



# Ciências ULisboa

Faculdade  
de Ciências  
da Universidade  
de Lisboa

CIÊNCIAS DA INFORMAÇÃO GEOESPACIAL

DEGGE – LICENCIATURA EM ENGENHARIA GEOESPACIAL

2019/2020

## CAPÍTULO 1

### NOÇÃO DE CARTA - CONCEITOS FUNDAMENTAIS

#### CLASSIFICAÇÃO DAS CARTAS

#### IDENTIFICAÇÃO DE UMA FOLHA DE UMA CARTA

#### CRITÉRIOS PARA A ESCOLHA DA ESCALA DE UMA CARTA

#### 1.1. Noção de carta - Conceitos fundamentais

##### Carta

Representação plana de uma superfície, que ilustra as relações topológicas entre os objetos definidos sobre essa superfície, e dispõe de uma métrica definida. Graças a essa definição métrica, uma carta permite avaliar a forma e as dimensões dos objetos e as distâncias entre eles, podendo ainda traduzir a modelação da superfície.

No caso particular da superfície da terra, e no âmbito da Topografia, em que se consideram porções restritas dessa superfície, uma carta pode ser definida, de uma forma mais simples, como sendo uma projeção sobre um plano horizontal, a uma certa escala, do modelo geométrico que representa a superfície da Terra, satisfazendo as seguintes condições:

- a cada ponto no terreno corresponde um ponto na carta;
- sendo A e B pontos do terreno, existem na carta dois pontos a e b que lhes correspondem, e tais que:

$$\frac{\overline{ab}}{\overline{AB}} = E \quad (\text{escala da carta})$$

Este valor pode frequentemente ser considerado constante para toda a carta.

##### Geóide

Superfície de nível, ou equipotencial, do campo gravítico terrestre, que corresponde à posição média da superfície do mar prolongado sob os continentes.

##### Elipsóide de revolução ou biaxial

Superfície geométrica regular que se assimila ao geóide, de forma a permitir um tratamento matemático mais simples. Eis alguns exemplos de elipsóides:

Bessel (1841): a = 6 377 397.155 m; b = 6 356 078.965 m;

Hayford ou Internacional (1924): a = 6 378 388 m; b = 6 356 911.9 m;

GRS80 (1980): a = 6 378 137 m; b = 6 356 752.3141 m;

WGS84 (1984): a = 6 378 137 m; b = 6 356 752.3142 m.

## Projeção cartográfica

Aplicação definida matematicamente, que a cada ponto do elipsóide faz corresponder um ponto do plano que constitui a carta. Essa aplicação pode consistir numa projeção geométrica ou numa aplicação estritamente analítica. A projeção de Mercator, por exemplo, é uma projeção cilíndrica, o que significa que a superfície planificável de projeção é uma superfície cilíndrica.

## Datum planimétrico

Conjunto de parâmetros que definem a forma e o posicionamento do elipsóide relativamente ao geóide. Os parâmetros mais frequentemente utilizados são:

- o semi-eixo maior do elipsóide,  $a$  ;
- a excentricidade,  $e^2 = (a^2 - b^2) / a^2$ ;
- as componentes do desvio da vertical,  $\xi$  e  $\eta$ , no ponto origem das coordenadas geodésicas ;
- a ondulação do geóide,  $N$ , no mesmo ponto.

## Datum altimétrico

Superfície tomada como referência para a medição da coordenada altimétrica (cota, altitude) de cada ponto. Em geral, a superfície considerada é o geóide, que se assimila ao nível médio das águas do mar; mas podem-se também considerar cotas relativas ao elipsóide.

## Módulo de escala

Definindo escala como o número adimensional  $E = \frac{d}{D}$ , em que  $d$  é uma medida linear na carta, e  $D$  é a medida correspondente no terreno, chamamos "módulo de escala" à quantidade  $N = \frac{D}{d}$ , obtendo-se a relação:

$$E = \frac{1}{N} = \frac{1}{D/d}$$

Daqui se conclui que, dado um comprimento  $d$  medido sobre a carta, o correspondente comprimento  $D$  no terreno se obtém multiplicando aquele pelo módulo de escala:

$$D = d \cdot N$$

## Relação entre medidas de superfície

Seja  $s$  uma dada área na carta, e  $S$  a área correspondente no terreno. Deduz-se então a seguinte relação:

$$S = s \cdot N^2$$

## Relações de grandeza entre duas escalas

$$E_1 > E_2 \Rightarrow \frac{1}{N_1} > \frac{1}{N_2} \Rightarrow N_1 < N_2$$

$$E_1 > E_2 \Rightarrow \frac{d_1}{D} > \frac{d_2}{D} \Rightarrow d_1 > d_2$$

$$E_1 > E_2 \Rightarrow \frac{d}{D_1} > \frac{d}{D_2} \Rightarrow D_1 < D_2$$

### 1.2. Classificação das cartas

i)

- Se  $E > 1 \Rightarrow$  ampliação;
- Se  $E = 1 \Rightarrow$  cópia natural;
- Se  $E < 1 \Rightarrow$  redução.

ii)

- Se  $E \leq 1/500\,000 \Rightarrow$  carta a pequena escala;
- Se  $E \geq 1/10\,000 \Rightarrow$  planta (carta a grande escala).

Trata-se de valores que não estão rigidamente estabelecidos, mas que são correntemente tidos como referência.

iii) Quanto à natureza dos fenómenos representados, as cartas dividem-se em cartas-base e cartas temáticas:

- Por carta-base (ou carta de base) entende-se uma carta que contém a representação da configuração do terreno e dos elementos naturais e construídos nele existentes;
- Por carta temática entende-se uma carta que, sobre uma representação que poderá ser mais ou menos esquemática do terreno, representa ainda os valores assumidos no território por uma dada variável (por exemplo: densidade populacional, uso do solo, declive, exposição, pluviosidade, temperatura do ar, sistemas de infraestruturas, etc.).

As cartas-base podem receber diferentes designações consoante a extensão de território que abrangem:

- **cartas topográficas** (do grego *topographia*, «descrição de um lugar»), geralmente a grandes escalas, quando abrangem uma pequena extensão de território (lugar, povoação, freguesia);
- **cartas corográficas** (do grego *chorographia*, «descrição de um país»), geralmente a escalas médias, quando abrangem um território mais extenso (região, país);
- **cartas geográficas** (do grego *geographia*, «descrição da Terra»), geralmente a pequenas escalas, quando abrangem uma grande extensão de território (continente, totalidade da superfície terrestre).

Não se deverá confundir "carta-base" com "carta básica"; esta designação refere-se a uma carta obtida diretamente das operações de aquisição de dados, topográficas ou fotogramétricas. Por oposição ao conceito de carta básica temos o conceito de carta derivada, que se refere a uma carta obtida, por generalização, a partir da carta básica, e de escala necessariamente menor que a desta.

### 1.3. Identificação de uma folha de uma carta

#### I. Designação da carta.

Exemplos: "Carta Corográfica de Portugal" na escala ...; "Carta Militar de Portugal" .

#### II. Entidade que a publica.

Exemplos: Direção-Geral do Território (DGT), anterior Instituto Geográfico Português (IGP); Centro de Informação Geoespacial do Exército (CIGeoE), anterior Instituto Geográfico do Exército (IGeoE); Instituto Hidrográfico (IH).

#### III. Escala numérica.

Exemplos: 1/100 000; 1/25 000; 1/ 500.

#### IV. Escala gráfica.

A escala gráfica é um padrão de medida que acompanha as deformações do suporte da carta.

#### V. Identificação da folha.

Uma carta é em geral constituída por várias folhas, as quais são referenciadas através dum sistema de numeração. Exemplos: folha 34 da carta 1/100 000; folha 34-C da carta 1/50 000.

#### VI. Designação da folha pelo nome da povoação mais importante.

#### VII. Quadro de indicação das folhas contíguas.

#### VIII. Sinais convencionais. Equidistância das curvas de nível. Datum altimétrico.

#### IX. Datum planimétrico (o elipsóide e o seu posicionamento). Projeção cartográfica.

#### X. Referenciais de coordenadas.

- Redes relativas às coordenadas geodésicas (latitude e longitude elipsóidicas);
- Quadrículas relativas às coordenadas planas (distâncias à Meridiana e à Perpendicular).

**XI. Diagrama de declinação e convergência de meridianos. Escala de tangentes.**

Constituem os elementos de orientação da carta.

**XII. Data da aquisição de dados. Data de publicação.**

O grau de atualização da carta é dado pela data da aquisição de dados que pode ser muito anterior à data de publicação.

**XIII. Número de código da carta.**

Exemplos: escala 1/25 000 – Série M888; escala 1/50 000 – Série M7810.

**1.4. Critérios para a escolha da escala de uma carta**

**Critério das dimensões**

Consideremos uma folha de desenho, na qual se pretende representar um terreno de dimensões A·B (e consideremos A≤B).

- a) Se a e b (com a≤b) forem as dimensões máximas da área útil da folha, correspondentes à largura mínima das margens, teremos:

$$\frac{A}{N} \leq a \wedge \frac{B}{N} \leq b \Rightarrow N \geq \frac{A}{a} = N_1 \wedge N \geq \frac{B}{b} = N_2 \Rightarrow N \geq \max\{N_1, N_2\}$$

- b) Se a e b (com a≤b) forem as dimensões mínimas da área útil da folha, correspondentes à largura máxima das margens, teremos:

$$\frac{A}{N} \geq a \wedge \frac{B}{N} \geq b \Rightarrow N \leq \frac{A}{a} = N_3 \wedge N \leq \frac{B}{b} = N_4 \Rightarrow N \leq \min\{N_3, N_4\}$$

Segundo este critério, o módulo da escala é escolhido de modo a que as dimensões da representação do terreno se situem entre a área útil mínima e a área útil máxima da folha. Consequentemente, os valores possíveis para o módulo de escala estarão sujeitos à condição:

$$\max\{N_1, N_2\} \leq N \leq \min\{N_3, N_4\}$$

## Critério das cartas regulares

Alguns conceitos prévios:

**Erro de graficismo ( $\varepsilon_g$ )** - é o menor intervalo que a vista humana pode avaliar sobre um desenho; ou seja, é a distância mínima entre dois pontos, de forma a que eles possam ser distinguidos como dois, sem se confundirem num só. O valor do erro de graficismo é portanto função da acuidade visual do observador.

O seu valor teórico é  $\varepsilon'_g = 0.1$  mm.

O seu valor usual é  $\varepsilon_g = 0.2$  mm.

**Erro tolerável ( $\varepsilon'_t$ )** - é o equivalente, no terreno, do erro de graficismo; ou seja, é o erro de graficismo convertido à escala da carta:

$$\varepsilon'_t = \varepsilon'_g \cdot N$$

É frequente utilizar o valor do erro tolerável como um indicador da precisão planimétrica de uma carta, que se pressupõe regular (ver definição).

Levantamento ou Aquisição de Dados - é o conjunto de operações que conduzem à obtenção do modelo geométrico do terreno. Essas operações são de dois tipos:

- operações de campo, que consistem na execução de medições, fotografias ou observações GPS;
- operações de gabinete, que consistem em operações de cálculo, estereorestituição ou desenho.

**Erro do levantamento ( $\varepsilon_L$ )** - é o erro máximo esperado para uma medição executada na fase de levantamento (sobre o terreno ou sobre a fotografia).

Se, para o método de medição utilizado, for dado, como é comum, o valor do desvio padrão  $\sigma$ , podemos determinar o erro máximo esperado através da seguinte relação, respeitante a um intervalo de confiança de 99%:

$$\varepsilon_L = 2.6 \cdot \sigma$$

Uma carta regular é aquela em que o erro do levantamento não tem representação por, reduzido à escala da carta, ser inferior ao erro de graficismo; ou seja, uma carta regular é aquela que, em toda a sua extensão, verifica a condição:

$$\varepsilon_L \leq \varepsilon'_g \cdot N \Leftrightarrow \varepsilon_L \leq \varepsilon'_t$$

Significa isto que, numa carta regular, o erro do levantamento é inferior ao erro tolerável; ou, por outras palavras, o erro tolerável constitui o limite para o erro do levantamento, na elaboração de uma carta regular.

Segundo este critério, o módulo da escala é escolhido de modo a que, face ao erro de levantamento em causa, a carta seja regular. Consequentemente, o módulo de escala deverá obedecer à condição:

$$N \geq \varepsilon_L / \varepsilon'g$$

### Critério da precisão planimétrica

Alguns conceitos prévios:

**Erro planimétrico de uma distância medida na carta ( $\varepsilon_d$ )** - é o erro máximo que poderá afetar a medição de uma distância  $d$  executada sobre uma carta.

Este erro é função dos seguintes erros:

- erro de graficismo  $\varepsilon_g$ ,
- erro do instrumento de medição  $\varepsilon_m$ ,
- erro de deformação do suporte da carta  $\varepsilon_f$ .

$$\varepsilon_d = \varepsilon_g + \varepsilon_m + \varepsilon_f$$

Ao contrário do que se passa com o erro de graficismo  $\varepsilon_g$ , os valores do erro do instrumento de medição  $\varepsilon_m$ , e do erro de deformação do suporte  $\varepsilon_f$ , variam caso a caso. Consequentemente, esses valores têm de ser determinados em cada caso, de acordo com a folha da carta, o método e o instrumento de medição utilizados.

No caso de cartas digitais, em que o erro do instrumento de medição  $\varepsilon_m$  e o erro de deformação do suporte  $\varepsilon_f$  são nulos, as distâncias determinadas sobre a carta estão sempre afetadas de um erro que é função da precisão das coordenadas dos pontos utilizados para o cálculo dessas distâncias. E essa precisão é dada pelo erro de levantamento  $\varepsilon_L$  atrás definido.

**Erro planimétrico da correspondente distância no terreno ( $\varepsilon_D$ )** - é o erro máximo que poderá afetar o valor de uma distância horizontal no terreno, determinada a partir de uma medição sobre a carta.

Este erro consiste portanto no equivalente, para o terreno, do erro planimétrico da medição na carta, ou seja:

$$\varepsilon_D = \varepsilon_d \cdot N$$



Segundo este critério, o módulo da escala é escolhido de modo a que o erro planimétrico do valor de uma distância no terreno não ultrapasse um dado valor limite. Esse valor limite é denotado por  $\varepsilon_{Dmax}$  :

$$\varepsilon_D \leq \varepsilon_{Dmax}$$

Consequentemente, o módulo de escala deverá obedecer à condição:

$$\varepsilon_d \cdot N \leq \varepsilon_{Dmax} \Leftrightarrow N \leq \varepsilon_{Dmax} / \varepsilon_d$$

## CAPÍTULO 1- EXERCÍCIOS PRÁTICOS

- 1.1** Numa carta na escala  $1/25\ 000$  mediu-se uma distância de 22.4 cm. Qual a correspondente medida no terreno.
- 1.2** Um trajeto de 2.5 km está representado numa carta por um trajeto correspondente de 5.0 cm. Determine a escala dessa carta.
- 1.3** Numa carta na escala  $1/25\ 000$ , com que dimensões ficaria representado um caminho de 1.25 km de extensão?
- 1.4** Sobre uma carta na escala  $1/20\ 000$  mediu-se um trajeto de 5.43 dm. Calcule diretamente a medida em mm do trajeto homólogo na escala  $1/50\ 000$ . Determine o comprimento real desse trajeto.
- 1.5** Um terreno com 5 ha ocupa uma área de 20 cm<sup>2</sup> numa determinada planta. Qual a escala utilizada?
- 1.6** Numa carta  $1/2\ 500$ , com que dimensões ficaria representada uma propriedade retangular de 500 m x 350 m?
- 1.7** Mostre que uma folha de uma carta na escala  $1/5\ 000$ , de dimensões 40 x 64 cm<sup>2</sup>, abrange a mesma superfície de terreno que 4 folhas de dimensões 50 x 80 cm<sup>2</sup> de uma carta na escala  $1/2\ 000$ .
- 1.8** A primeira carta regular abrangendo toda a área de Portugal Continental foi executada na escala  $1/100\ 000$ . Qual foi o erro máximo admissível no respetivo levantamento?
- 1.9** Qual a maior escala a que se pode executar uma carta a partir de um levantamento em que a medição das distâncias apresenta um desvio-padrão ( $\sigma$ ) de 3.5 cm?
- 1.10** Pretende-se utilizar uma folha de 110 x 130 cm<sup>2</sup> para nela desenhar uma planta correspondente a uma propriedade retangular de 5 x 6 km<sup>2</sup>. Deixando para margem um mínimo de 5 cm e um máximo de 10 cm de cada lado da folha, que escala utilizaria para essa planta?

**1.11** Um terreno de forma quadrada e com uma área de 100 ha foi objeto de um levantamento topográfico, sendo o erro associado  $\varepsilon_L = 7$  cm. Escolha a escala mais conveniente para desenhar a planta desse terreno, de modo a fornecer uma precisão planimétrica de 3 m nas distâncias calculadas com base em medições executadas sobre a carta com uma régua graduada em milímetros. Pretende-se ainda que a planta seja constituída por 4 folhas quadradas, cada uma com 50 cm de lado, deixando uma margem não inferior a 5cm.

**1.12** Suponha que vai executar uma planta regular de um terreno de forma retangular. Escolha a escala a usar e a correspondente precisão a exigir ao levantamento, satisfazendo as condições seguintes:

- dimensões máximas do terreno: 400 x 800 m<sup>2</sup>;
- planta com dimensões úteis não superiores a 60 x 90 cm<sup>2</sup>;
- rigor máximo no desenho em suporte indeformável;
- erro máximo admitido nos instrumentos de medição sobre a planta de 1 mm;
- valor máximo de 1.5 m admitido para o erro planimétrico  $\varepsilon_D$ .

