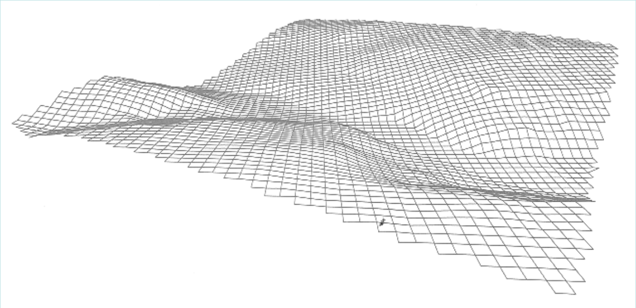
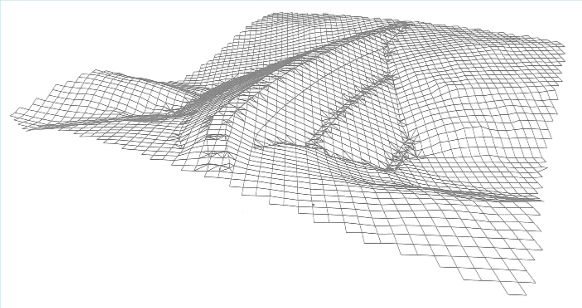
## Topografia Aplicada – movimento de terras

A **terraplenagem** consiste na modelação do terreno, tirando material de um local e pondo-o noutro, de modo a realizar a superfície de projecto relativamente uniforme com a melhor qualidade possível e dentro de adequados limites económicos.

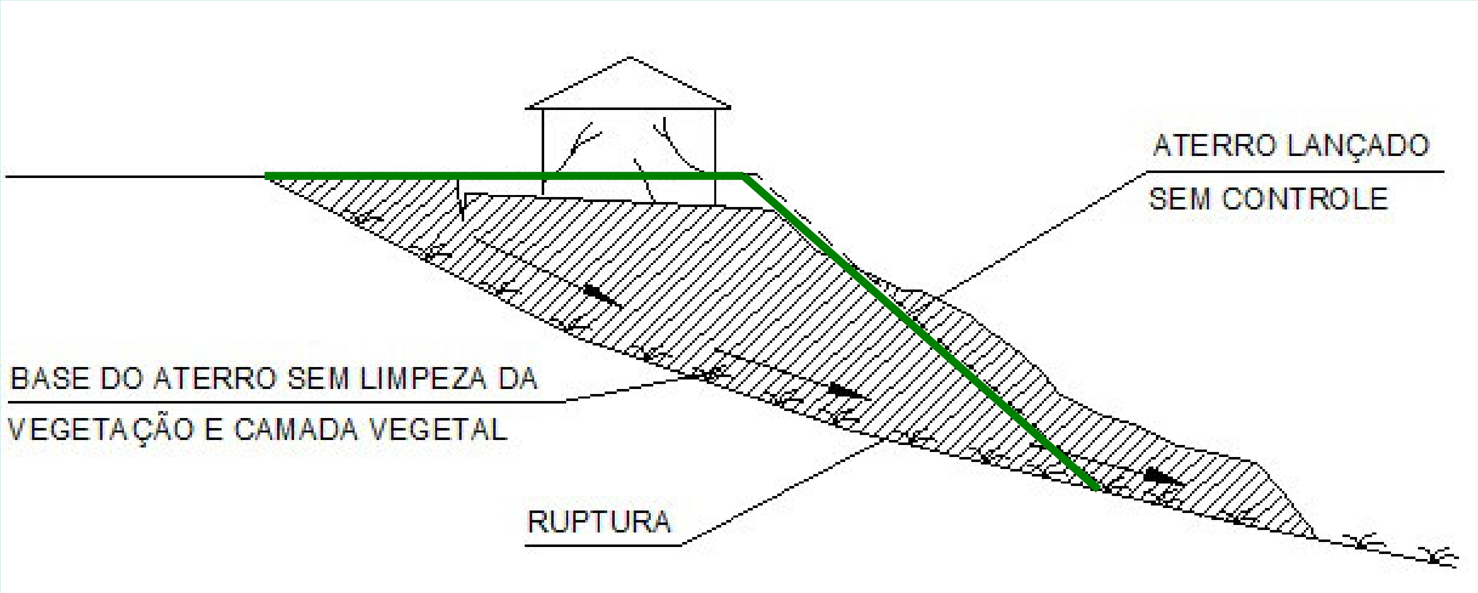




Para o efeito, a **estimação de áreas e volumes** tem grande importância em muitos trabalhos de engenharia civil tais como construção de vias de comunicação, de túneis, etc. A escavação e transporte do material resultante desses trabalhos são, geralmente, **a parte mais onerosa** do projecto, da qual o eventual lucro ou prejuízo pode depender.

**Trabalhos preparatórios**: as superfícies dos terrenos a escavar ou a aterrar devem ser previamente **limpas** de pedra grossa, detritos e vegetação lenhosa (arbustos e árvores) – **desmatação** -, conservando todavia a vegetação subarbustiva e herbácea, a remover com a **decapagem,** que deve ser feita exclusivamente nas áreas sujeitas a terraplenagem.

O objectivo da **compactação** do terreno é o melhoramento das propriedades dos solos usados na construção rodoviária, proporcionando-lhes elevada resistência ao corte, baixa sensibilidade à água e baixa tendência para sofrer assentamentos sob acção de cargas repetidas.



## Topografia Aplicada – movimento de terras

### Veículos de transporte de terras

Bulldozer:distâncias pequenas

Scrapper: distâncias médias

Dumper: distâncias grandes

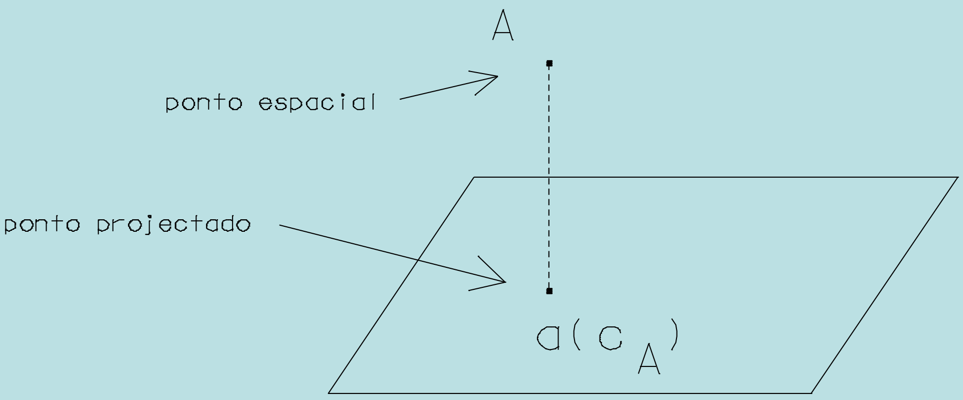
### Veículos de apoio, de acabamento e de compactação

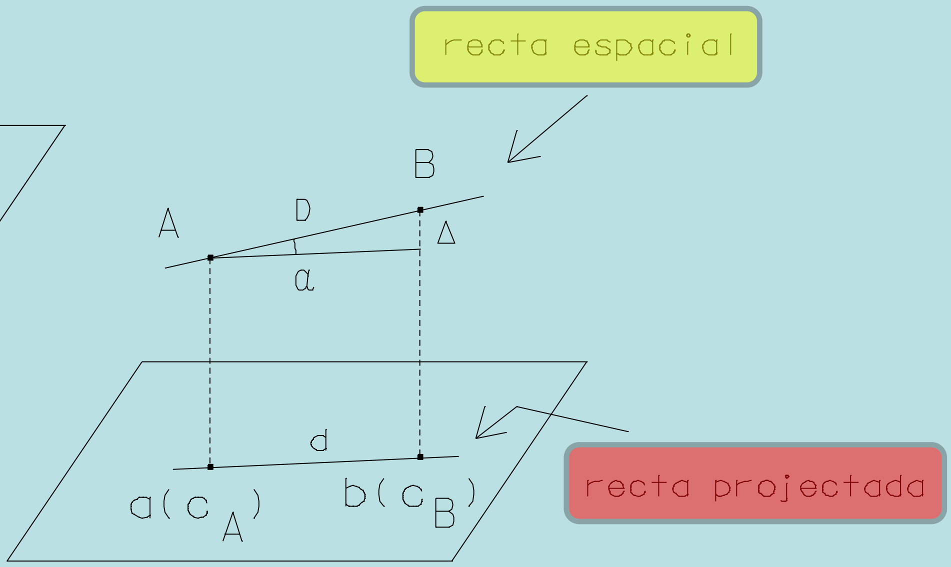

Escavadora giratória

Moto-niveladora


Cilindro

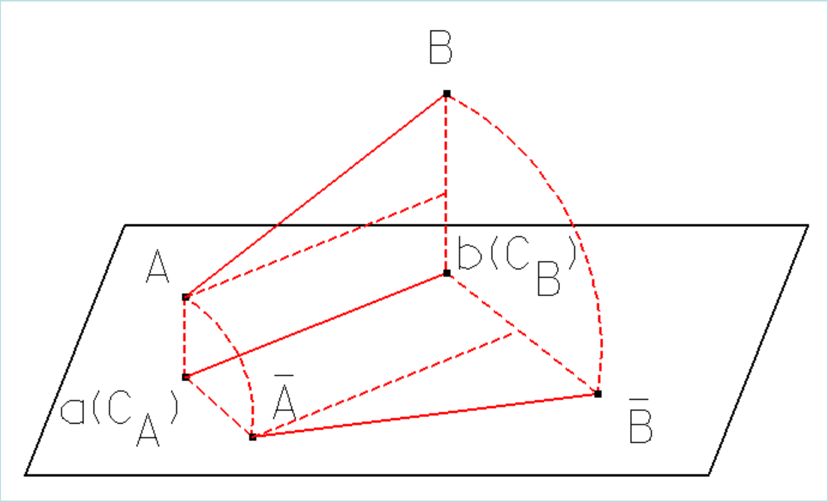
**Geometria cotada**: um **ponto A** do espaço de cota conhecida é representado pela sua projecção ortogonal **a** num **plano horizontal de referência** e pela sua cota $c_A$ em relação a esse plano, isto é, por $a(c_A)$.

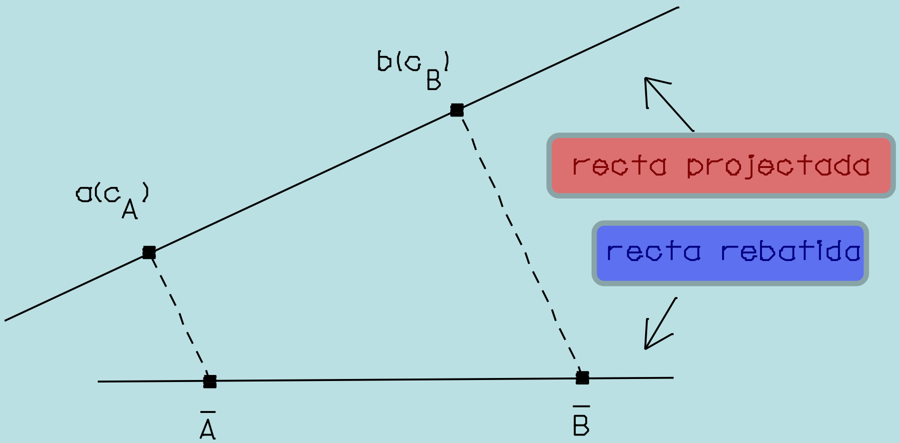


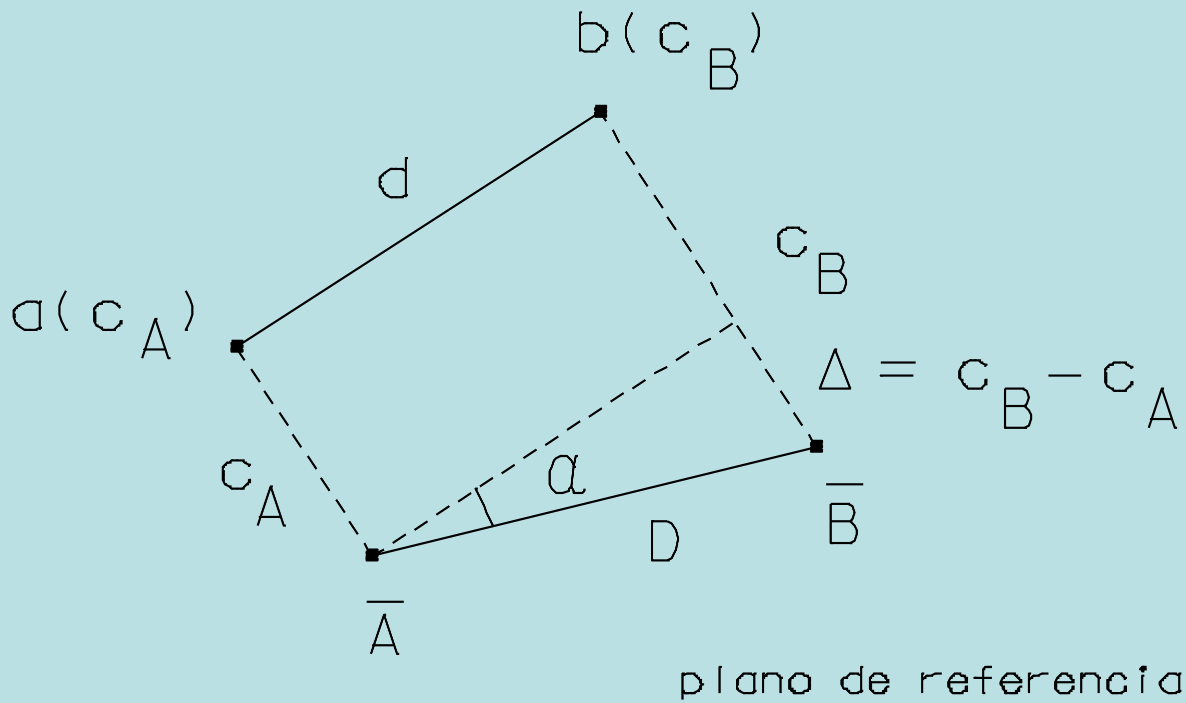




Uma **recta** do espaço que contém os pontos **A** e **B** de cota conhecida é representada pela recta do plano de referência que contém as respectivas projecções ortogonais $a(c_A)$ e $b(c_B)$.

Para a resolução de alguns problemas em geometria cotada é necessário efectuar o **rebatimento** da recta espacial AB (ou mais exactamente, do plano vertical que contém AB) sobre o plano horizontal de referência, tomando a projecção ab como eixo de rotação (ou charneira); desta forma, os segmentos Aa e Bb mantêm-se perpendiculares a essa charneira, obtendo-se os pontos rebatidos no plano de referência, representados com uma barra. Na **recta rebatida**, ao contrário da **recta projectada**, é possível medir distâncias verdadeiras.



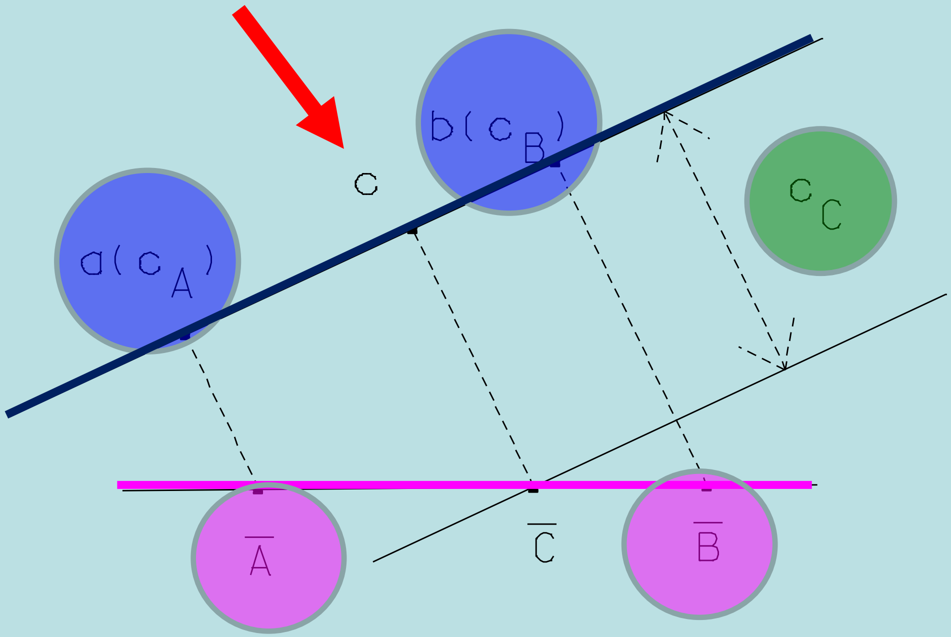






d é a distância horizontal entre A e B

$\Delta = c_B - c_A$ é a distância vertical entre A e B (desnível)

$D = \sqrt{d^2 + \Delta^2}$ é a distância espacial entre A e B (verdadeira grandeza da distância ab, α é a inclinação da recta AB, isto é, o ângulo que AB forma com a sua projecção ab

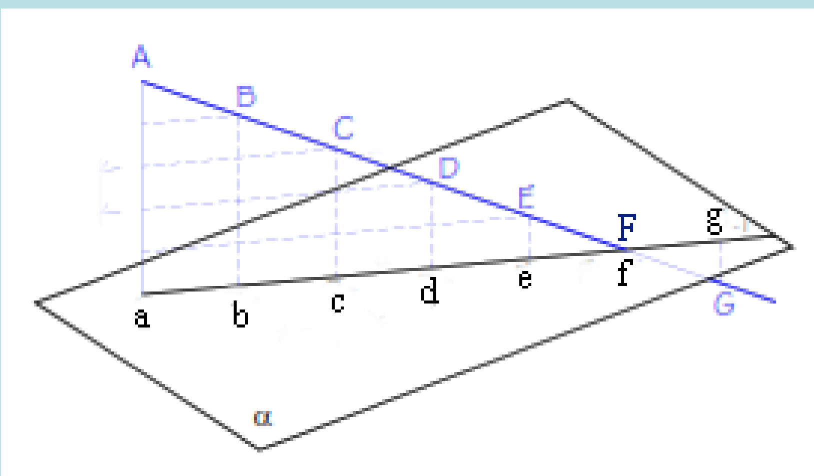


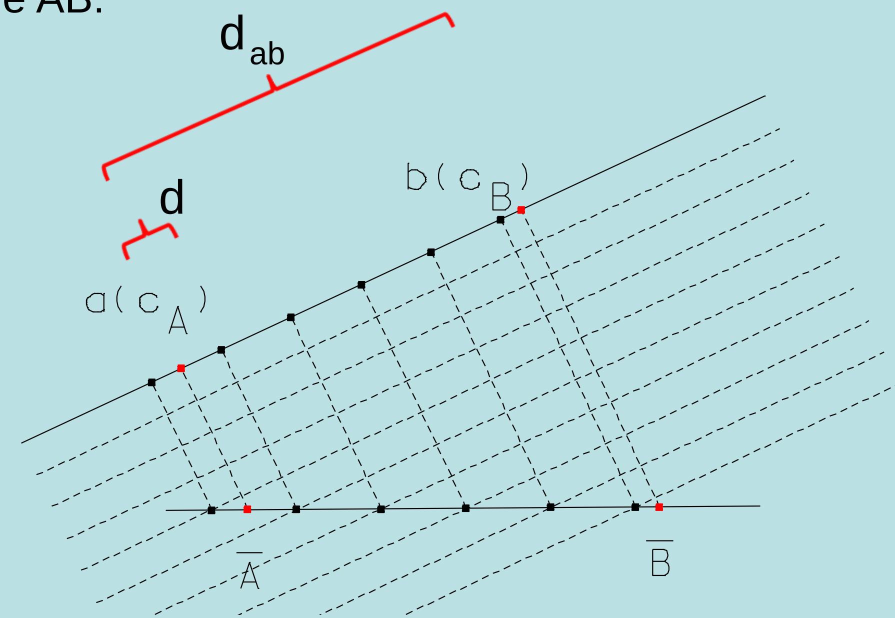

Dada uma <u>recta espacial definida pelos pontos A e B de cota conhecida</u>, para determinar a cota $c_C$ de um ponto C dessa recta, executa-se o respectivo rebatimento em torno da charneira ab e **mede-se o comprimento do segmento** $c\overline{C}$ .

