeitos atmosféricos são praticamente idênticos nas duas estações e ficam bastante reduzidos nas equações de diferenças duplas.

GNSS

Quando realizadas medições de fase, o GPS é usado como uma técnica **interferométrica**, o que significa que as coordenadas de uma estação são estimadas diferencialmente, isto é, são relativas a uma estação de referência. Isso implica que as coordenadas de pelo menos uma estação devem ser conhecidas, com grande precisão, num dado referencial, de modo a permitir obter coordenadas para outras estações nesse mesmo referencial.

GNSS

A denominação correcta seria **quase-real**, devido ao facto de se registarem fracções de segundo até ao cálculo da posição, que correspondem ao **tempo de cálculo das correcções diferenciais** efectuadas pelo receptor base ou por um centro de cálculo de uma rede de estações de referência GNSS, o **envio dessas correcções** diferenciais pelos meios de comunicação envolvidos até ao receptor móvel e o **tempo de cálculo da posição**.

GNSS

A técnica de posicionamento Real Time Kinematic (**RTK**) baseia-se em **medições de fase da onda portadora** do sinal GPS, GLONASS e/ou Galileo e na recepção via rádio das correcções transmitidas em tempo real a partir a estação de referência (fixa), o que permite a obtenção de precisão centimétrica na posição do ou dos receptores móveis.

A estação base emite a fase da onda portadora medida e os receptores móveis comparam as respectivas medições da fase com as recebidas da estação de referência.

GNSS

Há diversas formas para a transmissão da correção a partir da estação base: a forma mais simples (e mais económica) consiste na utilização de um **modem**, tipicamente na banda **UHF**, existindo em muitos países algumas frequências reservadas para o RTK, dispondo os equipamentos modernos de um modem incorporado para a recepção do sinal rádio (RTCM); pode igualmente ser utilizada a transmissão via telemóvel (**GSM**, Global System for Mobile Communications). Em qualquer dos casos, o conjunto permite aos utilizadores do sistema o cálculo da respectiva posição relativa com **precisão centimétrica** (1 centímetro \pm 2 ppm no posicionamento horizontal e 2 centímetros \pm 2 ppm no posicionamento vertical), embora a posição absoluta do posicionamento dependa da precisão da posição da estação base.

GNSS

As várias opções de suporte à transmissão de dados incluem:

- comunicação rádio (VHF (*Very High Frequency*) ou UHF (*Ultra High Frequency*));
- redes de telemóveis;
- internet sem fios;
- ondas de rádio e televisão.

bem-vindo(a)

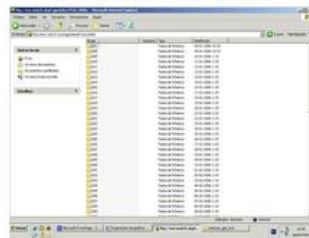
- [Início](#)
- [1º Ciclo](#)
- [2º Ciclo](#)
- [3º Ciclo](#)
- [I&D](#)
- [Pessoas](#)
- [Profissão](#)
- [Ligações](#)
- [FAQ](#)
- [Apoio às aulas](#)

- [Est. GPS permanente](#)
- [Previsão de Marés](#)
- [Agenda FCUL](#)
- [Arquivo](#)

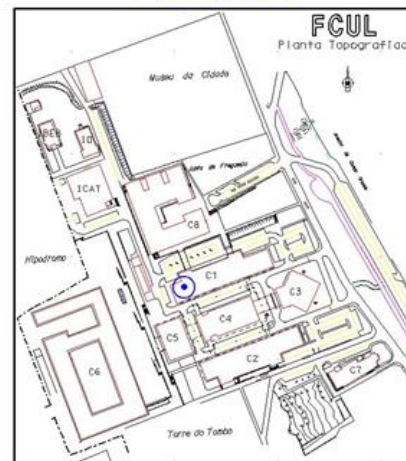
Última actualização: 02/03/10

ESTAÇÃO PERMANENTE (EP) DE AQUISIÇÃO DE DADOS GPS (Serviço EG/FCUL)

Download de dados RINEX



Coordenadas da EP



(ampliar planta da FCUL)

Descrição do equipamento



1. Receptor

LEICA	RS 500	Serial: 80162
-------	--------	---------------

2. Antena

LEICA	Choke Ring AT504	Serial: 959
-------	------------------	-------------

3. Alturas do centro de fase da antena (ref. ao BPA)

Fase L1: 0,110 m	Fase L2: 0,128 m
------------------	------------------

4. Serviço RTK

RADIO	Pacific Crest PDL (**)	Canal: 0	RTCM 18&19 V2.3
GSM	Siemens MC45 (**)	nº 91 249 14 89	RTCM 18&19 V2.3
Internet	Via SmartNet (**)	IP: 81.193.248.072	LEICA, RTCM

(**) Serviço disponibilizado mediante solicitação.

5. Coordenadas

Geodésicas	LAT	LON	h (BPA)
ETRS89 (*)	38º45'23,2713"	- 9º09'24,7485"	155,540
Datum LISBOA	38º45'17,6021"	- 9º09'20,2102"	
Datum 73	38º45'20,4138"	- 9º09'27,7961"	
Cartográficas	M	P	H (BPA)
HG-DLX	-88990,31	-100730,19	102,17
HG-D73	-88991,92	-100728,42	102,17
Cartesianas	X/Vx	Y/Vy	Z/Vz
ITRF2000 (2005.6)	4916949,017	-792574,204	3971367,877
	-0,013	0,025	0,008

(*) Revistas em Fevereiro de 2007

GNSS

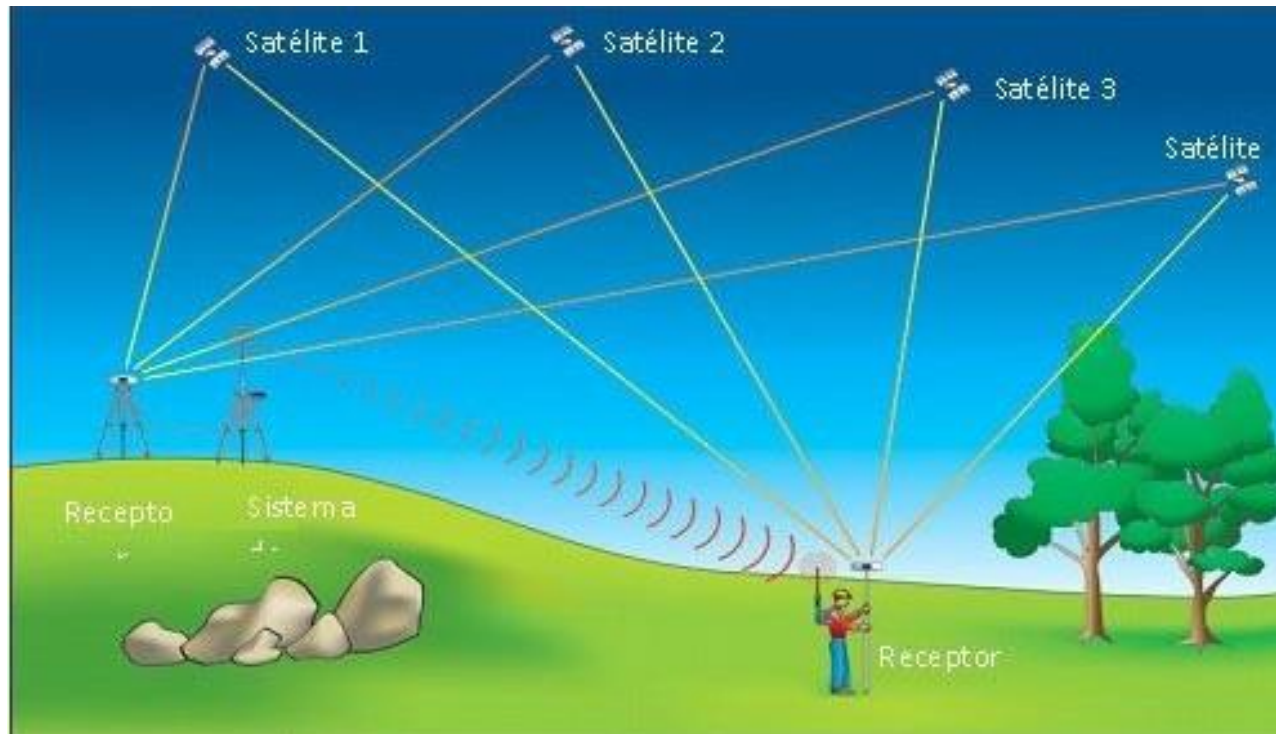
As diversas técnicas de posicionamento em tempo real também utilizam um receptor a funcionar como referência num ponto de coordenadas conhecido (receptor base) e outro que se vai deslocando de ponto para ponto (receptor móvel ou *rover*), *mas também de uma ligação* adequada (rádio ou telemóvel) para transmitir correcções da base para o móvel. Consoante estas correcções são aplicadas às pseudo-distâncias ou à fase, as técnicas denominam-se GPS Diferencial (DGPS – *Differential GPS*) e Cinemático em Tempo Real (RTK – *Real-Time Kinematic*), *respectivamente*. A técnica DGPS proporciona *exactidões de cerca de 1 m*, enquanto que a técnica RTK conduz a um aumento substancial da exactidão posicional, para valores da ordem de 1 cm a 2 cm.