**1.13** (Exercício a realizar nos computadores)

Aceda ao sítio de internet da DGT utilizando o seguinte link:

[http://www.dgterritorio.pt/cartografia\\_e\\_geodesia/geodesia/redes\\_geodesicas/rede\\_geodesica\\_nacional/](http://www.dgterritorio.pt/cartografia_e_geodesia/geodesia/redes_geodesicas/rede_geodesica_nacional/)

e descarregue um arquivo, denominado RGN\_Portugal.zip, com a localização dos vértices geodésicos da Rede Geodésica Nacional (RGN). Extraia o ficheiro com o mesmo nome, mas com a extensão .kmz, e utilize a aplicação Google Earth para visualizar esse ficheiro.

- a) Utilizando a folha nº 349 (Lourinhã) da Carta Militar de Portugal (escala 1/25000), meça com uma régua a distância entre os vértices CIRANDA e PORTELA e calcule a correspondente distância no terreno entre esses 2 vértices;
- b) Utilize a ferramenta Mostrar Régua do Google Earth, existente na barra de ferramentas, para medir a distância entre esses 2 vértices usando a opção Linha;
- c) Compare os valores obtidos para a mesma distância e justifique as diferenças;
- d) Na vila da Lourinhã existem 2 campos de futebol: calcule a área do campo mais a Este, utilizando a opção Polígono na ferramenta Mostrar Régua, e compare a essa área com a calculada a partir da carta, justificando a diferença entre os 2 valores obtidos.

## CAPÍTULO 2

### PLANIMETRIA - SISTEMAS DE COORDENADAS RETANGULARES

#### DEFINIÇÕES

#### SISTEMAS UTILIZADOS NAS CARTAS PORTUGUESAS

#### O SISTEMA CARTOGRÁFICO PORTUGUÊS

##### 2.1. Definições

Nos próximos três capítulos iremos tratar de aspetos relacionados com a fixação, nas cartas, da posição planimétrica dos pormenores do terreno. Começaremos neste capítulo por explicitar o conteúdo da definição de *Datum* planimétrico, já apresentada no capítulo anterior.

##### *Datum* planimétrico

No âmbito da Geodesia são determinadas as coordenadas elipsóidicas, também chamadas geodésicas, dos pontos que resultam da projeção sobre o elipsóide, dos pontos da superfície terrestre. Essas coordenadas (em termos de planimetria) são a latitude  $\phi$  e a longitude  $\lambda$  geodésicas. Elas vão depender não só das dimensões do elipsóide, como também do seu posicionamento em relação ao geóide. São justamente estes dois elementos - dimensões do elipsóide e o seu posicionamento relativamente ao geóide - que constituem o *Datum* planimétrico.

Vejamos então em que parâmetros se traduz a definição deste *Datum*. Um elipsóide de revolução fica perfeitamente definido no espaço através de 7 parâmetros, que podem ser:

- as dimensões dos 2 eixos,
- as 3 coordenadas do centro (relativas a um referencial cartesiano),
- a direção de um dos eixos, traduzida por 2 parâmetros (que definem a direção desse eixo do elipsóide, relativamente ao referencial cartesiano).

Uma vez que se impõe a condição de que o eixo de revolução do elipsóide seja paralelo ao eixo de rotação da Terra (tomado como um eixo do referencial cartesiano), os 5 parâmetros de orientação ficam reduzidos a 3. Obtemos assim um total de 5 parâmetros para definir o *Datum* planimétrico.

A determinação dos parâmetros que constituem o *Datum* planimétrico é feita mediante a escolha de um ponto à superfície da Terra, do qual se determinam a latitude, a longitude e as componentes do desvio da vertical (ângulo entre a vertical, que é perpendicular ao geóide, e a Normal ao elipsóide). Considera-se que para esse ponto a ondulação do geóide é nula. A esse ponto chama-se **Ponto Origem da Rede Geodésica**.

Os 5 parâmetros geralmente considerados, e equivalentes aos acima referidos, são:

- o semi-eixo maior do elipsóide,  $a$ , e a excentricidade,  $e^2$ , sendo  $e^2 = (a^2 - b^2) / a^2$  (para a definição das dimensões do elipsóide);
- as componentes do desvio da vertical,  $\xi$  e  $\eta$ , e a ondulação  $N$  do geóide, no ponto origem da rede geodésica ( para a definição da orientação do elipsóide).

\*

Depois de determinadas as posições dos pontos sobre o elipsóide, há que passar da superfície do elipsóide para a superfície plana que constitui a carta. Saímos assim do âmbito da Geodesia e entramos no âmbito da Cartografia.

Através da **Projeção Cartográfica**, a cada ponto do elipsóide, de coordenadas geodésicas  $(\phi, \lambda)$  é feito corresponder um ponto no plano, de coordenadas  $(X, Y)$ . Essa transformação é feita através de uma função matemática, e em atenção a determinados parâmetros. Significa isto que um mesmo tipo de projeção, traduzido por um mesmo tipo de função, pode dar origem a cartas diferentes, se se fizerem diferir esses parâmetros. Por exemplo, uma projeção cilíndrica transversa dá resultados diferentes consoante o meridiano de tangência considerado; e consoante se considerar o cilindro tangente ou secante ao elipsóide. Em cada caso existe uma linha, ou um ponto, que se escolhe para ser a **Origem da Projeção Cartográfica**.

Por intermédio ainda da projeção cartográfica, os meridianos e os paralelos são transformados numa rede de linhas que em geral são curvas, e que, por isso, não constituem um sistema conveniente para referenciar os pontos do plano. Vamos então considerar um referencial de eixos coordenados retilíneos e ortogonais, posicionado da forma que for considerada mais conveniente, e ao qual se referem as coordenadas  $(X, Y)$  de cada ponto. Este referencial cartesiano serve de base ao traçado, feito sobre a carta, de uma quadrícula constituída por dois conjuntos de retas paralelas aos eixos coordenados.

### Sistemas de coordenadas retangulares

Em regra, os eixos coordenados são definidos com base num meridiano cuja transformada seja retilínea, a essa transformada chamamos **Meridiana**. Passando por um ponto escolhido sobre a Meridiana, define-se então um eixo que lhe seja perpendicular, e ao qual chamamos justamente **Perpendicular**. Esse ponto de interseção entre a Perpendicular e a Meridiana constitui a **Origem das Coordenadas Retangulares**.

As coordenadas planas de um ponto serão assim a "distância à Meridiana", que denotamos por **M**, e a "distância à Perpendicular", que denotamos por **P**.

Determinação das coordenadas retangulares (M,P) de um ponto Q, com base na quadrícula

- Exemplo na Fig. 1:

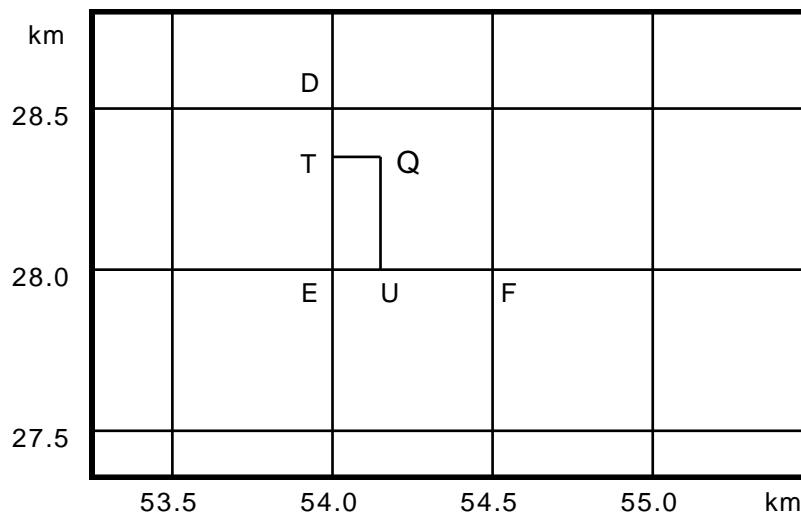


Fig. 1. Exemplo da determinação das coordenadas retangulares (M,P) de um ponto Q, com base na quadrícula.

$$M_Q = M_T + \frac{\overline{TQ}}{\overline{EF}} \cdot 0.5 \text{ km}$$

$$P_Q = P_U + \frac{\overline{UQ}}{\overline{ED}} \cdot 0.5 \text{ km}$$

## Determinação das coordenadas geodésicas ( $\phi, \lambda$ ) de um ponto Q, com base na rede de meridianos e paralelos

- Exemplo na Fig. 2:

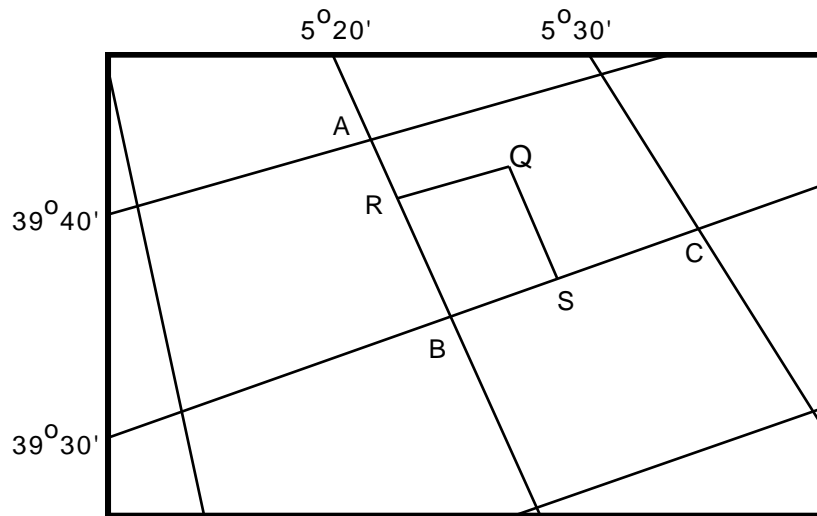


Fig. 2. Exemplo da determinação das coordenadas geodésicas ( $\phi, \lambda$ ) de um ponto Q, com base na rede de meridianos e paralelos.

Se a dimensão do território representado na folha não for excessiva, a curvatura dos meridianos e paralelos poderá não ser notória, pelo que poderemos tomar as linhas da rede como sendo retilíneas:

$$\phi_Q \approx \phi_S + \frac{\overline{SQ}}{\overline{BA}} \cdot 10'$$

$$\lambda_Q \approx \lambda_R + \frac{\overline{RQ}}{\overline{BC}} \cdot 10'$$

## SISTEMAS DE COORDENADAS RETANGULARES DAS CARTAS PORTUGUESAS

### 1. Coordenadas Bessel-Bonne (Obsoleto)

BESSEL-BONNE – DATUM LISBOA	
ELIPSÓIDE	Bessel
DATUM (ORIGEM DAS COORDENADAS GEODÉSICAS)	Antigo V.G. do Castelo de São Jorge em Lisboa ( <i>Datum</i> Lisboa)
PROJEÇÃO CARTOGRÁFICA	Bonne
ORIGEM DA PROJEÇÃO CARTOGRÁFICA	Ponto Central (PC) $\varphi = 39^{\circ} 40' 00''$ N $\lambda = 08^{\circ} 07' 54'' .863$ W Gr = $1^{\circ}$ E Lx
ORIGEM DAS COORDENADAS RETANGULARES	Igual à origem da projeção
ORIENTAÇÃO DOS EIXOS COORDENADOS	$1^{\circ}$ Quadrante: SW (Fig. 3)

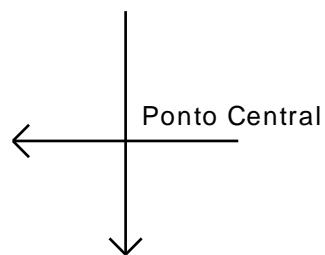


Fig. 3. Orientação dos eixos coordenados no sistema de coordenadas Bessel-Bonne.

O Ponto Central, que foi escolhido como sendo a interseção do paralelo  $\varphi = 39^{\circ} 40' N$  com o meridiano  $\lambda = 1^{\circ} E Lx$ , situa-se no centro do território continental, junto do vértice geodésico "Melriça", e não se encontra materializado no terreno.

O sistema Bessel-Bonne foi utilizado na elaboração da carta 1/50 000 (série M7810) produzida pela DGT, a partir da qual se executou, por derivação, a carta 1/100 000 (série M684). As folhas da carta 1/50 000,



posteriores a 2002, e as folhas da carta 1/100 000, posteriores a 2009, já apresentam o sistema de referência PT-TMo6/ETRS89 - *European Terrestrial Reference System 1989*.

## 2. Coordenadas Hayford-Gauss/*Datum* Lisboa (Obsoleto)

HAYFORD-GAUSS/ <i>DATUM</i> LISBOA	
ELIPSÓIDE	Hayford ou Internacional
DATUM (ORIGEM DAS COORDENADAS GEODÉSICAS)	Antigo V.G. do Castelo de São Jorge em Lisboa ( <i>Datum</i> Lisboa)
PROJEÇÃO CARTOGRÁFICA	Tranversa de Mercator (designada também de Gauss)
ORIGEM DA PROJEÇÃO CARTOGRÁFICA	Ponto Central (PC) $\varphi = 39^{\circ} 40' 00''$ N $\lambda = 08^{\circ} 07' 54''.863$ W Gr = $1^{\circ}$ E Lx
ORIGEM DAS COORDENADAS RETANGULARES	Igual à origem da projeção
ORIENTAÇÃO DOS EIXOS COORDENADOS	1 <sup>o</sup> Quadrante: NE (Fig. 4)

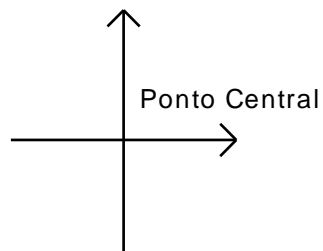


Fig. 4. Orientação dos eixos coordenados no sistema de coordenadas Hayford-Gauss – *Datum* Lisboa.

O 1<sup>o</sup> quadrante passou a ser o quadrante NE porque se passaram a contar os azimutes a partir do Norte, e não do Sul, como até aí.

A Carta de Portugal à escala 1/200 000 (série M585) foi produzida, pela DGT, com este sistema.

### 3. Coordenadas Hayford-Gauss Militares (Obsoleto)

HAYFORD-GAUSS MILITARES	
ELIPSÓIDE	Hayford ou Internacional
DATUM (ORIGEM DAS COORDENADAS GEODÉSICAS)	Antigo V.G. do Castelo de São Jorge em Lisboa ( <i>Datum Lisboa</i> )
PROJEÇÃO CARTOGRÁFICA	Tranversa de Mercator (designada também de Gauss)
ORIGEM DA PROJEÇÃO CARTOGRÁFICA	Ponto Central (PC) $\varphi = 39^{\circ} 40' 00'' \text{ N}$ $\lambda = 08^{\circ} 07' 54'' .863 \text{ W Gr} = 1^{\circ} \text{ E Lx}$
ORIGEM DAS COORDENADAS RETANGULARES	Ponto Fictício (PF) 200 km a Oeste e 300 km a Sul do PC
ORIENTAÇÃO DOS EIXOS COORDENADOS	1º Quadrante: NE (Fig. 5)

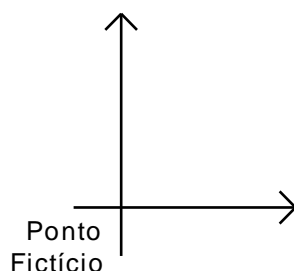


Fig. 5. Orientação dos eixos coordenados no sistema de coordenadas Hayford-Gauss militares.

Este referencial de coordenadas retangulares foi obtido do anterior, que tinha origem no Ponto Central, mediante uma simples translação dos eixos para um ponto que, por esse motivo, constitui uma origem fictícia. O eixo paralelo à Meridiana que passa pelo Ponto Fictício constitui assim uma "meridiana fictícia", não coincidindo com a transformada do meridiano desse ponto. A localização da nova origem fictícia foi escolhida de forma a que todo o território continental passasse a ter coordenadas positivas.

As coordenadas de um ponto, relativas ao Ponto Fictício, são obtidas das coordenadas relativas ao Ponto Central, somando a estas 200 km em M e 300 km em P:

$$M_{PF} = M_{PC} + 200 \text{ km}$$

$$P_{PF} = P_{PC} + 300 \text{ km}$$

Estas coordenadas, relativas ao Ponto Fictício, são frequentemente designadas por "**Coordenadas Topográficas**".

Com base neste novo referencial, criou-se uma quadrícula constituída por quadrados de 100 km de lado, cada um dos quais é designado por uma letra (Fig. 6). Criou-se assim uma outra forma de indicar as coordenadas retangulares de um ponto: uma notação alfanumérica, constituída pela letra correspondente ao quadrado onde se localiza o ponto, e dois grupos de algarismos indicando os valores de M e P, começando na dezena de quilómetro. Assim, teremos, por exemplo:

C 357.042 (para coordenadas conhecidas até ao hectómetro)

C 3574624.0423816 (para coordenadas conhecidas até ao centímetro)

As coordenadas relativas ao Ponto Fictício, apresentadas segundo esta notação, recebem a designação de "**Coordenadas Militares**".

