

Ondas

Physics for Scientists and Engineers, R. A. Serway and J. W. Jewett,
Cengage

1

Ondas

- Nas ondas ou movimento ondulatório, a energia propaga-se ou é transferida à distância
- A matéria não é transferida
- Todas as ondas transportam energia
 - A quantidade de energia e o mecanismo responsável pelo seu transporte variam

Ondas mecânicas: requisitos

- Fonte da perturbação
- Meio que pode ser perturbado
- Mecanismo físico através do qual os elementos do meio se influenciam mutuamente

2

Onda transversal

- Uma onda que se propaga ou um pulso que causa os elementos do meio perturbado moverem-se perpendicularmente à direção da propagação, é uma **onda transversal**
- Seta azul – movimento da partícula
- Seta encarnada – direção de propagação

3

Onda longitudinal

- Uma onda que se propaga ou um pulso que causa os elementos do meio perturbado moverem-se paralelamente à direção da propagação, é uma **onda longitudinal**
- O deslocamento dos elementos do meio perturbado é paralelo à propagação

4

Ondas complexas

- Combinação de ondas transversais e longitudinais
- Exemplo: ondas à superfície da água

5

Propagação de um pulso

- A forma em $t = 0$ é representada por

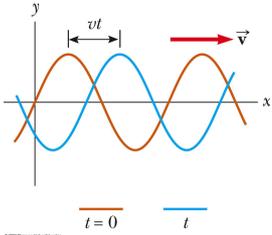
$$y(x,0) = f(x)$$
 - Descreve a posição y do elemento da corda em cada x para $t = 0$
- A velocidade do pulso é v
- No instante, t , o pulso viajou uma distância vt
- A forma do pulso não muda
- A posição do elemento da corda é agora

$$y(x,t) = f(x - vt)$$

6

Ondas sinusoidais

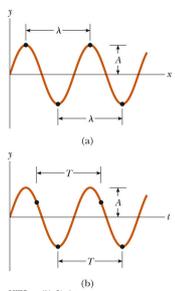
- A onda representada pela curva é uma onda **sinusoidal**
- É a mesma curva que $\sin \theta$ em função de θ
- Este é o exemplo mais simples de uma onda periódica contínua
 - Pode ser usada para construir ondas mais complexas
- A onda move-se para a direita
 - A curva castanha representa a posição inicial
 - A medida que a onda se move para a direita, eventualmente fica na posição da curva azul
- Cada element move-se verticalmente num MHS
- Note a diferença entre o movimento da onda e o das partículas do meio.



7

Amplitude e comprimento de onda

- A **crista** da onda é a posição do deslocamento máximo de um element da sua posição normal.
 - Esta distância é a **amplitude**, A
- O **comprimento de onda**, λ , é a distância entre uma crista e a seguinte
- O c.d.o. é a distância mínima entre dois pontos idênticos na onda
- O período, T , é o intervalo de tempo requerido para dois pontos idênticos adjacentes na onda passarem pelo mesmo ponto
 - O período da onda é o mesmo do MHS de um element do meio
- A **frequência**, f , é o número de cristas (ou outro ponto da onda) que passam num determinado ponto por unidade de tempo
 - $f = 1/T$
 - A frequência da onda é a mesma do MHS de um element do meio



8

Função de onda sinusoidal

- A velocidade da onda é, $v = \lambda / T = \lambda f$
- A função de onda pode ser expressa como
- $y(x,t) = \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (x - vt) \right] = \sin(kx - \omega t)$
- Esta forma mostra a natureza periódica de $y(x, t)$
- Definimos o número de onda
 - $k = 2\pi/\lambda$
 - E a frequência angular
 - $\omega = 2\pi/T = 2\pi f$

9

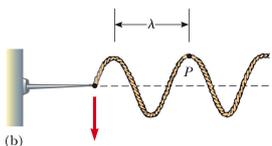
Função de onda sinusoidal (geral)

- Quando $x \neq 0$, em $t = 0$, a equação de onda pode ser escrita como $y(x,t) = A \sin(kx - \omega t + \phi)$ onde ϕ é chamada a constante de fase