GNSS

O método **base-RTK** (ou “estação base simples”, da denominação em inglês *Single Base Station (SBS)*) tem algumas limitações, das quais se salientam o facto de serem necessários pelo menos dois equipamentos GPS que são utilizados por duas equipas de campo (um deles fixo, a funcionar como estação de referência, e portanto com capacidade de emitir via rádio as correcções calculadas) e o raio de acção rondar apenas os 5 a 10 km (para coordenadas centimétricas), aumentando a degradação à medida que aumenta a distância entre os receptores. Para além da necessidade da obtenção de autorização para operar com determinadas frequências rádio, surge, por vezes, outra limitação, que é o efeito de interferência de outras estações de referência com o equipamento que estamos a operar.

GNSS

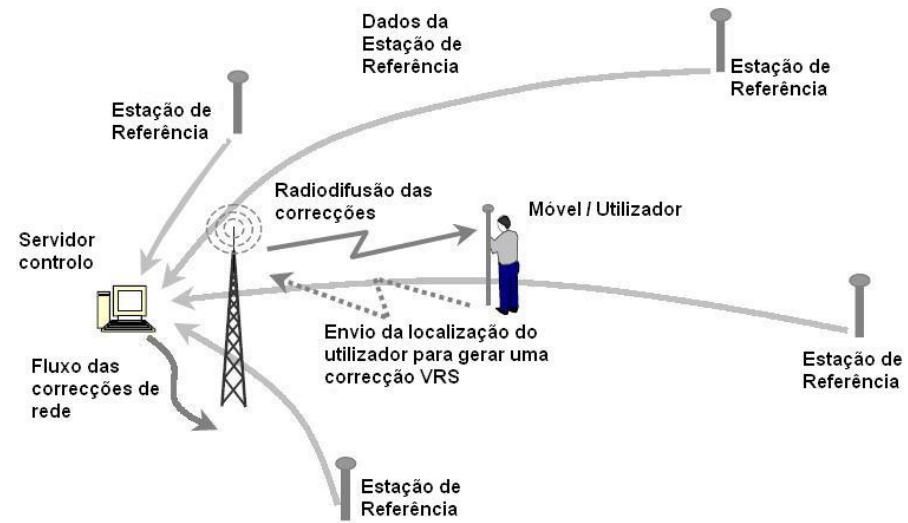
As redes de estações de referência (**CORS**: Continuous Operating Reference Stations), que funcionam em áreas geográficas vastas, reduzem o impacto dos erros dependentes da distância entre a estação de referência e a estação rover e fornecem precisão centimétrica no posicionamento para distâncias maiores do que o posicionamento RTK convencional.



GNSS

A metodologia **rede-RTK** utiliza uma rede de estações de referência GNSS, com coordenadas conhecidas com precisão. Com o advento das redes de referência activas, o utilizador pode utilizar apenas um receptor e usar os dados destas estações: o conceito fundamental desta técnica de posicionamento é que os dois ou mais receptores envolvidos possam receber dados, simultaneamente, de pelo menos dois satélites comuns.

Para o efeito, existem diversas entidades que gerem redes de estações de referência que podem ser utilizadas, como é o caso da rede SERVIR, implementada pelo IGeoE, e da rede RENEP, implementada pelo IGP.



Arquitectura de uma rede RTK

GNSS

Para obter as correcções RTK a fornecer aos utilizadores há diferentes conceitos, que são sintetizados sob o termo **FKP** (*Flächenkorrekturparameter*) ou **VRS** (Virtual Reference Station). Mais recentemente a Leica Geosystems tem vindo a desenvolver o **MAC** (Master-Auxiliary Concept).

O envio destas correcções aos utilizadores pode ser feita recorrendo a **formatos de mensagens**, quer do tipo proprietário, quer do tipo padrão.

No caso das mensagens com formato padrão, estas obedecem ao formato de mensagens idealizado pela comissão RTCM-SC104 (*Radio Technical Commission for Maritime Services - Special Committee No. 104*). Esta comissão envolve *representantes do governo americano e das indústrias* e tem por missão desenvolver modelos padronizados de transmissão de dados para técnicas de posicionamento diferencial por satélite. Estas mensagens são, por isso, vulgarmente denominadas de mensagens **RTCM** (versões RTCM 2.3 e RTCM 3.0, entre outras).

GNSS

Método	Formato	Tipo de mensagem
DGPS	RTCM 2.3	1 – Correções DGPS
		2 – Correções Delta DGPS
		3 – Parâmetros da Estação Referência
		9 – Conjunto de correções parciais GPS
RTK	RTCM 2.3	18 – Dados brutos (pseudo-distância)
		19 – Dados brutos (fase)
		20 – Correções diferenciais (pseudo-distância)
		21 – Correções diferenciais (fase)
		22 – Parâmetros da estação de referência
		23 – Definição do tipo de antena
		24 – Parâmetros do ponto de referência da antena (ARP – <i>Antenna Reference Point Parameter</i>)
		59 – Correções FKP ²
	RTCM 3.0	Correções de área (ainda em discussão)
	CMR	Formato proprietário da Trimble
	CMR+	Optimização da mensagem CMR, de forma a ser enviada compactada
	CMR2	Correções GNSS