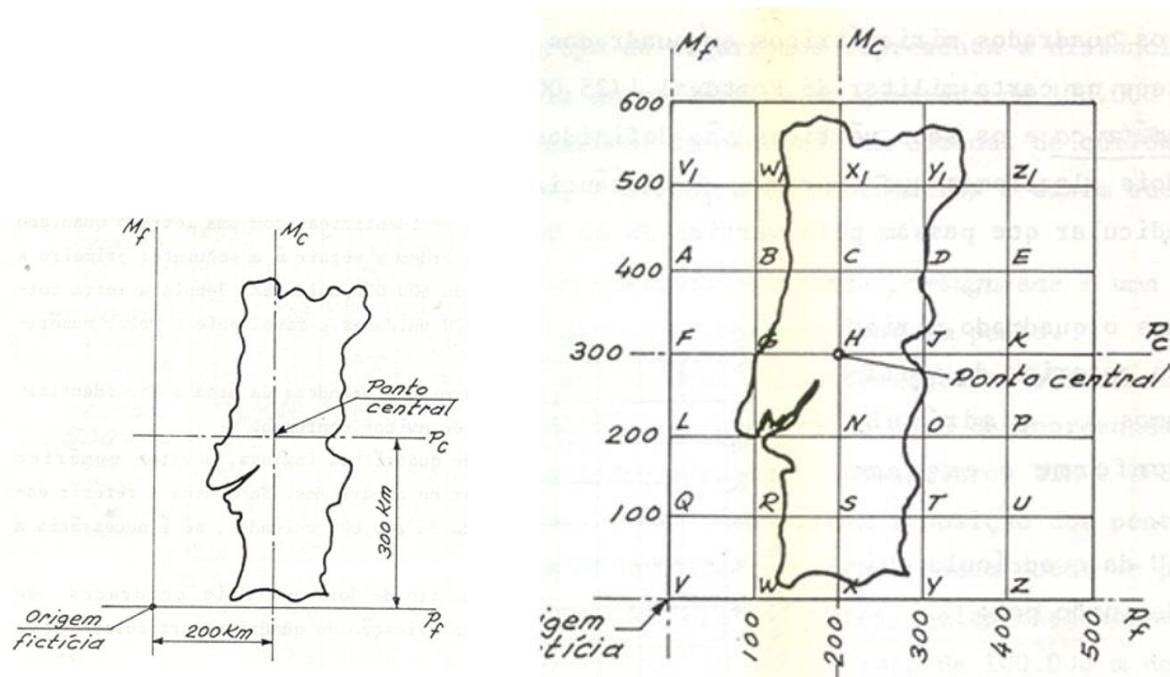


Fig. 6. Sistema Hayford-Gauss Militar (Fonte: "Apontamentos de Topografia" - Academia Militar).

O sistema de coordenadas Hayford-Gauss militares foi utilizado na Carta Militar de Portugal na escala 1/25 000 (série M888) produzida pelo CIGeoE, anterior IGeoE, até 2001. Desde 1 de maio de 2001, o sistema de referência adotado é o Transversa de Mercator/WGS84.

#### 4. Coordenadas Hayford-Gauss/Datum 73 (Obsoleto)

HAYFORD-GAUSS/DATUM 73	
ELIPSÓIDE	Hayford ou Internacional
DATUM (ORIGEM DAS COORDENADAS GEODÉSICAS)	V.G. Melriça ( <i>Datum 73</i> )
PROJEÇÃO CARTOGRÁFICA	Tranversa de Mercator (designada também de Gauss)
ORIGEM DA PROJEÇÃO CARTOGRÁFICA	Ponto Central (PC) $\varphi = 39^{\circ} 40' 00''$ N $\lambda = 08^{\circ} 07' 54'' .863$ W Gr = $1^{\circ}$ E Lx
ORIGEM DAS COORDENADAS RETANGULARES	Origem Fictícia próxima do PC 180.598 m a Oeste e 86.99 m a Norte do PC
ORIENTAÇÃO DOS EIXOS COORDENADOS	1 <sup>o</sup> Quadrante: NE

A origem das coordenadas retangulares no  $Dt_{73}$  não coincide com o seu PC, mas sim com um ponto deslocado 180.598 metros W e 86.990 metros N, i.e., perto do PC Lx, ou seja

$$M_{Dt_{73}} = M + 180.598 \text{ m}$$

$$P_{Dt_{73}} = P - 86.990 \text{ m}$$

Sendo assim, um ponto no terreno terá coordenadas retangulares  $HGD_{Lx}$  e  $HGD_{73}$  muito próximas umas das outras. O sistema Hayford-Gauss/Datum 73 foi utilizado na elaboração da carta 1/10 000 (série SCN10K) e foi utilizado na elaboração das plantas cadastrais relativas ao Cadastro Geométrico da Propriedade Rústica e ao Cadastro Predial. As ortofotos, anteriores a 2007, também apresentam este sistema de referência, enquanto que as posteriores a esta data já apresentam o sistema PT-TM06/ETRS89 - *European Terrestrial Reference System 1989*.

## 5. Coordenadas UTM (Universal Transversa de Mercator)

	UTM/ED50	UTM/ETRS89	UTM/WGS84
ELIPSÓIDE	Hayford ou Internacional	GRS80	WGS84
DATUM (ORIGEM DAS COORDENADAS GEODÉSICAS)	Potsdam, Alemanha (Datum Europeu - ED 50)	-	-
PROJEÇÃO CARTOGRÁFICA	Universal Transversa de Mercator	Universal Transversa de Mercator	Universal Transversa de Mercator
ORIGEM DA PROJEÇÃO CARTOGRÁFICA	Cruzamento do Equador com o meridiano central do fuso ( $\lambda=9^{\circ}$ W Gr, para o fuso 29)	Cruzamento do Equador com o meridiano central do fuso ( $\lambda=9^{\circ}$ W Gr, para o fuso 29)	Cruzamento do Equador com o meridiano central do fuso ( $\lambda=9^{\circ}$ W Gr, para o fuso 29)
ORIGEM DAS COORDENADAS RETANGULARES	Origem Fictícia localizada, para o hemisfério Norte, sobre o Equador e 500 km a Oeste do Meridiano Origem)	Origem Fictícia localizada, para o hemisfério Norte, sobre o Equador e 500 km a Oeste do Meridiano Origem)	Origem Fictícia localizada, para o hemisfério Norte, sobre o Equador e 500 km a Oeste do Meridiano Origem)
ORIENTAÇÃO DOS EIXOS COORDENADOS	1º Quadrante: NE (Fig. 7)	1º Quadrante: NE (Fig. 7)	1º Quadrante: NE (Fig. 7)

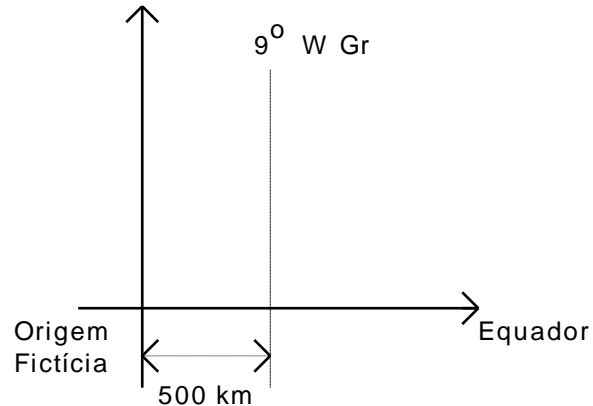


Fig. 7. Orientação dos eixos coordenados no sistema de coordenadas UTM.

A projeção UTM, com o sistema de coordenadas respetivo, é utilizada na cartografia das Regiões Autónomas da Madeira e dos Açores. A quadrícula UTM/WGS84 encontra-se também impressa (a preto) na Carta Militar de Portugal à escala 1/25 000, juntamente com a quadrícula TM/WGS84 (impressa a castanho) e a UTM/ED50 (impressa a azul).

O sistema UTM deve a sua importância ao facto de, como o seu nome indica, ser um sistema que abrange toda a Terra, apenas com a exceção das regiões polares. Estas estão mais convenientemente representadas através de uma projeção estereográfica, que integra o chamado sistema UPS (Universal Polar Stereographic). Todas as regiões compreendidas entre as latitudes  $84^{\circ}$  N e  $80^{\circ}$  S estão cobertas pelo sistema de coordenadas retangulares UTM.

Vejamos, duma forma abreviada, em que consiste este sistema:

### Limites

Latitudes  $84^{\circ}$  N e  $80^{\circ}$  S.

### Fusos

- A Terra é dividida em 60 fusos de  $6^{\circ}$  de amplitude em longitude (Fig. 8).
- Os fusos são numerados de 1 a 60, a partir do semi-meridiano dos antípodas de Greenwich, de Oeste para Leste.
- Cada fuso tem assim o seu meridiano central.



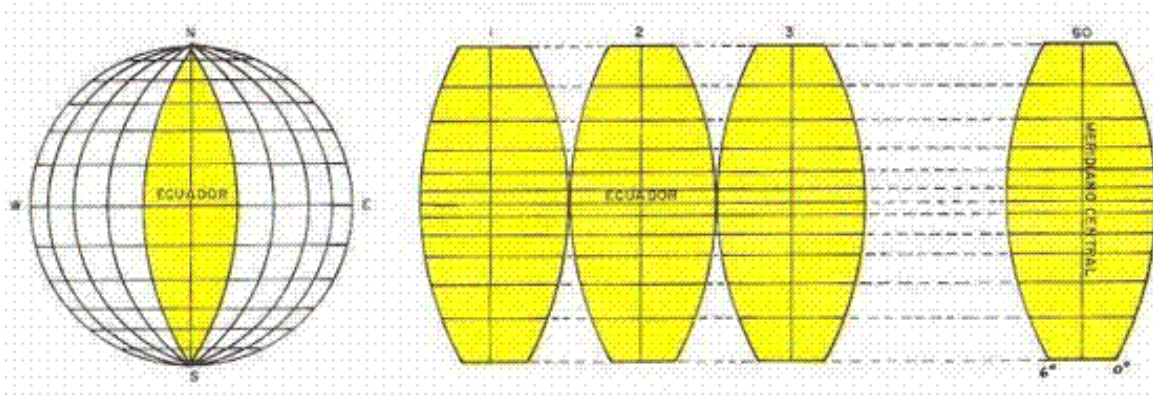


Fig. 8. Sistema Universal Transversa de Mercator.

Dada a longitude  $\lambda$  de um ponto, o fuso respetivo será assim dado por:

$$\lambda \text{ W Gr} \Rightarrow \text{Fuso} = \text{Int} \left[ \frac{180^\circ - \lambda}{6^\circ} \right] + 1$$

$$\lambda \text{ E Gr} \Rightarrow \text{Fuso} = \text{Int} \left[ \frac{180^\circ + \lambda}{6^\circ} \right] + 1 = \text{Int} \left[ \frac{\lambda}{6^\circ} \right] + 31$$

### Zonas

- Cada fuso é dividido em 20 zonas de  $8^\circ$  de amplitude em latitude, exceto a zona mais a Norte, que tem  $12^\circ$  de amplitude (Fig. 9).
- Dentro de cada fuso, as zonas são identificadas por letras, de C a X (excetuando-se I e O), de Sul para Norte.
- A identificação de uma zona é então feita através de um par número-letra. O território continental de Portugal, por exemplo, situa-se nas zonas 29T e 29S.

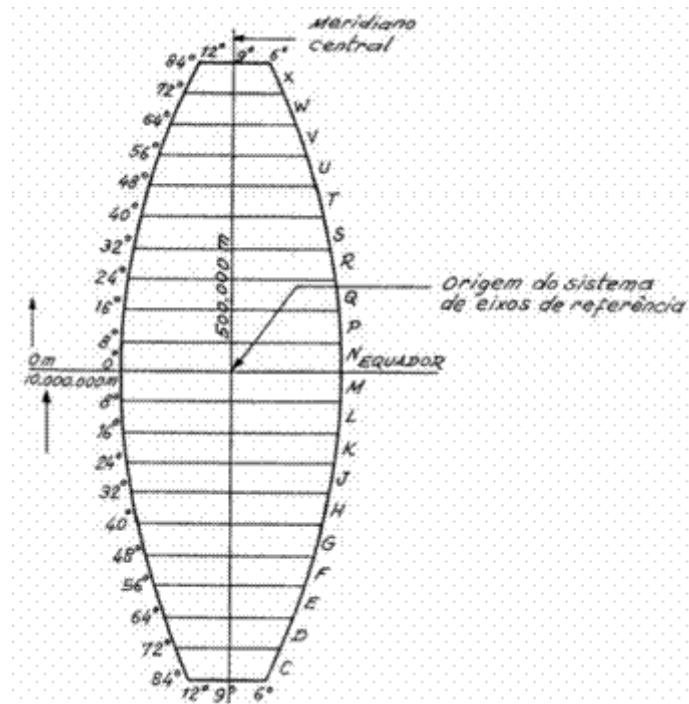


Fig. 9. Designação de cada uma das zonas de um fuso.

### Eixos coordenados

- Cada fuso tem uma Meridiana, que é a transformada do meridiano central.
- A Perpendicular coincide com a transformada do Equador.
- As coordenadas crescem de Sul para Norte, e de Oeste para Leste.

### Origens Fictícias

- Os eixos coordenados sofrem uma translação que os posiciona em origens fictícias.
- No hemisfério Norte, e para cada fuso, a origem situa-se 500 km a Oeste do meridiano central, e sobre o Equador (Fig. 10a).
- No hemisfério Sul, e para cada fuso, a origem situa-se 500 km a Oeste do meridiano central, e 10 000 km a sul do Equador (Fig. 10b).
- Como resultado, as coordenadas UTM são sempre positivas.

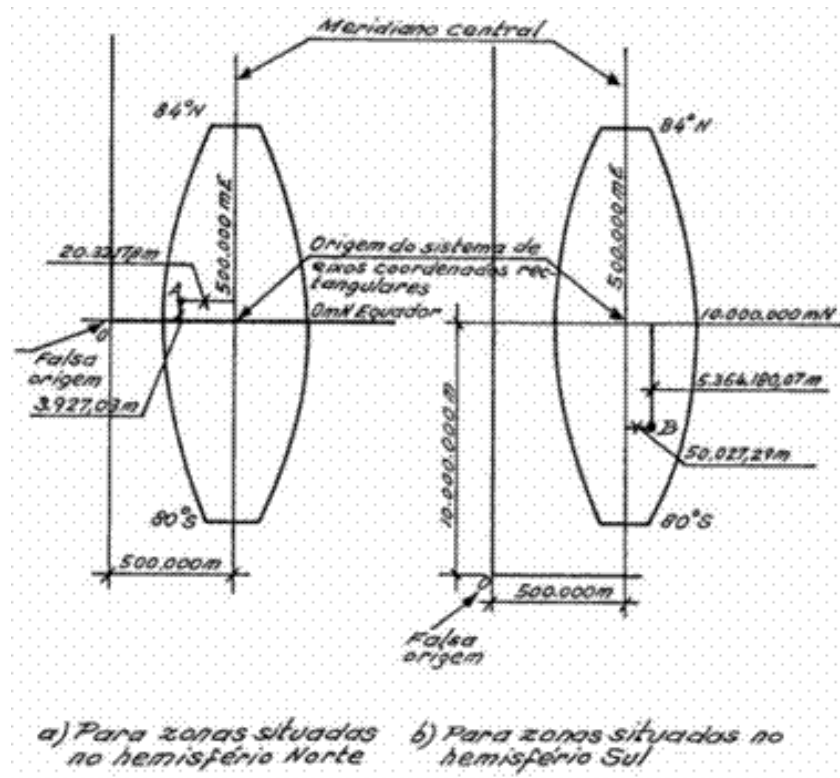


Fig. 10. Sistema de eixos de coordenadas retangulares para cada fuso.

## Quadrados

Sobreposta à rede de zonas existe uma malha constituída por quadrados de 100 km de lado. Cada quadrado é identificado por duas letras, a primeira relativa à coluna e a segunda relativa à linha em que o quadrado se situa (Fig. 11).

### ▫ Colunas:

As colunas são identificadas por letras da A a Z (excetuando-se I e O), num total de 24 letras, distribuídas de Oeste para Leste. Cada fuso tem, sobre o Equador, 8 colunas, pelo que cada alfabeto se repete de 3 em 3 fusos.

### ▫ Linhas:

As linhas são identificadas por letras da A a V (excetuando-se I e O), num total de 20 letras, distribuídas de Sul para Norte. Cada alfabeto repete-se assim a cada 2 000 km. A linha A começa sobre o Equador nos fusos ímpares, e 500 km a Sul do Equador nos fusos pares.

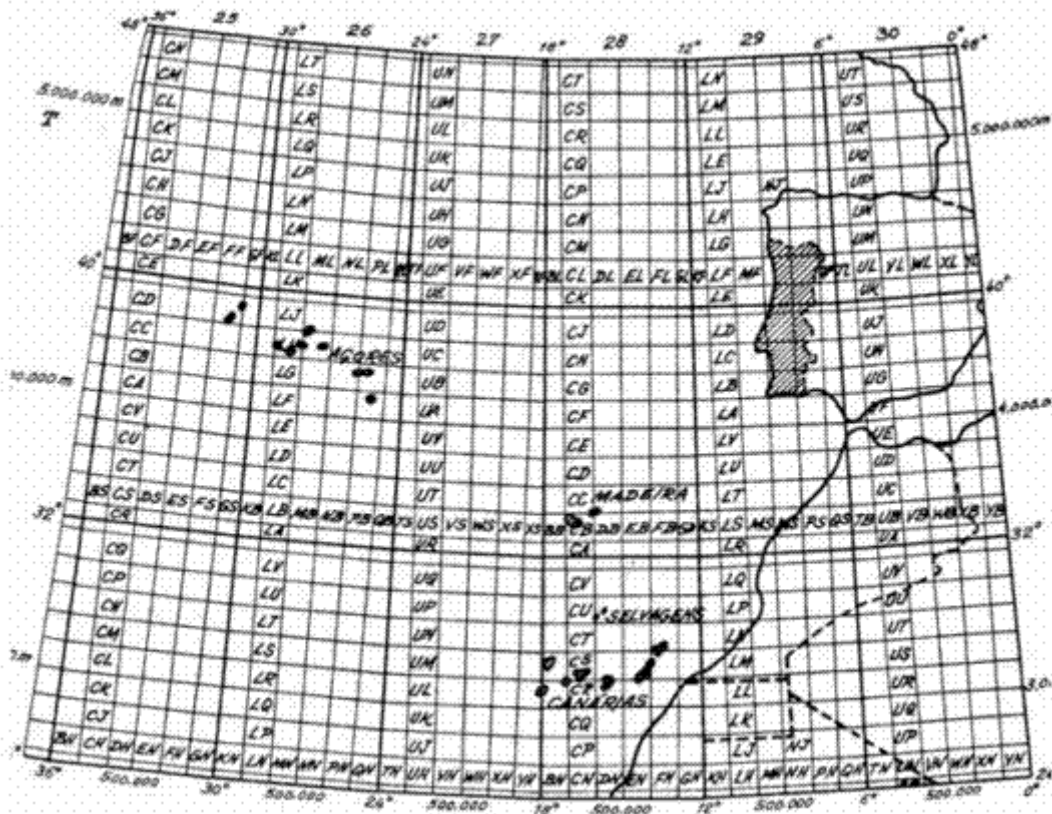


Fig. 11. Localização de Portugal em relação à quadrícula UTM.

