

Tópicos

- Definição de interpolação
- Classificação dos métodos de interpolação
- Métodos de interpolação determinísticos
 - Métodos de interpolação globais
 - Métodos de Interpoladores locais

Bibliografia

Cap 5:

Burrough, P.P. & McDonnell, R.A. 1998, Principles of GIS, Oxford University Press, pp. 299.

Cap 9:

Matos, J. 2008, Fundamentos de Informação Geográfica, LIDEL, pp. 405

1

Interpolação

- A **interpolação** é o procedimento segundo o qual se faz a estimação de valores desconhecidos de pontos da amostra, através de valores conhecidos na mesma área ou região;

Problema da interpolação

Encontrar uma função que passe por (ou perto de) um conjunto discreto de pontos:

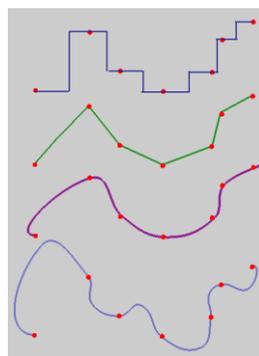
univariada - curva: $y = f(x)$

bivariada - superfície: $z = f(x,y)$

trivariada - volume: $w = f(x,y,z)$

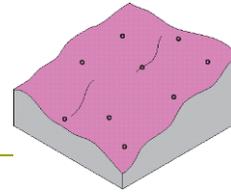
quadrivariada - volume dinâmico: $w = f(x,y,z,t)$

O problema **não tem uma única solução** e as propriedades da função de interpolação $f(r)$ dependem de condições adicionais (estatísticas, geométricas: suavização, localização, físicas)



2

Interpolação Espacial



A **interpolação espacial** converte dados de observações pontuais em superfícies contínuas produzindo padrões espaciais que podem ser comparados com outras entidades espaciais contínuas.

A **interpolação espacial** requer 2 *inputs*:

- ❑ **Pontos com atributos conhecidos** (pontos de controlo, observações ou amostras);
- ❑ **Método de interpolação**
O número e a distribuição dos pontos de controlo influenciam a exactidão da interpolação espacial.

3

Classificação pelo método

❑ **Determinísticos**

Ajustam a superfície ao conjunto de valores pontuais tendo em conta que os pontos que estão mais próximos se assemelham mais do que os que estão mais distantes, mas não considera a correlação espacial entre os valores e características particulares da distribuição espacial dos valores.

❑ **Probabilísticos (e.g. Geoestatística)**

Adopta-se o formalismo das funções aleatórias e analisa-se a autocorrelação espacial dos valores pontuais com vista a modelar a variabilidade espacial do fenómeno na área de estudo.

4

Classificação pelo método

❑ Métodos determinísticos

- Fazem estimativas a partir de fórmulas matemáticas com base em médias ponderadas de valores conhecidos (IDW, polinómios locais e globais, funções baseadas num raio de busca).
- A superfície interpolada é criada a partir de um conceito de proximidade;
- Não fornece uma estimativa dos erros dos valores estimados;

❑ Métodos Probabilísticos

- Apesar de usarem também médias ponderadas, utilizam modelos de probabilidade para realizar as estimativas (kriging).
- Consideram o conceito de aleatoriedade entre as amostras
- A superfície interpolada é criada a partir das muitas possíveis realizações do processo espacial associado;
- Fornece uma avaliação dos erros de estimação através das variâncias estimadas;

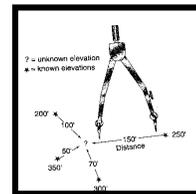
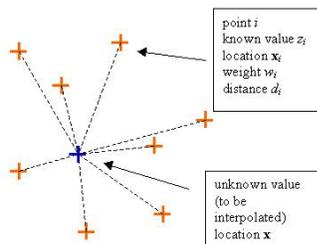
5

Interpolação ponderada pelo inverso da distância (Inverse distance weighted, IDW)

- ❑ O método assume que o valor do atributo desconhecido é influenciado pelos pontos conhecidos mais próximos do ponto a estimar.

$$z(\mathbf{x}) = \frac{\sum_i w_i z_i}{\sum_i w_i}$$

$$w_i = 1/d_i^2$$



6

Exemplo: Inverse distance weighted, IDW

Between Points	Distance
0,1	18.000
0,2	20.880
0,3	32.310
0,4	36.056
0,5	47.202

$$z_0 = \frac{(20.82/18.00^2) + (10.91/20.88^2) + (10.38/20.88^2) + (10.38/32.31^2) + (14.60/36.056^2) + (10.56/47.202^2)}{(1/18.00^2) + (1/20.88^2) + (1/20.88^2) + (1/32.31^2) + (1/36.056^2) + (1/47.202^2)} = \frac{0.1152}{0.0076} = 15.158$$

7

IDW (cont.)