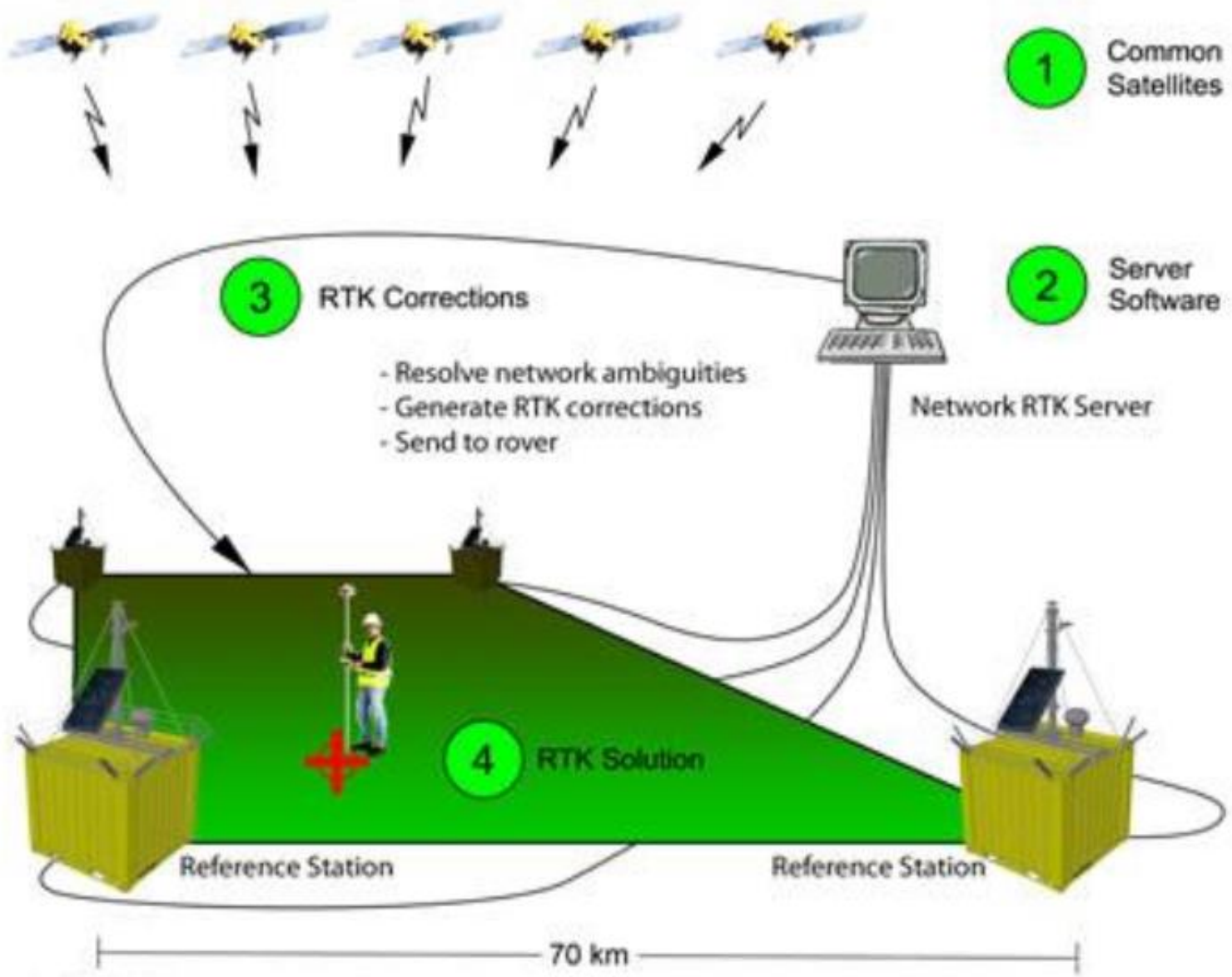
Tendo em vista os receptores GNSS móveis, que não suportam mensagens RTCM 3.0, mas possam receber correções de rede, via RTCM 2.3, foram desenvolvidas correções individualizadas MAC, designadas por i-MAC (*individualized Master-Auxiliary Corrections*).

GNSS

O objectivo de uma rede de estações de referência é modelar e estimar os erros causados pela propagação do sinal na ionosfera e na troposfera, assim como os erros orbitais (erros dependentes da distância entre o receptor rover e a estação de referência), com base em medições da fase das frequências L1 e L2 a nível local ou regional. Estes erros podem classificar-se como dispersivos e não dispersivos. A abordagem RTK consiste em **4 passos**: no primeiro, são recolhidas observações nas estações de referência, que são transmitidas para o centro de processamento; no segundo, o centro de processamento resolve as ambiguidades da rede e gera correções para a rede; no terceiro, o centro transmite estas correções para o rover; no quarto, o rover calcula a solução RTK combinando as próprias observações com os dados recebidos da rede.

Desta forma, basta 1 receptor para coordenar os pontos pretendidos, com o correspondente custo e trabalho reduzidos, aumentando a mobilidade e a eficiência. Para além disto, a solução é robusta, homogénea e consistente, mesmo que alguma estação não funcione. A rede permite múltiplos utilizadores e funciona de forma contínua 365/24/7. É necessário **pagar uma taxa** para aceder em tempo-real aos dados.

GNSS

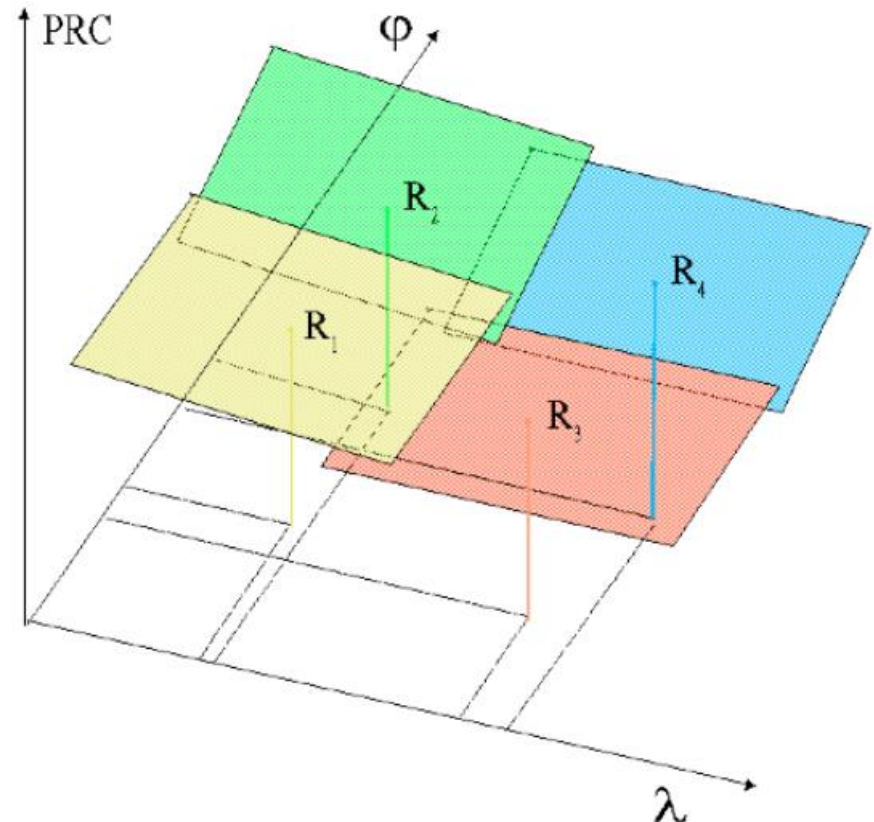


GNSS

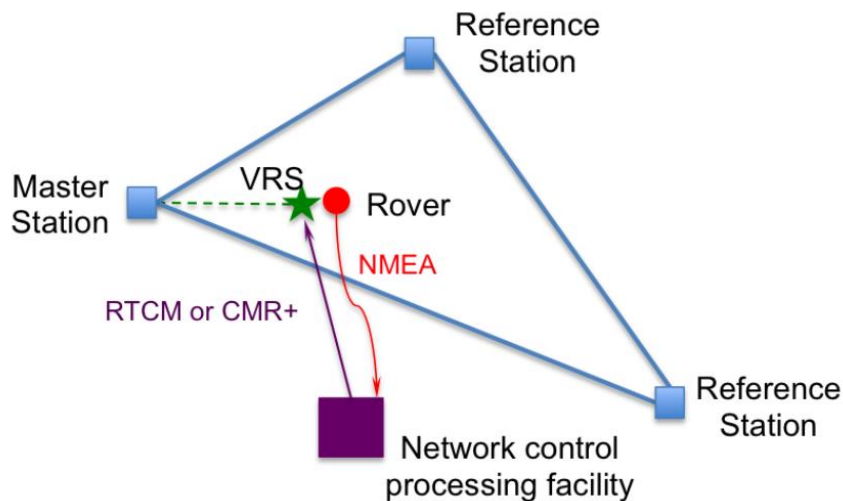
O algoritmo **FKP** é o mais antigo, desenvolvido no início dos anos 1990, estimando os coeficientes da rede em áreas centradas na localização física das estações da rede. Os coeficientes são calculados para cada satélite e para uma dada área através de gradientes norte-sul e este-oeste, em determinados intervalos de tempo (pelo menos cada 10 s).

As correcções da rede são transmitidas pelo centro de controlo da rede que, uma vez recebidas pela estação rover, permitem a interpolação da posição.

A vantagem do método FKP reside no facto de apenas ser necessária comunicação unidireccional, sem restrição do número de utilizadores; por outro lado, há a possibilidade de inconsistências no limite de planos adjacentes.