### Coordenadas UTM

▫ **retangulares:**

As coordenadas UTM de um ponto podem ser dadas através das simples distâncias desse ponto aos eixos coordenados (Meridiana e Perpendicular Fictícias). Sob essa forma, são conhecidas por coordenadas UTM retangulares. Para que o ponto fique univocamente determinado, há ainda que indicar o fuso e o hemisfério -Norte ou Sul - em que ele se situa; esta indicação pode ser feita através da indicação da zona.

Exemplo:

Zona 29S

M = 6 173 hm

P = 41 258 hm

▫ **militares:**

As coordenadas UTM de um ponto podem ainda ser dadas fazendo referência ao quadrado de 100 km de lado em que o ponto se situa, sendo depois apenas necessário indicar as coordenadas M e P a partir da dezena de km. As coordenadas conhecidas por coordenadas UTM militares são então constituídas por: identificação da zona, identificação do quadrado, dígitos respeitantes à coordenada M, dígitos respeitantes à coordenada P.

Exemplo:                    29SPB173258

## 6. Coordenadas PT-TMo6/ETRS89

PT-TMo6/ETRS89	
ELIPSÓIDE	GRS80
DATUM (ORIGEM DAS COORDENADAS GEODÉSICAS)	-
PROJEÇÃO CARTOGRÁFICA	Transversa de Mercator (designada também de Gauss)
ORIGEM DA PROJEÇÃO CARTOGRÁFICA	$\varphi = 39^{\circ} 40' 05''.73$ N $\lambda = 08^{\circ} 07' 59''.19$ WGr
ORIGEM DAS COORDENADAS RETANGULARES	Igual à origem da projeção
ORIENTAÇÃO DOS EIXOS COORDENADOS	1º Quadrante: NE

Este sistema de referência geodésico/cartográfico foi adotado pelo anterior IGP, atual DGT, em 2006 e resulta da adoção do sistema de referência geodésico ETRS89 como sistema de referência geodésico nacional.

O ETRS89 é um sistema global de referência recomendado pela *European Reference Frame* (EUREF), subcomissão da *International Association of Geodesy* (IAG), estabelecido através de técnicas espaciais de observação.

O estabelecimento do ETRS89 em Portugal Continental foi efetuado com base em campanhas internacionais (realizadas em 1989, 1995 e 1997), que tiveram como objetivo ligar convenientemente a rede portuguesa à rede europeia. Nos anos subsequentes, toda a Rede Geodésica de 1ª e 2ª ordens do Continente foi observada com GPS, tendo o seu ajustamento sido realizado fixando as coordenadas dos pontos estacionados nas anteriores campanhas internacionais.

A agência EuroGeographics recomenda a utilização das seguintes projeções cartográficas: Transversa de Mercator, para escalas superiores a 1/500 000; cónica conforme de Lambert, com dois paralelos de escala conservada, para escalas inferiores a 1/500 000.

Desde 2006, para o Território Continental, os parâmetros da projeção Transversa de Mercator referida são os listados no início da secção. Este sistema deverá substituir completamente os anteriormente usados, que se consideram obsoletos.

## 7. Coordenadas Transversa de Mercator/WGS84

TM/WGS84	
ELIPSÓIDE	WGS84
DATUM (ORIGEM DAS COORDENADAS GEODÉSICAS)	-
PROJEÇÃO CARTOGRÁFICA	Transversa de Mercator (designada também de Gauss)
ORIGEM DA PROJEÇÃO CARTOGRÁFICA	$\varphi = 39^{\circ} 40' 05''.73$ N $\lambda = 08^{\circ} 07' 59''.191$ W Gr
ORIGEM DAS COORDENADAS RETANGULARES	Ponto Fictício (PF) 200 km a Oeste e 300 km a Sul do PC
ORIENTAÇÃO DOS EIXOS COORDENADOS	1º Quadrante: NE

Este sistema de referência foi adotado pelo CIGeoE, desde 1 de Maio de 2001, para substituir o sistema de coordenadas Hayford-Gauss militares utilizado na Carta Militar de Portugal na escala 1/25 000 (série M888) até essa data.

## O SISTEMA CARTOGRÁFICO PORTUGUÊS

Finalizando este capítulo dedicado aos sistemas de coordenadas retangulares, vamos referir as principais séries cartográficas que cobrem o território nacional, relacionando entre si os respetivos sistemas de numeração de folhas.

### Série cartográfica

Conjunto de folhas de uma mesma carta que possuem as mesmas características: as mesmas dimensões, o mesmo sistema de numeração e o mesmo conjunto de sinais convencionais.

Para além destes elementos, são também comuns às diversas folhas os parâmetros de definição da carta: os mesmos *data* (planimétrico e altimétrico), a mesma projeção cartográfica (com os mesmos parâmetros), o mesmo sistema de coordenadas planas e a mesma escala.

### Sistema cartográfico

Conjunto das séries cartográficas que cobrem o território de um país.

#### 1. Carta corográfica 1/100 000 - DGT

Dimensões das folhas:  $a = 64 \times 40 \text{ cm}^2$  ( $\Rightarrow A = 64 \times 40 \text{ km}^2$ )

Numeração das folhas: As folhas são numeradas de 1 a 53, conforme a sequência indicada em esquema anexo (Fig. 12).



1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	
16	17	18	
19	20	21	
22	23	24	25
26	27	28	29
30	31	32	33
34	35	36	37
38	39	40	41
	42	43	44
	45	46	47
48	49	50	
51	52	53	

Fig. 12. Numeração das folhas da carta 1/100 000 da DGT.

## 2. Cartografia à escala 1/50 000 - DGT e CIGeoE

Dimensões das folhas:  $a = 64 \times 40 \text{ cm}^2$  ( $\Rightarrow A = 32 \times 20 \text{ km}^2$ )

Numeração das folhas: A numeração das folhas é feita com base na subdivisão, em quatro, das folhas da carta 1/100 000; cada uma dessas quatro folhas recebe um número que é constituído pelo número da folha da carta 1/100 000 a que pertence, seguido de uma letra, no caso da carta da DGT (Fig. 13), ou de um número romano, no caso da carta do CIGeoE (Fig. 14), da forma que a seguir se ilustra:

A	B
C	D

Fig. 13. Folhas da carta 1/50 000 da DGT (Ex: folha 34 - D).

IV	I
III	II

Fig. 14. Folhas da carta 1/50 000 do CIGeoE (Ex: folha 34-II).

### 3. Carta Militar 1/25 000 - CIGeoE

Dimensões das folhas:  $a = 64 \times 40 \text{ cm}^2$  ( $\Rightarrow A = 16 \times 10 \text{ km}^2$ )

Numeração das folhas: A numeração das folhas é feita com base na subdivisão, em quatro, das folhas da carta 1/50 000 do CIGeoE; cada uma dessas quatro folhas recebe um número que é constituído pelo número da folha da carta 1/50 000 a que pertence, seguido da designação NW, NE, SW, ou SE (Fig. 15):

NW	NE
SW	SE

Fig. 15. Folhas da carta 1/25 000 do IGeoE (Ex: folha 34 - II – NW ou 431).

#### 4. Cartografia à escala 1/10 000 - DGT

Dimensões das folhas:  $a = 80 \times 50 \text{ cm}^2$  ( $\Rightarrow A = 8 \times 5 \text{ km}^2$ )

Numeração das folhas: A numeração das folhas é feita com base na subdivisão, em quatro, das folhas da carta 1/25 000 do CIGeoE; cada uma dessas quatro folhas recebe um número que é constituído pelo número da folha da carta 1/25 000 a que pertence, seguido da seguinte numeração (Fig. 16):

1	2
3	4

Fig. 16. Folhas da carta 1/10 000 da DGT. (Ex: folha 431\_1)

#### 5. Cartografia à escala 1:5 000 - DGT

Dimensões das folhas:  $a = 80 \times 50 \text{ cm}^2$  ( $\Rightarrow A = 4 \times 2.5 \text{ km}^2$ )

Numeração das folhas: A numeração das folhas é feita com base na subdivisão, em quatro, das folhas da carta 1/10 000 da DGT; cada uma dessas folhas recebe um número que é constituído pelo número da folha da carta 1/10 000 a que pertence, seguido da seguinte numeração (Fig. 17):

1	2
3	4

Fig. 17. Folhas da carta 1/5 000 da DGT. (Ex: folha 431\_1\_3)

## 6. Cartografia à escala 1:2 000 - DGT

Dimensões das folhas:  $a = 80 \times 50 \text{ cm}^2$  ( $\Rightarrow A = 1.6 \times 1.0 \text{ km}^2$ )

Numeração das folhas: A numeração das folhas é feita com base na subdivisão, em vinte cinco, das folhas da carta 1/10 000 da DGT; cada uma dessas folhas recebe um número que é constituído pelo número da folha da carta 1/10 000 a que pertence, seguido da seguinte numeração (Fig. 18):

11	12	13	14	15
21	22	23	24	25
31	32	33	34	35
41	42	43	44	45
51	52	53	54	55

Fig. 18. Folhas da carta 1/2 000 da DGT. (Ex: folha 431\_1\_43)

## CAPÍTULO 2 - EXERCÍCIOS PRÁTICOS

- 2.1** Escolha quaisquer folhas da Carta Corográfica de Portugal (escala 1/50 000) e da Carta Militar de Portugal<sup>1</sup> (escala 1/25 000). Analise cada uma dessas folhas, tentando obter informação que lhe permita identificar:
- o *datum* planimétrico;
  - a origem da projeção cartográfica;
  - a origem das coordenadas planas retangulares.
- 2.2** Indique para o vértice geodésico \_\_\_\_\_ representado na folha nº \_\_\_\_\_ da Carta Corográfica de Portugal (escala 1/50 000):
- as coordenadas retangulares PT-TMo6/ETRS89 e as coordenadas retangulares UTM-ETRS89;
  - as coordenadas retangulares UTM-ED50 utilizando as correções apresentadas na margem direita da carta.
- 2.3** Determine as coordenadas militares Hayford-Gauss de um ponto B situado 100 km a Este e 150 km a Norte de um ponto A de coordenadas retangulares Hayford-Gauss (relativas ao Ponto Central)  $M_A = -100$  km e  $P_A = -180$  km.
- 2.4** Transforme as seguintes coordenadas militares em coordenadas retangulares relativas ao Ponto Central:
- a) G 462.875      b) C 0527.7685      c) X 87046.00034
- 2.5** Indique as coordenadas Transversa de Mercator/WGS84 do vértice geodésico \_\_\_\_\_ da folha nº \_\_\_\_\_ da Carta Militar de Portugal nas seguintes formas:
- relativas ao Ponto Fictício ("Topográficas");
  - na notação militar ("Militares");
  - relativas ao Ponto Central ("Retangulares").
- 2.6** Retome a folha da carta 1/25 000 que usou no exercício anterior e, para o mesmo ponto, determine agora as coordenadas UTM-WGS84 nas suas duas formas:
- retangulares (numéricas);
  - militares (alfanuméricas).

---

<sup>1</sup> As folhas desta carta atualizadas a partir de 1 de maio de 2011 têm o sistema de referência WGS84.

2.7 Retome a folha da carta 1/25 000 que usou nos exercícios 2.5 e 2.6 e, para o mesmo ponto, determine as coordenadas geodésicas relativas à rede geodésica WGS84.

2.8 Na folha 20 da Carta Militar de Portugal (Açores) determinaram-se as coordenadas UTM do vértice geodésico "Cabeço da Cruz" - S. Jorge, tendo-se obtido:

$$M = 4\,307\text{ hm} \quad \text{e} \quad P = 42\,662\text{ hm.}$$

Indique as coordenadas UTM com a designação do fuso, zona e quadrado, sabendo que as suas coordenadas geográficas são:

$$\phi = 38^{\circ} 33' \text{ N} \quad \text{e} \quad \lambda = 27^{\circ} 48' \text{ W Gr.}$$

2.9 Determine as coordenadas UTM militares de um ponto P com as seguintes características:

30 P

Hemisfério Norte

$M_P = 500\,234\text{ m}$

$P_P = 1\,099\,871\text{ m}$

2.10 A separação das folhas das cartas 1/50 000 e 1/100 000 da DGT corresponde a linhas da quadrícula quilométrica PT-TM06/ETRS89. A meridiana origem separa as folhas 23 e 24 e a perpendicular origem separa as folhas 24 e 28. Indique as coordenadas do ponto médio da folha 23-B da carta 1/50 000.

2.11 (Exercício a realizar nos computadores)

- a) Considerando os vértices geodésicos listados na tabela, converta as suas coordenadas PT-TM06/ETRS89, recorrendo à aplicação Web Transcoord (<http://cgpr.dgterritorio.pt/webtranscoord/>) disponível na página de internet da DGT, para as correspondentes coordenadas no sistema *Datum* Lisboa/Hayford-Gauss;

Nome	PT-TM06/ETRS89 (m)		Datum Lisboa/Hayford-Gauss (m)	
	M	P	M	P
CATULO	-43773,49	207644,18		
VILAR FORMOSO	108101,46	104734,75		
VILA REAL SANTO ANTÓNIO	63650,74	-275208,54		
VILA MAGOS	-57638,70	-71600,20		

- b) Nessa mesma aplicação, converta as coordenadas retangulares do vértice geodésico VILAR FORMOSO para as correspondentes coordenadas geográficas ETRS89 em DMS (Degrees, Minutes, Seconds).

Nome	PT-TM06/ETRS89 (m)		ETRS89 (DMS)	
	M	P	$\phi$	$\lambda$
VILAR FORMOSO	108101,46	104734,75		

- c) Considerando que a estação permanente de dados GPS instalada na FCUL com as seguintes coordenadas ETRS89 ( $\phi = 38^\circ 45' 23.27''$  N;  $\lambda = 9^\circ 09' 24.75''$  WGr), calcule as correspondentes coordenadas ETRS89/UTM utilizando a aplicação que está disponível no seguinte link: <http://www.apsalin.com/convert-geodetic-to-universal-transverse-mercator.aspx>

PLANIMETRIA - DIREÇÕES DE REFERÊNCIA  
 OS DIVERSOS TIPOS DE NORTE  
 CONVERGÊNCIA DE MERIDIANOS  
 DECLINAÇÃO MAGNÉTICA  
 AZIMUTES

No capítulo anterior vimos como é possível referenciar um ponto sobre uma carta relativamente a um sistema de coordenadas. No presente capítulo veremos como referenciar direções.

Quando, neste contexto, nos referimos a uma direção, frequentemente definida por dois pontos, referimo-nos não à direção definida no espaço por dois quaisquer pontos, mas sim à direção definida pelas projeções dos dois pontos sobre a carta: referimo-nos a "direções azimutais". Por outras palavras, "direção azimutal" pode ser definida da seguinte forma:

**Direção azimutal definida por dois pontos**

É a direção definida, sobre o plano horizontal de referência, pelo traço do plano vertical que passa por esses dois pontos (Fig. 19).

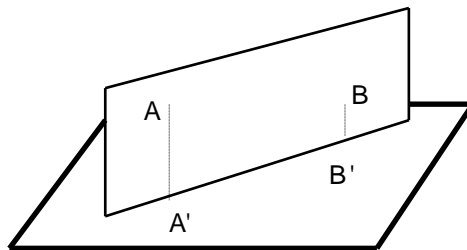


Fig. 19. Direção azimutal  $\overline{A'B'}$ .

**Ângulo azimutal**

É o ângulo definido por duas direções azimutais, sendo, conseqüentemente, um ângulo que existe sobre o plano horizontal.

**Azimute**

É um ângulo azimutal orientado, relativamente a uma direção de referência. Para orientar o ângulo, toma-se uma das direções azimutais como direção de referência, sendo o ângulo medido no sentido horário.



## DIREÇÕES DE REFERÊNCIA

A direção que em regra se toma como direção de referência para definir o azimute de qualquer outra direção, é a direção Sul-Norte. Existem no entanto diversos tipos de Norte que teremos de ter em consideração (Fig. 20). Os meridianos sobre o elipsóide contêm simultaneamente o Pólo Norte e o Pólo Sul geográficos: trata-se dos pólos do eixo de rotação. Consequentemente, as transformadas dos meridianos representadas na carta indicam a direção do **Norte Geográfico** ou Norte Verdadeiro.

As linhas da quadrícula paralelas à Meridiana, como vimos, não coincidem, em geral, com as transformadas dos meridianos. A direção dessas linhas da quadrícula é a direção do **Norte Cartográfico**. Trata-se obviamente de uma direção que varia com o sistema de projeção cartográfica utilizado.

As linhas de força do campo magnético terrestre, ao longo das quais se orientam as agulhas magnéticas, definem a direção do **Norte Magnético**. Sobre a carta, a direção do Norte Magnético num ponto será a projeção sobre o plano da carta da tangente à linha de força do campo magnético nesse ponto.

