Sobreposição de Ondas

Physics for Scientists and Engineers, R. A. Serway and J. W. Jewett, Cengage

1

Ondas vs. Partículas

Partículas têm tamanho zero	Ondas têm um tamanho característico – o tamanho do pulso ou o comprimento de onda
Partículas diferentes ocupam posições diferentes	Ondas diferentes podem combinar-se num ponto do mesmo meio – e ocupam o mesmo ponto

2

Princípio da sobreposição

- Se duas ou mais ondas se propagam num meio, a função de onda resultante em cada ponto é a soma algébrica dos valores das funções de onda individuais
- As ondas que obedecem este princípio são ondas lineares

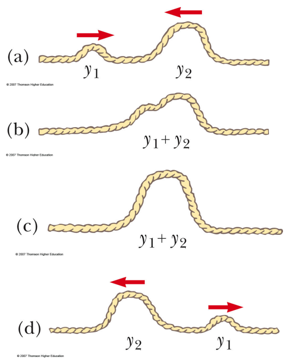
Sobreposição e interferência

- Duas ondas que se propagam podem passar através de cada uma delas sem serem destruidas ou alteradas
  - Consequência do Princípio da Sobreposição
- A combinação de ondas separadas na mesma região do espaço para produzir uma onda resultante é chamada interferência

3

Sobreposição: dois pulsos

- Dois pulsos propagam-se em sentidos opostos
  - A função de onda do pulso que se move para a direita é y_1 e a do pulso que se move para a esquerda é y_2
- Os pulsos têm a mesma velocidade e formas diferentes
- O deslocamento dos elementos da corda é positivo nos dois casos
- A onda resultante é $y = y_1 + y_2$
- O tempo aumenta de (a) para (d).



4

Sobreposição: dois pulsos

- Em (a) os pulsos estão bem separados
- Em (b) a sobreposição é evidente
- Em (c) as cristas sobrepõem-se e o pulso resultante tem uma amplitude maior do que os pulsos 1 e 2.
- Em (d) os pulsos voltam a separar-se e continuam a mover-se no sentido inicial
- A forma dos pulsos separados não é alterada.

5

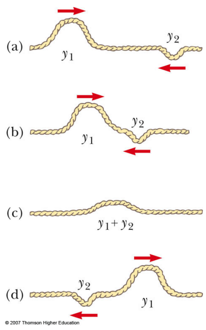
Tipos de Interferência

- **Interferência construtiva** ocorre quando os deslocamentos causados pelos dois pulsos são na mesma direção
  - A amplitude do pulso resultante é maior do que a de cada um dos pulsos individuais
- **Interferência destrutiva** ocorre quando os deslocamentos causados pelos dois pulsos são em direções opostas
  - A amplitude do pulso resultante é menor do que a de cada um dos pulsos individuais

6

Interferência destrutiva: Exemplo

- Dois pulsos propagam-se em direções diferentes
- Os deslocamentos são invertidos relativamente um ao outro
- Quando se sobrepõem, os deslocamentos cancelam-se parcialmente



7

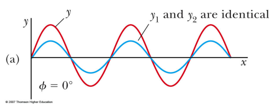
Sobreposição de ondas sinusoidais

- Suponha duas ondas que se propagam na mesma direção, com a mesma frequência, comprimento de onda e amplitude
- As ondas diferem apenas na fase
  - $y_1 = A \sin (kx - \omega t)$
  - $y_2 = A \sin (kx - \omega t + \phi)$
  - $y = y_1 + y_2 = 2A \cos (\phi/2) \sin (kx - \omega t + \phi/2)$
- A funçao de onda resultante, *y*, é também sinusoidal
- A onda resultante tem a mesma frequência e comprimento de onda das ondas originais
- A amplitude da onda resultante é $2A \cos (\phi/2)$
- A fase da onda resultante é $\phi/2$

8

Ondas sinusoidais com interferência construtiva

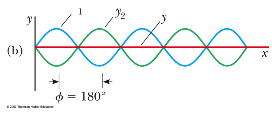
- Quando $\phi = 0$, então $\cos (\phi/2) = 1$
- A amplitude da onda resultante é $2A$
  - As cristas de uma onda coincidem com as cristas da outra onda
- As ondas estão em fase em todo o espaço
- As ondas interferem construtivamente