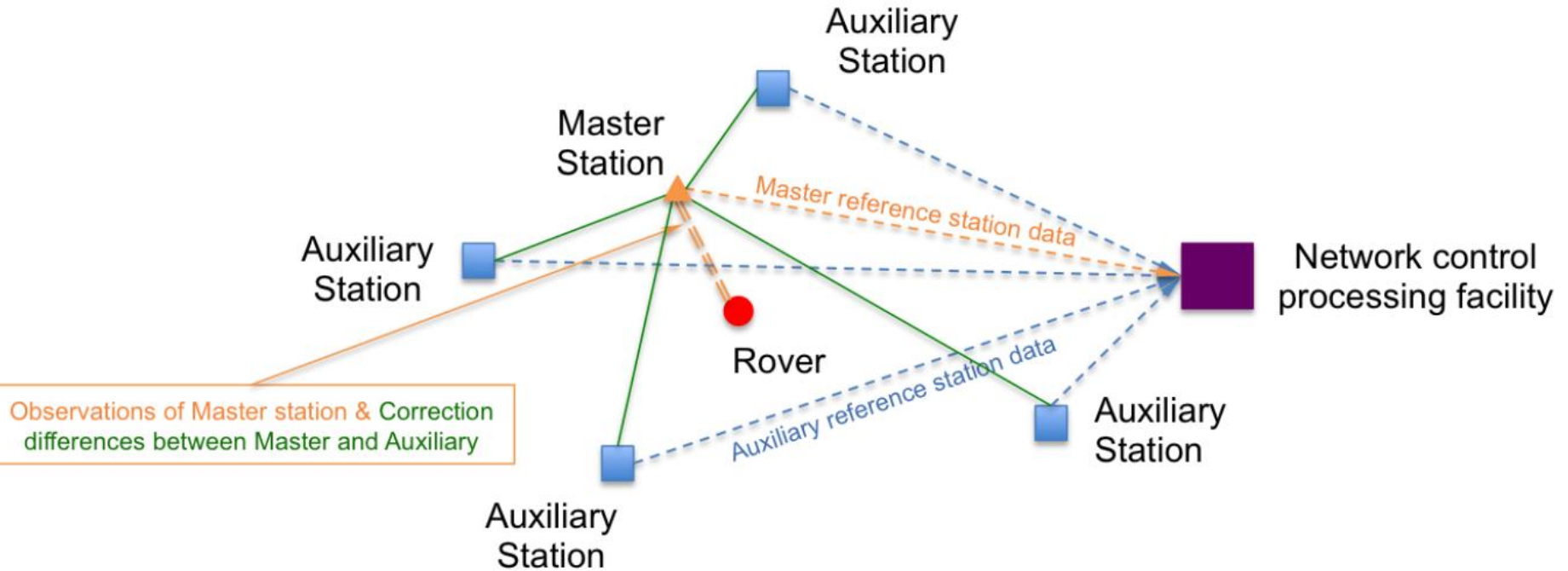
GNSS



O método **VRS** foi desenvolvido nos finais dos anos 1990. Trata-se de um procedimento de geração de observações relativas a uma estação de referência virtual situada a alguns metros da estação rover, de forma a aumentar a exactidão da respectiva posição, para o que é necessária uma comunicação bi-direccional.

O rover envia a sua posição aproximada para o centro de processamento, que modela os erros dependentes da distância utilizando um mínimo de 3 estações de referência e então interpola esses erros para a localização aproximada do rover. Para além disso, a estação de controlo gera um conjunto de observações transportando as observações de uma estação de referência para uma estação virtual, aplicando correcções. Por fim, a estação de controlo envia para o rover observações ou correcções; conforme o caso, o processo de cálculo desenvolve-se ora na estação de controlo ora no rover.

GNSS



No conceito MAC (Master Auxiliary Concept) a estação de controlo envia observações e coordenadas para a estação master; todas as restantes estações da rede (estações auxiliares) recebem as ambiguidades e diferenças de coordenadas relativamente à estação master.

GNSS

Sistema de Estações de Referência GPS VIRTuais (**SERVIR**)

Trata-se de um projecto que visa estabelecer uma rede de estações de referência GNSS (Global Navigation Satellite System) para posicionamento em tempo real, prevendo-se a sua implementação em fases distintas. O sistema é fundamentalmente constituído por 3 componentes principais: um conjunto de estações de referência GNSS localizadas de forma precisa ao longo do Território Nacional, um sistema de comunicações fiável e um centro de cálculo, de vigilância e controlo de todo o sistema. Basicamente o sistema permite que um utilizador estabeleça uma ligação com o centro de cálculo (via WEB, GSM, GPRS ou comunicação rádio), o qual, após processadas as observações GNSS, disponibiliza as correcções diferenciais aplicáveis à área onde pretende executar o trabalho. É um conceito aparentemente simples, que se baseia no princípio de que os erros que afectam os receptores GPS dos utilizadores que estejam no interior da rede, “são determináveis pelo sistema, em função dos erros obtidos nas estações envolventes, permitindo calcular as correcções para a posição aproximada do ER - Móvel”. Havendo forma de fazer chegar “quase instantaneamente” essas “correcções” aos equipamentos dos utilizadores do sistema, então conseguiremos obter em tempo “quase real” as coordenadas corrigidas e precisas de qualquer ponto no terreno (localizado no interior desta rede).

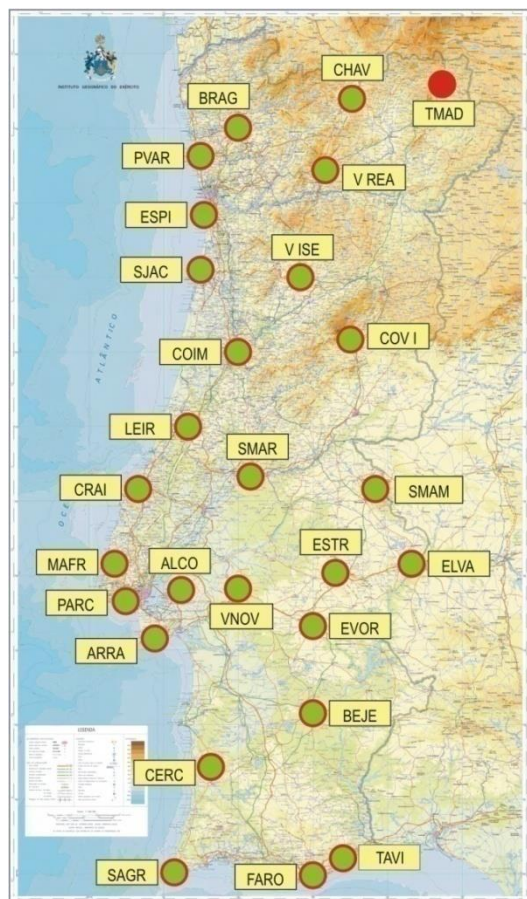
As principais quebras de fornecimento dos serviços disponibilizados pela Rede SERVIR devem-se essencialmente à ausência de comunicações. Estas podem ser devidas à cobertura da rede das operadoras de telemóveis ou da rede de comunicações do Exército. Apesar do sistema funcionar sobre uma boa rede de dados do Exército, por vezes existem quebras de comunicação originadas por diversos motivos, desde a manutenção do sistema de comunicações até à quebra de energia num Receptor GNSS (apesar de estar equipado com uma UPS para 30 min) de uma das estações de referência. No caso de inoperacionalidade de uma estação GNSS, esta, apenas afecta a área onde se encontra. O sistema tem a capacidade para, automaticamente, tornar a processar a rede com as restantes estações GNSS, continuando assim em funcionamento. A célere resolução desse problema, depende muito do tipo de “ocorrência” em causa.

Em termos práticos o sistema permitirá que um utilizador que pretenda obter coordenadas centimétricas, dentro da área útil envolvida por esta rede, só necessite de um telemóvel que receba dados, ligado ao seu receptor GNSS móvel, permitindo-lhe assim alargar o raio de acção do seu trabalho de forma consistente e uniforme.

Entre outras, uma vantagem imediata, é a maior rapidez de execução do trabalho de campo, menos recursos humanos, financeiros e logísticos e um conseqüente acréscimo de produtividade.

Mas o sistema não é perfeito e as limitações identificadas são a cobertura da rede telemóvel existente na área de trabalho, a localização de instalações militares onde se possam colocar as estações GNSS que condiciona o dispositivo no Território Nacional, e a fiabilidade da rede de comunicações do Exército, o que até agora não tem constituído qualquer problema.