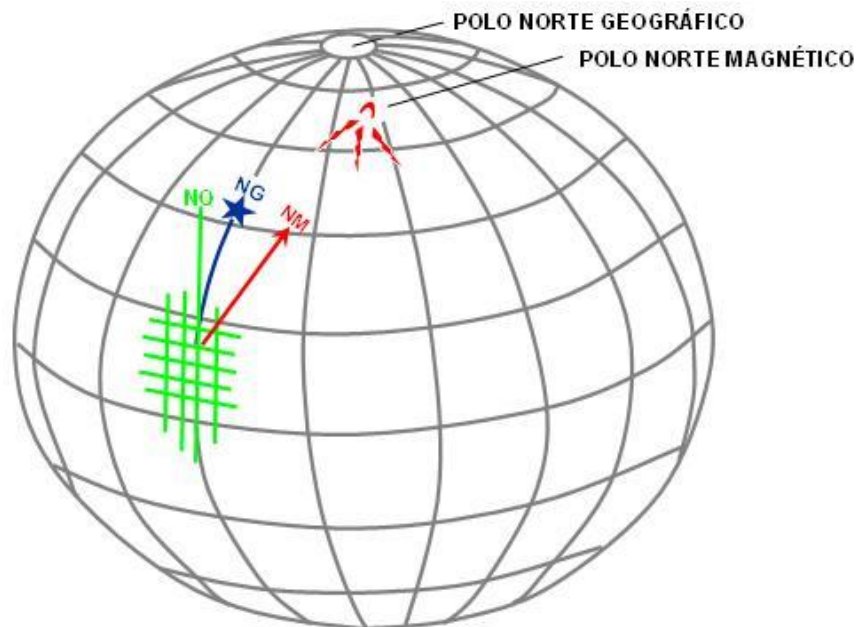


Fig. 20. Diferentes tipos de Norte.

O azimute de uma direção pode assim ser referido ao Norte Geográfico, ao Norte Cartográfico, ou ao Norte Magnético. As designações respetivas serão:

- **Azimute Geográfico** ou Azimute Verdadeiro,
- Azimute Cartográfico ou **Rumo**,
- **Azimute Magnético**.

Os azimutes contam-se no sentido horário e a partir do Norte.

### Convergência de meridianos ( c )

É o ângulo definido pelas direções do Norte Geográfico e do Norte Cartográfico.

É medida a partir do Norte Geográfico, positivamente para Leste, ou seja, positivamente no sentido horário.

A convergência de meridianos varia de ponto para ponto, crescendo em valor absoluto à medida que nos afastamos da Meridiana.

### Declinação magnética ( $\delta$ )

É o ângulo definido pelas direções do Norte Geográfico e do Norte Magnético.

É medida a partir do Norte Geográfico, positivamente para Leste (no sentido horário).

Uma declinação positiva significa que o Norte Magnético se encontra a Leste do Norte Geográfico; chama-se por isso "Declinação Leste" (Fig. 21). Inversamente, uma declinação negativa significa que o Norte Magnético se encontra a Oeste do norte Geográfico, e chama-se "Declinação Oeste" (Fig. 22).

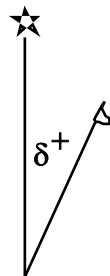


Fig. 21. Declinação magnética positiva ou Leste.

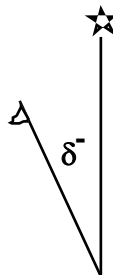


Fig. 22. Declinação magnética negativa ou Oeste.

Os valores da declinação magnética, bem como o da sua variação anual, vêm indicados nas margens das folhas de algumas cartas.

O valor da convergência de meridianos num dado ponto, para cada projeção, pode ser calculado através de fórmulas aproximadas, conhecidas que sejam as coordenadas geodésicas desse ponto.

Assim, para a projeção de Gauss, temos:

$$C_{\text{Gauss}} = (\lambda - \lambda_0) \cdot \text{sen} \frac{\phi + \phi_0}{2}$$

em que:  $\lambda$  = longitude do ponto considerado,  
 $\lambda_0$  = longitude do ponto-origem da projeção cartográfica,  
 $\phi$  = latitude do ponto considerado,  
 $\phi_0$  = latitude do ponto-origem da projeção cartográfica.

Para a projeção UTM, temos:

$$C_{\text{UTM}} = (\lambda - \lambda_0) \cdot \text{sen} \phi$$

em que:  $\lambda$  = longitude do ponto considerado,  
 $\lambda_0$  = longitude do meridiano-origem da projeção cartográfica,  
 $\phi$  = latitude do ponto considerado.

A figura 23 mostra como varia o sinal da convergência de meridianos UTM ao longo de um fuso. Lembremos que a direção do Norte Cartográfico é dada pela direção da Meridiana, que é a transformada do meridiano central do fuso. A direção do Norte Geográfico é, em cada ponto, a direção da transformada do meridiano desse ponto.

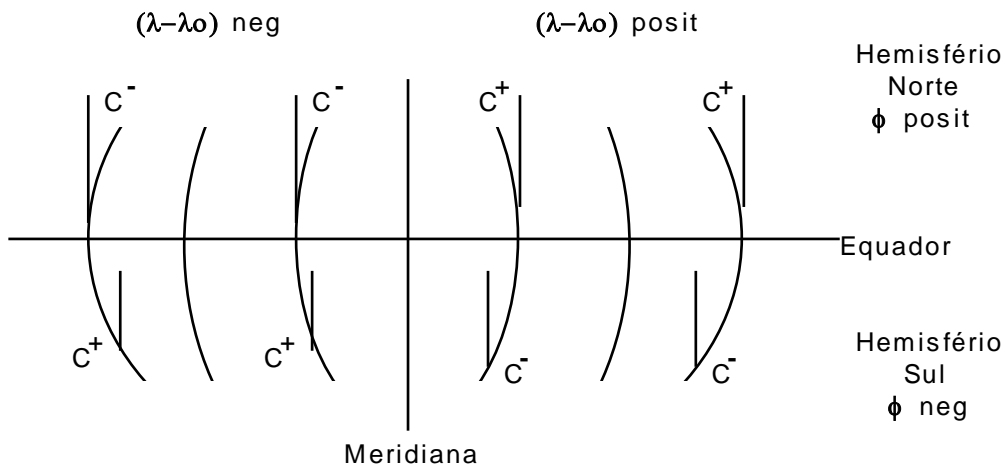


Fig. 23. Distribuição dos valores positivos e negativos de  $C_{UTM}$ .

## CAPÍTULO 3- EXERCÍCIOS PRÁTICOS

**3.1** Confirme o valor da convergência de meridianos para o centro da folha nº \_\_\_\_\_ da Carta Militar de Portugal.

**3.2** Converta o rumo  $58^{\circ} 10'$  referido à quadrícula TM/WGS84, no rumo correspondente referido à quadrícula UTM, sabendo que aquele rumo foi obtido num ponto de coordenadas geodésicas:

$$\phi = 41^{\circ} \text{ N} \quad \text{e} \quad \lambda = 8^{\circ} 48' \text{ WGr.}$$

**3.3** Considerando que o azimute medido a partir do Norte Cartográfico, de uma dada direção na folha nº \_\_\_\_\_ da Carta Militar de Portugal, é igual a  $75^{\circ}$ , calcule o correspondente azimute verdadeiro e azimute magnético.

**3.4** (Exercício a realizar nos computadores)

**a)** Aceda ao sítio de internet da DGT para descarregar o ficheiro vetorial (Cont\_troco\_CAOP2016) com as divisões administrativas de Portugal Continental

([http://www.dgterritorio.pt/cartografia\\_e\\_geodesia/cartografia/carta\\_administrativa\\_oficial\\_de\\_portugal\\_caop/caop\\_em\\_vigor/](http://www.dgterritorio.pt/cartografia_e_geodesia/cartografia/carta_administrativa_oficial_de_portugal_caop/caop_em_vigor/));

**b)** Numa folha excel introduza a seguinte informação (coordenadas de alguns vértices geodésicos no sistema PT-TMo6/ETRS8g) retirada do sítio de internet da DGT e grave o ficheiro com o formato CSV (Comma Delimited)

([http://www.dgterritorio.pt/cartografia\\_e\\_geodesia/geodesia/redes\\_geodesicas/rede\\_geodesica\\_nacional/](http://www.dgterritorio.pt/cartografia_e_geodesia/geodesia/redes_geodesicas/rede_geodesica_nacional/));

Nome	Concelho	M (m)	P (m)
CATULO	Barcelos	-43773,49	207644,18
AFURADA	Vila Nova de Gaia	-42857,22	163762,24
CERRO	Bragança	127768,09	252570,26
VILAR FORMOSO	Almeida	108101,46	104734,75
VILA REAL SANTO ANTONIO	Vila R. S. A.	63650,74	-275208,54
VILA VERDE	Beja	13243,45	-183399,46
TORRE DE ASPA	Vila do Bispo	-72788,94	-286380,80
VILA MAGOS	Salvaterra de Magos	-57638,70	-71600,20

- c) Importe o ficheiro .csv para o ArcMap utilizando File\Add Data\Add XY Data e o ficheiro Cont\_AAD\_CAOP.shp (formato shapefile) utilizando File\Add Data\Add Data;
- d) Exporte o ficheiro com os 8 vértices geodésicos para o formato .shp e adicione uma coluna à sua tabela de atributos com o *Name* "conv\_merid" e o *Type* "double";
- e) Ative o modo de edição desse shapefile para o preenchimento dessa coluna que criou com o valor da convergência de meridianos em cada ponto utilizando o ArcToolbox (Cartography Tools\Data Driven Pages\Calculate Grid Convergence Angle)<sup>2</sup>.

---

<sup>2</sup> Utilizar GRAPHIC como *rotation method*.

**TRANSPORTE DE RUMOS**  
**TRANSPORTE DE COORDENADAS PLANIMÉTRICAS**

Por "Transporte de rumos" entende-se a determinação do rumo de uma direção a partir do rumo de outra direção. Veremos que, para que o transporte de rumos seja possível, é necessário o conhecimento do ângulo azimutal definido pelas duas direções.

Por "Transporte de coordenadas planimétricas" entende-se a determinação das coordenadas planimétricas de um ponto a partir das coordenadas planimétricas de outro ponto. Veremos que, para que o transporte de coordenadas planimétricas seja possível, é necessário o conhecimento da distância horizontal entre os dois pontos, e do rumo da direção por eles definida.

**4.1 TRANSPORTE DE RUMOS**

Numa linha poligonal, ao longo da qual se define um sentido de progressão, podemos considerar dois tipos de ângulos azimutais. Consideremos a linha poligonal A-B-C-D-E-F representada nas Fig. 24 e Fig. 25. O sentido de progressão é de A para F. O ângulo azimutal considerado em B tanto pode ser o ângulo  $\alpha_1 = \widehat{ABC}$ , como o ângulo  $\beta_1 = \widehat{CBA}$ .

Aos ângulos  $\alpha_i$  do primeiro tipo chamamos ângulos rodados para a frente, já que seguem o sentido de progressão da poligonal (Fig. 24); aos ângulos  $\beta_i$  do segundo tipo chamamos ângulos rodados para trás (Fig. 25). Note-se que ao considerarmos ângulos orientados, eles são-no sempre no sentido horário.

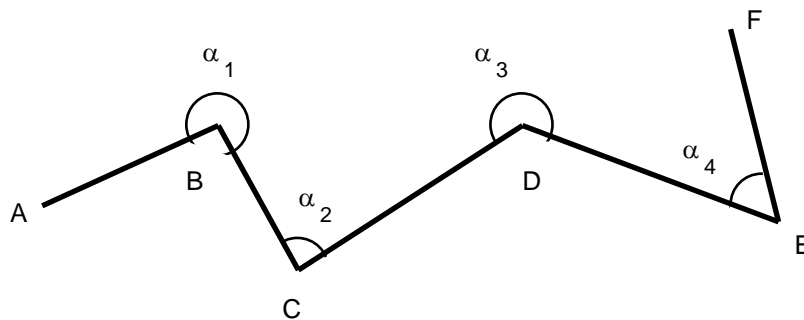


Fig. 24. Ângulos azimutais rodados para a frente.

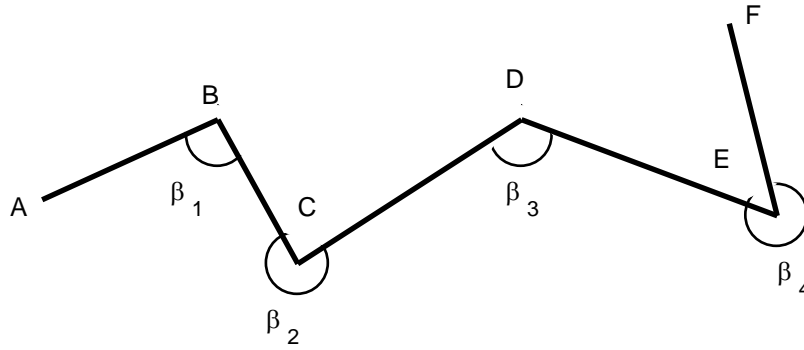


Fig. 25. Ângulos azimutais rodados para trás.

Vejamos como se podem determinar os rumos dos diversos lados da poligonal, conhecido que seja o rumo do primeiro lado.

- Com ângulos azimutais rodados para a frente:

Como facilmente se deduz da Fig. 26:

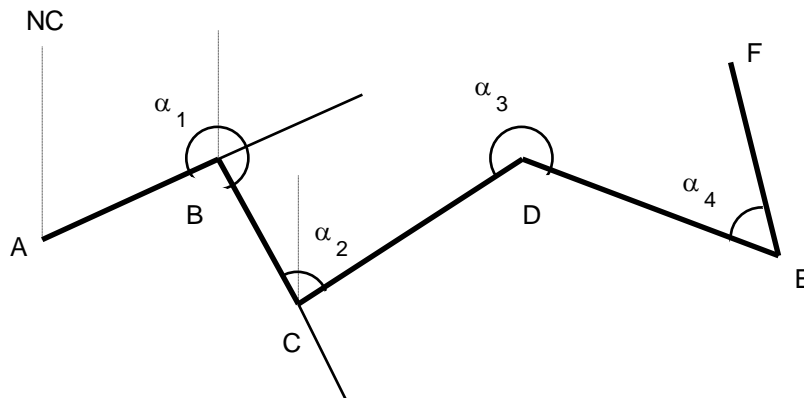


Fig. 26. Transporte de rumos com ângulos azimutais rodados para a frente.

$$i) \quad R_{AB} + 180^{\circ} + \alpha_1 - 360^{\circ} = R_{BC} \Leftrightarrow R_{BC} = R_{AB} + \alpha_1 - 180^{\circ}$$

$$ii) \quad R_{BC} + 180^{\circ} + \alpha_2 - 360^{\circ} = R_{CD} \Leftrightarrow R_{CD} = R_{BC} + \alpha_2 - 180^{\circ} \Leftrightarrow$$



$$\Leftrightarrow R_{CD} = (R_{AB} + \alpha_1 - 180^\circ) + \alpha_2 - 180^\circ \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow R_{CD} = R_{AB} + \alpha_1 + \alpha_2 - (2 \times 180^\circ)$$

e sucessivamente, até:

$$\text{iii) } R_{EF} = R_{AB} + \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 - (4 \times 180^\circ) =$$

$$= R_{AB} + \sum_{i=1}^4 \alpha_i - (4 \times 180^\circ)$$

Chamando  $l_1$  ao primeiro lado, de rumo conhecido, podemos escrever assim a expressão geral:

$$R l_n = R l_1 + \sum_{i=1}^{n-1} \alpha_i - (n-1) \cdot 180^\circ$$

- Com ângulos azimutais rodados para trás:

Duma forma análoga ao que fizemos para o caso anterior, podemos agora da Fig. 27 deduzir o seguinte:

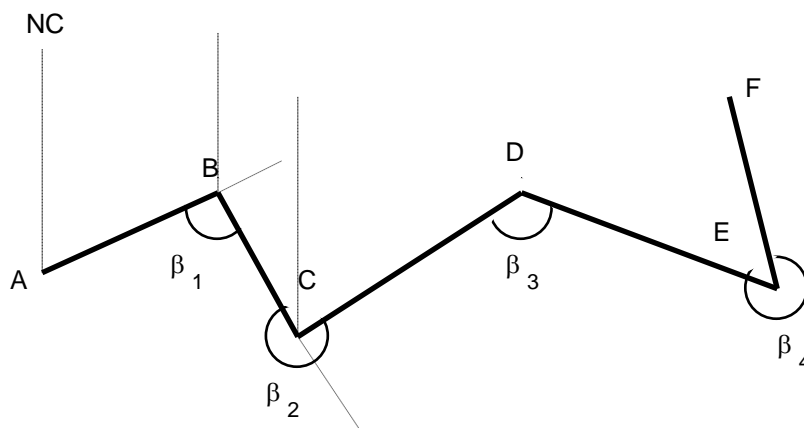


Fig. 27. Transporte de rumos com ângulos azimutais rodados para trás.

$$i) \quad R_{BC} + \beta_1 + 180^\circ - 360^\circ = R_{AB} \Leftrightarrow R_{BC} = R_{AB} - \beta_1 + 180^\circ$$

$$ii) \quad R_{CD} + \beta_2 + 180^\circ - 360^\circ = R_{BC} \Leftrightarrow R_{CD} = R_{BC} - \beta_2 + 180^\circ \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow R_{CD} = (R_{AB} - \beta_1 + 180^\circ) - \beta_2 + 180^\circ \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow R_{CD} = R_{AB} - \beta_1 - \beta_2 + (2 \times 180^\circ)$$

e sucessivamente, até:

$$iii) \quad R_{EF} = R_{AB} - \beta_1 - \beta_2 - \beta_3 - \beta_4 + (4 \times 180^\circ) =$$

$$= R_{AB} - \sum_{i=1}^4 \beta_i + (4 \times 180^\circ)$$

A expressão geral será agora: 
$$R I_n = R I_1 - \sum_{i=1}^{n-1} \beta_i + (n-1) \cdot 180^\circ$$

**Nota:** A aplicação destas expressões a figuras poligonais fechadas pode conduzir a valores de rumos superiores a  $360^\circ$  ou negativos. Nestes casos, obviamente, há que proceder às devidas conversões: no primeiro caso há que subtrair  $360^\circ$ , e no segundo caso há que somar  $360^\circ$  ao valor obtido.