10

Onda sinusoidal numa corda

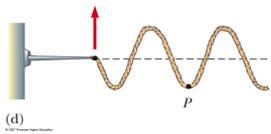
- Cada element da corda oscila verticalmente com MHS
 - Por exempl, ponto P
- Cada element da corda pode ser tratado como um OHS que vibra com uma frequência igual à frequência de oscilação da lâmina
- A velocidade transversa do element é
- $v_y = \frac{dy}{dt}$
- ou $v_y = -\omega A \cos(kx - \omega t)$
- Isto é diferente da velocidade da onda



11

Onda sinusoidal numa corda

- A aceleração transversa do element é
- $a_y = \frac{dv_y}{dt}$
- ou $a_y = -\omega^2 A \sin(kx - \omega t)$
- Os valores máximos da velocidade e aceleração transversas são
 - $v_{y, \text{max}} = \omega A$
 - $a_{y, \text{max}} = \omega^2 A$
- A velocidade e a aceleração transversas não atingem os valores máximos simultaneamente
 - v é máximo em $y = 0$
 - a é máximo em $y = \pm A$



12

Wave Equation 1d

1. (30 points) General solution to the wave equation. The wave equation in 1D is

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}$$

Introduce new variables

$$\eta = x - ct$$

$$\xi = x + ct$$

(a) Show that $\Phi(\eta, \xi) = \Psi(x(\eta, \xi), t(\eta, \xi))$ satisfies the wave equation if

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \eta \partial \xi} = 0 \tag{1}$$

(b) Integrate Eq. 1 to show that

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \xi} = h(\xi) \tag{2}$$

(c) Integrate Eq. 2 to show that

$$\Phi(\eta, \xi) = f(\xi) + g(\eta)$$

and thus that

$$\Psi(x, t) = f(x + ct) + g(x - ct)$$

is the most general solution to the wave equation.

13

Reflexão da onda, Extremidade fixa

- Quando o pulso atinge o suporte, propaga-se de volta na direção oposta
- A isto chama-se **reflexão** do pulso
- O pulso refletido é invertido, quando a extremidade é fixa
- A amplitude é a mesma

© 2007 Thomson Higher Education

14

Reflexão da onda, Extremidade livre

- Quando a extremidade é livre, a corda pode mover-se verticalmente
- O pulso é refletido sem inversão
- O pulso não é invertido
- A amplitude é a mesma

© 2007 Thomson Higher Education

15

Transmissão e Reflexão da onda

- Quando a fronteira é intermédia entre estes dois extremos
- Parte da energia é refletida e parte é transmitida
- Alguma energia passa através da fronteira
- O pulso refletido é invertido se a onda transmitida se propagar numa corda mais densa (velocidade menor)

16

Transmissão e Reflexão da onda

- Se a onda transmitida se propagar numa corda menos densa, o pulso refletido não é invertido (velocidade maior)

17

Transmissão e Reflexão da onda

- A conservação da energia governa o pulso
 - Quando o pulso se divide numa parte refletida e noutra transmitida numa fronteira, a soma das energias dos dois pulsos é igual à energia do pulso original
- Quando uma onda ou pulso passa do meio A para o meio B e $v_A > v_B$, o pulso refletido é invertido
 - B é mais denso do que A
- Quando uma onda ou pulso passa do meio A para o meio B e $v_A < v_B$, o pulso refletido não é invertido
 - B é menos denso do que A

18

Energia da onda sinusoidal

- As ondas transportam energia quando se propagam num meio
- Podemos modelar cada elemento da corda como um OHS
 - A oscilação é na direção y
- Todos os elementos têm a mesma energia total
- Cada elemento tem massa dm
- A energia cinética é $dK = \frac{1}{2} (dm) v_y^2$
- A massa dm é μdx
- A energia cinética de um elemento da corda é $dK = \frac{1}{2} (\mu dx) v_y^2$

19

Energia da onda sinusoidal

- Integrando sobre todos os elementos, a energia cinética num c.d.o. é $K_\lambda = \frac{1}{4} \mu \omega^2 A^2 \lambda$
- A energia potencial num comprimento de onda é, $U_\lambda = \frac{1}{4} \mu \omega^2 A^2 \lambda$
- A energia total fica
 - $E_\lambda = K_\lambda + U_\lambda = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \lambda$

20