Da mesma forma, dada a recta AB no espaço, pode determinar-se a posição do ponto C dessa recta cuja cota é $c_C$, determinando a intersecção de uma recta paralela à charneira à distância $c_C$ com a recta $\overline{A}\,\overline{B}$ obtida por rebatimento da recta espacial AB e projectando o ponto c no espaço.

# Topografia Aplicada – movimento de terras

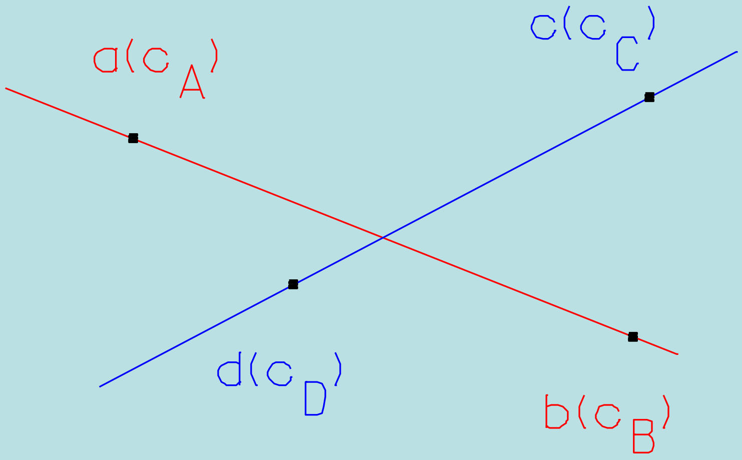
Graduar uma recta AB significa determinar sobre ela os pontos de cotas inteiras, o que pode ser obtido rebatendo AB no plano de referência α em torno de ab, traçando paralelas à charneira a distâncias correspondentes às cotas inteiras (obtidas por interpolação a partir de $c_A$ e de $c_B$, não necessariamente inteiras) e traçando pelas intersecções dessas paralelas com a recta rebatida segmentos perpendiculares à charneira; os pontos resultantes da intersecção destes segmentos com a charneira são projectados ortogonalmente no espaço na cota respectiva, definindo os pontos pretendidos sobre AB:

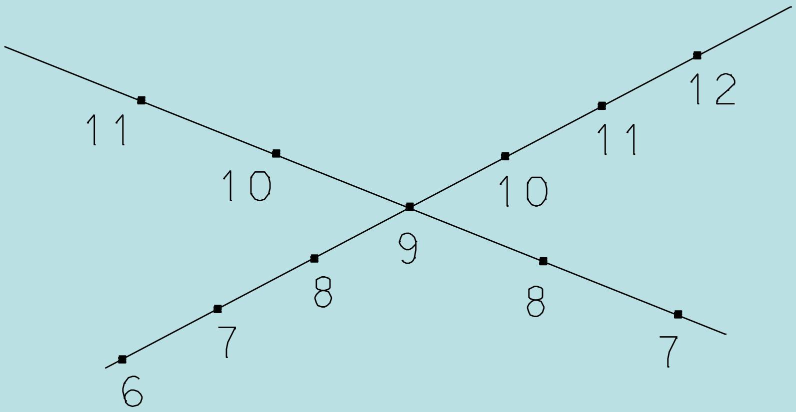


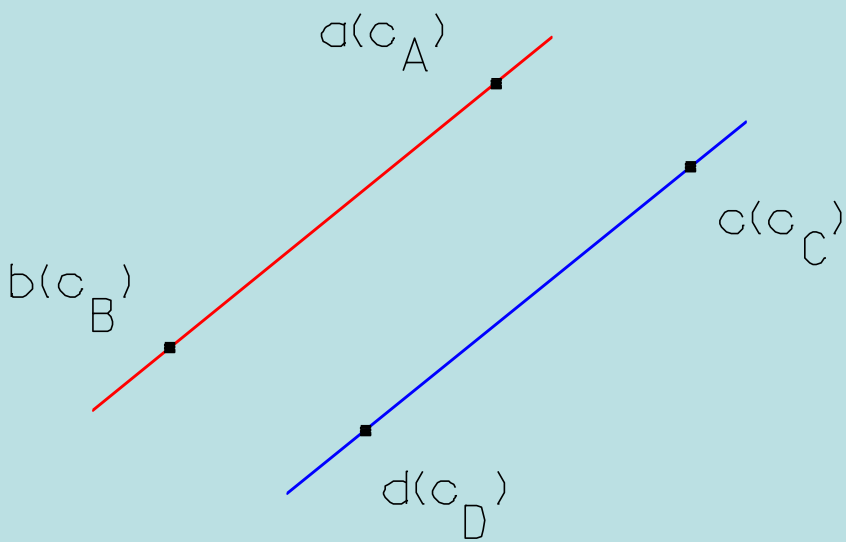

$$\boxed{\frac{c_B - c_A}{d_{ab}} = \frac{c}{d}} \Rightarrow c = (c_B - c_A)\frac{d}{d_{ab}} \Rightarrow c_A + c = 1^{a}\ \text{cota inteira}$$

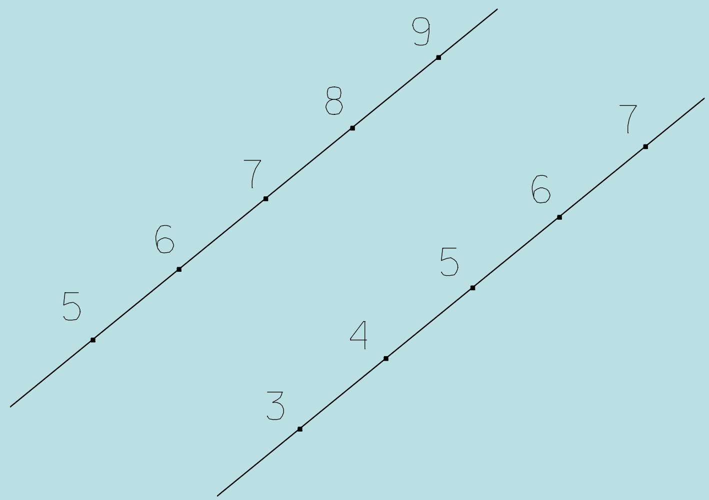
Para que duas rectas do espaço definidas pelos pontos AB e CD, respectivamente, cujas projecções se cruzam no plano de referência sejam **concorrentes** (isto é, que se cruzem no espaço), é necessário e suficiente que **o ponto de cruzamento tenha a mesma cota em ambas as projecções**, o que implica graduar ambas as rectas:



Para que duas rectas no espaço sejam **paralelas** é necessário e suficiente que **<u>as suas projecções sejam paralelas e os respectivos declives sejam iguais e do mesmo sentido</u>**, o que implica graduar as rectas:



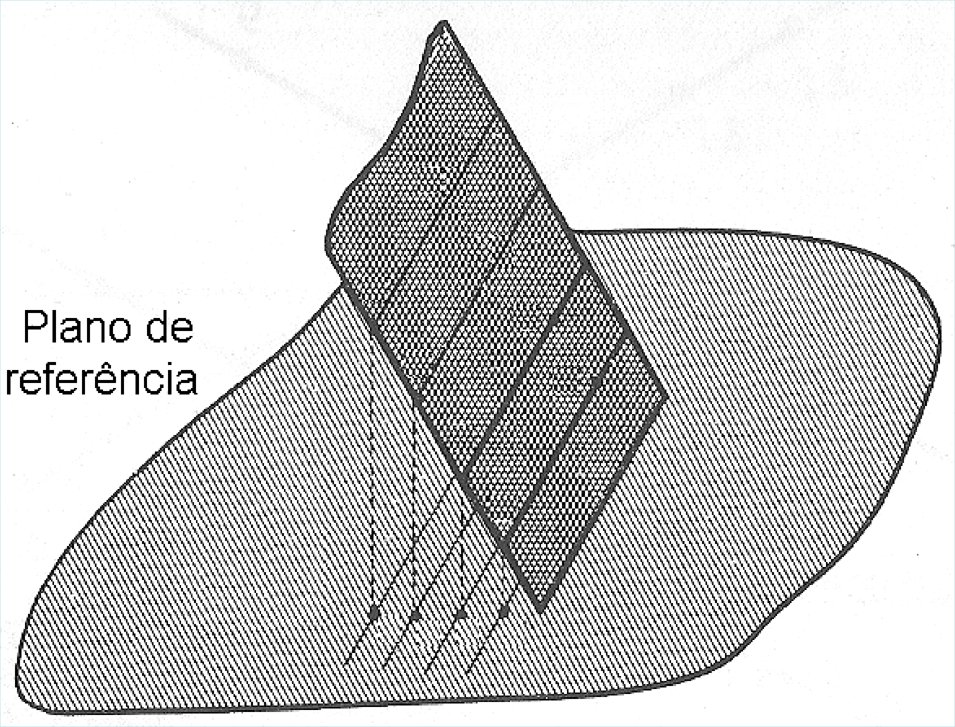



Representa-se um **plano** pelas **projecções cotadas** de:

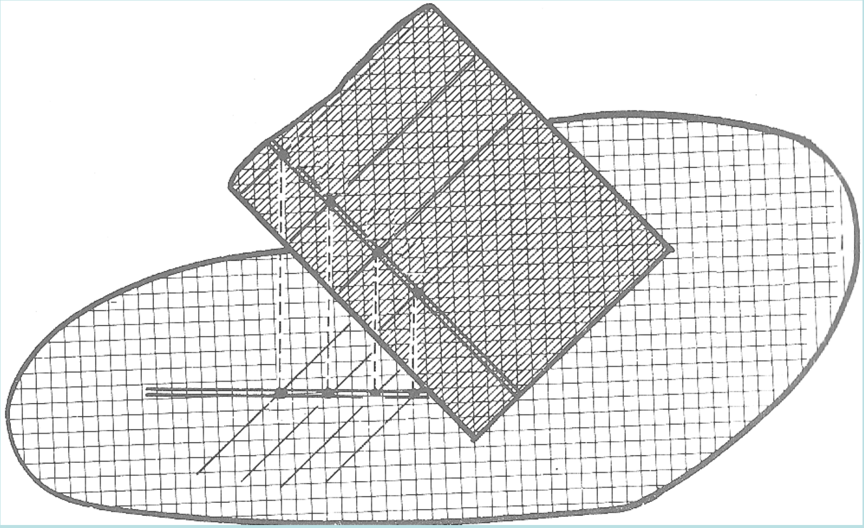
- **um ponto e de uma recta** (que não contenha o ponto) desse plano,
- **duas rectas concorrentes** desse plano,
- **duas rectas paralelas** desse plano.

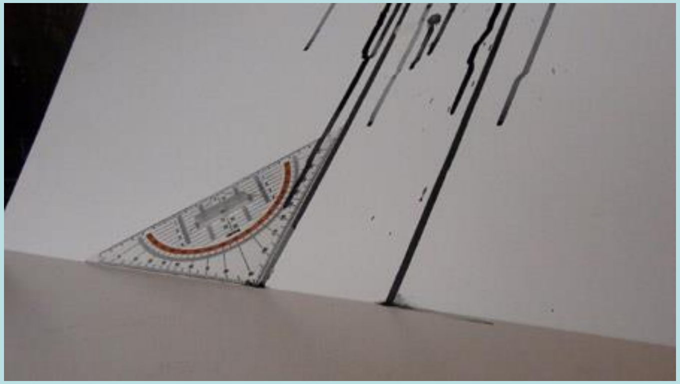
Se o plano for **vertical**, é representado pelo seu traço no plano horizontal de referência, se o plano for **horizontal** é representado pela sua cota.

Para que uma recta pertença a um plano, é suficiente que esta seja concorrente com duas outras rectas desse plano. As rectas horizontais de um plano são determinadas pelas suas projecções (paralelas entre si no plano de referência) e pelas respectivas cotas (todos os pontos de uma mesma recta têm a mesma cota).

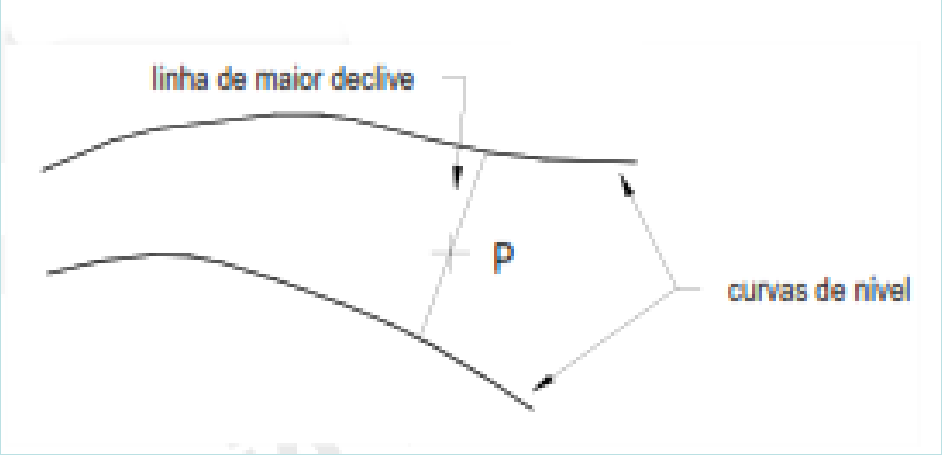


Dá-se o nome de **rectas de maior declive de um plano** (representadas normalmente com traço duplo) às rectas perpendiculares às rectas horizontais desse plano (são aquelas que fazem o maior ângulo com o plano horizontal de projecção), sendo portanto paralelas entre si; as projecções das rectas de maior declive de um plano são paralelas entre si e **perpendiculares às projecções das rectas horizontais** desse plano.





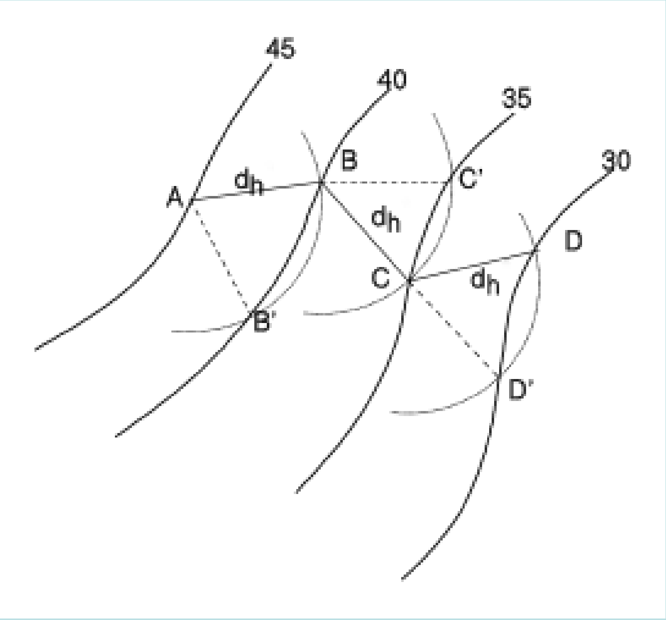
Exemplo: define-se linha de maior declive que passa pelo ponto P como a linha de projecção horizontal recta que tendo os seus extremos apoiados sobre curvas de nível consecutivas e passando pela projecção do ponto, tem comprimento minimo.



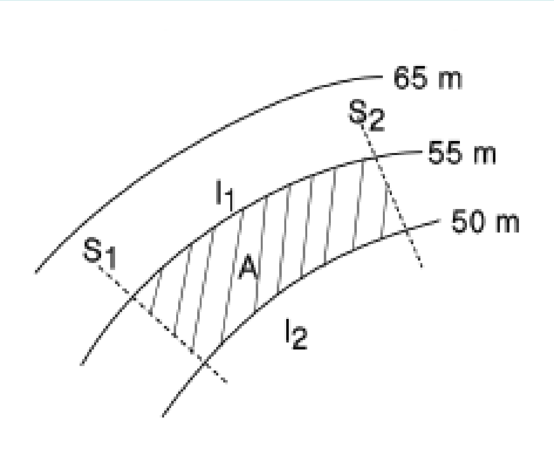
Exemplo: para o traçado de uma linha de declive constante, uma vez que a equidistância e entre curvas de nível é sempre igual, para um declive p ser constante é necessário que a distância horizontal seja constante, ou seja,

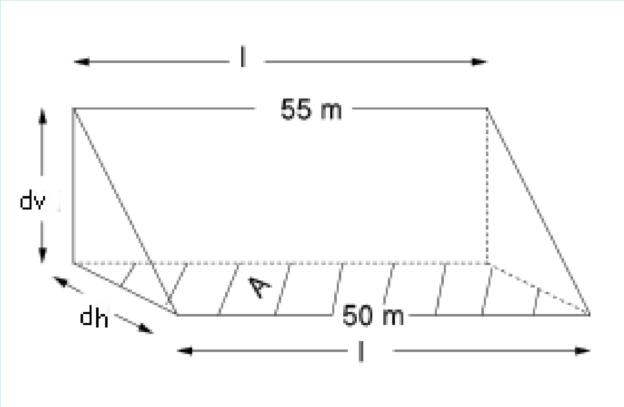
$$\frac{e}{d_h} = p = \text{constante} \Rightarrow d_h = \frac{e}{p} = \text{constante}$$

onde $d_h$ é a projecção horizontal do segmento de recta com aquele declive entre duas curvas de nível.



