

CÁLCULO DA DIRECTRIZ

I - Elementos de definição da poligonal de apoio:

- Coordenadas dos vértices da poligonal (M_i, P_i);
- Distância entre vértices da poligonal (d);
- Rumos dos alinhamentos (ângulo que fazem com a direcção Norte: β_i);
- Ângulos de desvio entre alinhamentos rectos (Ω_i).

i) Coordenadas dos vértices da poligonal:

M_j - (abcissa) meridiana do vértice j

P_j - (ordenada) perpendicular do vértice j

ii) Distância entre vértices da poligonal (d):

$$d = \sqrt{(M_j - M_{j-1})^2 + (P_j - P_{j-1})^2}$$

d - distância entre os vértices j e $j-1$

M_j - meridiana do vértice j

M_{j-1} - meridiana do vértice $j-1$

P_j - perpendicular do vértice j

P_{j-1} - perpendicular do vértice $j-1$

iii) - Rumos dos alinhamentos (ângulo com a direcção Norte: β_i):

$$\beta_i = 100 \pm |\alpha| \quad \alpha = \arctg \frac{P_n - P_{n-1}}{M_n - M_{n-1}}$$

β_i - rumo do alinhamento i , em grados

α - menor ângulo do alinhamento i com a horizontal, em grados (positivo ou negativo)

iv) - Ângulos de desvio entre alinhamentos rectos (Ω_i):

$$\Omega = |\beta_n - \beta_{n-1}| \quad (\text{em grados})$$

Ω - ângulo de desvio entre os alinhamentos rectos n e $n-1$

β_n - rumo do alinhamento n , em grados

β_{n-1} - rumo do alinhamento $n-1$, em grados

II - Elementos de definição das curvas circulares e alinhamentos rectos iniciais:

- Raios das curvas circulares (R_i);
- Tangentes das curvas circulares iniciais com os alinhamentos rectos (T);
- Comprimento das curvas circulares iniciais (L_{CC}).
- Comprimento dos alinhamentos rectos iniciais (L_{AR}).

v) Raios das curvas circulares (R_i):

Determinados com base num conjunto de critério e normas:

- Raio mínimo absoluto correspondente à velocidade de projecto (força centrífuga - segurança);
- Raio mínimo normal (raio cómodo) correspondente à velocidade de projecto (força centrífuga - comodidade);
- Raio tão grande quanto possível (como princípio muito geral), sujeito às restantes normas, condições, limitações e critérios;
- Dependência dos raios em relação ao comprimento dos alinhamentos rectos (comodidade e homogeneidade do traçado);
- Relação entre raios de curvas sucessivas (comodidade, homogeneidade do traçado);
- Visibilidade em curva: distância de visibilidade de paragem;
- Desenvolvimento mínimo da curva circular;
- Relação com o parâmetro da clotóide;
- Curvas bem adaptadas ao terreno, quando possível (movimentação de terras - controlo de custos e ambiente).

vi) Tangentes das curvas circulares iniciais com os alinhamentos rectos (T):

$$T = R \times \operatorname{tg}\left(\frac{\Omega}{2}\right)$$

T - comprimento do segmento da tangente, desde o ponto de tangência, até ao vértice respectivo;

R - raio da curva circular associada

Ω - ângulo de desvio entre os alinhamentos rectos nesse vértice

vii) Comprimento das curvas circulares iniciais (L_{CC}):

$$L_{cc} = R \times \Omega \frac{\pi}{200}$$

L_{cc} - comprimento da curva circular inicial

R - raio da curva circular associada

Ω - ângulo de desvio entre os alinhamentos rectos (em grados)

viii) Comprimento dos alinhamentos rectos iniciais (L_{AR}):

$$L_{AR} = d - T_j - T_{j-1}$$

d - distância entre os vértices j e $j-1$

T_j - comprimento da tangente, do lado do vértice j ;

T_{j-1} - comprimento da tangente, do lado do vértice $j-1$;

DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO DA CLOTÓIDE

Crítérios

A1) Limite máximo para a taxa de variação da aceleração centrífuga:

$$A1: \rightarrow A \geq 0,1464 \sqrt{\frac{V_B^3}{a_c}}$$

A - parâmetro da clotóide

V_B - velocidade base

a_c - variação máxima da aceleração centrífuga (0,5 m/s³)

Velocidade	40	50	55	60	70	80	90	100	110	120	130	140
Parâmetro A1												

A2) Variação da sobreelevação:

$$A2: \rightarrow L \geq \frac{\ell \times Se}{2 \times \Delta i} \rightarrow A = \sqrt{RL}$$

L - comprimento da clotóide

ℓ - largura da faixa de rodagem

Se - sobreelevação (7%), com $R \leq 450$ m

Δi - inclinação longitudinal do bordo exterior em relação ao eixo (com $R \leq 450$ m: $\Delta i_{\min} = 0,1 \times (\ell/2)$; Δi_{\max} - Normas/Quadro XVIII); se não houver razões para usar outro critério, escolher $\Delta i = \Delta i_{\min} = 0,1 \times (\ell/2)$; caso contrário, escolher Δi no intervalo entre Δi_{\min} e Δi_{\max} .