#### 4.2 TRANSPORTE DE COORDENADAS PLANIMÉTRICAS

O problema que nos propomos agora resolver consiste em, conhecidas as coordenadas planimétricas  $M$  e  $P$  de um ponto  $A$ , determinar as coordenadas planimétricas de um outro ponto  $B$ . Vejamos então quais os elementos que é necessário conhecer para que o problema tenha solução (Fig. 28).

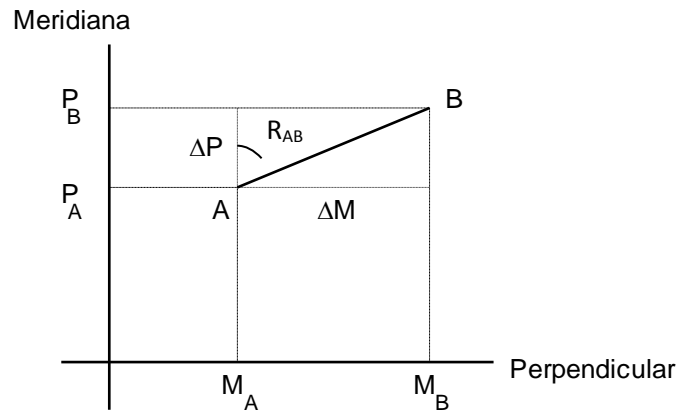


Fig. 28. Transporte de coordenadas planimétricas de A para B.

Como se pode ver na Fig. 28, para obtermos os valores  $M_B$  e  $P_B$  a partir de  $M_A$  e  $P_A$ , precisamos de calcular as diferenças  $\Delta M$  e  $\Delta P$ , chamadas "diferenças de coordenadas" ou "coordenadas diferenciais".

$$\Delta M = M_B - M_A$$

$$\Delta P = P_B - P_A$$

Estas diferenças de coordenadas serão então dadas por:

$$\Delta M = \overline{AB} \cdot \text{sen } R_{AB} = D \cdot \text{sen } R_{AB}$$

$$\Delta P = \overline{AB} \cdot \text{cos } R_{AB} = D \cdot \text{cos } R_{AB}$$

Concluimos assim que, para efetuar o transporte de coordenadas planimétricas entre dois pontos, é necessário conhecer a distância horizontal entre eles, bem como o rumo da direção por eles definida.

As coordenadas planimétricas do ponto B são então dadas por:

$$M_B = M_A + D \cdot \text{sen } R_{AB}$$

$$P_B = P_A + D \cdot \text{cos } R_{AB}$$

A dedução destas expressões foi feita para o caso em que tanto  $\Delta M$  como  $\Delta P$  são positivos, ou seja, o caso em que  $R_{AB}$  é um ângulo do 1º quadrante. Como facilmente se pode verificar, as mesmas expressões são válidas para os restantes casos.

### Problemas sobre coordenadas planimétricas

Conhecidas as coordenadas planimétricas de dois pontos, vejamos como poderemos calcular a distância horizontal entre eles, e o rumo da direção por eles definida.

#### 1º) Cálculo da distância horizontal

a) Dadas as coordenadas - como facilmente se conclui da Fig. 28:

$$D^2 = (\Delta M)^2 + (\Delta P)^2 \Leftrightarrow D = \sqrt{(\Delta M)^2 + (\Delta P)^2}$$

b) Dados o rumo da direção e as coordenadas - das fórmulas de transporte de coordenadas, podemos deduzir:

$$\Delta M = D \cdot \text{sen } R_{AB} \Leftrightarrow D = \frac{\Delta M}{\text{sen } R_{AB}} = \frac{M_B - M_A}{\text{sen } R_{AB}}$$

$$\Delta P = D \cdot \cos R_{AB} \Leftrightarrow D = \frac{\Delta P}{\cos R_{AB}} = \frac{P_B - P_A}{\cos R_{AB}}$$

## 2º) Cálculo do rumo da direção

Este problema consiste em calcular o rumo  $R_{AB}$ , quando se conhecem as coordenadas  $M_A$ ,  $P_A$ ,  $M_B$  e  $P_B$ .

Para um rumo do 1º quadrante a solução é simples, como se pode ver na Fig. 29:

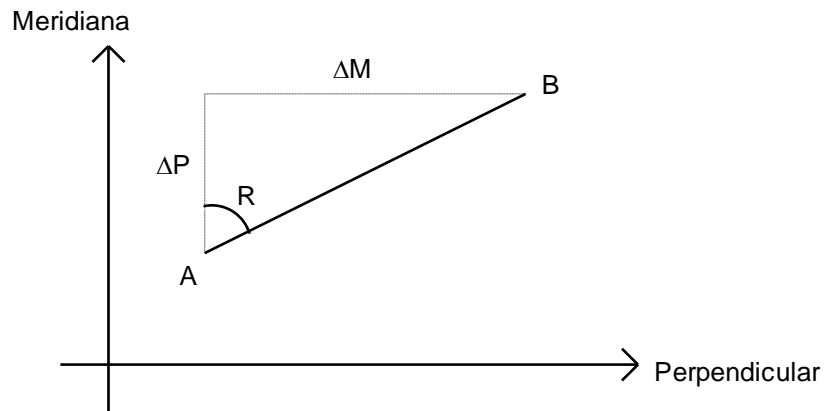


Fig. 29. Cálculo do rumo da direção AB.

$$\operatorname{tg} R_{AB} = \frac{\Delta M}{\Delta P} = \frac{M_B - M_A}{P_B - P_A} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_{AB} = \operatorname{arctg} \frac{M_B - M_A}{P_B - P_A}$$

Uma vez que tanto  $\Delta M$  como  $\Delta P$  são quantidades positivas, o valor, obtido em qualquer calculadora, para aquele arco de tangente é já o valor do rumo pretendido. Quando pelo menos uma das quantidades  $\Delta M$  e  $\Delta P$  é negativa, o que acontece quando o rumo é de qualquer quadrante que não o 1º, o valor obtido para aquele arco de tangente não é o valor do rumo pretendido; lembremos que os valores fornecidos pelas calculadoras para os arcos de tangente variam entre  $-90^\circ$  e  $+90^\circ$ , enquanto que os valores dos rumos variam entre  $0^\circ$  e  $360^\circ$ .

Vejamos então como poderemos calcular os valores dos rumos pretendidos, a partir dos valores obtidos para aquele arco de tangente. Na fig. 30 mostra-se a relação entre  $R_{AB}$  e o valor do ângulo  $\alpha$  fornecido pela calculadora, em que:

$$\alpha = \text{arctg} \frac{M_B - M_A}{P_B - P_A}$$

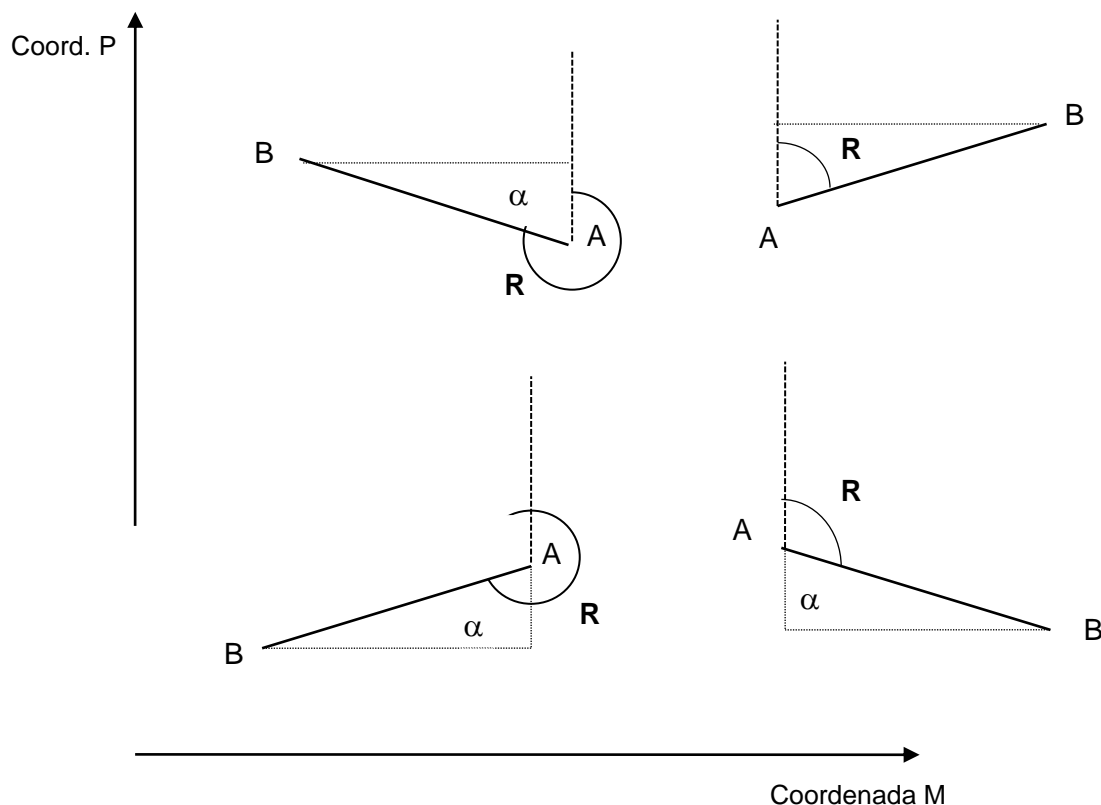


Fig. 30. Cálculo do rumo da direção AB para os quatro quadrantes.

- Se  $R_{AB}$  pertence ao **1º quadrante**:

$$\Delta M = M_B - M_A > 0$$

$$\Delta P = P_B - P_A > 0$$

Os sinais do quociente  $\frac{M_B - M_A}{P_B - P_A}$  são  $\frac{+}{+} \Rightarrow \alpha = \arctg \frac{M_B - M_A}{P_B - P_A} > 0$

O rumo pretendido é:  $R_{AB} = \alpha$

- Se  $R_{AB}$  pertence ao **2º quadrante**:

$$\Delta M = M_B - M_A > 0$$

$$\Delta P = P_B - P_A < 0$$

Os sinais do quociente  $\frac{M_B - M_A}{P_B - P_A}$  são:  $\frac{+}{-} \Rightarrow \alpha = \arctg \frac{M_B - M_A}{P_B - P_A} < 0$

O rumo pretendido é:  $R_{AB} = \alpha + 180^\circ$

- Se  $R_{AB}$  pertence ao **3º quadrante**:

$$\Delta M = M_B - M_A < 0$$

$$\Delta P = P_B - P_A < 0$$

Os sinais do quociente  $\frac{M_B - M_A}{P_B - P_A}$  são:  $\frac{-}{-} \Rightarrow \alpha = \text{arctg} \frac{M_B - M_A}{P_B - P_A} > 0$

O rumo pretendido é:  $R_{AB} = \alpha + 180^\circ$

- Se  $R_{AB}$  pertence ao **4º quadrante**:

$$\Delta M = M_B - M_A < 0$$

$$\Delta P = P_B - P_A > 0$$

Os sinais do quociente  $\frac{M_B - M_A}{P_B - P_A}$  são:  $\frac{-}{+} \Rightarrow \alpha = \text{arctg} \frac{M_B - M_A}{P_B - P_A} < 0$

O rumo pretendido é:  $R_{AB} = \alpha + 360^\circ$



## CAPÍTULO 4- EXERCÍCIOS PRÁTICOS

4.1 Numa poligonal de vértices identificados por letras de A a G, mediram-se os ângulos azimutais nas sucessivas estações. Determine o rumo da direção GF, conhecidos que são os seguintes valores:

$$R_{AB} = 221^{\circ}$$

Ângulos azimutais: rodados para a frente    rodados para trás

$$B = 195^{\circ}$$

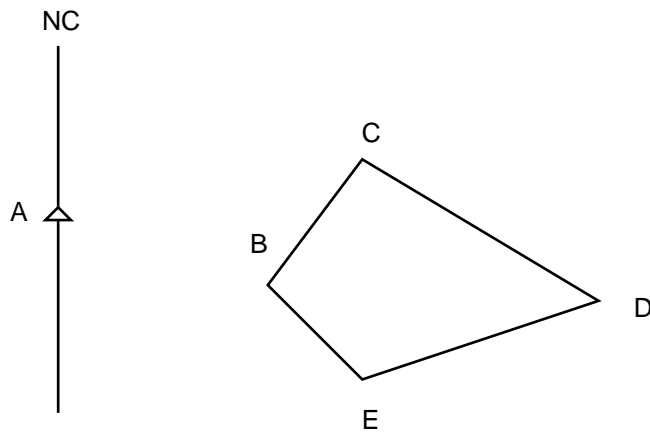
$$E = 252^{\circ}$$

$$C = 50^{\circ}$$

$$F = 160^{\circ}$$

$$D = 210^{\circ}$$

4.2 Dado o rumo da direção AB e os ângulos azimutais seguintes, determine o rumo da direção DE, utilizando os diferentes trajetos possíveis:

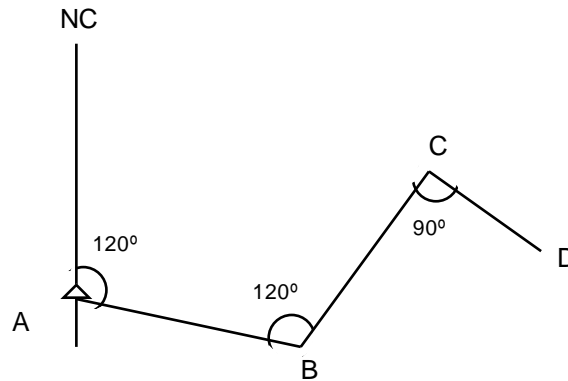


$$R_{AB} = 120^{\circ}; \quad \hat{A}BC = 100^{\circ}; \quad \hat{D}CB = 90^{\circ}; \quad \hat{C}DE = 290^{\circ}; \quad \hat{B}ED = 120^{\circ}.$$

4.3 De acordo com a figura seguinte, e com os elementos dados, determine:

a)  $R_{DC}$

b)  $M_C$  e  $P_C$



$$M_A = 1\,000.0 \text{ m}$$

$$P_A = -80.0 \text{ m}$$

$$\overline{AB} = 100.0 \text{ m}; \quad \overline{BC} = 100.0 \text{ m}; \quad \overline{CD} = 80.0 \text{ m}.$$

4.4 Considere a poligonal representada na figura seguinte, da qual se obtiveram os seguintes elementos:

$$M_A = -100 \text{ m}$$

$$M_B = -20 \text{ m}$$

$$M_E = 200 \text{ m}$$

$$P_A = 5 \text{ m}$$

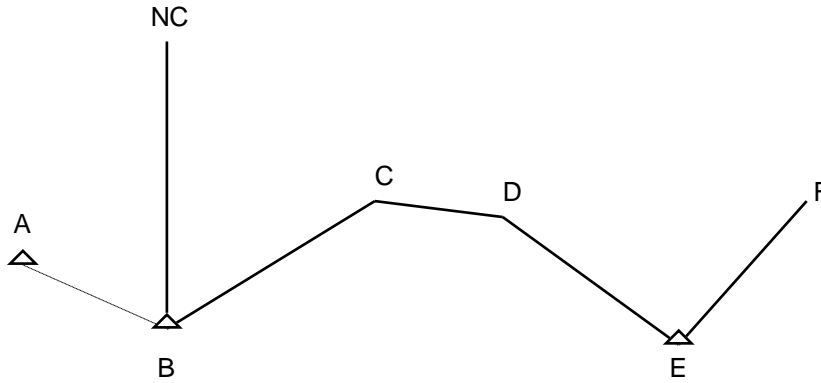
$$P_B = -15 \text{ m}$$

$$P_E = -3 \text{ m}$$

$$R_{BC} = 40^\circ 00'$$

$$\hat{D}\hat{C}\hat{B} = 130^\circ 00'; \quad \hat{D}\hat{E}\hat{F} = 140^\circ 00'$$

$$\overline{BC} = 80 \text{ m}; \quad \overline{CD} = 70 \text{ m}; \quad \overline{EF} = 90 \text{ m}$$



Determine:

- a)  $R_{AB}$       b)  $\overline{AB}$       c)  $\hat{A}BC$       d)  $M_D$  e  $P_D$       e)  $M_F$  e  $P_F$

4.5 Calcule o rumo da direção AB e as coordenadas planimétricas do ponto C (com aproximação ao centímetro), tendo em conta os valores dados:

$$M_A = 130.563 \text{ m}$$

$$P_A = -65.312 \text{ m}$$

$$C_A = 100 \text{ m}$$

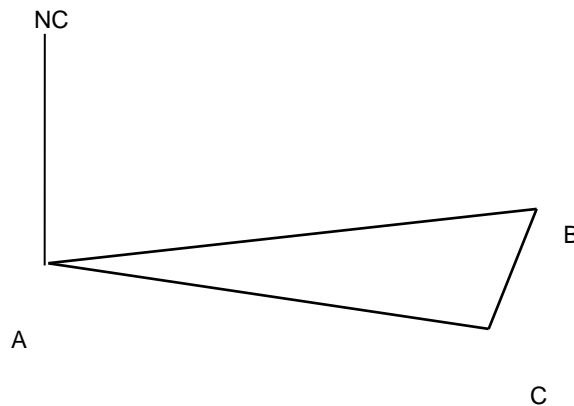
$$C_B = 130 \text{ m}$$

$$C_C = 136 \text{ m}$$

$$R_{AC} = 100^\circ$$

$$\hat{A}BC = 278^\circ; \quad \hat{B}CA = 274^\circ$$

$$\text{Distâncias inclinadas: } \overline{AB}_i = 50.00 \text{ m}; \quad \overline{BC}_i = 10.27 \text{ m}.$$



4.6 Determine a declinação magnética (do Norte Geográfico) num ponto A de coordenadas TM/WGS84 (R0550.8685), na época em que se mediu o azimute magnético para um vértice B de coordenadas TM/WGS84 conhecidas.