Exemplo: considere-se a figura, em que se pretende conhecer o declive médio do terreno limitado pelas curvas de nível de 55 m e 50 m e pelas secções S1 e S2, indicado pela área A a tracejado. Considerando que o afastamento entre elas é constante, o que significa que o declive é também constante entre as secções S1 e S2, neste caso o declive médio é dado por

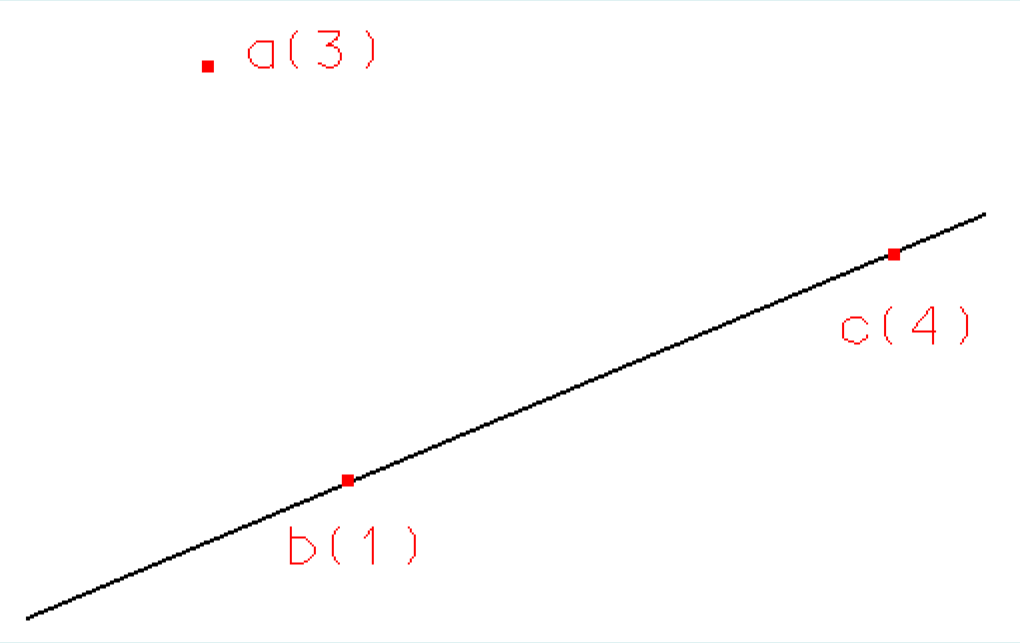



$$\text{declive médio} = \frac{dv}{dh} = \frac{dv \times \ell}{dh \times \ell} = \frac{dv \times \ell}{A}$$

Exemplo: determine a partir da projecção **a(3)** de um ponto A de um **plano α definido por A e pela recta BC** tal que **$c_B$=1** e **$c_C$=4**:

- a recta horizontal que contém A,
- a recta de maior declive do plano passando por A,
- o traço xy do plano α no plano de referência horizontal.



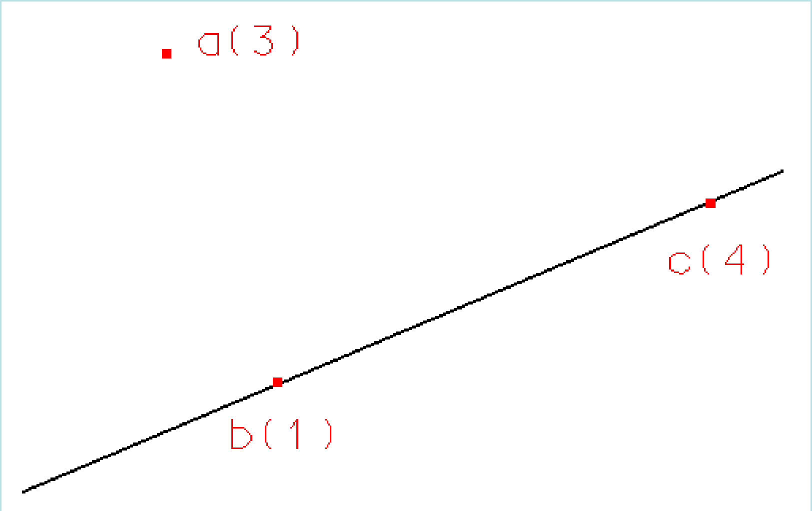
Topografia Aplicada – movimento de terras

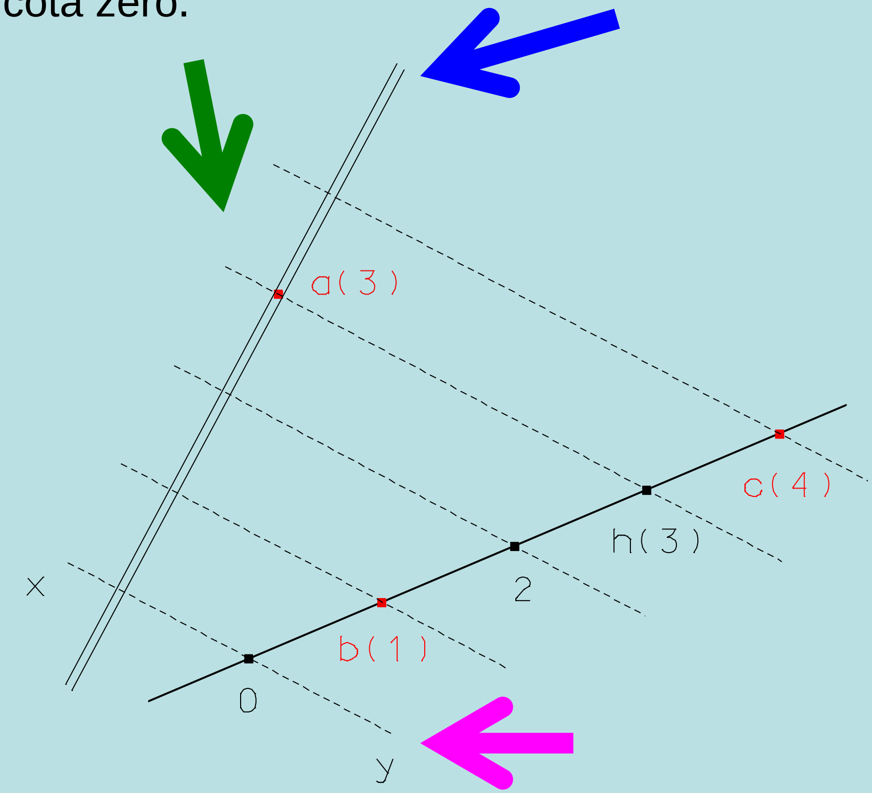
Sendo conhecidos a(3), b(1) e c(4):

1) determina-se sobre bc o ponto h de cota igual a 3, efectuando a graduação esta recta, sendo a recta ah a recta horizontal do plano procurado

2) a recta de maior declive terá a direcção perpendicular à recta horizontal e será definida por quaisquer dois pontos que lhe pertençam, obtidos traçando paralelas a ah pelos pontos da graduação

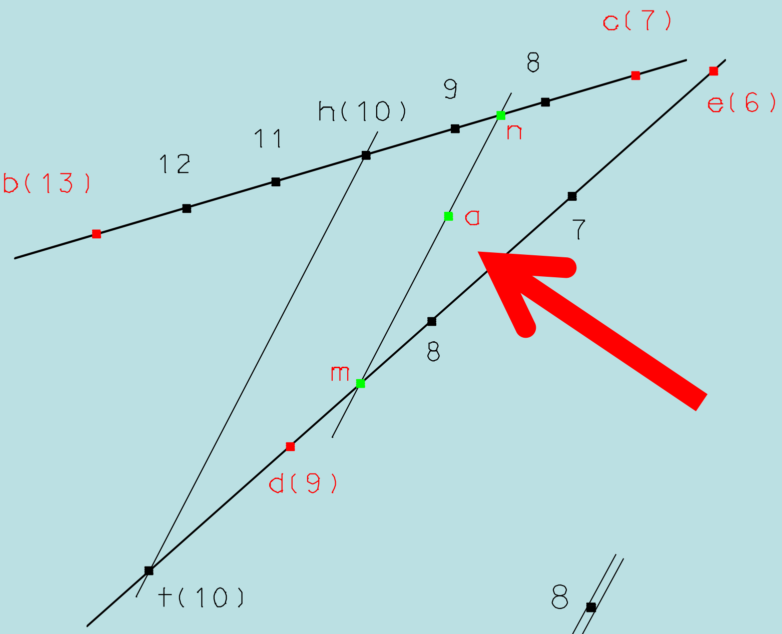
3) o traço xy do plano α é a recta horizontal de cota zero.



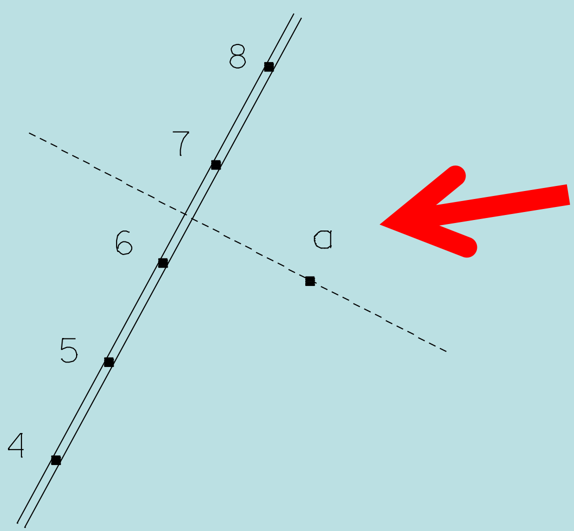



# Topografia Aplicada – movimento de terras

Exemplo: Determine a **cota de um ponto a** de um **plano α** a partir das projecções das suas rectas **bc** e **de**, sabendo-se que b(13), c(7), d(9), e(6).




Definidas as projecções bc e de, graduam-se ambas as rectas e traça-se uma horizontal th do plano unindo dois pontos de igual cota de bc e de. A paralela mn a th que contém o ponto a determina em bc ou de a cota pretendida, neste caso 8.5.

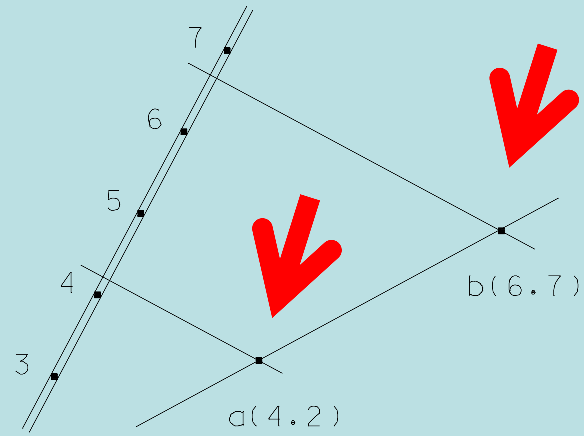



Caso o plano seja representado pela sua recta de maior declive, a perpendicular a esta recta que passa por a é horizontal, o que determina imediatamente a cota de a, neste caso 6.5.

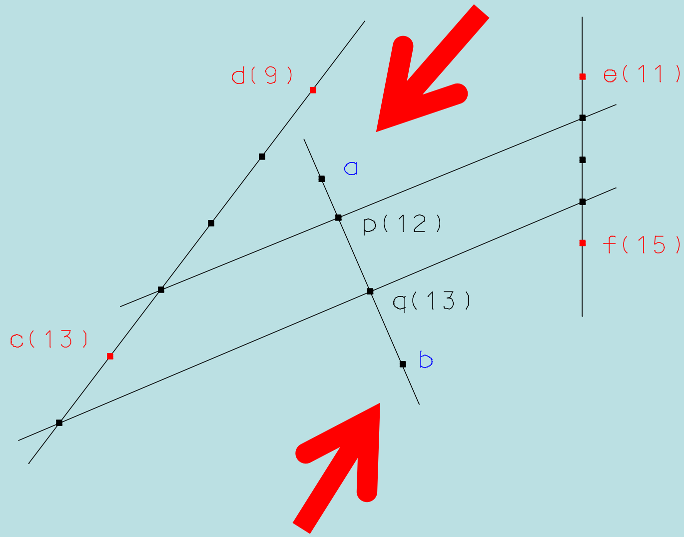
# Topografia Aplicada – movimento de terras

Exemplo: **determine uma recta AB** pertencente a um **plano α** **conhecendo-se a posição das projecções a e b de A e B**, respectivamente.

Se o **plano α** for dado pela sua recta de maior declive, pelos pontos a e b traçam-se rectas horizontais desse plano, que são perpendiculares à recta de maior declive. As cotas dessas horizontais são as cotas dos pontos a e b.



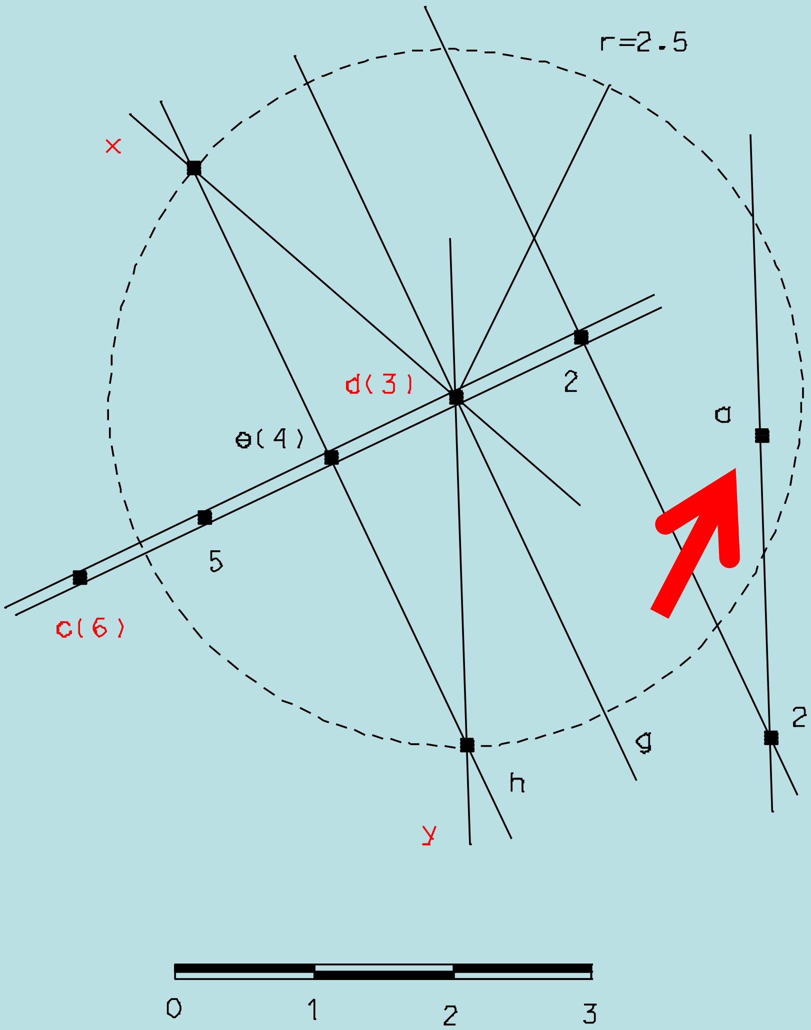

Se o **plano α** for dado por duas rectas quaisquer cd e ef, unem-se pontos destas rectas que tenham a mesma cota, obtendo-se assim uma recta horizontal. O ponto p do cruzamento dessa horizontal com a projecção ab da recta tem a mesma cota dessa recta horizontal (12); procedendo-se da mesma forma para outro par de pontos de igual cota de cd e ef obtém-se o ponto q da projecção ab que tem a mesma cota dessa recta horizontal (13).



# Topografia Aplicada – movimento de terras

Exemplo: determine, a partir de um **ponto A** de **um plano α definido pela sua recta de maior declive**, **uma recta desse plano com declive δ dado**.