□ Existe uma grande variedade de algoritmos IDW, as variações incluem:

- Variação da função distância (w)
- Variação no número de pontos usados
- Variação na direcção dos pontos usados

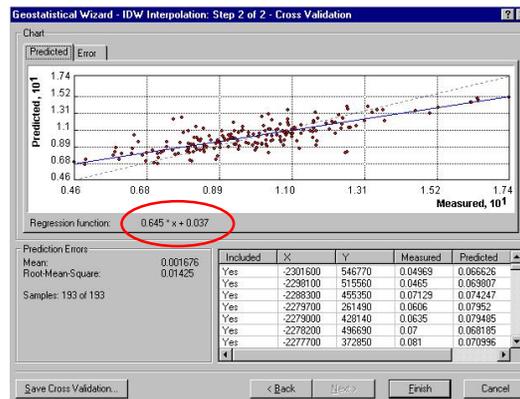


- Quantos pontos conhecidos devem ser incluídos na média?
- O que fazer quando os pontos estão irregularmente espaçados?

8

Cross validation

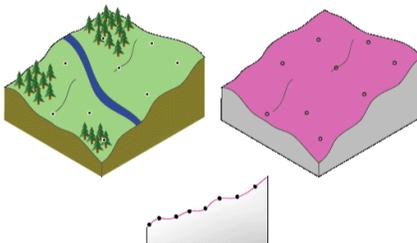
- ❑ Remover uma das n observações e usar as restantes n-1 observações para estimar o valor eliminado
- ❑ Erro = observação - estimação



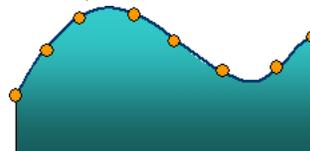
9

Splines de mínima curvatura

- ❑ Cria uma superfície de curvatura mínima;
- ❑ A superfície passa pelos pontos de controlo;
- ❑ Aplica repetidamente uma equação de suavização (polinómio) à superfície;
- ❑ Conceptualmente, são equivalentes a uma folha de papel flexível que passa pelos pontos de controlo, minimizando a curvatura total da superfície;
- ❑ Matematicamente as splines são equivalentes a polinómios cúbicos contínuos, com 1ª e 2ª derivadas contínuas;



Imagine-se uma régua flexível a passar pelos pontos!



10

Splines de mínima curvatura

▶ Curvas Splines

- ▶ Este método é bom para superfícies que variam suavemente.

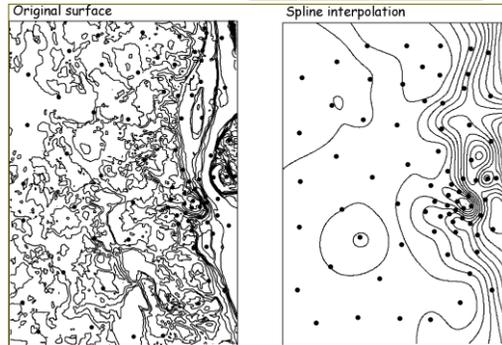
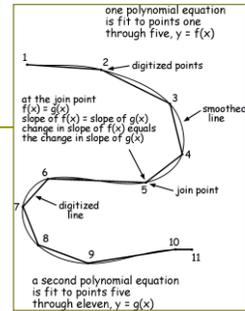
■ Vantagens

- ▶ Cálculo rápido
- ▶ Esteticamente agradável
- ▶ Útil para suavizar

■ Desvantagens

- ▶ Má para superfícies rugosas

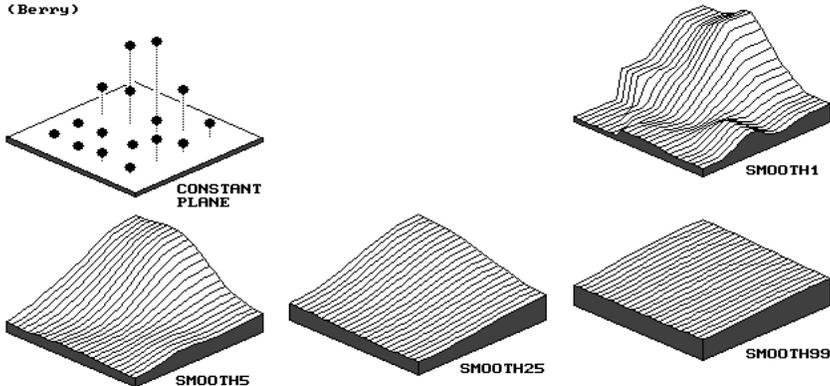
Usam-se, por exemplo, para melhorar a aparência de curvas de nível, uma vez que assume uma interpolação exacta!



11

Splines de mínima curvatura

(Berry)



The Iteratively Smoothed technique is "data driven" and tends to pull up low values and push down high values. Other techniques are more "theoretically driven" and use math/stat theory.

12