9

Ondas sinusoidais com interferência destrutiva

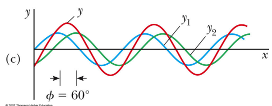
- Quando $\phi = \pi$, então $\cos (\phi/2) = 0$
  - Também pra qualquer múltiplo ímpar de π
- A amplitude da onda resultante é 0
  - As cristas de uma onda coincide com os vales da outra onda
- As ondas interferem destrutivamente



10

Ondas sinusoidais: interferência geral

- Quando ϕ é diferente de 0 ou de um múltiplo ímpar de π, a amplitude da onda resultante tem um valor entre 0 e $2A$
- As funções de onda ainda se somam



11

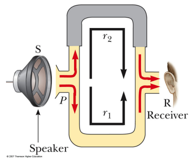
Interferência de ondas sinusoidais: resumo

- Interferência construtiva ocorre quando $\phi = n\pi$ onde n é um inteiro par (incluindo 0)
  - Amplitude da resultante é 2A
- Interferência destrutiva ocorre quando $\phi = n\pi$ onde n é um inteiro ímpar
  - Amplitude é 0
- Interferência geral ocorre quando $0 < \phi < n\pi$
  - Amplitude é $0 < A_{resultant} < 2A$

12

Interferência em ondas sonoras

- Som produzido em S chega a R por dois caminhos diferentes
- O caminho superior pode variar
- Quando $\Delta r = |r_2 - r_1| = n\lambda$ (n = 0, 1, …), a interferência é construtiva
- Quando $\Delta r = |r_2 - r_1| = (n\lambda)/2$ (n é ímpar), a interferência é destrutiva
- Uma diferença de fase entre duas ondas geradas pela mesma fonte pode ocorrer quando as ondas se propagam por distâncias diferentes



13

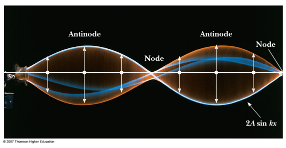
Ondas estacionárias

- Considere duas ondas com a mesma amplitude waves com a mesma amplitude, frequência e comprimento de onda, que se propagam em direções diferentes num meio
- $y_1 = A \sin(kx - \omega t)$ e $y_2 = A \sin(kx + \omega t)$
- Interferem de acordo com o princípio da sobreposição
- A onda resultante é

  $y = (2A \sin kx) \cos \omega t$
- Esta é a função de onda de uma onda estacionária
  - Não há termo $kx - \omega t$, e a onda não se propaga
- Numa onda estacionária, não se observa o movimento de propagação de qualquer uma das ondas originais

14

Onda estacionária: Exemplo



- O envelope estacionário resulta da sobreposição de duas ondas idênticas que se propagam em direções opostas
- O envelope é descrito por 2A sin kx
- Cada elemento do meio vibra com frequência ω

15

Amplitudes

- Há três amplitudes
  - A amplitude das ondas individuais, A
  - A amplitude do MHS dos elementos do meio,
    - 2A sin kx
  - A amplitude da onda estacionária, 2A
    - Um elemento numa onda estacionária vibra entre os limites do envelope 2A sin kx, onde x é a posição do elemento do meio.

Onda estacionária, Movimento das partículas

- Cada elemento do meio oscila num MHS com frequência, ω
- Contudo, a amplitude do MHS depende da posição do elemento do meio

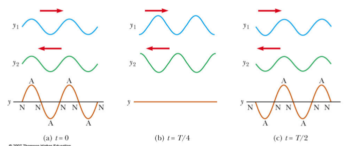
16

Onda estacionária: Definições

- Um **nodo** ocorre num ponto com amplitude zero
  - Correspondem a posições de x
  - $x = (n\lambda)/2$ (n é ímpar)
- Um **antinodo** ocorre num ponto de deslocamento máximo, $2A$
  - Correspondem a posições de x
  - $x = n\lambda$ (n = 0, 1, …)
- A distância entre antinodos adjacentes é $\lambda/2$
- A distância entre nodos adjacentes é $\lambda/2$
- A distância entre um nodo e um antinodo adjacente é $\lambda/4$