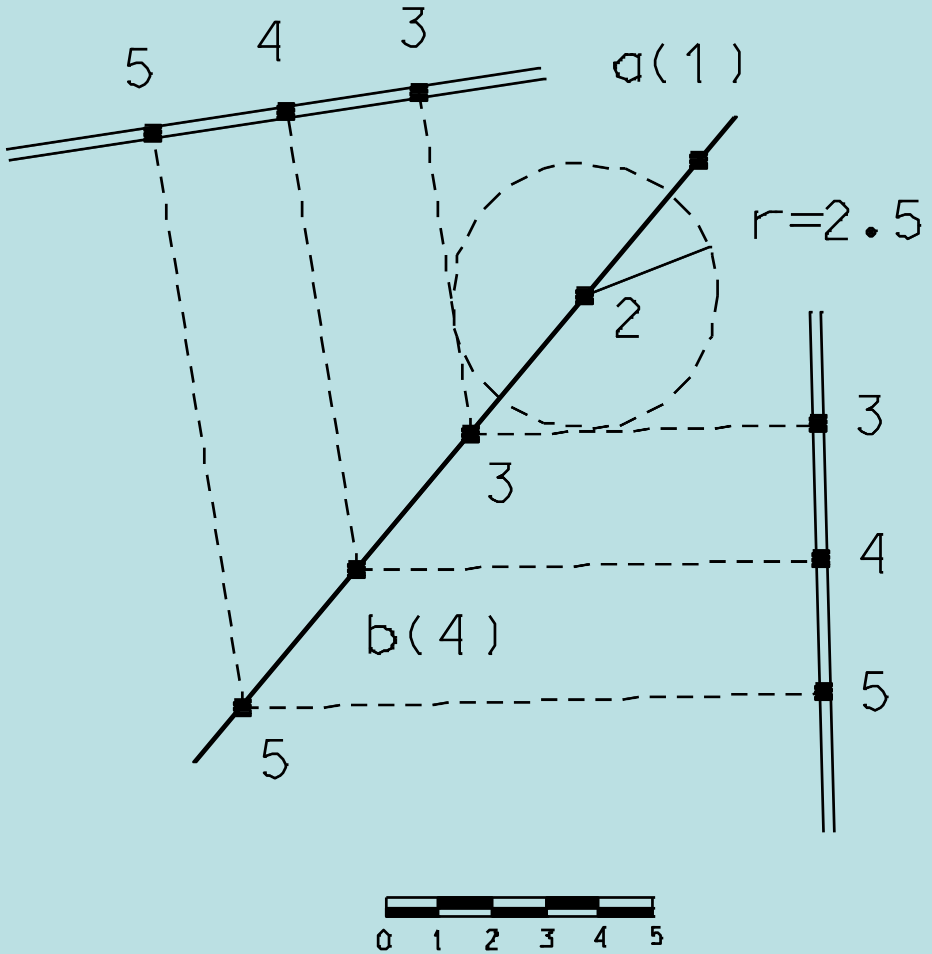
Seja cd a projecção da recta de maior declive (em que c(6), d(3)) e seja **δ=2/5**, por exemplo, o declive pretendido. Traçando duas rectas horizontais g e h de cotas inteiras e consecutivas do plano em questão (perpendiculares à recta de maior declive por pontos de cotas consecutivas), a circunferência com centro em d e de raio t=2.5 irá intersectar a recta h nos pontos x e y: as rectas dx e dy têm o declive procurado




$\delta = dy/dx = 2/5 = 1/2.5$

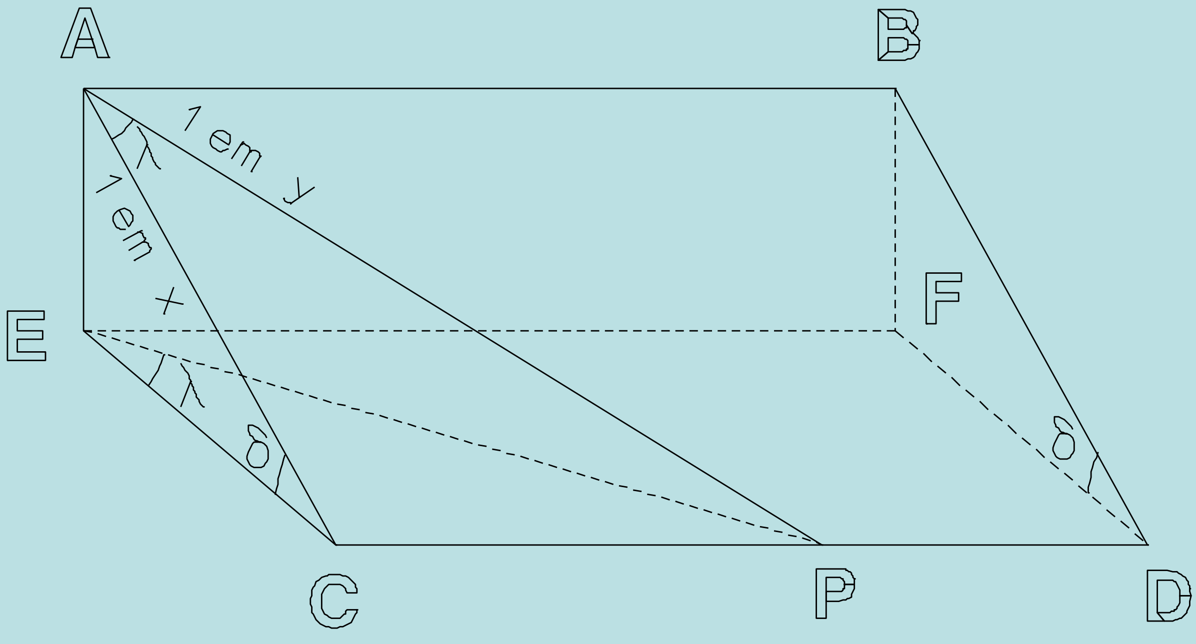
Exemplo: determine **um plano de declive δ** de forma a que esse plano contenha uma **recta AB** dada.

Sendo, por exemplo, **δ=2/5** o declive do plano, isto é, da recta de maior declive desse plano, com centro num ponto c de cota inteira de ab, trace-se uma circunferência de raio t; do ponto d de cota inteira seguinte, trace-se a tangente a essa circunferência.



**O plano ABCD está inclinado relativamente ao plano horizontal EFCD $\delta$º (ou, em termos de taludação, 1 em x, isto é, 1 unidade na vertical corresponde a x unidades na horizontal).**

**A relação entre a taludação e a inclinação do plano ABCD, isto é, entre $\delta$ e x (definida pela linha de maior declive desse mesmo plano) é:** $\delta = \cot^{-1} x$ **.**



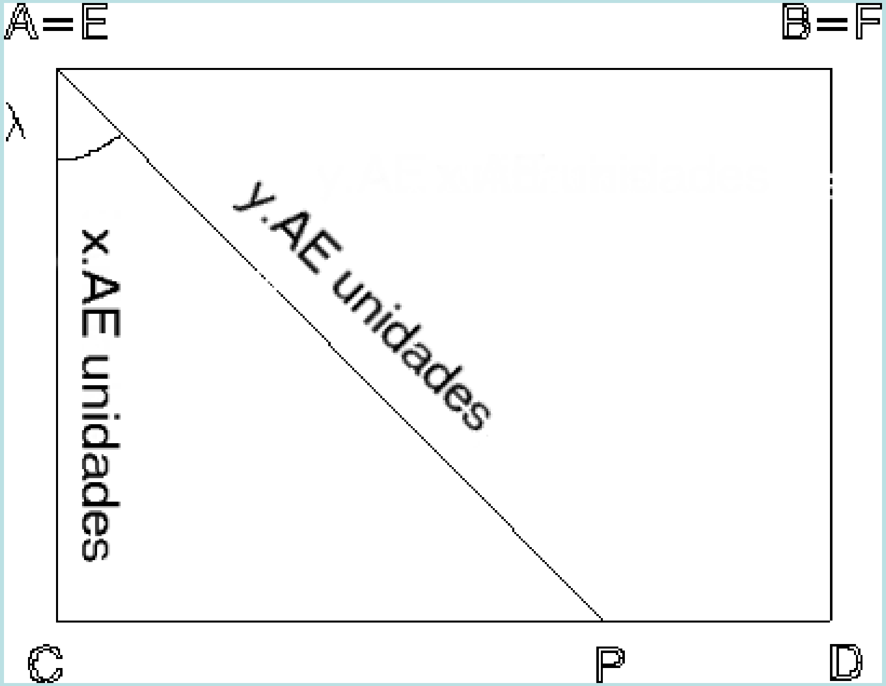
**Para as <u>linhas de maior declive do plano</u> ABCD, a respectiva inclinação é máxima, igual a $\delta$º, correspondentes à direcção ortogonal às linhas de declive nulo (linhas horizontais do plano ABCD, como por exemplo, a linha AB);**

**para qualquer outra direcção do plano ABCD que não seja a do maior declive, como por exemplo a linha AP, fazendo um ângulo $\lambda$ com a direcção AC, a respectiva taludação é 1 em y.**

$$t_{AC} = \frac{AE}{EC} = \frac{1}{\frac{EC}{AE}} = \frac{1}{x}$$

$$t_{AP} = \frac{AE}{EP} = \frac{1}{\frac{EP}{AE}} = \frac{1}{y}$$

**Projectando ortogonalmente o plano inclinado ABCD sobre o plano horizontal CDEF, se a taludação da linha de maior declive AC do plano ABCD for igual a 1 em x então AC = x.AE unidades; da mesma forma, sendo 1 em y a taludação da linha AP, então AP = y.AE.**



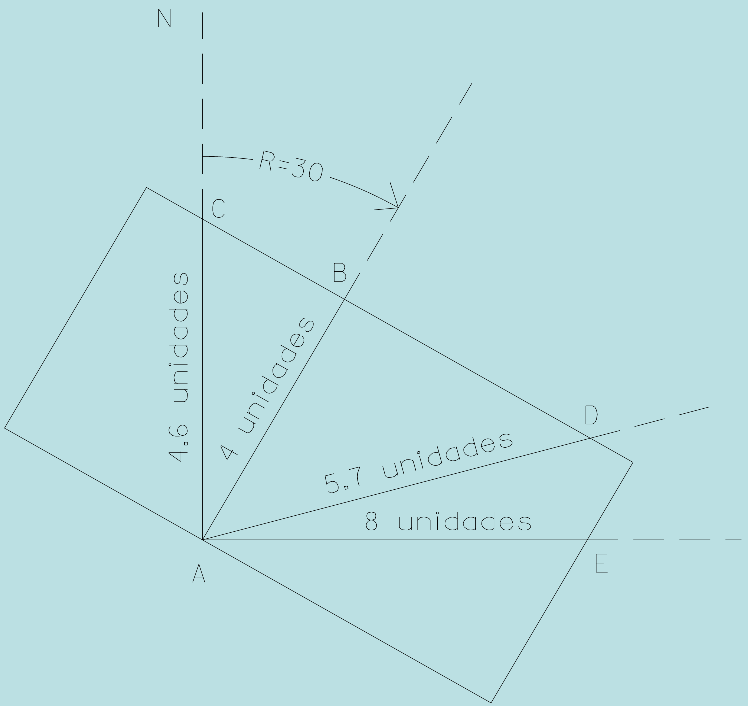
**Considerando o triângulo ACP, tem-se: .**

$$AP = y = \frac{x}{\cos\lambda}$$

$$AC = x = y\cos\lambda$$

$$\boxed{\lambda = \cos^{-1}\frac{x}{y}}$$

**Dito de outra forma, a taludação da linha de maior declive AC é igual ao produto da taludação da linha AP pelo coseno do ângulo entre essas linhas.**




**Exemplo: a taludação da linha de maior declive de um plano inclinado é de 1 em 4, segundo o rumo 30º; qual é taludação da linha desse plano (a) segundo a direcção N, (b) segundo o rumo 75º, (c) segundo a direcção E?**

**Da figura, tem-se:**

$$\mathrm{CAB} = \lambda_{\mathrm{C}} = 30^{\circ}$$

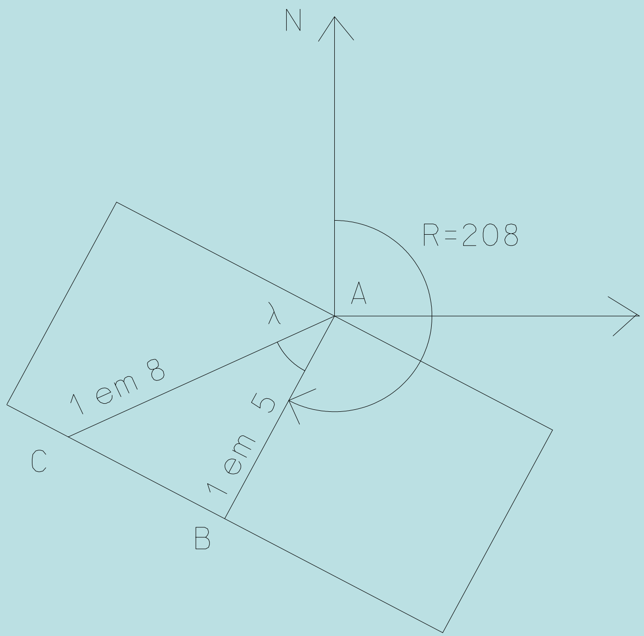
$$\mathrm{BAD} = \lambda_{\mathrm{D}} = 45^{\circ}$$

$$\mathrm{BAE} = \lambda_{\mathrm{E}} = 60^{\circ}$$

$$\mathrm{AC} = \frac{4}{\cos 30^{\circ}} = 4.62$$

$$\mathrm{AD} = \frac{4}{\cos 45^{\circ}} = 5.66$$

$$\mathrm{AE} = \frac{4}{\cos 60^{\circ}} = 8.00$$



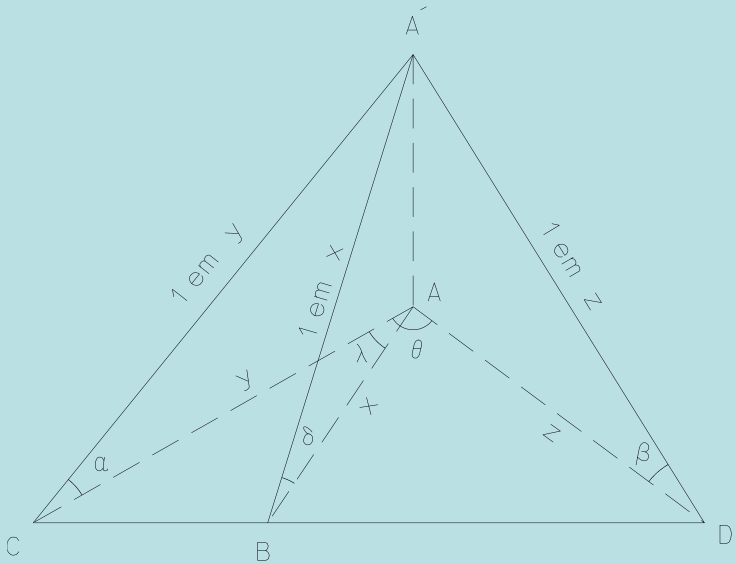

**Exemplo: a linha de maior declive de um plano inclinado é igual a 1 em 5 segundo o rumo 208º; em que direcção se poderá construir uma estrada com taludação 1 em 8?**

**Da figura tem-se** $\lambda = \cos^{-1}\frac{5}{8} = 51^{o}19'$

**então, tem-se** $R_{AC} = R_{AB} + \lambda = 259^{o}19'$

**ou** $R_{AC} = R_{AB} - \lambda = 156^{o}19'$

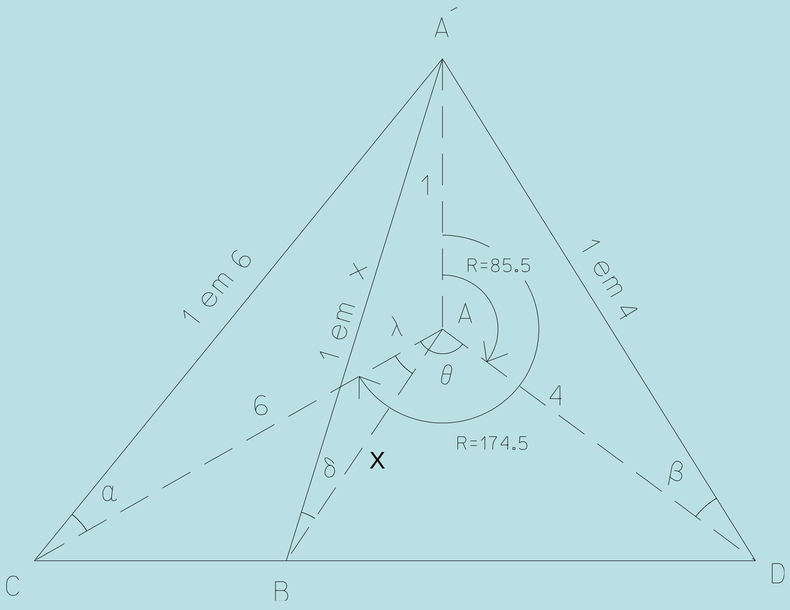
# Topografia Aplicada – movimento de terras




**Dadas as taludações e os rumos de duas linhas quaisquer A'C e A'D de um plano inclinado (com AA'=1), a taludação e o rumo da linha de maior declive A'B obtêm-se projectando ortogonalmente as linhas no plano horizontal:**

$$\lambda = \tan^{-1}\left(\frac{\cot\alpha}{\cot\beta\sin\theta} - \cot\theta\right) = \tan^{-1}(\cot\alpha\tan\beta\,\mathrm{cosec}\theta - \cot\theta)$$

$$x = \cot\alpha\cos\lambda$$




**Exemplo: num dado plano inclinado, um troço de uma estrada tem taludação igual a 1 em 4 segundo o rumo 85º 30’ e intersecta um troço de uma outra estrada cuja taludação é igual a 1 em 6, segundo o rumo 174º 30’; qual é taludação da linha de maior declive desse plano? e qual é o rumo dessa direcção?**

$$\tan\alpha = \frac{1}{6}, \quad \cot\beta = \frac{4}{1} = 4, \quad \theta = R_{AC} - R_{AD} = 89^{o}, \quad \lambda = \tan^{-1}\left(\frac{6}{4\sin 89^{o}} - \cot 89^{o}\right) = 56^{o}$$

$$\frac{\cos\lambda}{x} = \frac{\sin 90^{o}}{6} \Rightarrow x = 6\cos 56^{o} = 3.35$$

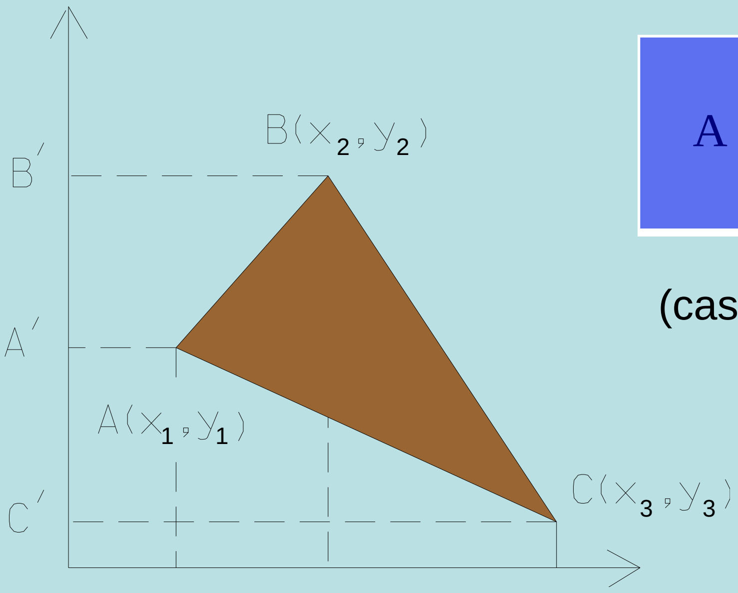
# Topografia Aplicada – movimento de terras

$$A = \text{area } ABC = \text{area } B'BCC' - \text{area } B'BAA' - \text{area } A'ACC' =$$

$$= \frac{(x_2 + x_3)(y_2 - y_3)}{2} - \frac{(x_2 + x_1)(y_2 - y_1)}{2} - \frac{(x_1 + x_3)(y_1 - y_3)}{2}$$

$$= (x_2y_2 - x_3y_3 + x_3y_2 - x_2y_3 - x_2y_2 + x_1y_1 - x_1y_2 + x_2y_1 - x_1y_1 + x_3y_3 - x_3y_1 + x_1y_3)/2$$

$$= (x_2y_1 + x_3y_2 + x_1y_3 - x_1y_3 - x_2y_3 - x_3y_1)/2$$




$$A = \frac{1}{2}\sum y_i(x_{i+i} - x_{i-1}) = \frac{1}{2}\sum x_i(y_{i+1} - y_{i-1})$$

(caso a área obtida seja negativa, ignora-se o sinal).