A - parâmetro da clotóide

R - raio da curva circular

A3) Percepção estética: As curvas de transição de pequena extensão são desagradáveis esteticamente; deve gastar-se a percorrê-las pelo menos 2 segundos:

$$A3: \rightarrow A \geq \sqrt{(R \times V_B)/1,8}$$

A - parâmetro da clotóide

R - raio da curva circular

V_B - velocidade base

A4 e A5) Comodidade óptica: Para garantir uma boa percepção óptica das curvas de transição e das curvas circulares, o parâmetro A deverá satisfazer as seguintes condições:

$$A4: \rightarrow A \geq \frac{R}{3} \quad \text{e} \quad A5: \rightarrow A \leq R$$

A - parâmetro da clotóide
R - raio da curva circular

Nota: o parâmetro mais conveniente é um majorante dos 4 valores referidos, menor que o raio R; para curvas de pequeno raio ($R < 250$ m) o critério da comodidade é o que condiciona o valor de A; para valores normais do raio ($250 \text{ m} < R < 500$ m), a condicionante é o desenvolvimento da sobrelevação; e para os grandes raios ($R > 500$ m) é determinante a percepção óptica.

A6) Parâmetro mínimo da clotóide: dependente da velocidade de projecto (Quadro VIII das Normas de Traçado da JAE):

Velocidade	40	50	60	70	80	90	100	120	140
Parâmetro A6	35	50	70	90	120	150	180	270	410

Ex.: A6: $\rightarrow A \geq 70\text{m}$ ($V_B = 60 \text{ km/h}$) A - parâmetro da clotóide

A7 e A8) Valores aconselhados: A extensão total das duas curvas de transição ($2L$) deve, sempre que possível, estar compreendida entre $1/2$ e $2/3$ do desenvolvimento total do alinhamento curvo final (L_{CF}); assim, o parâmetro A deverá satisfazer ainda as seguintes condições ($1/2 \times L_{CF} \leq 2L \leq 2/3 \times L_{CF}$; $L_{CF} \approx L_{CC} + L$)

$$A7: \rightarrow L \geq \frac{L_{CC}}{3} \rightarrow A = \sqrt{RL} \quad \text{e} \quad A8: \rightarrow L \leq \frac{L_{CC}}{2} \rightarrow A = \sqrt{RL}$$

L_{CF} - desenvolvimento total do alinhamento curvo final
L - comprimento da clotóide
 L_{CC} - comprimento da curva circular inicial
A - parâmetro da clotóide
R - raio da curva circular

DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO DA CLOTÓIDE

Quadro - Síntese

Critérios	Curva R1 =	Curva R2 =	Curva R3 =
A1			
A2			
A3			
A4			
A5			
A6			
A7			
A8			
Intervalo obrigatório (Critérios A1 a A6)			
Intervalo aconselhado (Critérios A7 e A8)			
Intervalo intersecção			
A seleccionado			

Nota:

- 1) Cada parâmetro A é escolhido no intervalo intersecção, caso este exista, como o menor múltiplo de 10 nesse intervalo; se nesse intervalo não houver nenhum múltiplo de 10, é escolhido o menor múltiplo de 5; caso também não exista nesse intervalo nenhum múltiplo de 5, é escolhido o menor inteiro nesse intervalo;
- 2) Quando os intervalos obrigatório e facultativo não se intersectarem, a escolha de cada parâmetro A é feita no intervalo obrigatório, sendo o múltiplo de 10 maior ou menor nesse intervalo, consoante o intervalo facultativo se localize acima ou abaixo do intervalo obrigatório; se nesse intervalo não houver nenhum múltiplo de 10, é escolhido um múltiplo de 5, caso também não exista nesse intervalo nenhum múltiplo de 5, é escolhido um inteiro nesse intervalo, tendo sempre em conta a posição relativa do intervalo facultativo;
- 3) Como a utilização de múltiplos de 10, de 5, inteiros, ou quaisquer outros é convencional e se destina apenas a facilitar as manipulações, o critério de escolher múltiplos de 5, ou inteiros pode também utilizar-se para aproximar o comprimento mínimo dos AR, quando o valor obtido no cálculo for inferior àquele mínimo.