GNSS



Estão instaladas 26 estações de referência GNSS (GPS + GLONASS). A rede SERVIR está a funcionar em modo rede RTK e não em *Single Base Station* (SBS). O dispositivo da rede SERVIR em Julho de 2008 é o seguinte:

- Estações GNSS (GPS + GLONASS)
- Planeado para 2009.

O actual dispositivo da rede SERVIR permite disponibilizar correcções diferenciais em quase todo o Território de Portugal Continental através dos seguintes serviços:

– **RTK**, **DGPS** e **RINEX**

As correcções diferenciais são disponibilizadas nos seguintes formatos de mensagens:

RTK: CMR, CMR+, RTCM 2.3, RTCM 3.1

DGPS: RTCM 2.3

A análise de dados em pós-processamento é possível com o *download* dos ficheiros RINEX a 1s, directamente da respectiva página *Web* do Projecto SERVIR.

O Referencial actualmente implementado na rede SERVIR é o ITRF 2005, por ser o mais recente.

ATENÇÃO:

As Altitudes fornecidas pela rede SERVIR são Elipsóidais. Não são Ortométricas (COTA).

GNSS

As estações **ReNEP** são constituídas por receptores GPS de dupla frequência, com 12 canais para a portadora L1 e 12 canais para a portadora L2, antena geodésica *choke ring* e núcleo Dorne & Margolin. O ângulo de máscara utilizado no registo de observações é de 5°.

Dispõem de computador local com modem RDIS, permitindo acesso via programa de controlo remoto e ftp. A estação meteorológica Paroscientific MET3 permite obter dados de pressão, temperatura e humidade relativa.

Recolha dos dados

- Dados GPS: código C/A, L1 e L2
- Taxa de registo dos dados GPS: 30 s
- Taxa de registo dos dados meteorológicos: 15 min
- Recolha diária a partir do IGP: diária

Disponibilização dos dados

- Formato: RINEX
- Via Internet:
 - o IGP ----- ftp://ftp.igeo.pt
 - o EUREF ----- ftp://igs.ifag.de/gpsdata



RENEP - Rede Nacional de Estações Permanentes

Descrição

A RENEP é um serviço público de geo-posicionamento prestado pelo IGP que, no âmbito das suas atribuições de manutenção do Referencial Geodésico Nacional, disponibiliza aos utilizadores de equipamentos GPS dados que facultam a determinação de coordenadas geográficas com precisão melhor que 10 cm. É constituída por Estações GPS/GNSS, de observação contínua, que difundem observações no Sistema de Referência ETRS89, para posicionamento em tempo-real, utilizando a técnica RTK, ou para pós-processamento com ficheiros RINEX.

Como utilizar

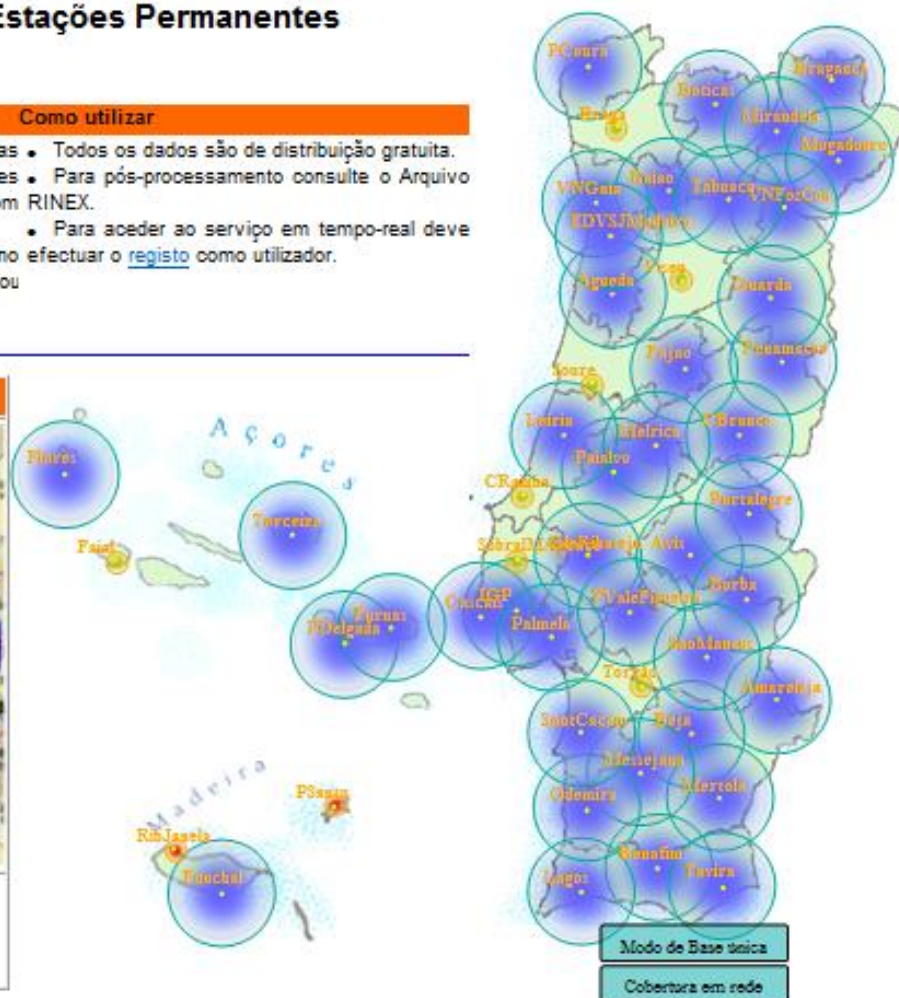
- Todos os dados são de distribuição gratuita.
- Para pós-processamento consulte o Arquivo de equipamentos GPS dados que facultam a determinação de coordenadas geográficas com RINEX.
- Para aceder ao serviço em tempo-real deve efectuar o [registo](#) como utilizador.

...

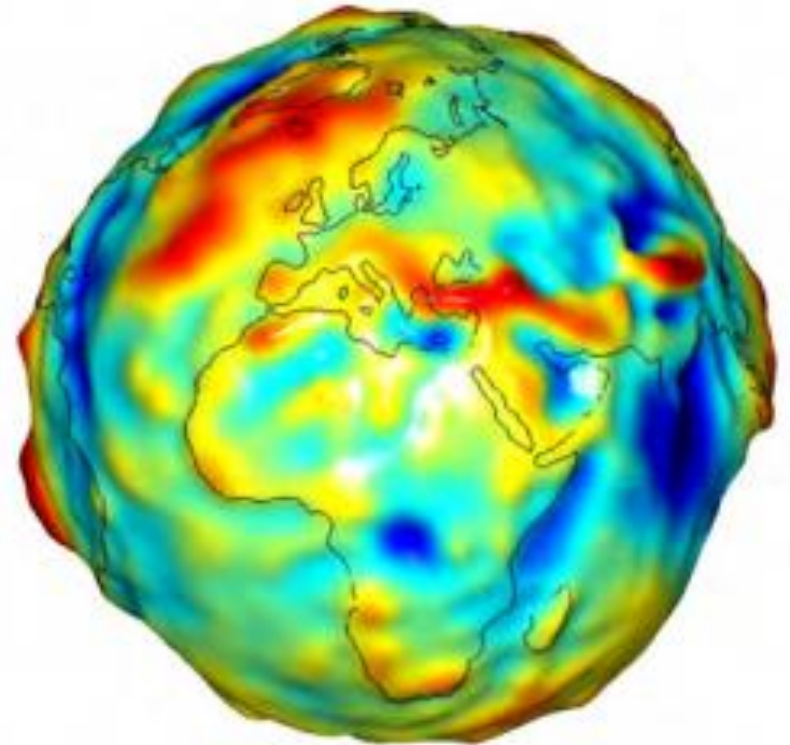
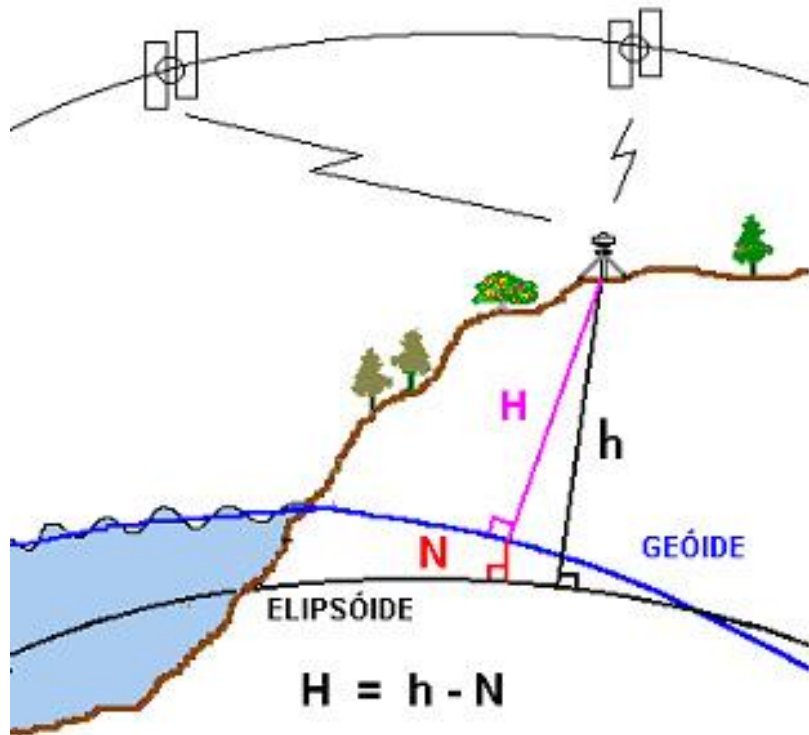
Arquivo RINEX						
IGP						
Malo 2010						
Dom	Seg	Ter	Qua	Qui	Sex	Sab
-	-	-	-	-	-	1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30	31	-	-	-	-	-