**Exemplo: qual é a área da parcela de terreno cujos vértices têm as seguintes coordenadas?**

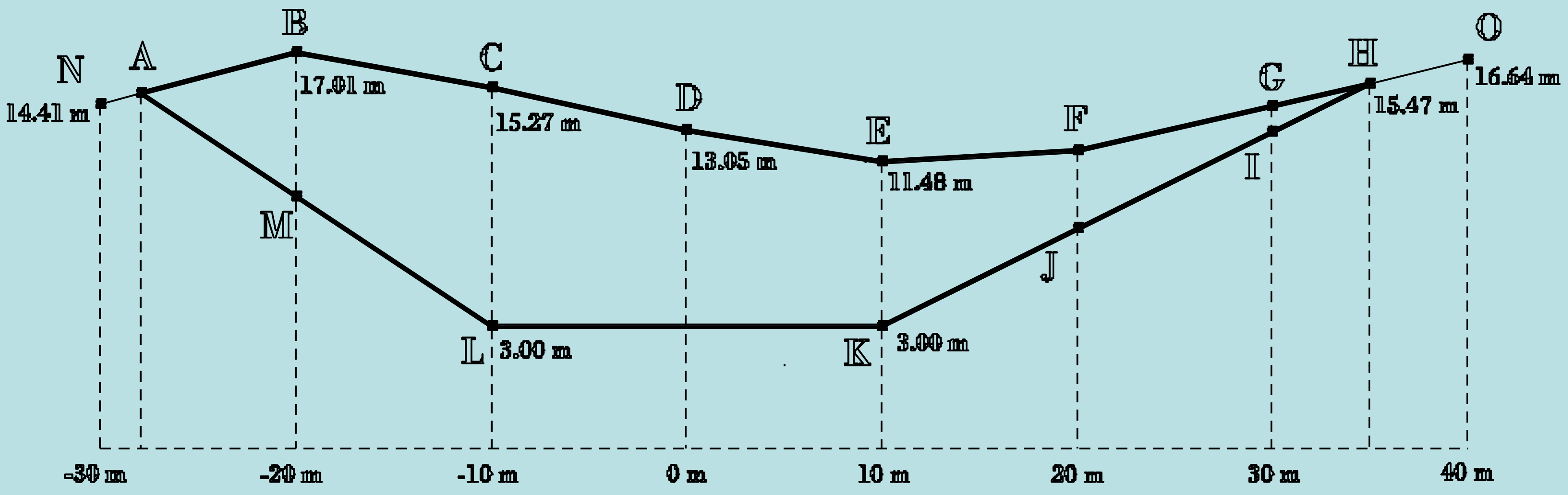
| | M | P |
|---|---|---|
| A | 1000 | 1000 |
| B | 1200 | 840 |
| C | 1630 | 795 |
| D | 2000 | 1070 |
| E | 1720 | 1400 |
| F | 1310 | 1540 |
| G | 905 | 1135 |

$$A = \frac{1}{2}(1000*840+1200*795+1630*1070+2000*1400+1720*1540+1310*1135+905*1000) =$$

$$= \frac{1}{2}(1000*1135+1200*1000+1630*840+2000*795+1720*1070+1310*1400+905*1540) =$$

$$= \frac{11378750}{2} - \frac{10362300}{2} = 508225\,\mathrm{m}^2 = 50.8225\,\mathrm{ha}$$

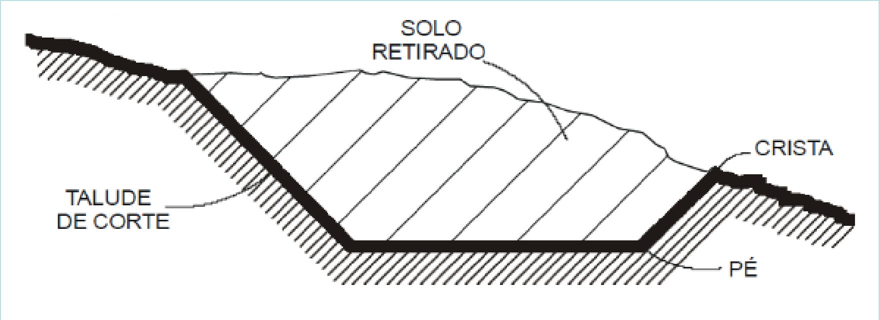
Considere a secão transversal de uma auto-estrada definida pelos pontos A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L e M da figura; sendo as taludações laterais iguais a 1 em 1½ do lado esquerdo e 1 em 2 do lado direito, calcule a área dessa secção.

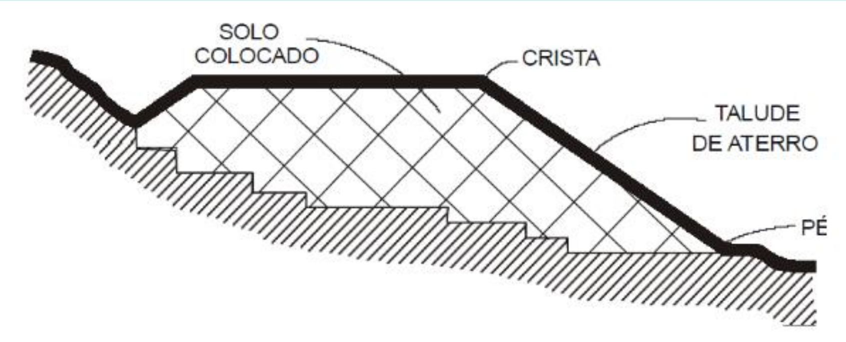


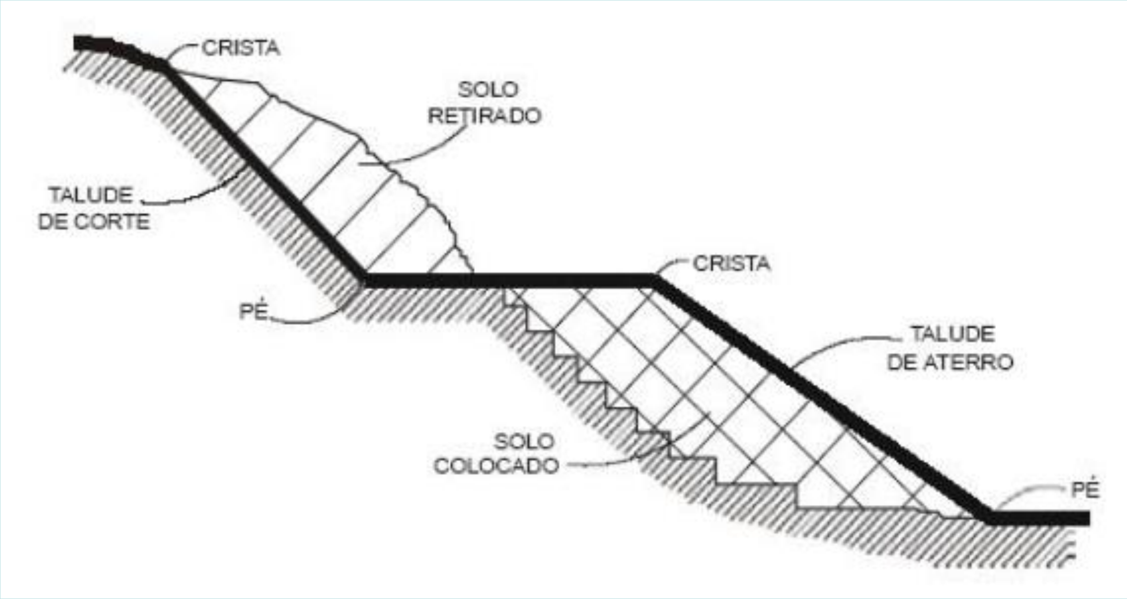
**Nem sempre é possível utilizar o terreno com a configuração original, sendo então necessário adequar a superfície existente à superfície desejada (de projecto). Entre o terreno original e a superfície de projecto forma-se assim um talude ou superfície de ligação.**

**Quando a superfície natural se encontrar acima da superfície de projecto é necessário efectuar uma escavação; quando a superfície natural se encontrar abaixo da superfície de projecto é necessário efectuar um aterro; quando for possível um melhor aproveitamento do perfil natural, minimizando-se o transporte de material, utiliza-se um perfil misto.**

# Topografia Aplicada – movimento de terras



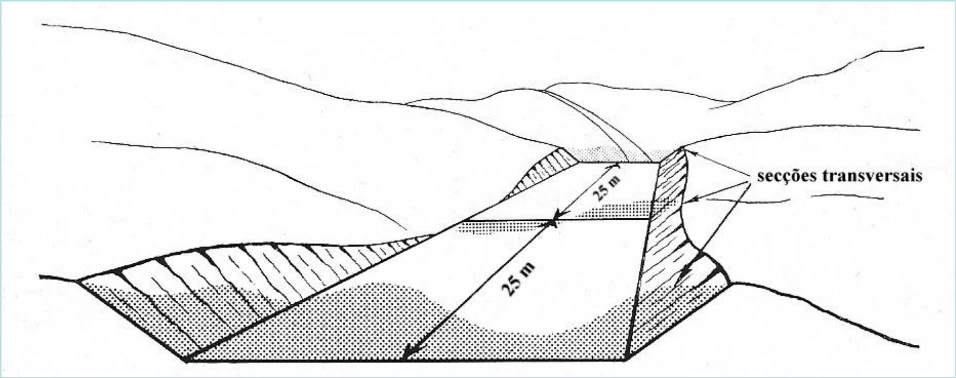



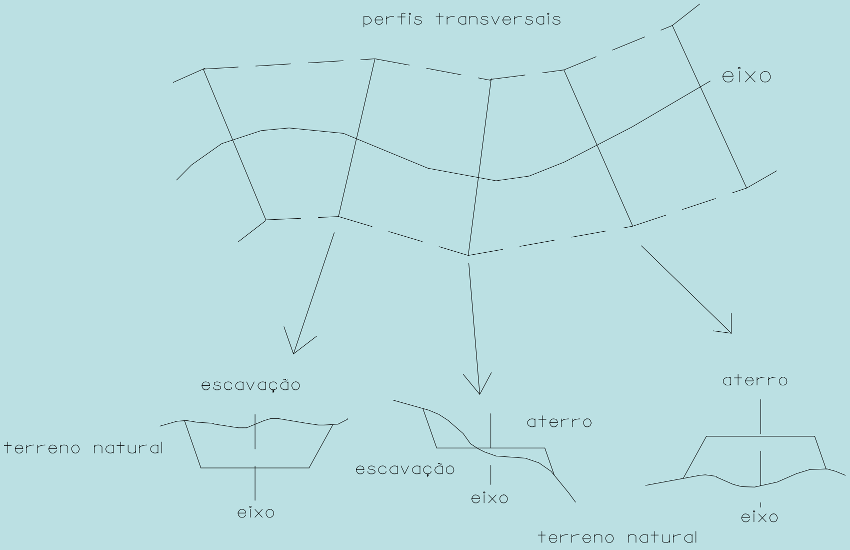
**Os valores usuais para a taludação para os taludes de escavação (V/H) são:**

- **rocha: 90º**
- **seixo: 1/1 = 45º**
- **argila: 4/5 = 39º**
- **areia: 3/5 = 31º**
- **terra vegetal: 1/2 = 27º**

**Normalmente os taludes de aterro devem ser menos inclinados que os taludes de escavação, utilizando-se as taludações 1/4, 1/3, 1/2, 2/3 conforme o tipo de terreno.**

**Uma secção transversal resulta da intersecção de um plano vertical perpendicular ao eixo da via com o terreno natural. Para cada secção transversal, define-se b como a largura da estrada, h como a altura (diferença no eixo entre a cota do terreno natural e a cota de projecto para o pavimento da estrada), $w = w_L + w_R$ como a abertura e m como a taludação das bermas.**



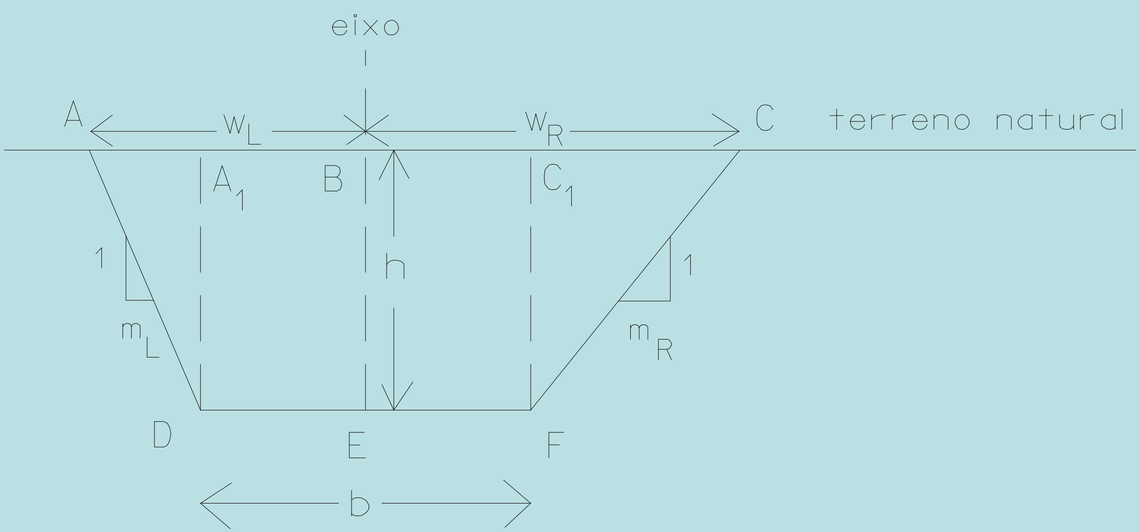
**Há três tipos possíveis de configuração para uma secção transversal:**

**a) o terreno natural é plano e horizontal**

**b) o terreno natural é plano e inclinado**

**c) o terreno natural é irregular**

**No primeiro caso, com o terreno plano e horizontal tem-se, sendo A a área da secção considerada (neste caso área de escavação:**




$$\Delta CC_1F: \frac{CC_1}{m_R} = \frac{h}{1} \Rightarrow CC_1 = m_R h$$

$$\Rightarrow \quad w_R = \frac{b}{2} + m_R h$$

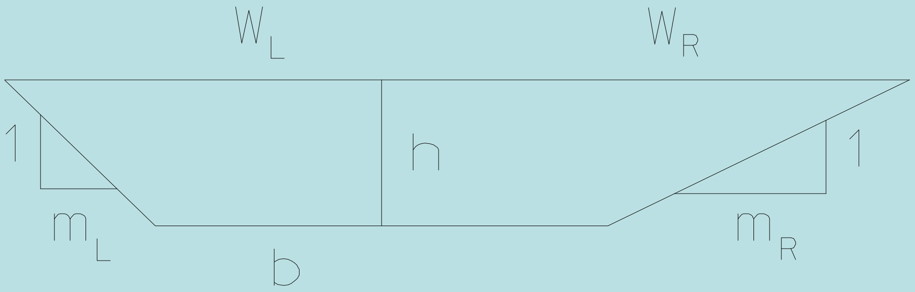
$$\Delta AA_1D: \frac{AA_1}{m_L} = \frac{h}{1} \Rightarrow AA_1 = m_L h$$

$$\Rightarrow \quad w_L = \frac{b}{2} + m_L h$$

$$\boxed{A_e = bh + \frac{1}{2} m_L h^2 + \frac{1}{2} m_R h^2 = h(b + m_L \frac{h}{2} + m_R \frac{h}{2})}$$

Se $m_L=m_R=m$ tem-se $A_e = h(b + mh)$

**Exemplo: considere a secção efectuada num terreno plano e horizontal, em que h=2 m e b=6 m. Sabendo que a área desse secção é A=18 m², qual é a relação entre as taludações n e m de cada uma das bermas?**

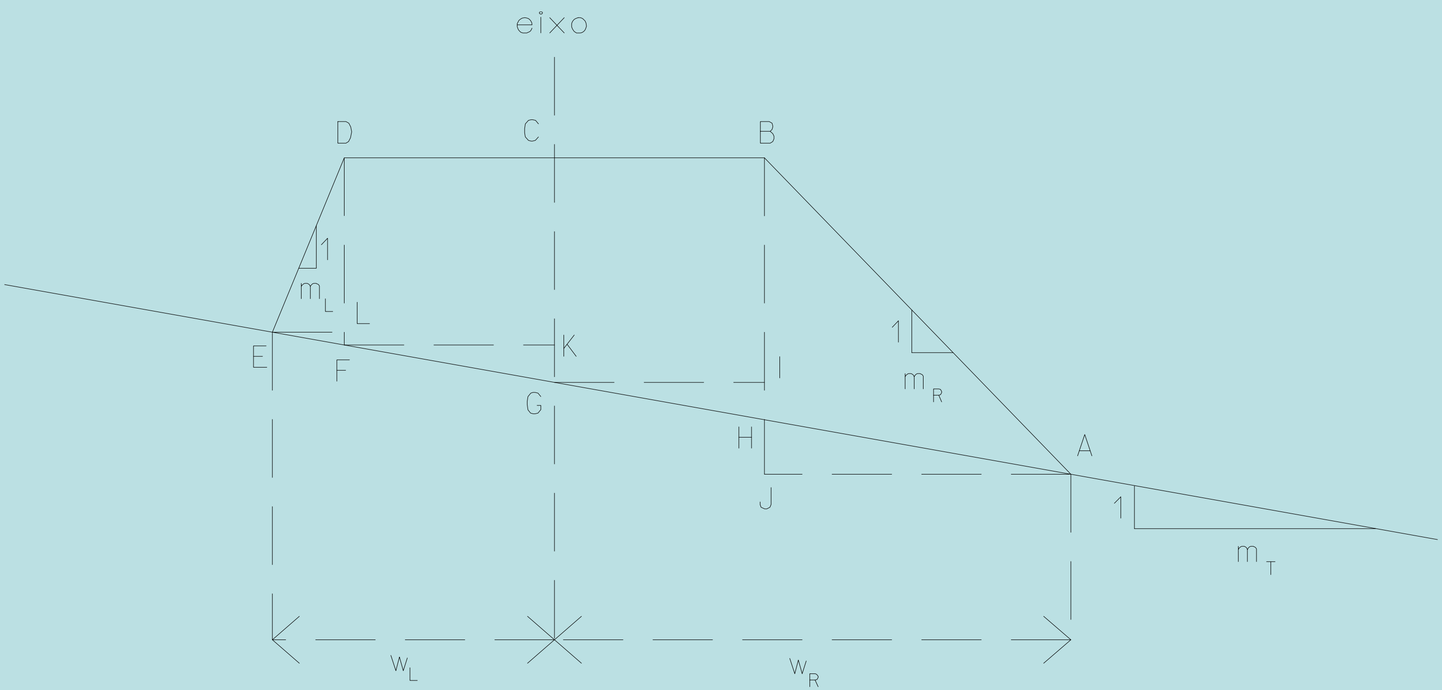



$$A = \frac{1}{2} h m_L h + bh + \frac{1}{2} h m_R h = (m_L + m_R)\frac{h^2}{2} + bh \Rightarrow m_L + m_R = 2\frac{A - bh}{h^2} = 3$$