CÁLCULO DAS CURVAS DE TRANSIÇÃO

i) Comprimento da clotóide:

$$L = \frac{A^2}{R} \quad \text{ou} \quad L = A \cdot \sqrt{2\varphi} \quad \text{ou} \quad L = 2R\varphi$$

L - comprimento da clotóide

A - parâmetro da clotóide

R - raio da curva circular

φ - ângulo da recta tangente à clotóide com o eixo das abcissas:

$\varphi = L / 2R$ (em radianos), no ponto de enlace (ponto de tangência entre a clotóide e a curva circular)

$$\varphi_i = \frac{\ell_i}{2r} = \frac{L_i}{2R} = \frac{L_i^2}{2A^2} = \frac{A^2}{2R^2} \quad (\text{em radianos}), \text{ no ponto genérico } x = l$$

ii) Determinação da ripagem:

Fórmula exacta	Fórmula aproximada
$\Delta R = Y - R \cdot (1 - \cos \varphi)$	$\Delta R \approx \frac{L^2}{24 \times R}$

ΔR - ripagem

Y - ordenada do ponto de enlace (valor calculado com a fórmula exacta)

φ - ângulo da recta tangente à clotóide com o eixo das abcissas, no ponto de enlace

R - raio da curva circular

L - comprimento da clotóide ($L = A^2/R$)

Notas: as fórmulas aproximadas só são admissíveis para ângulos φ pequenos ($\varphi < 0,10$ rad); para valores de $\varphi > 0,10$ rad tem de se usar as fórmulas exactas.

iii) Translação: distância da tangente inicial da curva circular ao início da clotóide, ou ao ponto de tangência clotóide/curva circular.

Fórmula exacta	Fórmula aproximada
$\lambda = X - R \cdot \text{sen} \varphi$	$\lambda \approx L/2$

λ - translação

X - abcissa do ponto de enlace (valor calculado com a fórmula exacta)

R - raio da curva circular

φ - - ângulo da recta tangente à clotóide com o eixo das abcissas, no ponto de enlace

L - comprimento da clotóide ($L = A^2/R$)

iv) Valor da nova tangente: T*

$T^* = \lambda + T_{(R+\Delta R)} \quad T_{(R+\Delta R)} = (R + \Delta R) \times \operatorname{tg}\left(\frac{\Omega}{2}\right)$
--

T* - valor da nova tangente

λ - translação ($\lambda \approx L/2$, ou valor exacto de λ)

$T_{(R+\Delta R)}$ - deslocamento da posição inicial da tangente

R - raio da curva circular

ΔR - ripagem ($\Delta R \approx L^2/24 \times R$, ou valor exacto de ΔR)

Ω - ângulo de desvio

v) Novo comprimento da curva circular (desenvolvimento circular ripado):

Fórmulas exactas	Fórmula aproximada
$L'_{CC} = R(\Omega - 2\varphi)$ ou $L'_{CC} = (R \times \Omega - 2R\varphi) \times \frac{\pi}{200}$ ou $L'_{CC} = R \times \Omega' \times \frac{\pi}{200}$	$L'_{CC} = L_{CC} - L$

L'_{CC} - novo comprimento da curva circular

L_{CC} - comprimento inicial da curva circular

L - comprimento da clotóide ($L = A^2/R$)

R - raio da curva circular

$\Omega' = \Omega - 2\varphi$ (em grados)

Ω - ângulo de desvio (em grados)

φ_i - ângulo da tangente à clotóide, no ponto $x = l$;

$$\varphi_i = \frac{\ell_i}{2r} = \frac{L_i}{2R} = \frac{L_i^2}{2A^2} = \frac{A^2}{2R^2} \quad (\text{em radianos}), \text{ com } A^2 = r \cdot l \rightarrow r = A^2 / l$$

Notas: a) Quando as 2 clotóides são diferentes: $\varphi_1 \neq \varphi_2 \Rightarrow \Omega' = \Omega - \varphi_1 - \varphi_2$;

b) Para ângulos pequenos, em grados, podemos escrever:

$$\varphi \cong \operatorname{sen} \varphi = \frac{L}{2R} \times \frac{200}{\pi}$$

vi) Comprimento final dos alinhamentos rectos:

$$L_{AR(i,i+1)} = L_{(i,i+1)} - T_i^* - T_{i+1}^* \quad \text{ou}$$

$$L_{AR(i,i+1)} = L_{(i,i+1)} - \left(T_{i((R+\Delta R))} + \frac{L_i}{2} \right) - \left(T_{i+1(R+\Delta R)} + \frac{L_{i+1}}{2} \right)$$

$$\text{ou} \quad L_{AR(i,i+1)} = L_{(i,i+1)} - T_{i((R+\Delta R))} - T_{i+1(R+\Delta R)} - \frac{L_i}{2} - \frac{L_{i+1}}{2}$$