Selecione a EP e o dia pretendidos. Cada ficheiro respeita ao período de 1 hora com intervalo entre observações de 5 segundos. Para informações adicionais contacte a [Divisão de Geodesia](#)

BOTICAS
<p>Coordenadas ETRS89 - Base da Antena</p> <p>Latitude: 41°41'34.45649" N</p> <p>Longitude: 07°39'29.12900" O</p> <p>Altitude Ellip: 585.678 m</p> <p>Altitude MSL: 529.429 m</p>

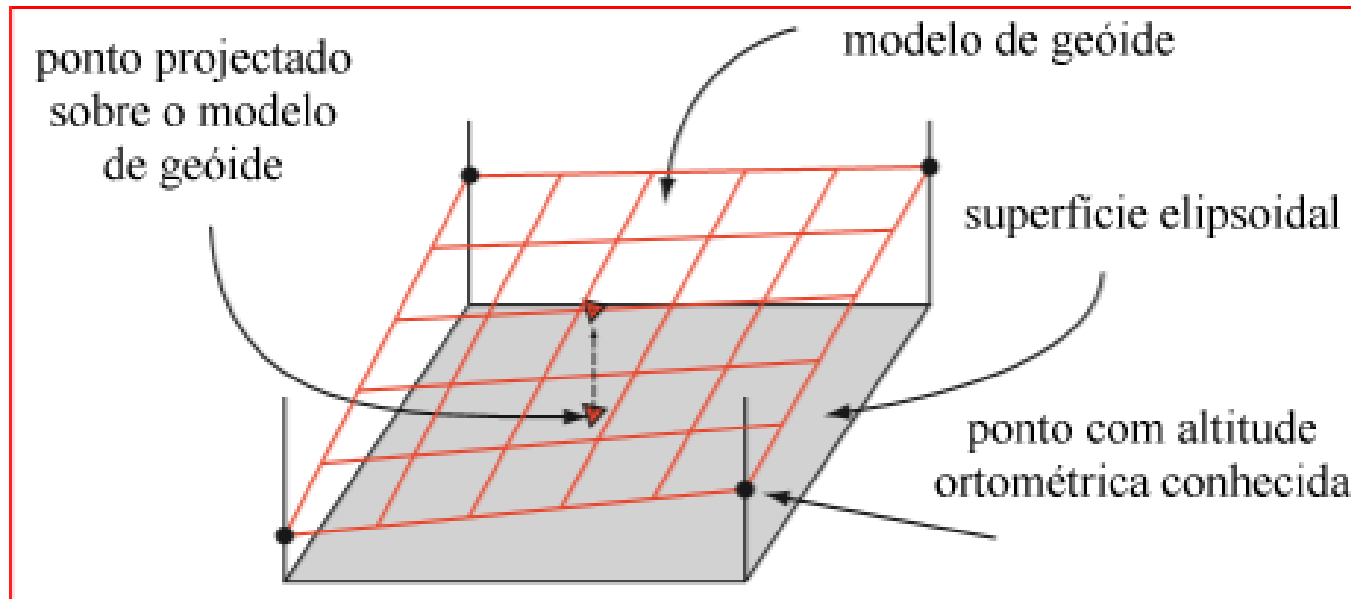


GNSS



A relação entre altitudes elipsoidais e altitudes ortométricas é obtida a partir de um modelo de geóide.

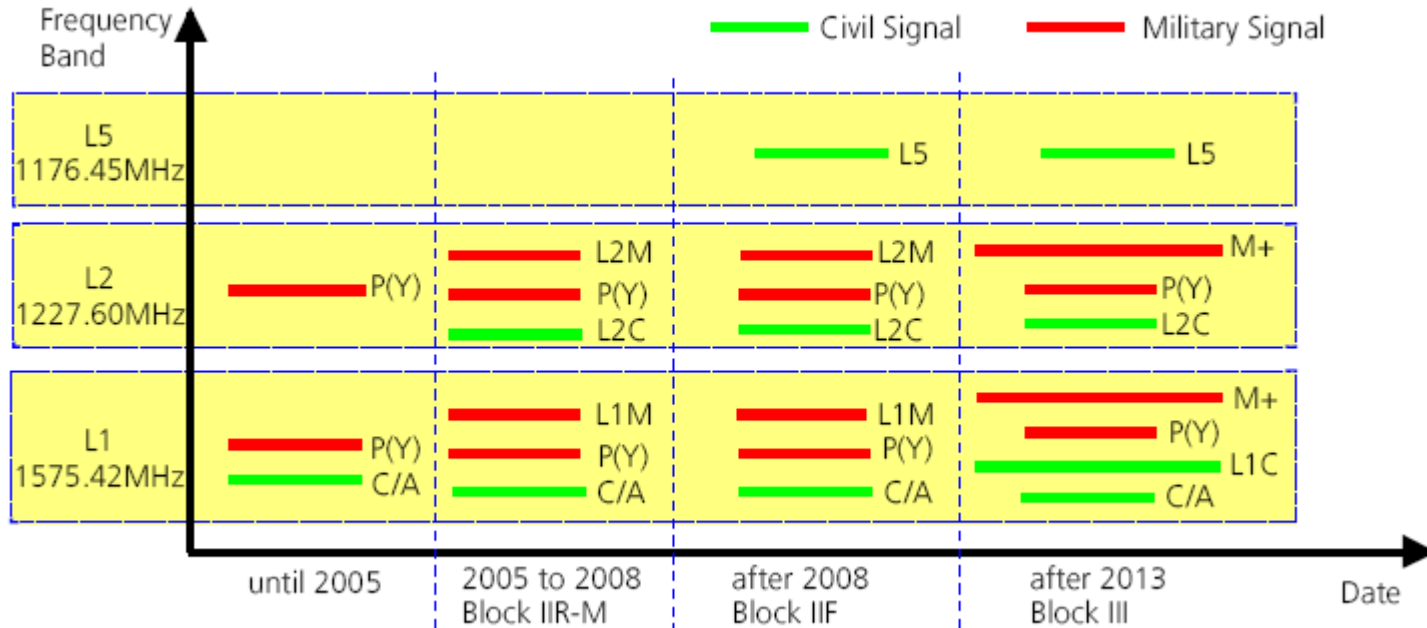
GNSS



- **modelo local do geóide**, que fornece o valor da ondulação do geóide
- **calibração usando marcas de nivelamento**, de forma a calcular a variação local do geóide

GNSS

Visando melhorias tanto para utilizadores civis como militares, o sistema GPS está passando por um processo de modernização, como por exemplo a desativação do acesso selectivo (SA - Selective Availability) e a adição de novas observações nos satélites das novas gerações, estão em andamento ou já foram implementadas. Também merece destaque a inclusão de novas estações ao segmento de controlo, bem como o refinamento do WGS 84.