**Pode concluir-se que, mantendo-se os valores de h e de b, qualquer combinação de $m_L$ e $m_R$ que verifique a relação $m_L + m_R = 3$ dá origem a uma secção de área igual a 18 m².**

**No segundo caso, com o terreno plano e inclinado, pode existir apenas escavação (ou aterro) ou escavação e aterro; a figura representa o caso em que existe aterro (h>0), tendo-se:**

$$A_a = \text{area } AHB + \text{area } BHFD + \text{area } DFE = \frac{1}{2} h_R d_R + bh + \frac{1}{2} h_L d_L$$




$h_R = BH$

$d_R = AJ$

$h_L = DF$

$d_L = EF$

$h = CG$

$b = BD$

$w_L = \frac{b}{2} + d_L$

$w_R = \frac{b}{2} + d_R$

Topografia Aplicada – movimento de terras

**Do triângulo GHI tem-se** $$\frac{\frac{b}{2}}{m_T} = \frac{h_R - h}{1} \Rightarrow h_R = h + \frac{b}{2m_T}$$

**Do triângulo FGK tem-se** $$\frac{\frac{b}{2}}{m_T} = \frac{h - h_L}{1} \Rightarrow h_L = h - \frac{b}{2m_T}$$

**De** $$\frac{d_R}{m_T} = \frac{HJ}{1} \Rightarrow HJ = \frac{d_R}{m_T}$$

**e de** $$\frac{h_R + HJ}{1} = \frac{d_R}{m_R} \Rightarrow h_R + HJ = \frac{d_R}{m_R}$$

**tem-se** $$d_R = \frac{h_R}{\frac{1}{m_R} - \frac{1}{m_T}}$$

**De** $$\frac{d_L}{m_T} = \frac{LF}{1} \Rightarrow LF = \frac{d_L}{m_T}$$

**e de** $$\frac{h_L - LF}{1} = \frac{d_L}{m_L} \Rightarrow h_L - LF = \frac{d_L}{m_R}$$

**tem-se** $$d_L = \frac{h_L}{\frac{1}{m_L} + \frac{1}{m_T}}$$

## Então

$$A_a = \frac{1}{2}\left(h+\frac{b}{2m_T}\right)^2 \frac{1}{\frac{1}{m_R}-\frac{1}{m_T}} + hb + \frac{1}{2}\left(h-\frac{b}{2m_T}\right)^2 \frac{1}{\frac{1}{m_L}+\frac{1}{m_T}} = \frac{1}{8m_T}\left(\frac{(2hm_T+b)^2 m_R}{m_T-m_R}+\frac{(b-2hm_T)^2 m_L}{m_T+m_L}\right)+hb$$

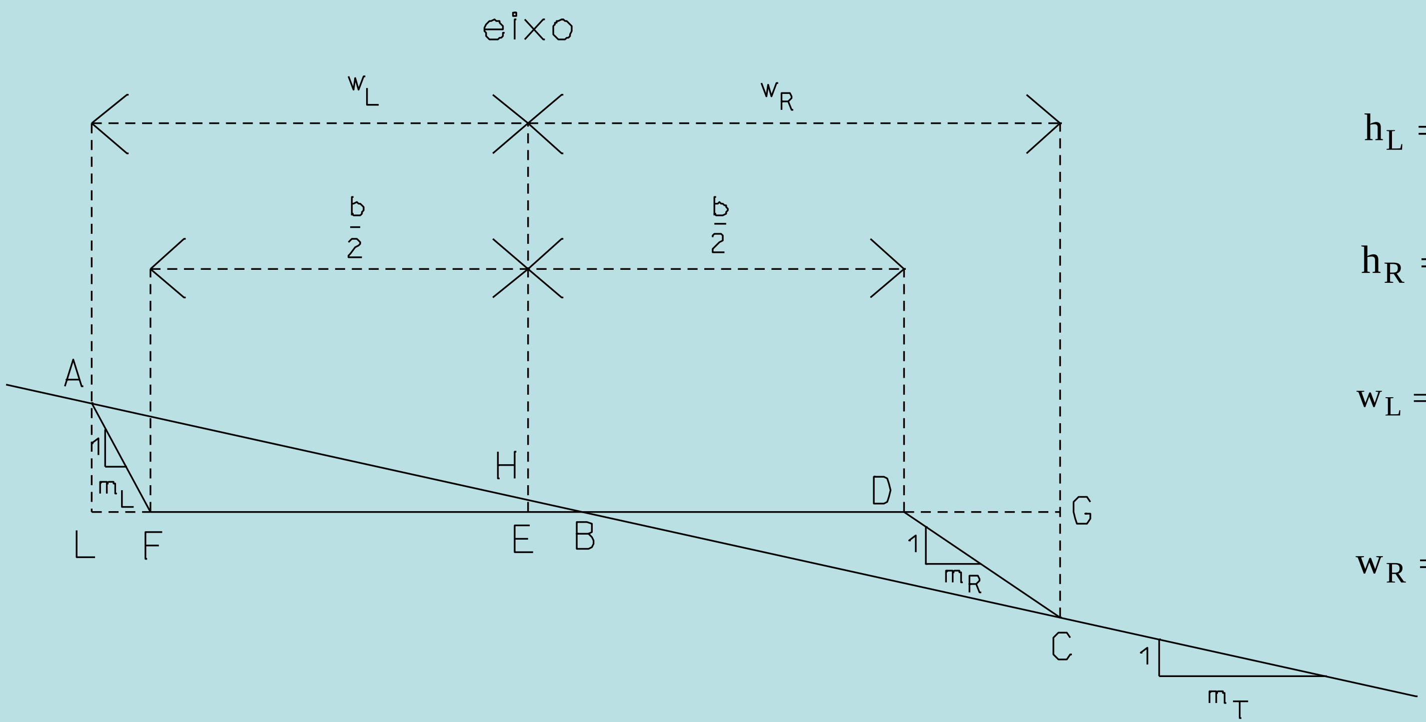
**No caso de** $m = m_R = m_L$ **tem-se:**

$$A_a = \frac{m\left(h^2 m_T{}^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 + bhm\right)}{m_T{}^2 - m^2} + bh = \frac{1}{2m}\left(\left(\frac{b}{2}+mh\right)(w_L + w_R) - \frac{b^2}{2}\right)$$

$$w_R = \left(\frac{b}{2}+mh\right)\frac{m_T}{m_T - m}$$

$$w_L = \left(\frac{b}{2}+mh\right)\frac{m_T}{m_T + m}$$

**A figura representa o caso em que numa mesma secção existe aterro e escavação, em terreno plano e inclinado, taludações das bermas diferentes:**




$$h_L = AL$$

$$h_R = CG$$

$$w_L = (\frac{b}{2} + m_L h)\frac{m_T}{m_T - m_L}$$

$$w_R = (\frac{b}{2} - m_R h)\frac{m_T}{m_T - m_R}$$

**Neste caso tem-se, no eixo, h>0.**

**Do triângulo ALF tem-se**

$$\frac{h_L}{1} = \frac{LF}{m_L} \Rightarrow h_L = \frac{w_L - \frac{b}{2}}{m_L} = \frac{2w_L - b}{2m_L}$$

**Do triângulo BEH tem-se**

$$\frac{BE}{m_T} = \frac{h}{1} \Rightarrow BE = m_T h$$

**Do triângulo CDG tem-se**

$$\frac{h_R}{1} = \frac{DG}{m_R} \Rightarrow h_R = \frac{w_R - \frac{b}{2}}{m_R} = \frac{2w_R - b}{2m_R}$$

**Então, para as áreas de escavação e aterro tem-se:**

$$\boxed{A_e} = \frac{1}{2}BL\,h_L - \frac{1}{2}FL\,h_L = \frac{1}{2}h_L(BL - FL) = \frac{1}{2}h_L BF = \frac{1}{2}h_L(EF + EB) = \frac{1}{2}\frac{2w_L - b}{2m_L}\left(\frac{b}{2} + hm_T\right)$$

$$\frac{1}{2}\frac{(m_L + \frac{b}{2})\frac{2m_T}{m_T - m_L} - b}{2m_L}\left(\frac{b}{2} + hm_T\right) = \frac{1}{2}\frac{(hm_L + \frac{b}{2})2m_T - bm_T + bm_L}{2m_L(m_T - m_L)}\left(\frac{b}{2} + hm_T\right) = \frac{1}{2}\frac{2m_T m_L + bm_T + bm_L}{2m_L(m_T - m_L)}\left(\frac{b}{2} + hm_T\right) =$$

$$\frac{1}{2}\frac{m_L(2hm_T + b)}{2m_L(m_T - m_L)}\left(\frac{b}{2} + hm_T\right) = \frac{1}{2}\frac{2hm_T + b}{2(m_T - m_L)}\frac{b + 2hm_T}{2} = \frac{1}{2}\frac{(2km_T + b)^2}{4(m_T - m_L)} = \boxed{\frac{1}{2}\frac{(hm_T + \frac{b}{2})^2}{m_T - m_L}}$$

Topografia Aplicada – movimento de terras

$$\boxed{A_a} = \frac{1}{2}BG\,h_R - \frac{1}{2}DG\,h_R = \frac{1}{2}h_R(BG - DG) = \frac{1}{2}h_R BD = \frac{1}{2}h_R(ED - EB) = \frac{1}{2}\frac{2w_R - b}{2m_R}\left(\frac{b}{2} - hm_T\right)$$

$$\frac{1}{2}\frac{\left(\frac{b}{2} - hm_R\right)\frac{2m_T}{m_T - m_R} - b}{2m_R}\left(\frac{b}{2} - hm_T\right) = \frac{1}{2}\frac{\left(\frac{b}{2} - hm_R\right)2m_T - bm_T + bm_R}{2m_R(m_T - m_R)}\left(\frac{b}{2} - hm_T\right) = \frac{1}{2}\frac{-2hm_R m_T + bm_T - bm_T + bm_R}{2m_R(m_T - m_R)}\left(\frac{b}{2} - hm_T\right) =$$

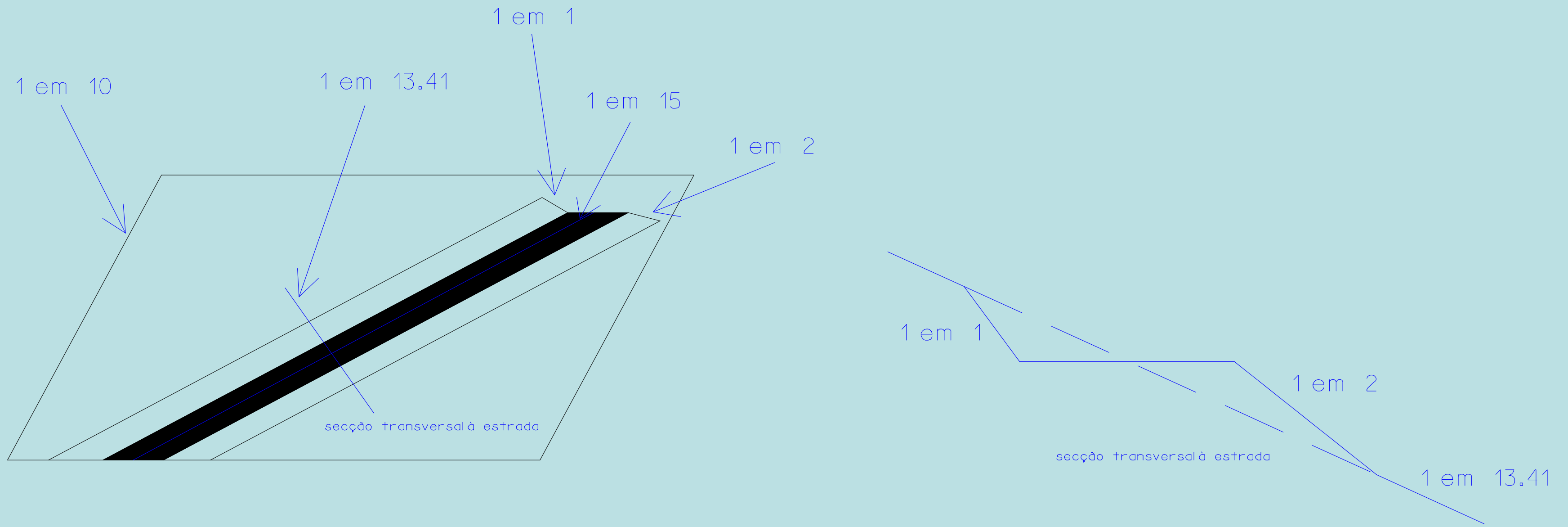
$$\frac{1}{2}\frac{m_R(b - 2hm_T)}{2m_R(m_T - m_R)}\left(\frac{b}{2} - hm_T\right) = \frac{1}{2}\frac{b - 2hm_T}{2(m_T - m_R)}\frac{b - 2hm_T}{2} = \frac{1}{2}\frac{(b - 2hm_T)^2}{4(m_T - m_R)} = \boxed{\frac{1}{2}\frac{\left(\frac{b}{2} - hm_T\right)^2}{m_T - m_R}}$$

**Se ocorrer o caso de existir aterro no eixo (h<0), as expressões para as áreas de escavação e aterro são**

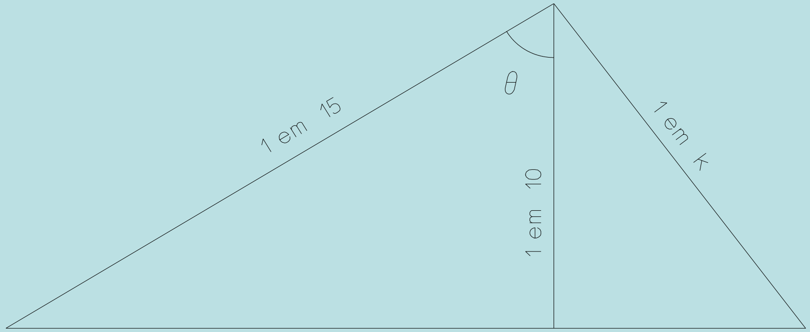
$$A_e = \frac{1}{2}\frac{(\frac{b}{2} - hm_T)^2}{m_T - m_L}$$

$$A_a = \frac{1}{2}\frac{(\frac{b}{2} + hm_T)^2}{m_T - m_R}$$

**Exemplo: A estrada de acesso a uma antena, com uma largura igual a 5 metros e com comprimento igual a 50 m, deve subir com uma taludação igual a 1 em 15, ao longo de uma encosta cuja taludação é igual a 1 em 10. Supondo que as áreas de escavação e aterro devem equivaler-se, determine a abertura do lado da escavação e o volume de escavação, supondo que as taludações são iguais a 1 em 1 na berma em escavação e 1 em 2 na berma em aterro (no eixo h>0).**



**A taludação da encosta é igual à taludação da linha de maior declive desse plano: 1 em 10; a taludação da estrada (do respectivo eixo) é igual a 1 em 15, de forma a que o declive da encosta seja mais fácil de vencer; pretende-se determinar a taludação da secção transversal à estrada:**




**Da figura tem-se:**

$$\cos\theta = \frac{10}{15} \Rightarrow \theta = 48^{\circ}.1897$$

$$\cos(90^{\circ} - \theta) = \sin\theta = \frac{10}{k} \Rightarrow k = 13.41$$

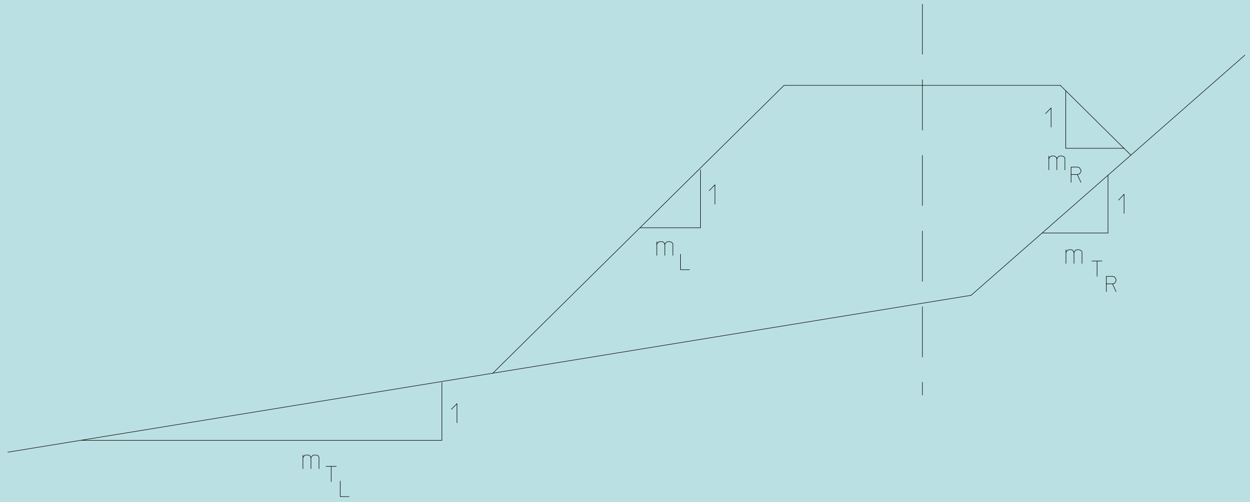
**Se h>0 então há escavação no eixo, donde, de $A_e$=$A_a$, tem-se:**

$$h = \frac{\frac{b}{2}\left(\sqrt{\frac{m_T - m_L}{m_T - m_R}} - 1\right)}{m_T\left(1 + \sqrt{\frac{m_T - m_L}{m_T - m_R}}\right)}$$ =0.004 m

**Pode assim calcular-se** $W_L = \left(\frac{b}{2} + m_L h\right)\frac{m_T}{m_T - m_L} = 2.706\,m$

**Daqui tem-se** $A_e = 0.263 m^2$ , $V_e = 50 * A_e = 13.150 m^3$

**No terceiro caso, o terreno é irregular, isto é, tem taludações diferentes. No caso de as taludações das duas bermas serem iguais, ($m_L$=$m_R$ ) tem-se:**