Dados:  $Az_m(AB) = 324.444 \text{ gd}$   $\phi_A = 38^\circ 39' \text{ N}$   
 Ponto B (Q9853.8875)  $\lambda_A = 9^\circ 13' \text{ W Gr}$

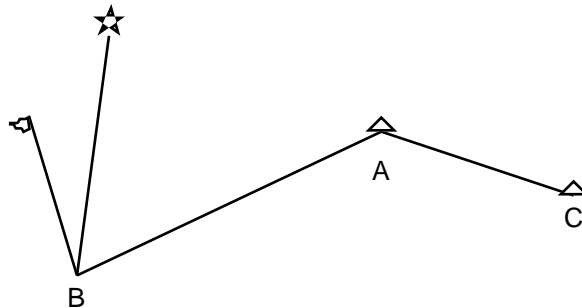
4.7 Estacionando num vértice geodésico A, de coordenadas UTM conhecidas, mediu-se o azimute magnético para outro vértice B; mediu-se ainda a distância inclinada e a inclinação da visada. Determine as coordenadas UTM do ponto B.

Dados: A: 29S ( $M_A = 597.64 \text{ km}$ ;  $P_A = 4\,101.06 \text{ km}$ )  $\overline{AB}_i = 5\,250 \text{ m}$   
 $Az_m(AB) = 133.520 \text{ gd}$   $i = -10 \text{ gd}$   
 $\phi_A = 37^\circ 03' \text{ N}$   
 $\lambda_A = 7^\circ 54' \text{ W Gr}$   
 $\delta(A) = 6^\circ 11' \text{ W}$

4.8 Conhecidas as coordenadas TM/WGS84 dos pontos A e C, estacionou-se num outro ponto B e mediu-se o azimute magnético para o ponto A. Do ponto B conhecem-se as coordenadas geográficas e a declinação magnética. Determine:

- As coordenadas retangulares TM/WGS84 de B.
- O ângulo azimutal  $\widehat{CAB}$ .
- A distância inclinada entre A e C.

Dados:	$Az_m(BA) = 89.400 \text{ gd}$	$\delta(B) = -9^{\circ} 00'$	$\overline{AB} = 8\,000 \text{ m}$
	$M_A = -10\,000 \text{ m}$	$\phi_B = 40^{\circ} 00' \text{ N}$	$M_C = 20\,000 \text{ m}$
	$P_A = 500 \text{ m}$	$\lambda_B = 9^{\circ} 00' \text{ W Gr}$	$P_C = -3\,000 \text{ m}$
	$C_A = 100 \text{ m}$		$C_C = 250 \text{ m}$



4.9 (Exercício a realizar nos computadores)

Utilizando o ficheiro vetorial de pontos (correspondentes aos vértices geodésicos) que criou no exercício 3.4, realize as seguintes tarefas:

- Crie um ficheiro vetorial (shapefile) de linhas (Polyline) no Arc Catalog, depois ative o modo de edição para criar linhas (direções) entre os vértices geodésicos, quando terminar guarde o ficheiro;
- Aceda ao ArcToolbox (Data Management Tools\Features\Add Geometry Attributes) para calcular para cada uma das linhas o seu comprimento (Length) e o seu rumo (Line Bearing).

**ALTIMETRIA**  
**CONCEITOS FUNDAMENTAIS**  
**TRANSPORTE DA COORDENADA ALTIMÉTRICA**  
**REPRESENTAÇÃO DO RELEVO - MÉTODO DAS CURVAS DE NÍVEL**

De acordo com o que vimos em capítulos anteriores, é possível projetar qualquer ponto da superfície terrestre sobre um plano horizontal de referência, de forma a que a projeção desse ponto sobre o plano fique perfeitamente definida através de duas coordenadas. Bastou, para isso, definir um referencial de coordenadas planas. Por consequência, as coordenadas planas de um ponto são função da posição que esse ponto ocupa no plano.

No entanto, um ponto da superfície terrestre, como qualquer ponto de um espaço tridimensional, não fica perfeitamente definido só com as suas coordenadas planimétricas; é necessário conhecer também a sua coordenada altimétrica, medida ao longo de um eixo perpendicular ao plano de projeção, ou seja, perpendicular ao plano da carta.

À coordenada altimétrica de um ponto chama-se, em Topografia, “cota”. A “altitude ortométrica” é o caso particular, se bem que corrente, de uma cota para a qual se tomou como superfície de referência a superfície definida pelo nível médio das águas do mar (ou seja, o geóide). Recentemente, e associadas sobretudo a observações GPS, tem-se vindo a considerar cotas relativas à superfície do elipsóide (“altitudes elipsoidais”).

**TRANSPORTE DA COORDENADA ALTIMÉTRICA**

O transporte da coordenada altimétrica entre dois pontos consiste na determinação da cota de um ponto B a partir da cota de um outro ponto A. À semelhança do que fizemos para as coordenadas planimétricas, vejamos quais os elementos cujo conhecimento é necessário (Fig. 31).

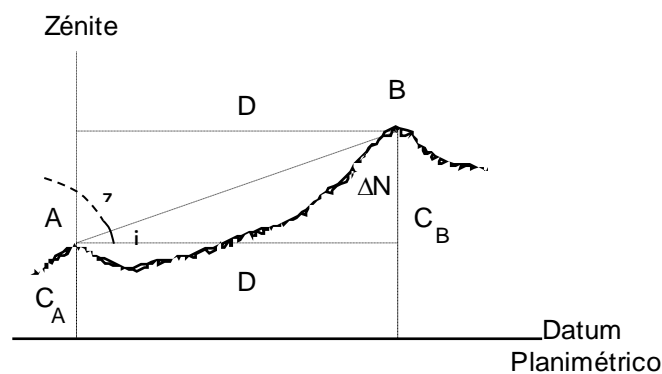


Fig. 31. Transporte da coordenada altimétrica de A para B.

A diferença de coordenadas a determinar é:

$$\Delta N = C_B - C_A$$

Como se pode ver na figura 31:

$$\Delta N = D_i \cdot \text{sen } i = D \cdot \text{tg } i$$

ou se, em vez da inclinação da visada, conhecermos o ângulo zenital:

$$\Delta N = D_i \cdot \cos z = \frac{D}{\text{tg } z} = D \cdot \text{cotg } z$$

Concluimos agora que, para efetuar o transporte da coordenada altimétrica entre dois pontos, é necessário conhecer a distância entre eles, bem como a inclinação, ou o ângulo zenital, da visada por eles definida.

A cota do ponto B será:

$$C_B = C_A + \Delta N = C_A + D \cdot \text{tg } i = C_A + D \cdot \text{cotg } z$$

## REPRESENTAÇÃO DO RELEVO - MÉTODO DAS CURVAS DE NÍVEL

A dificuldade em representar, sobre uma carta, a coordenada altimétrica de um ponto resulta do facto de, ao contrário das coordenadas planimétricas, ela não poder ser conhecida a partir da posição do ponto projetado sobre a carta. Ou seja, enquanto que as coordenadas planimétricas podem ser medidas diretamente sobre a carta, tal não se passa com a coordenada altimétrica. Como consequência disto, depois de desenhada sobre a carta toda a informação relativa à planimetria, é necessário juntar um nível de informação relativo à altimetria, que permita conhecer a terceira coordenada de cada ponto representado, e assim traduzir o relevo do terreno.

Como facilmente se compreende, é inviável escrever sobre uma carta os valores das cotas de todos os pontos representados. Mesmo uma rede densa de pontos cotados tornaria a carta ilegível. Surgiram por isso vários métodos que permitem fazer, de uma forma mais ou menos esquemática, mais ou menos

sugestiva, a representação do relevo do terreno. De todos esses métodos, o mais preciso e por isso o mais utilizado, é o "Método das Curvas de Nível".

Seguidamente apresentam-se alguns dos conceitos fundamentais para a compreensão do método das curvas de nível e para a interpretação da informação altimétrica constante de uma carta.

### **Curva de nível**

Linha plana que resulta da interseção do terreno com um plano horizontal.

Uma curva de nível é assim uma linha fechada (ainda que não feche dentro da carta considerada), e todos os seus pontos têm a mesma cota.

As curvas de nível representadas numa carta são geradas por diversos planos horizontais - ou "planos de nível" - de forma a que a distância (obviamente medida na vertical) entre dois planos consecutivos seja sempre igual. A essa distância constante chama-se "equidistância".

### **Equidistância natural (E)**

Distância entre sucessivos planos de nível, expressa em verdadeira grandeza.

### **Equidistância gráfica (e)**

Equidistância natural reduzida à escala da carta:

$$E = e \cdot N$$

A regra clássica consiste em tomar para a equidistância gráfica o valor 0.5 mm. Como exceção temos as cartas nas escalas 1/250 000 e 1/25 000, para as quais se tomou  $e = 0.4$  mm, obtendo-se equidistâncias naturais de 100 m e 10 m, respetivamente.

### **Perfil sobreelevado**

Representação esquemática do perfil do terreno para a qual se tomou uma escala "vertical", ou altimétrica, superior à escala "horizontal", ou planimétrica. Se, por exemplo, a escala vertical for 10 vezes superior à escala horizontal, o relevo do terreno surgirá sobreelevado 10 vezes, sendo assim mais evidente.

### **Inclinação (i) de uma reta**

O menor ângulo que uma dada reta faz com o plano horizontal.



## Declive

Tangente trigonométrica do ângulo de inclinação (Fig. 32).

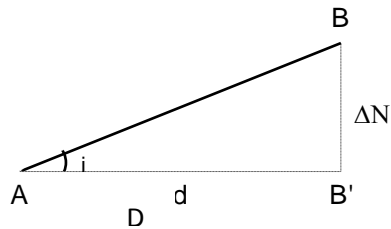


Fig. 32. Inclinação de uma linha AB.

O declive de AB é dado pela seguinte relação:

$$\text{decl} = \text{tg } i = \frac{BB'}{AB'} = \frac{\Delta N}{D}$$

em que  $BB'$  representa a diferença de cotas ou altitudes ( $\Delta N$ ) dos pontos A e B, e  $AB'$  a distância horizontal (D) entre os pontos A e B.

Se por A e B passarem curvas de nível sucessivas,  $BB'$  será a equidistância natural (E). Neste caso temos a seguinte relação:

$$\text{decl} = \text{tg } i = \frac{E}{D}$$

O valor do declive manter-se-á se a equidistância considerada for a gráfica e a distância horizontal  $AB'$  (D) for expressa também em valor gráfico (ab.N ou d.N) de acordo com a escala da carta ( $E=1/N$ ), sendo assim podemos ter também a seguinte relação:

$$\text{decl} = \text{tg } i = \frac{e.N}{ab.N} = \frac{e}{d}$$

onde ab representa a projeção na carta de AB ou de  $AB'$ .

Como é fácil verificar, os valores da inclinação de uma reta variam entre  $0^{\circ}$  e  $90^{\circ}$ , e os valores do declive variam entre 0 e  $+\infty$ .

As noções de inclinação e de declive podem-se transportar para o caso de considerarmos um plano em vez de uma reta; neste caso precisamos de introduzir a noção de "reta de maior declive".

### Reta de maior declive de um plano

A reta que, de entre todas as retas do plano, faz o maior ângulo com o plano horizontal (Fig. 33). As retas de maior declive são perpendiculares às retas de nível do plano, pelo que as respetivas projeções sobre um plano horizontal são também perpendiculares.

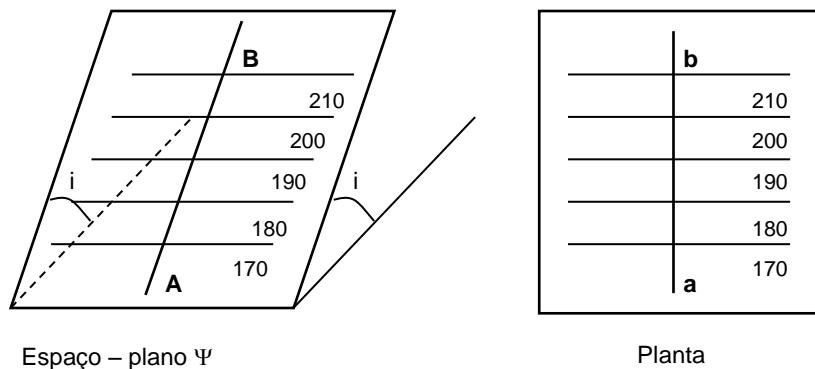


Fig. 33. Reta de maior declive de um plano.

No caso da Fig. 33, a reta de maior declive do plano  $\Psi$  será AB que se projetará segundo ab, perpendicularmente ao feixe de retas paralelas.

### Inclinação (i) de um plano

A inclinação de um plano define-se pela inclinação da sua reta de maior declive. O declive de um plano será assim o declive das suas retas de maior declive.

No caso de uma porção de terreno plano, e com uma determinada inclinação  $i$ , as curvas de nível serão retilíneas e paralelas. Da relação

$$\text{decl} = \text{tg } i = \frac{\Delta N}{D}$$

deduzimos que, para um mesmo desnível entre as curvas de nível, isto é, para uma mesma equidistância, quanto maior for o declive, menor é a distância horizontal entre as curvas. Isto significa que, para uma mesma equidistância, quanto maior for a densidade de curvas de nível sobre a carta, mais inclinado é o terreno.

Falta apenas considerar o caso mais geral em que o terreno não é plano. Neste caso as curvas de nível não são retilíneas e o declive do terreno varia de ponto para ponto. Necessitamos por isso de introduzir as seguintes noções:

### Reta de maior declive num ponto de uma superfície

De entre as retas de maior declive do plano tangente nesse ponto à superfície considerada, é a reta que passa por esse ponto.

Por outras palavras, considere o plano tangente nesse ponto à superfície considerada; considere seguidamente o conjunto das retas de maior declive desse plano tangente. Finalmente, desse conjunto, tome a reta que passa pelo ponto em causa.

### Linhas de maior declive de uma superfície

Linhas dessa superfície que, em cada um dos seus pontos, têm a direção da reta de maior declive nesse ponto.

Em geral, a inclinação de um terreno tem o mesmo intervalo de variação da inclinação de uma reta, ou seja, de  $0^{\circ}$  e  $90^{\circ}$ ; no entanto existem casos de valores de inclinação do terreno superiores a  $90^{\circ}$ , aos quais correspondem valores de declive negativos (Fig. 34).

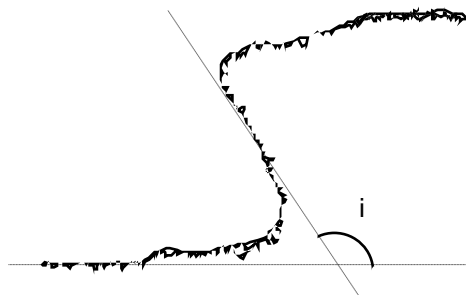
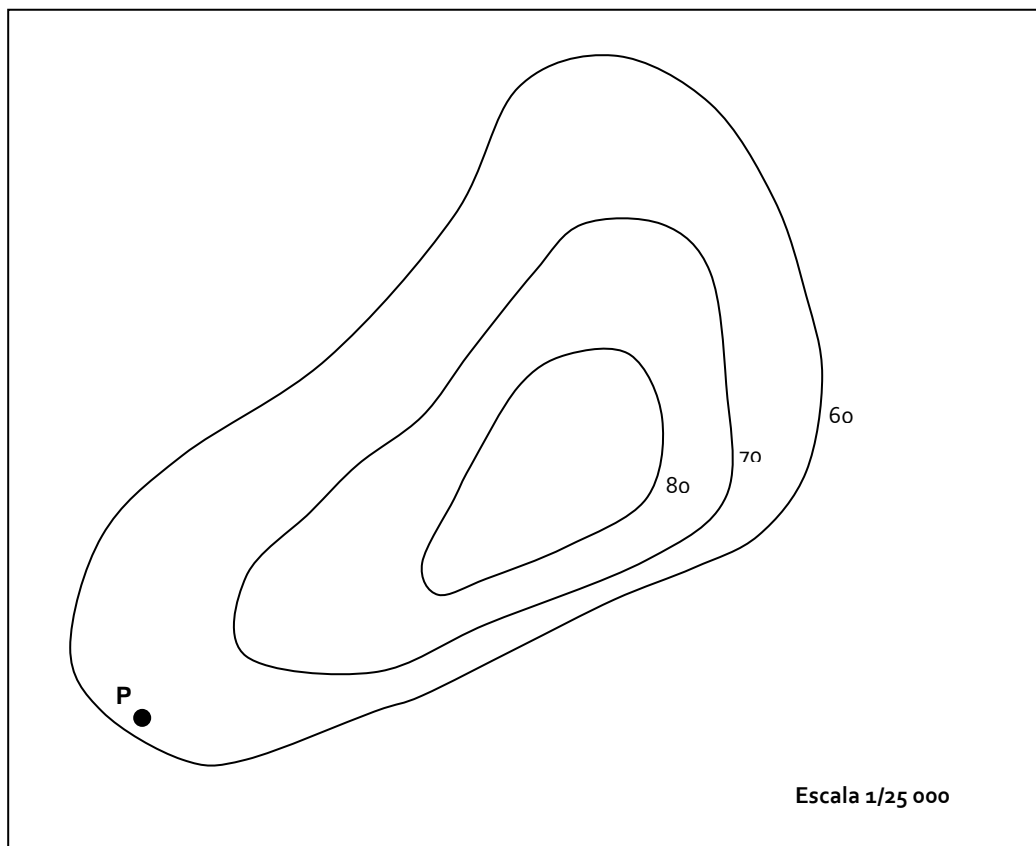


Fig. 34. Terreno de declive negativo.