GNSS

Esta etapa da modernização do GPS contempla a introdução de mais um código civil na portadora L1, um código civil na portadora L2 e uma terceira frequência civil denominada L5. As principais vantagens que estas novas observações trarão aos utilizadores civis estão relacionadas com a qualidade dos novos códigos, redução dos efeitos da ionosfera e melhoria na solução das ambiguidades.

Dentre as novas observações civis previstas na modernização do GPS, a primeira a ser implementada é o código civil na portadora L2, denominado de L2C. Comparado com o código C/A, o L2C é menos suscetível a interferências e a multicaminho.

A estrutura do outro código civil na portadora L1, a L1C, foi definida para ser similar ou idêntica ao código aberto do Galileo, sistema de navegação europeu em desenvolvimento. Isto facilitará a integração entre estes sistemas.

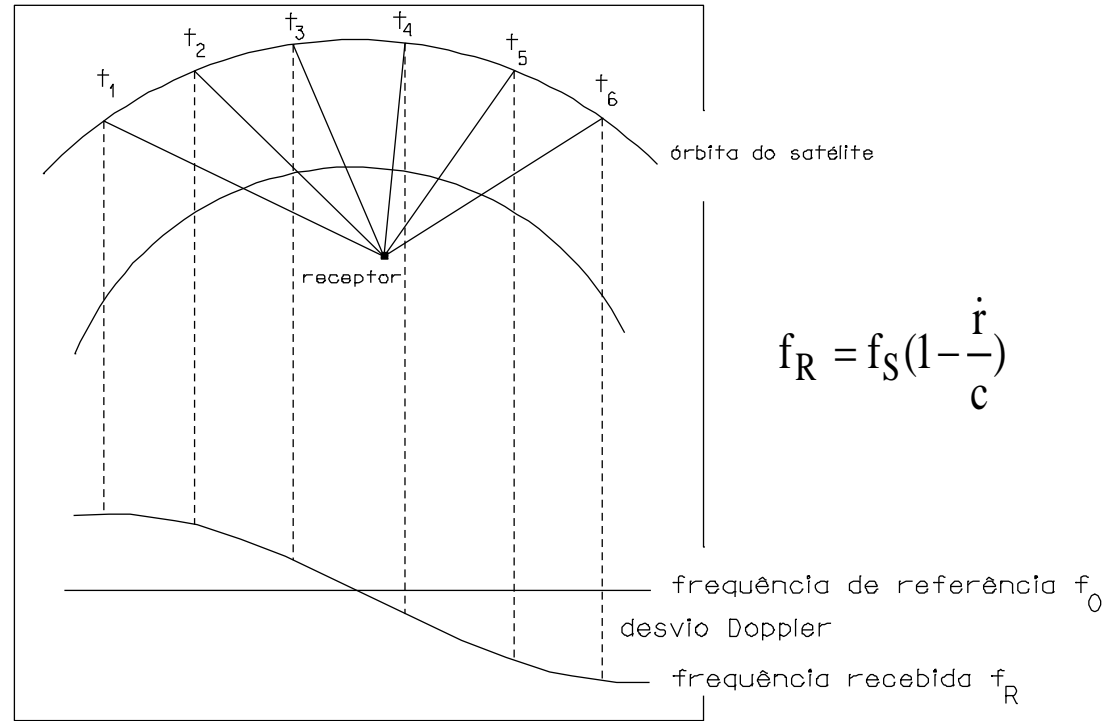
As principais vantagens da inclusão da terceira frequência L5 estão relacionadas com a redução dos efeitos da ionosfera e a solução das ambiguidades.

GNSS

Uma terceira observável, para além do código e da fase, é o desvio na frequência de emissão dos satélites devido ao movimento relativo entre o emissor e o receptor – **efeito Doppler**. O conhecimento da informação sobre a posição e a velocidade dos satélites permite o cálculo da posição do receptor através da medição acumulada dos ciclos das frequências recebidas (mais ciclos recebidos significam que a frequência está a aumentar, o que acontece quando o satélite se aproxima do receptor). Para cada passagem de um satélite obtêm-se, por integração, distâncias, que definem uma linha, que por intersecção com outras linhas determinam a posição do receptor.

GNSS

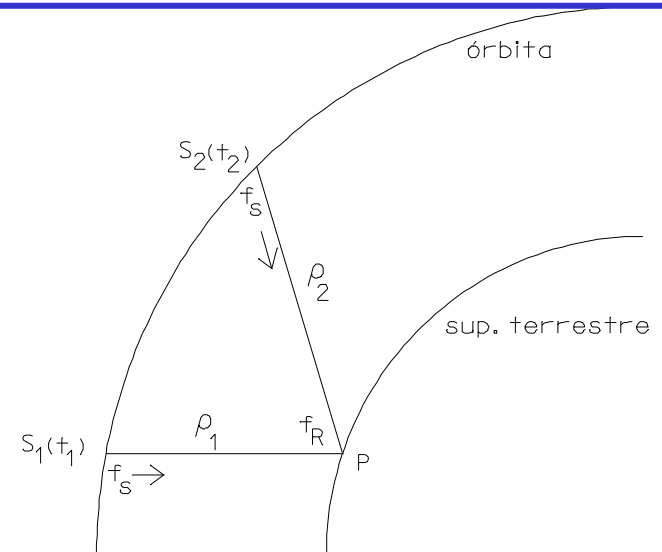
Quando o satélite e o receptor se estão a aproximar, $f_R > f_0$, variando f_R de forma contínua. Esta variação fornece uma medição indirecta da variação da distância satélite-observador.



Se a posição do satélite for conhecida e observando um número suficiente de passagens, a localização do observador pode ser obtida (as medições Doppler instantâneas têm pouco interesse geodésico pois conduzem a resultados pouco precisos).

GNSS

Suponha-se que no instante t_1 o satélite em S_1 emite um sinal na frequência f_S ; devido ao efeito Doppler, o sinal é recebido em P com a frequência f_R . Suponha-se que a frente de onda do sinal emitido em S_1 no instante t_1 chega ao receptor no instante τ_1 .



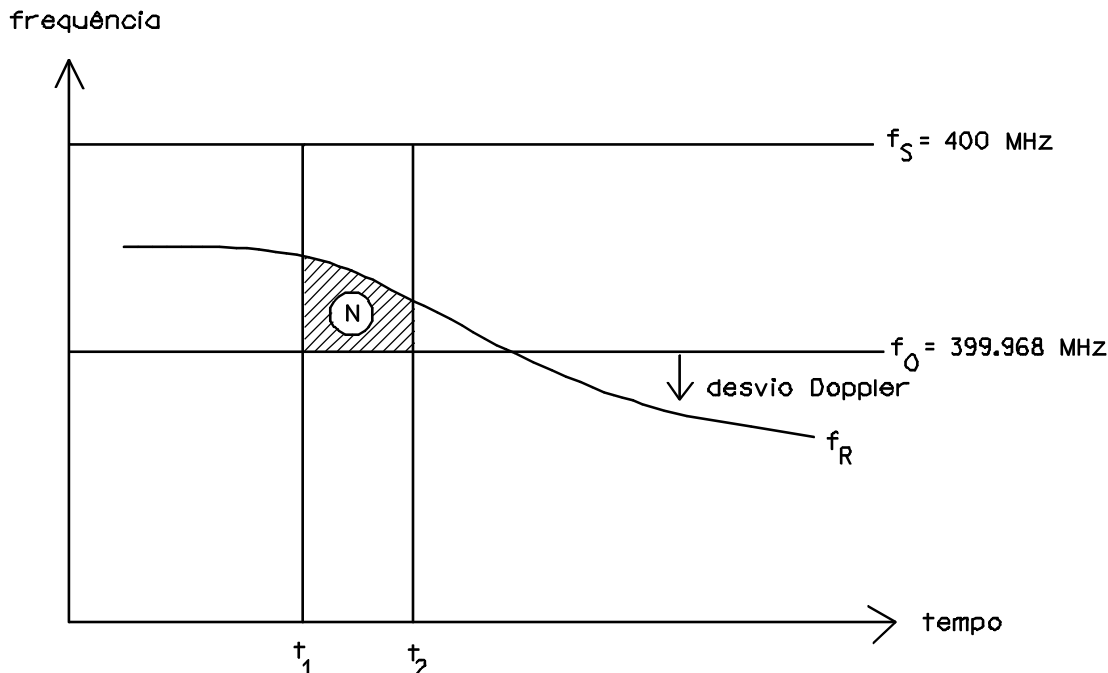
Admitindo que não há refração atmosférica, a distância ρ_1 é dada por $\rho_1 = (\tau_1 - t_1)c$, onde c é a velocidade de propagação do sinal no vácuo. No instante t_2 , o satélite encontra-se em S_2 e durante o intervalo $t_2 - t_1$ a frequência recebida em P varia de forma contínua, verificando-se que o número de ciclos emitidos pelo satélite neste intervalo é igual ao número de ciclos recebidos no intervalo $\tau_2 - \tau_1$, isto é,