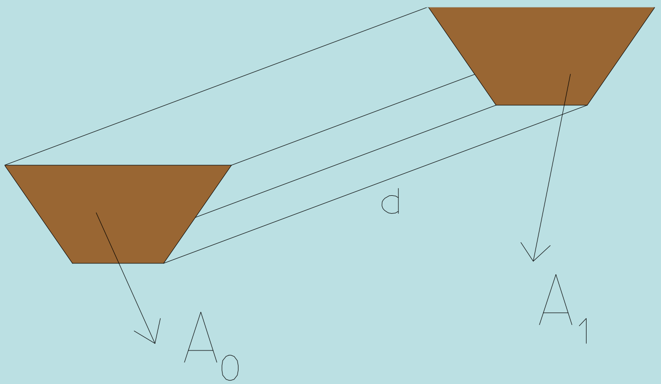



$$w_L = \left(\frac{b}{2} + mh\right)\frac{m_{T_R}}{m_{T_L} - m} \qquad w_R = \left(\frac{b}{2} + mh\right)\frac{m_{T_L}}{m_{T_L} - m} \qquad A = \frac{1}{2m}\left[(w_R + w_L)\left(mh + \frac{b}{2}\right) - \frac{b^2}{2}\right]$$

**Para o cálculo de volumes através das áreas das secções extremas, quando ambas são do mesmo tipo (aterro ou escavação) pode utilizar-se a expressão aproximada**

$$V = \frac{A_0 + A_1}{2} d$$

**segundo a qual o volume entre cada duas secções é igual à média das áreas $A_0$ e $A_1$ dessas secções multiplicado pela distância d entre elas:**

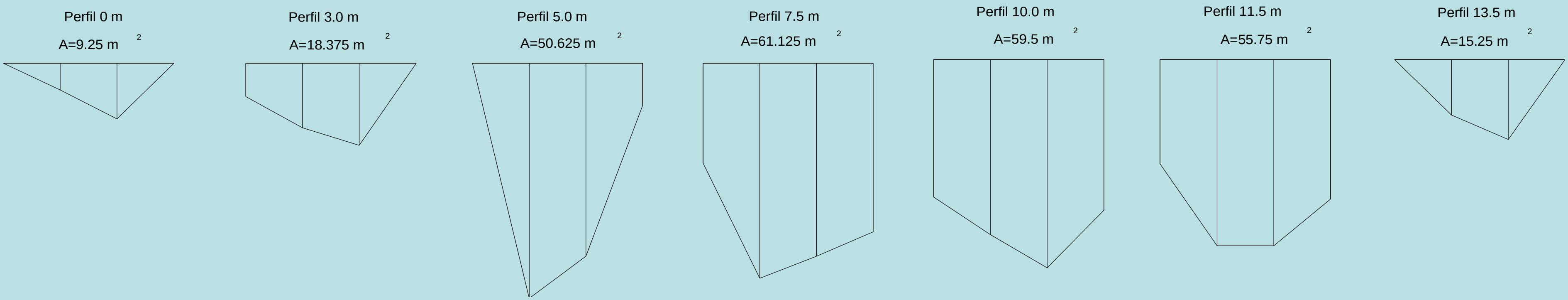


**Exemplo: em planta, uma vala para irrigação mede 7.5 m de largura por 13.5 m de comprimento. Utilizando a tabela seguinte, que traduz a profundidade, em metros, nos pontos indicados, estime o volume de escavação que foi necessário efectuar (supondo naturalmente o terreno original horizontal).**

| $^{m}/_{m}$ | 0 | 3.0 | 5.0 | 7.5 | 10.0 | 11.5 | 13.5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0.0 | 1.5 | 0.0 | 4.5 | 6.2 | 4.7 | 0.0 |
| 2.5 | 1.2 | 2.9 | 10.6 | 9.7 | 7.9 | 8.4 | 2.5 |
| 5.0 | 2.5 | 3.7 | 8.7 | 8.7 | 9.4 | 8.4 | 3.6 |
| 7.5 | 0.0 | 0.0 | 1.9 | 7.6 | 6.8 | 6.3 | 0.0 |

# Topografia Aplicada – movimento de terras

## Considerando os 7 perfis transversais seguintes, tem-se:




$$A_1 = \frac{1}{2}\left[\frac{0}{0}\ \frac{2.5}{0}\ \frac{5.0}{0}\ \frac{7.5}{0}\ \frac{5.0}{2.5}\ \frac{2.5}{1.2}\ \frac{0}{0}\right] = 9.25\ \mathrm{m}^2$$

$$A_2 = \frac{1}{2}\left[\frac{0}{0}\ \frac{2.5}{0}\ \frac{5.0}{0}\ \frac{7.5}{0}\ \frac{5.0}{3.7}\ \frac{2.5}{2.9}\ \frac{0}{1.5}\ \frac{0}{0}\right] = 18.375\ \mathrm{m}^2$$

$$A_3 = \frac{1}{2}\left[\frac{0}{0}\ \frac{2.5}{0}\ \frac{5.0}{0}\ \frac{7.5}{0}\ \frac{7.5}{1.9}\ \frac{5.0}{8.7}\ \frac{2.5}{10.6}\ \frac{0}{0}\right] = 50.625\ \mathrm{m}^2$$

$$A_4 = \frac{1}{2}\left[\frac{0}{0}\ \frac{2.5}{0}\ \frac{5.0}{0}\ \frac{7.5}{0}\ \frac{7.5}{7.6}\ \frac{5.0}{8.7}\ \frac{2.5}{9.7}\ \frac{0}{4.5}\ \frac{0}{0}\right] = 61.125\ \mathrm{m}^2$$

$$A_5 = \frac{1}{2}\left[\frac{0}{0}\ \frac{2.5}{0}\ \frac{5.0}{0}\ \frac{7.5}{0}\ \frac{7.5}{6.8}\ \frac{5.0}{9.4}\ \frac{2.5}{7.9}\ \frac{0}{6.2}\ \frac{0}{0}\right] = 59.5\ \mathrm{m}^2$$

$$A_6 = \frac{1}{2}\left[\frac{0}{0}\ \frac{2.5}{0}\ \frac{5.0}{0}\ \frac{7.5}{0}\ \frac{7.5}{6.3}\ \frac{5.0}{8.4}\ \frac{2.5}{8.4}\ \frac{0}{4.7}\ \frac{0}{0}\right] = 55.75\ \mathrm{m}^2$$

$$A_7 = \frac{1}{2}\left[\frac{0}{0}\ \frac{2.5}{0}\ \frac{5.0}{0}\ \frac{7.5}{0}\ \frac{5.0}{3.6}\ \frac{2.5}{2.5}\ \frac{0}{0}\right] = 15.25\ \mathrm{m}^2$$

$$V_1 = \frac{1}{2}(A_1 + A_2)\times 3 = 41.4375\ \mathrm{m}^3$$

$$V_2 = \frac{1}{2}(A_2 + A_3)\times 2 = 69.0\ \mathrm{m}^3$$

$$V_3 = \frac{1}{2}(A_3 + A_4)\times 2.5 = 139.6875\ \mathrm{m}^3$$

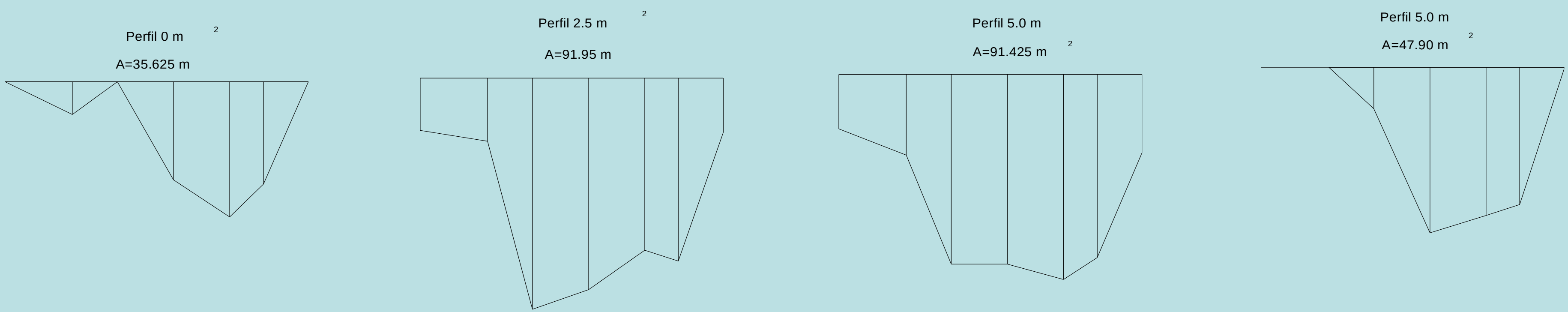
$$V_4 = \frac{1}{2}(A_4 + A_5)\times 2.5 = 150.78125\ \mathrm{m}^3$$

$$V_5 = \frac{1}{2}(A_5 + A_6)\times 1.5 = 86.4375\ \mathrm{m}^3$$

$$V_6 = \frac{1}{2}(A_6 + A_7)\times 2 = 71.0\ \mathrm{m}^3$$

$V_{total}$=558.34375 $m^3$

**Como alternativa, podem utilizar-se os 4 perfis longitudinais seguintes:**

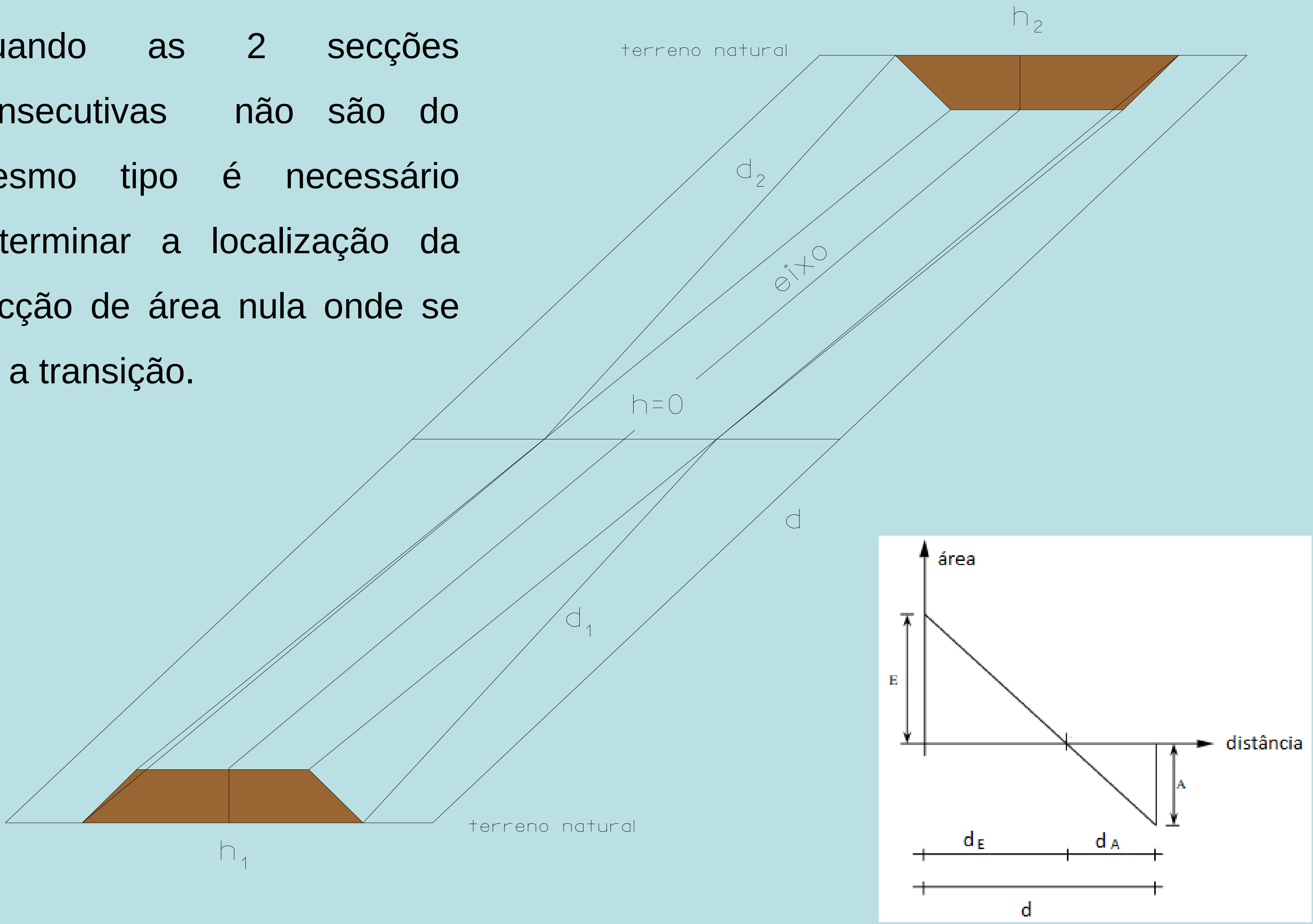



$V_{total}$=562.84375 m$^3$

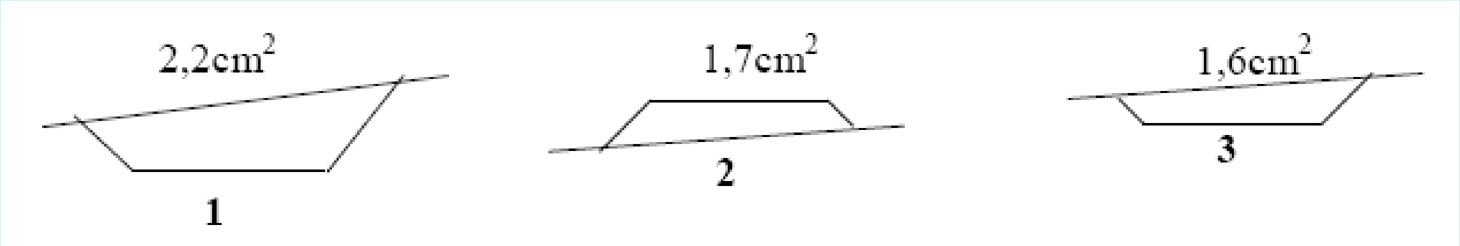
Os 2 volumes não são iguais porque a formula utilizada não é exacta.

# Topografia Aplicada – movimento de terras

Quando as 2 secções consecutivas não são do mesmo tipo é necessário determinar a localização da secção de área nula onde se dá a transição.

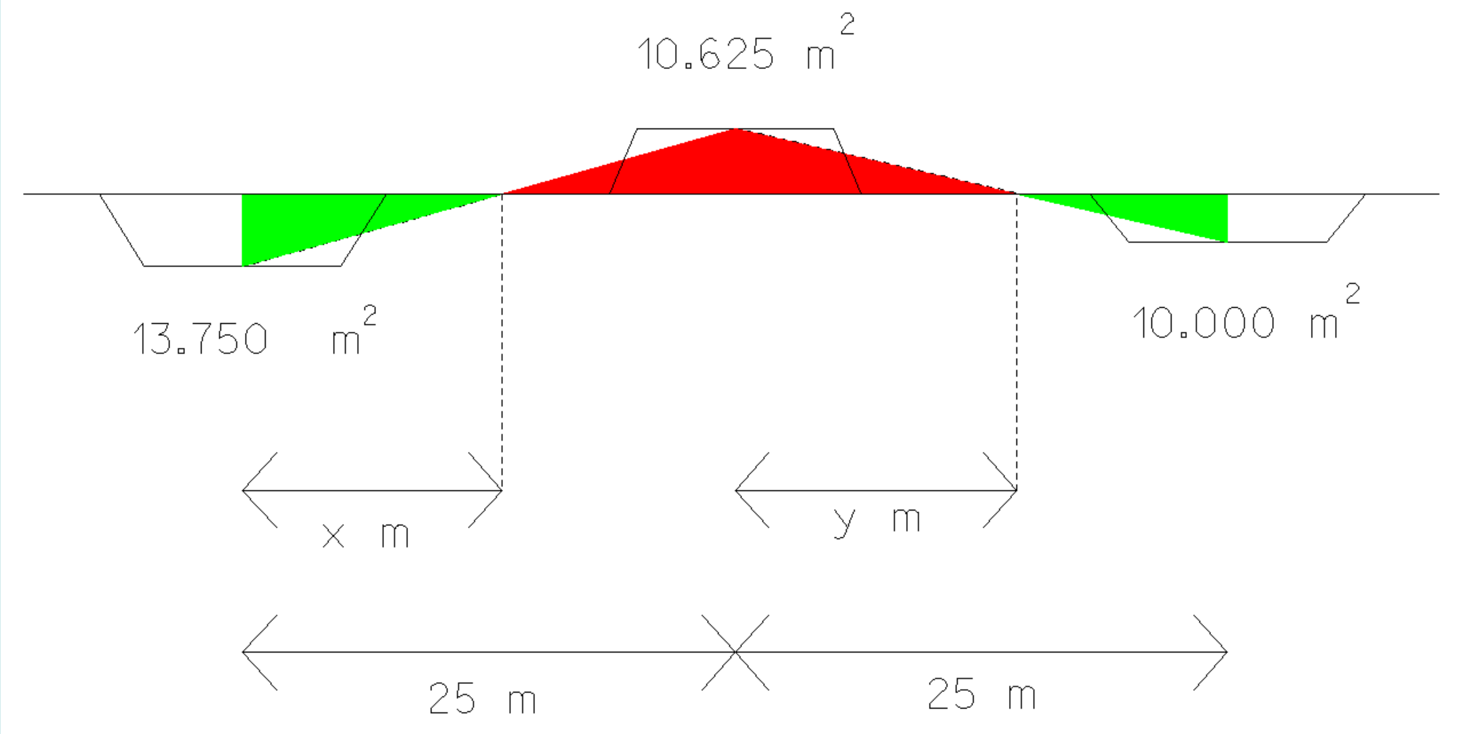


# Topografia Aplicada – movimento de terras




Escala=1/250

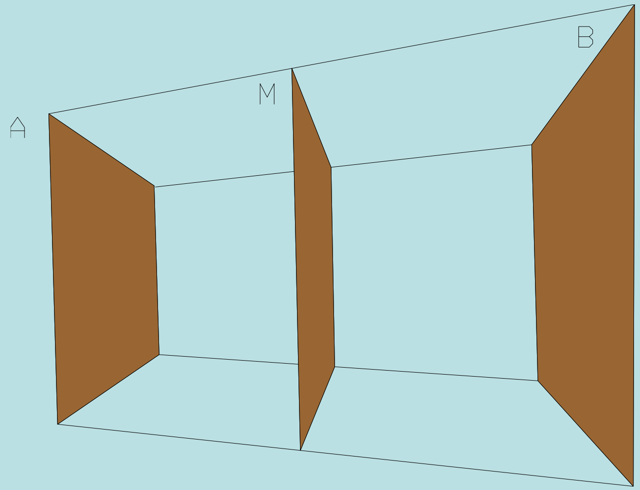
$$\frac{\text{Área Escavação}}{x} = \frac{\text{Área Aterro}}{25 - x} = \frac{\text{Área Escavação} + \text{Área Aterro}}{25}$$