## CAPÍTULO 5- EXERCÍCIOS PRÁTICOS

- 5.1** Pretende-se construir uma estrada com um declive de 8% a ser implantada numa carta na escala 1/25 000 ( $e = 0.4$  mm). Que distância separará duas curvas de nível consecutivas?
- 5.2** Qual o declive de uma estrada que se encontra representada numa planta na escala 1/10 000 ( $e = 0.5$  mm), sendo a distância entre as curvas de nível constante e igual a 8 mm?
- 5.3** Para as escalas 1/100 000, 1/50 000, 1/25 000 e 1/10 000, determine o maior declive representável sem supressão de curvas de nível.
- 5.4 a)** Determine a cota do ponto P representado no esboço abaixo, que está desenhado na escala 1/25 000.
- b)** Sobre a linha de maior declive que passa por P, marque um ponto Q de cota 67 m.
- c)** Determine o declive dessa linha de maior declive, entre as cotas 60 m e 70 m.



5.5 Desenhe um vale<sup>3</sup> usando curvas de nível, na escala 1/10 000, de modo a que o talvegue<sup>4</sup> tenha um declive constante de 10%.

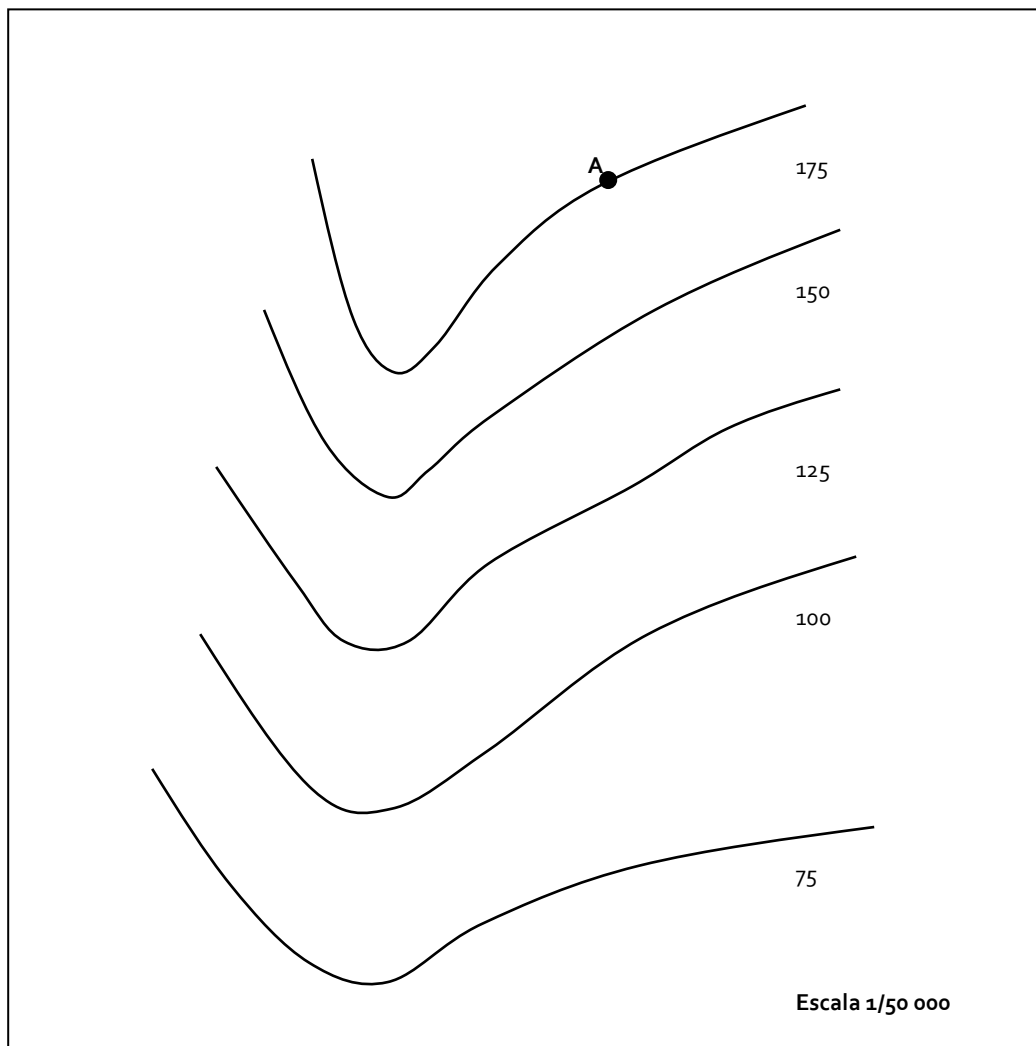
5.6 Considere dois pontos A e B, cujas representações numa carta na escala 1/25 000 distam entre si 8 cm, e cujas cotas são, respectivamente, 321 m e 879 m.

a) Qual a distância inclinada entre dois pontos A e B?

b) Qual o declive da visada BA?

c) Qual a inclinação da visada AB? E da visada BA?

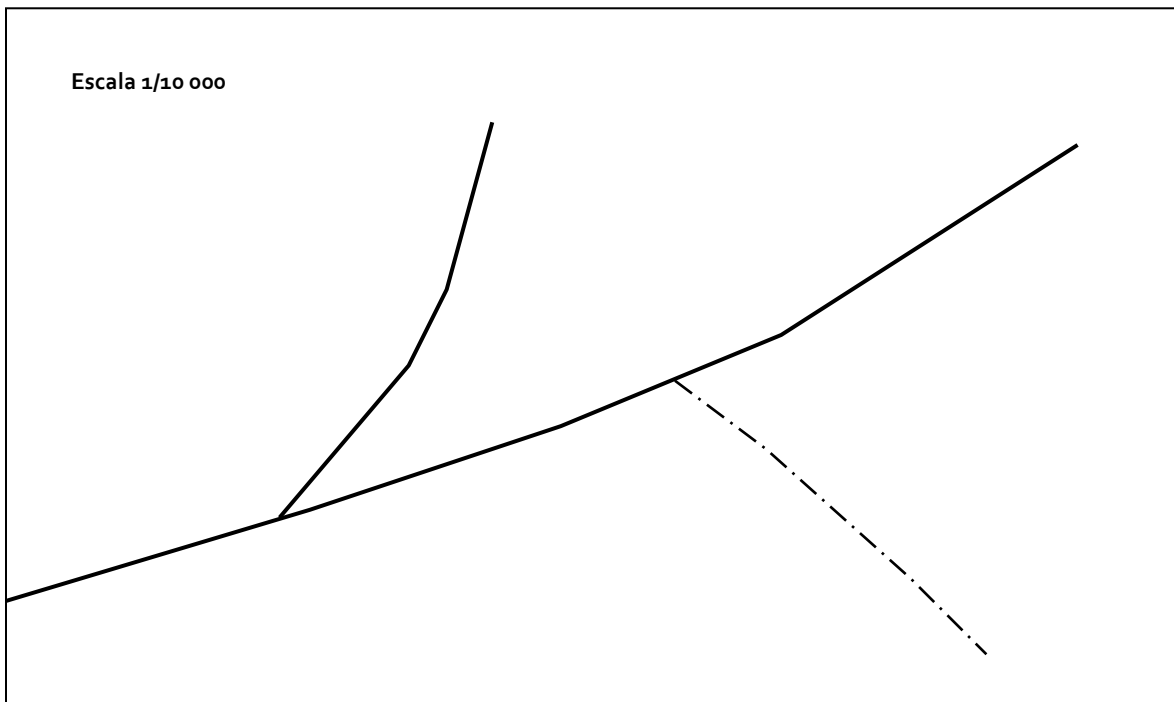
5.7 Trace uma estrada que desça do ponto A até à cota 75 m, com um declive constante de 2.5% sempre que tal seja possível. Se não o for, use o declive que proporcione o trajecto mais curto, indicando o valor desse declive.



<sup>3</sup> Num vale, as curvas de nível de maior cota envolvem as de menor cota.

<sup>4</sup> Linha de maior declive do terreno ou linha de reunião de águas.

- 5.8 Sabendo que o ângulo de inclinação da linha que une um ponto A, de cota 352 m, com um ponto B, de cota desconhecida, é de  $7^{\circ} 20'$ , e que a distância horizontal entre esses dois pontos é representada por um segmento de 32 mm numa carta na escala 1/25 000, determine a cota do ponto B.
- 5.9 Pretende-se implantar numa carta uma estrada de declive constante e igual a 5%, sobre uma encosta plana cujas linhas de maior declive se orientam exactamente na direcção da Meridiana, descendo para Norte. Qual o rumo da estrada, no sentido da subida, atendendo a que, numa planta na escala 1/5 000, o afastamento das curvas de nível mestras consecutivas naquela zona é de 100 m (medido na escala gráfica), sendo a equidistância gráfica a clássica, e a frequência de curvas de nível mestras de uma em quatro?
- 5.10 Na figura, as linhas a cheio são linhas de água, e a linha a tracejado é uma linha de maior declive do terreno. Desenhe uma configuração possível para as curvas de nível.



### 5.11 (Exercício a realizar nos computadores)

- a) Recorrendo à aplicação Google Earth, defina uma linha entre 2 pontos, preferencialmente numa zona do País com um relevo acentuado (por exemplo, a Serra da Estrela ou o vulcão da Ilha do Pico), utilizando a ferramenta Adicionar Caminho, existente na barra de ferramentas, e selecionado OK para terminar o caminho;
- b) Obtenha o perfil longitudinal correspondente a essa linha selecionando-o com o botão da direita do rato e escolhendo a opção Mostrar perfil de elevação;
- c) Identifique o comprimento, os declives máximos (positivo e negativo) e a altitude máxima do caminho definido, observando a informação complementar associada ao gráfico do perfil<sup>5</sup>.

### 5.12 (Exercício a realizar nos computadores)

Importe para o ArcScene do software ArcGis os ficheiros ORTO\_CampoGrande\_etr89.tiff (ortofoto<sup>6</sup> com 0.5 m de resolução espacial<sup>7</sup>) e LIDAR\_CampoGrande\_etr89.tiff (modelo digital de superfície<sup>8</sup> com 1 m de resolução espacial). Selecionando a ortofoto, clicar no botão da direita e escolher PROPERTIES. Na janela "Layer Properties", escolher a janela "Base Heights". Nessa janela selecionar as seguintes opções:

---

<sup>5</sup> Ao passar o cursor do rato ao longo do gráfico do perfil, terá a identificação de cada uma destas variáveis ao longo do caminho e no mapa será apresentada uma seta vermelha com o valor do declive, da altitude e da distância correspondente ao mesmo ponto.

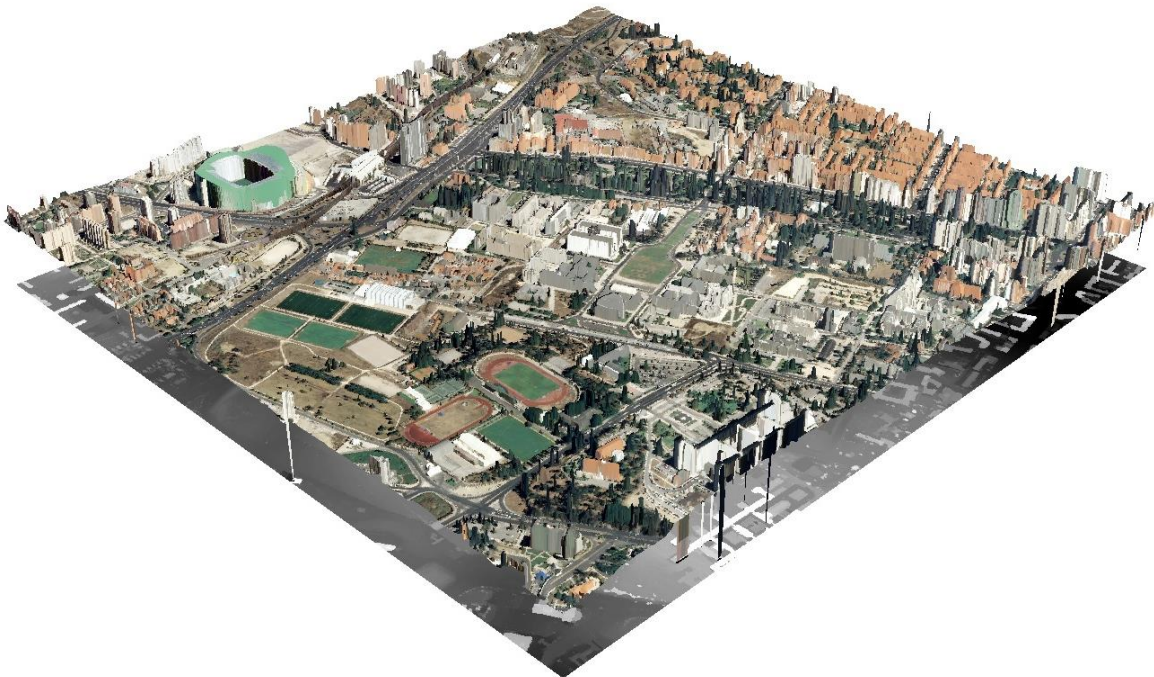
<sup>6</sup> Uma ortofoto (do grego orthós: correto, exato) é uma representação fotográfica de uma região da superfície terrestre, na qual todos os elementos apresentam a mesma escala, livre de erros e deformações, com a mesma validade de um plano cartográfico. As ortofotos resultam de um conjunto de imagens aéreas (adquiridas por avião ou satélite) corrigidas digitalmente para representar uma projeção ortogonal sem efeitos de perspectiva, nas quais é possível realizar medições exatas, ao contrário de uma fotografia aérea simples, que apresenta deformações causadas pela perspectiva da câmara, a altitude e/ou da velocidade com que se move a câmara. A este processo de correção digital é chamado de ortoretificação.

<sup>7</sup> A resolução espacial de um ficheiro matricial (imagem) consiste no tamanho do menor objeto possível de ser identificado na imagem (tamanho do pixel da imagem). Numa imagem com resolução espacial de 10 m, em que cada pixel tem 10 m X 10 m, qualquer objeto com dimensões menores que isso não será teoricamente visível na imagem.

<sup>8</sup> Um modelo digital de superfície (MDS) é um modelo que descreve a superfície do terreno, incluindo estruturas. Neste caso, o MDS foi produzido com base na tecnologia de varrimento por laser (LIDAR), que permite a obtenção de dados altimétricos relativos a todos os objetos existentes no terreno com elevada resolução altimétrica.

- Floating on a custom surface (secção Elevation from surfaces) para que a ortofoto cubra o MDS escolhendo o MDS como superfície de referência;
- Factor to convert layer elevation values to scene units (secção Elevation from features) para aplicar uma sobre-elevação de 1.5, por exemplo;
- Add a constant elevation offset in scene units (secção Layer offset) para separar a ortofoto da superfície de referência utilizar, por exemplo, o valor 5.
- 

Utilizar o rato para fazer Zoom in e Zoom out e para rodar o modelo 3D.



**5.13** A figura abaixo consiste numa matriz de pontos cotados (cotas em metros).

**a)** Por interpolação linear entre pares de pontos, determine o traçado aproximado das curvas de nível de cotas compreendidas entre 30 m e 90 m, e equidistantes de 10 m.

**b)** Identifique as formas de relevo representadas (vale ou terço<sup>9</sup>), bem como os talwegues e as linhas de fecho<sup>10</sup> eventualmente existentes.

<sup>9</sup> Num terço, as curvas de nível de menor cota envolvem as de maior cota.

<sup>10</sup> Linha de separação de águas.



57.3	53.6	47.7	44.8	44.0	49.1	59.8	70.0	79.7	87.5	92.2	90.5	85.9
49.2	45.8	40.9	38.2	39.9	48.5	60.0	70.9	80.6	88.9	91.8	83.3	79.1
40.0	37.5	33.1	32.1	40.5	50.0	61.7	72.5	82.2	86.1	82.0	77.8	72.5
33.1	29.9	28.1	35.5	44.9	54.7	65.3	74.5	81.1	80.0	75.0	70.0	68.5
26.8	24.4	32.2	40.3	49.1	58.1	67.5	73.3	76.0	72.5	68.1	67.2	66.0
22.5	30.8	38.1	44.8	51.4	60.0	66.0	70.0	69.8	69.5	69.2	70.0	69.0
28.7	35.6	41.0	47.5	53.2	59.0	65.7	68.8	69.9	73.4	76.3	78.8	78.0
31.8	38.8	43.2	48.8	53.9	58.6	65.7	69.8	76.3	80.7	84.5	87.5	86.6
35.7	41.1	45.8	50.0	54.7	58.9	65.5	74.5	82.0	89.5	98.0	98.5	87.5
38.7	42.5	46.3	51.2	55.0	58.2	66.0	76.0	85.5	91.0	88.0	82.5	78.0
40.0	43.8	47.5	51.0	54.8	57.7	64.4	71.3	80.0	79.8	78.0	74.0	70.0
40.9	44.0	48.0	50.9	54.4	57.9	60.3	66.3	69.1	68.8	67.7	66.7	65.0
42.0	45.1	47.9	50.8	53.2	56.3	58.8	60.5	62.4	64.4	63.9	62.5	62.0