17

Nodos e Antinodos

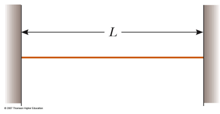


- Padrões de ondas estacionárias produzidas em vários instantes, por duas ondas com a mesma amplitude que se propagam em direções opostas
- Na onda estacionária os elementos do meio, alternam entre os extremos (a) e (c)

18

Ondas estacionárias numa corda

- Considere uma corda fixa nas duas extremidades
- A corda tem comprimento *L*
- Ondas estacionárias estabelecidas por sobreposição de ondas incidentes e refletidas pelas extremidades



19

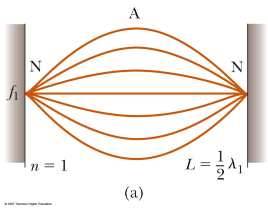
Ondas estacionárias numa corda

- As extremidades da corda são nodos
  - Estão fixas e têm deslocamento zero
- Esta condição implica a existência de modos normais de vibração
  - Cada modo tem uma frequência característica
  - Os modos normais da corda podem ser calculados impondo nodos nas extremidades e o facto dos nodos e antinodos estarem separados por $\lambda/4$

20

Ondas estacionárias numa corda: modo fundamental

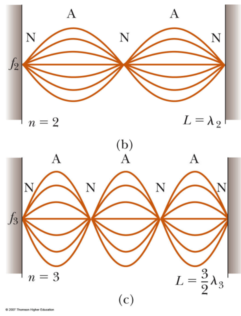
- O primeiro modo normal consistente com as condições de fronteira
- Há nodos nas duas extremidades
- Há um anti-nodo no meio da corda
- Este modo tem o comprimento de onda máximo
  - $\frac{1}{2}\lambda = L$ so $\lambda = 2L$



21

Ondas estacionárias numa corda: modos normais

- Os modos normais consecutivos têm um antinodo adicional
- O segundo modo (c) corresponde a $\lambda = L$
- O terceiro modo (d) corresponde a $\lambda = 2L/3$



22

Ondas estacionárias numa corda: Resumo

- The wavelengths of the normal modes for a string of length L fixed at both ends are $\lambda_n = 2L / n$ $n = 1, 2, 3, \ldots$
  - n is the *n*th normal mode of oscillation
  - These are the possible modes for the string
- The natural frequencies are

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n}$$

  - Also called quantized frequencies

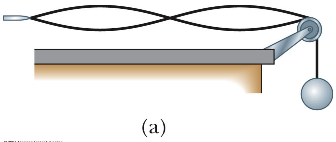
23

Ondas numa corda, Série Harmónica

- A frequência **fundamental** corresponde a $n = 1$
  - É a frequência mais baixa, f_1
- As frequências dos outros modos normais são múltiplos da frequência fundamental
  - $f_n = nf_1$
- Estas frequência formam uma série **harmónica**
- Os modos normais também se chamam **harmónicos**

24

Onda estacionária numa corda, Exemplo

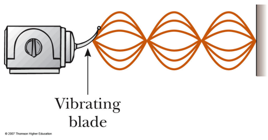


- Um extremo da corda está ligado a uma lâmina que vibra
- O outro passa por uma roldana com uma massa suspensa ligada na extremidade
  - Isto produz a tensão na corda
- A corda está a vibrar na segunda harmónica

25

Resonância

- Um sistema pode oscilar num ou em mais modos normais
- Se for aplicada uma força periódica, a amplitude do movimento resultante é máxima quando a frequência da força é igual a uma das frequências naturais do sistema



26

Resonância

- Este fenómeno é conhecido por **resonância**
- Because an oscillating system exhibits a large amplitude when driven at any of its natural frequencies, these frequencies are referred to as **resonance frequencies**
- The resonance frequency is symbolized by f_o
- If the system is driven at a frequency that is not one of the natural frequencies, the oscillations are of low amplitude and exhibit no stable pattern

27