$$\int_{t_1}^{t_2} f_S dt = \int_{\tau_1}^{\tau_2} f_R d\tau$$

GNSS

A frequência f_R do sinal recebido é subtraída à frequência de referência f_0 , obtendo-se a **frequência de batimento ($f_0 - f_R$)**, mais baixa; os valores de f_0 e de f_S foram escolhidos de tal forma que a frequência de batimento fosse mais alta do que o maior desvio Doppler possível, da ordem de 8 kHz.

A frequência f_R não é, no entanto, medida directamente. Em vez disso, o desfazamento $f_0 - f_R$ medido é integrado por um contador electrónico durante o intervalo de tempo considerado:



$$N = \int_{t_1}^{t_2} (f_0 - f_R) dt$$

(N=número de ciclos)

GNSS

Como já se disse:

$$N_{jk} = \int_{\tau_j}^{\tau_k} (f_0 - f_R) d\tau = \int_{\tau_j}^{\tau_k} f_0 d\tau - \int_{\tau_j}^{\tau_k} f_R d\tau$$

O 1º integral pode exprimir-se como:

$$\begin{aligned} \int_{\tau_j}^{\tau_k} f_0 d\tau &= f_0 \int_{\tau_j}^{\tau_k} d\tau = f_0 (\tau_k - \tau_j) = f_0 (t_k + \Delta t_k - t_j - \Delta t_j) = \\ &= f_0 (t_k - t_j) + f_0 (\Delta t_k - \Delta t_j) = f_0 (t_k - t_j) + \frac{f_0}{c} (\rho_k - \rho_j) \end{aligned}$$

GNSS

O 2º integral pode exprimir-se como:

$$\int_{\tau_j}^{\tau_k} f_R d\tau = \int_{\tau_j}^{\tau_k} f_S \left(1 - \frac{\dot{r}}{c}\right) d\tau = f_S \int_{\tau_j}^{\tau_k} \left(1 - \frac{\dot{r}}{c}\right) d\tau = f_S \int_{t_j}^{t_k} dt = f_S (t_k - t_j)$$

Então, tem-se:

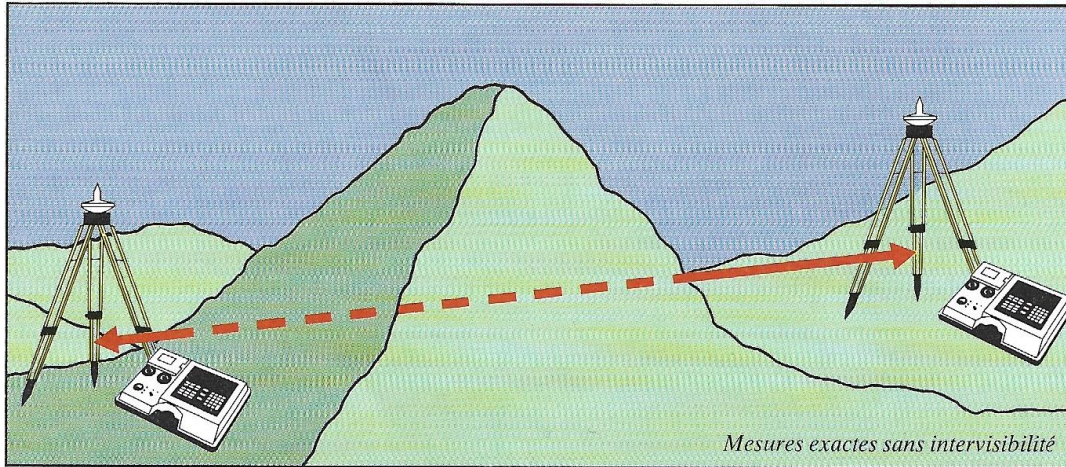
$$N_{jk} = f_0 (t_k - t_j) + \frac{f_0}{c} (\rho_k - \rho_j) - f_s (t_k - t_j) = (f_0 - f_s) (t_k - t_j) + \frac{f_0}{c} (\rho_k - \rho_j)$$

ou ainda

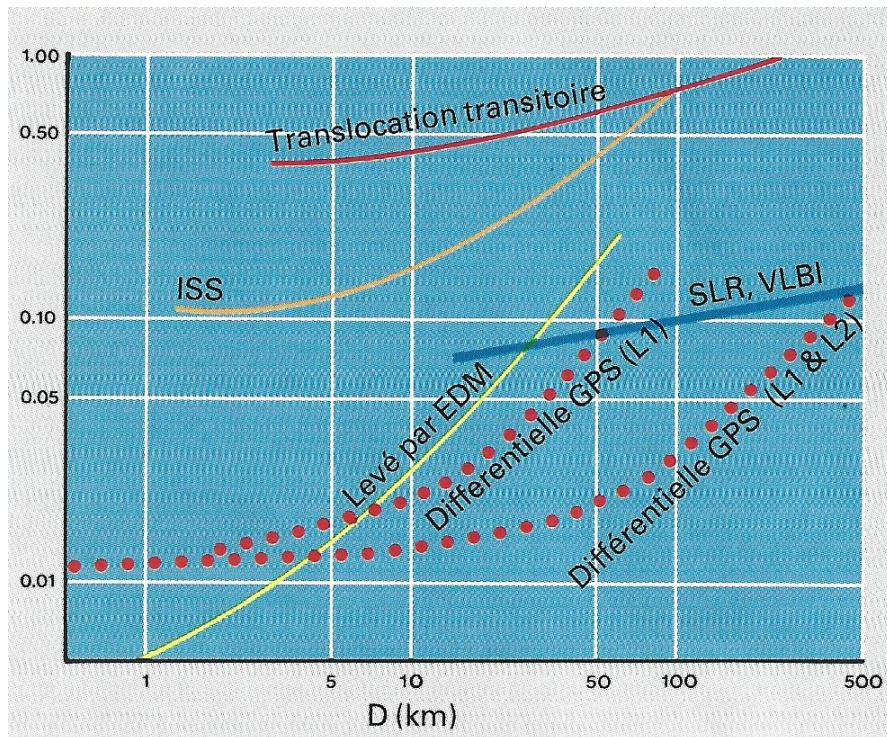
$$\rho_k - \rho_j = \frac{c}{f_0} (N_{jk} - (f_0 - f_s) (t_k - t_j))$$

Obtém-se desta forma a diferença de distâncias satélite-receptor a partir dos valores de N_{jk} e de $t_k - t_j$ medidos. Geometricamente, conhecidas as posições do satélite nesse 2 instantes, o valor da diferença de distâncias corresponde a um **hiperbolóide**; para quaisquer outros 2 instantes obtém-se um outro hiperbolóide, sendo a posição do receptor obtida por intersecção das 2 superfícies.

GNSS



Posicionamento com GPS:
não é necessário a
intervisibilidade entre
pontos



Precisão dos métodos de
medida geodésicos (m)