$L_{AR(i,i+1)}$ - comprimento final do alinhamento recto, entre os extremos i e $i+1$

$L_{(i,i+1)}$ - comprimento inicial do alinhamento recto, entre os extremos i e $i+1$

T_i^* - novo comprimento da tangente, no extremo i

T_{i+1}^* - novo comprimento da tangente, no extremo $i+1$

$T_{i((R+\Delta R))}$ - deslocamento da posição inicial da tangente no extremo i

$T_{i+1(R+\Delta R)}$ - deslocamento da posição inicial da tangente no extremo $i+1$

L_i - comprimento da clotóide, no extremo i

L_{i+1} - comprimento da clotóide, no extremo $i+1$

vii) Coordenadas dos pontos da clotóide:

Fórmulas aproximadas	
Num ponto genérico	No ponto de enlace
$x \approx \ell \Rightarrow y \approx \frac{x^3}{6 \times R \times L}$	$X \approx L \Rightarrow Y \approx \frac{L^2}{6 \times R}$

Fórmulas exactas	
Num ponto genérico	No ponto de enlace
Para: $\varphi = l / 2r \Rightarrow r = A^2 / l$	Para: $\varphi = L / 2R$
$x = A\sqrt{2\varphi} \left(1 - \frac{\varphi^2}{10} + \frac{\varphi^4}{216} - \frac{\varphi^6}{9360} + \dots \right)$ $y = A\sqrt{2\varphi} \left(\frac{\varphi}{3} - \frac{\varphi^3}{42} + \frac{\varphi^5}{1320} - \frac{\varphi^7}{75600} + \dots \right)$	

x, y , - coordenadas do ponto genérico da clotóide

X, Y , - coordenadas do ponto de enlace

ℓ - desenvolvimento da clotóide até ao ponto x, y

L - comprimento total da clotóide ($L = A^2 / R$), até ao ponto X, Y .

R - raio da curva circular associada

φ - ângulo da tangente à clotóide, no ponto $x = l$;

$$\varphi_i = \frac{\ell_i}{2r} = \frac{L_i}{2R} = \frac{L_i^2}{2A^2} = \frac{A^2}{2R^2} \text{ (em radianos), com } A^2 = r \cdot l \rightarrow r = A^2 / l$$

Nota: na determinação das coordenadas dos pontos da clotóide (com as fórmulas exactas, ou com as aproximadas) a forma de proceder consiste em atribuir valores sucessivos a $x = l$ e calcular o correspondente valor de y através da respectiva fórmula (exacta, ou aproximada); com as fórmulas aproximadas, o último valor de x é $X = L$, a que corresponde $Y \approx \frac{L^2}{6 \times R}$; com as fórmulas exactas, o último valor de x (X), tal como o respectivo valor de Y (correspondentes ao ponto de enlace) são obtidos das respectivas fórmulas exactas para $\varphi = L / 2R$.

- Tabela esquemática para o cálculo dos valores das coordenadas dos pontos da clotóide

Fórmulas exactas					Fórmulas aproximadas	
l	$r = A^2 / l$	$\varphi_i = l / 2r$	x (série)	y (série)	x	$y = L^2 / 6R$
1/3 L	1/3 L	...
1/2 L	1/2 L	...
+ 20 m	+ 20 m	...
+ 10 m	+ 10 m	...
...
...
L	R	φ	X	Y	L	Y

viii) Coordenadas do centro do círculo osculador:

Fórmulas exactas	Fórmula aproximada
$X_m = X - R \cdot \text{sen} \varphi \rightarrow Y_m = Y + R \cdot \text{cos} \varphi$	$X_m \approx L/2 \rightarrow Y_m \approx R + \Delta R$

X_m, Y_m - coordenadas do centro do círculo osculador

X, Y - coordenadas do ponto de enlace ($X \approx L$; $Y \approx 4\Delta R = L^2/6R$; ou valores exactos de X, Y)

φ - ângulo da tangente à clotóide no ponto de enlace

L - comprimento da clotóide ($L = A^2/R$)

R - raio da curva circular associada

ΔR - ripagem ($\Delta R \approx L^2/24 \times R$; ou valor exacto de ΔR)