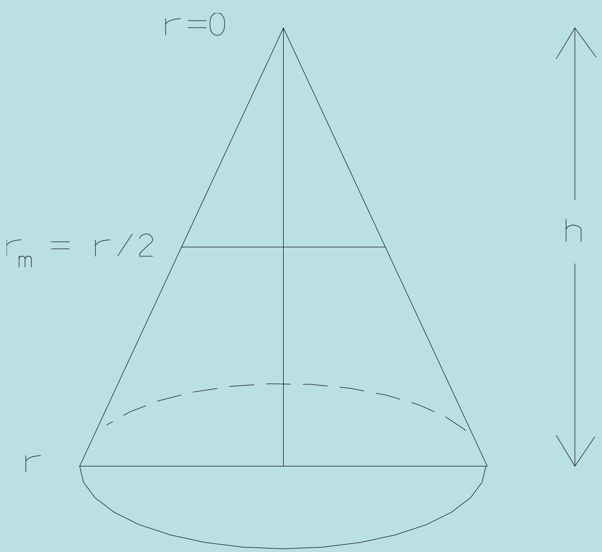
**Um prismóide é definido como um sólido tendo duas faces paralelas, A e B, que podem ter qualquer configuração, desde que as superfícies que unem os respectivos perímetros sejam geradas por linhas rectas. A expressão para o cálculo do volume de um prismóide é:**

$$V_p = \frac{h(A + 4M + B)}{6}$$

**onde h é a distância ortogonal entre A e B, e M é a área da secção a meia distância entre A e B.**



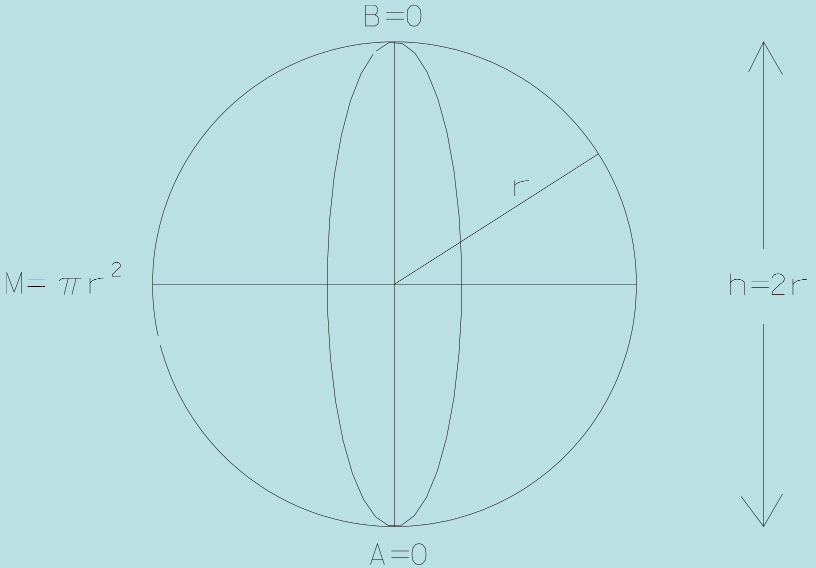
**A utilidade da fórmula** $V_P = \frac{A_0 + 4A_m + A_1}{6} d$ **pode verificar-se aplicando-a a sólidos simples:**




cone

$$V_p = \frac{h\left(\pi r^2 + 4\pi\left(\frac{r}{2}\right)^2 + 0\right)}{6} = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

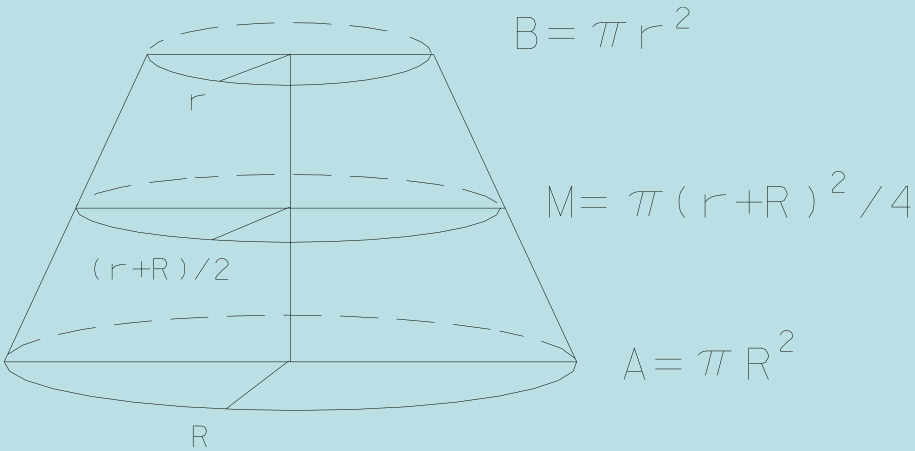
# Topografia Aplicada – movimento de terras




esfera

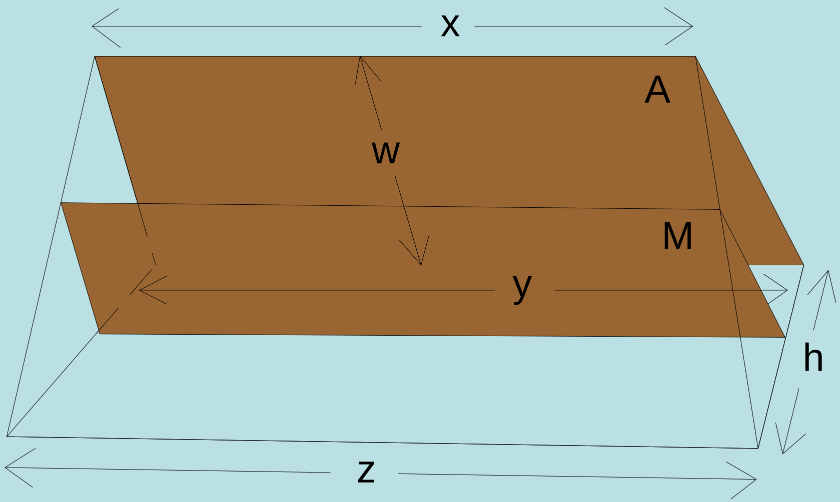
$$V_p = \frac{2r\left(0 + 4\pi r^2 + 0\right)}{6} = \frac{4\pi r^3}{3}$$

# Topografia Aplicada – movimento de terras




tronco de cone

$$V_p = \frac{h\left(\pi R^2 + \dfrac{4\pi(r+R)^2}{4} + \pi r^2\right)}{6} = \frac{\pi h\left(R^2 + r^2 + rR\right)}{3}$$




"cunha"

$$V_p = \frac{h\left(\frac{w(x+y)}{2} + \frac{4w\left((x+z)+(z+y)\right)}{8} + 0\right)}{6} = \frac{wh(x+y+z)}{6}$$

**x é a largura do topo da secção mais afastada, y é a largura da base dessa mesma secção (w é a altura) e z é a largura da secção mais próxima; assim, (x+y)/2 é a largura média da secção mais afastada e, para a secção média, as larguras do topo e da base são ((x+z)+(z+y))/4 e a respectiva altura é w/2**

**Sendo $w_1=(w_L+w_R)_1$ , $b_1$ a abertura e a largura da secção A e $w_2=(w_L+w_R)_2$, $b_2$ a abertura e a largura da secção B, onde**

$$A=\frac{w_1 b_1}{2} \quad , \quad B=\frac{w_2 b_2}{2} \quad , \quad M=\frac{1}{2}\,\frac{w_1+w_2}{2}\,\frac{b_1+b_2}{2} \quad ,$$

**o <u>volume prismoidal $V_p$</u> compreendido entre A e B pode obter-se através da expressão**

$$V_p=\frac{d}{6}\left(\frac{w_1 b_1}{2}+2\,\frac{w_1+w_2}{2}\,\frac{b_1+b_2}{2}+\frac{w_2 b_2}{2}\right)=$$

$$\frac{d}{12}\left(w_1 b_1+w_2 b_2+w_1 b_1+w_1 b_2+w_2 b_1+w_2 b_2\right)=$$

$$\frac{d}{12}\left(2w_1 b_1+2w_2 b_2+w_1 b_2+w_2 b_1\right)$$

**Exemplo: No caso do terreno ser plano e horizontal e as taludações das bermas serem iguais, tem-se** $A_0 = h_0(b + mh_0)$ , $A_1 = h_1(b + mh_1)$ **, onde <u>$h_0$ e $h_1$ são as alturas de projecto no eixo nas 2 secções</u> e m a taludação das bermas, donde** $V = \frac{d}{2}(bh_0 + mh_0^2 + bh_1 + mh_1^2)$ **. Para se obter um valor mais rigoroso do volume entre as duas secções extremas consideradas, utiliza-se a expressão do volume prismoidal, em que $A_m$ representa a área da secção à distância d/2:**

$$A_m = \frac{h_0 + h_1}{2}(b + m\frac{h_0 + h_1}{2}) = \frac{bh_0}{2} + \frac{bh_1}{2} + \frac{mh_0^2}{4} + \frac{mh_1^2}{4} + \frac{mh_0h_1}{2}$$

**Portanto**

$$V_p = \frac{d}{6}(bh_0 + mh_0^2 + 2bh_0 + 2bh_1 + mh_0^2 + mh_1^2 + 2mh_0h_1 + bh_1 + mh_1^2)$$

$$\frac{d}{6}(3bh_0 + 2mh_0^2 + 3bh_1 + 2mh_1^2 + 2mh_0h_1) = \frac{d}{2}(bh_0 + \frac{2}{3}mh_0^2 + bh_1 + \frac{2}{3}mh_1^2 + \frac{2}{3}mh_0h_1)$$

**Pondo $V = V_p + C_p$, onde $C_P$ é a correcção prismoidal a aplicar ao volume V obtido a partir das áreas das secções extremas para se obter o volume prismoidal $V_p$ (isto é, $V_p = V - C_p$), tem-se:**

$$C_p = V - V_p = \frac{d}{2}\left(\frac{mh_0^2}{3} + \frac{mh_1^2}{3} - \frac{2}{3}mh_0h_1\right) = \frac{d}{6}\left(mh_0^2 + mh_1^2 - 2mh_0h_1\right) = \frac{d}{6}m(h_0 - h_1)^2$$

**No caso mais geral de terreno inclinado, tem-se:**

$$C_p = \frac{d}{6}m(h_0 - h_1)^2 \frac{m_T^2}{m_T^2 - m^2}$$

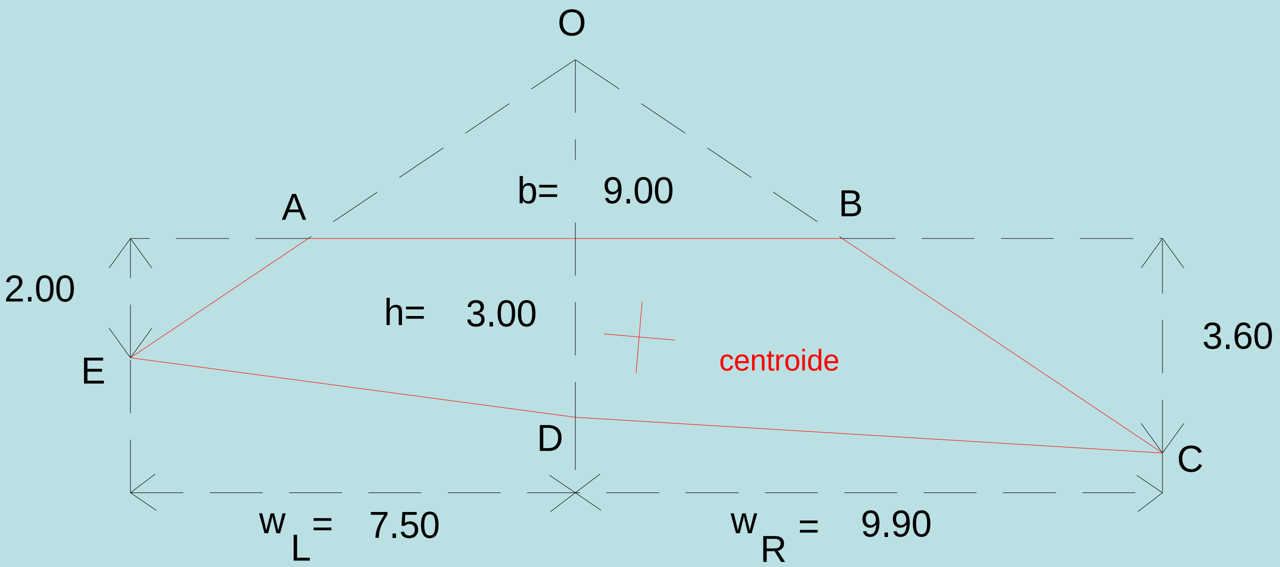
**Sendo conhecidos w e b, tem-se:**

$$C_p = \frac{d}{12}\left(w_1 - w_2\right)\left(b_1 - b_2\right)$$

**Designa-se** **excentricidade e** **do centróide (centro de massa) de uma secção transversal em relação ao respectivo eixo à <u>distância horizontal entre o eixo OD da via de comunicação e o centróide da secção</u>, tendo-se**

$$e = \frac{w_L - w_R}{3}\frac{A_T}{A}$$

**onde A é a área da secção ABCDE considerada e $A_T$ é a secção OCDE (OD=6.00 m, neste caso):**




$$A = 38.70\ m^2$$

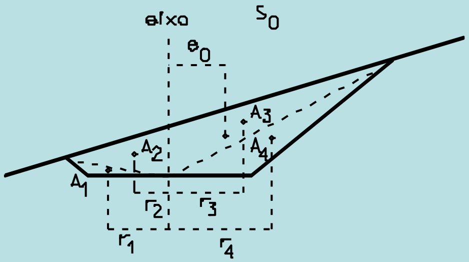
$$A_T = 52.20\ m^2$$

$$e = \frac{9.90 - 7.50}{3}\frac{52.20}{38.70} = 1.08\ m$$

**Para o cálculo de volumes em troços curvilíneos, as sucessivas secções transversais são radiais pelo que é necessário calcular a correcção respectiva. Uma área plana girando em torno de um eixo gera um volume igual ao produto dessa área pelo comprimento do percurso efectuado pelo centro de massa da área considerada. Sendo $C_c$ a correcção de curvatura, igual à diferença entre o volume $V_c$ correcto e o volume $V$ obtido considerando as áreas das secções extremas $S_0$ e $S_1$, R o raio do eixo da estrada, e a excentricidade da secção transversal (distância horizontal entre o eixo e o centro de massa), tem-se**

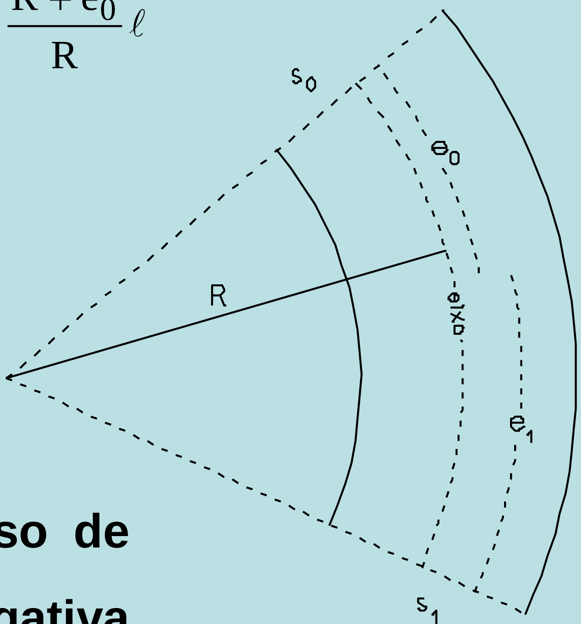
$$V_c = \frac{d}{2}(A_0 + A_1) \pm C_c$$

**onde $A_0$ e $A_1$ têm excentricidades $e_0$ e $e_1$ e d é a distância horizontal, medida sobre o eixo, entre as 2 secções.**




**Sendo** $\ell_0$ **o arco percorrido pelo centro de massa da secção $S_0$, cujo raio é R+e0, tem-se** $V^0 = A_0 \ell_0$

**Da relação** $\frac{\ell_0}{\ell} = \frac{R + e_0}{R}$ **tem-se** $\ell_0 = \frac{R + e_0}{R}\ell$ **e** $V^0 = A_0 \frac{R + e_0}{R}\ell$

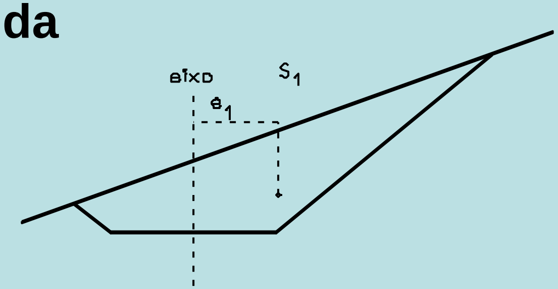



**Da mesma forma, tem-se** $V^1 = A_1 \frac{R + e_1}{R}\ell$

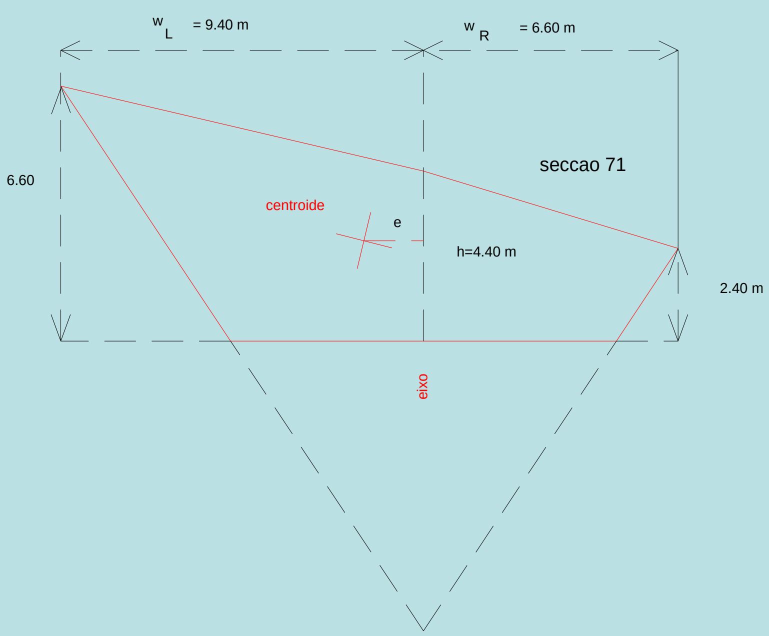
**Admitindo que** $V_c = V^0 + V^1$ **tem-se que**

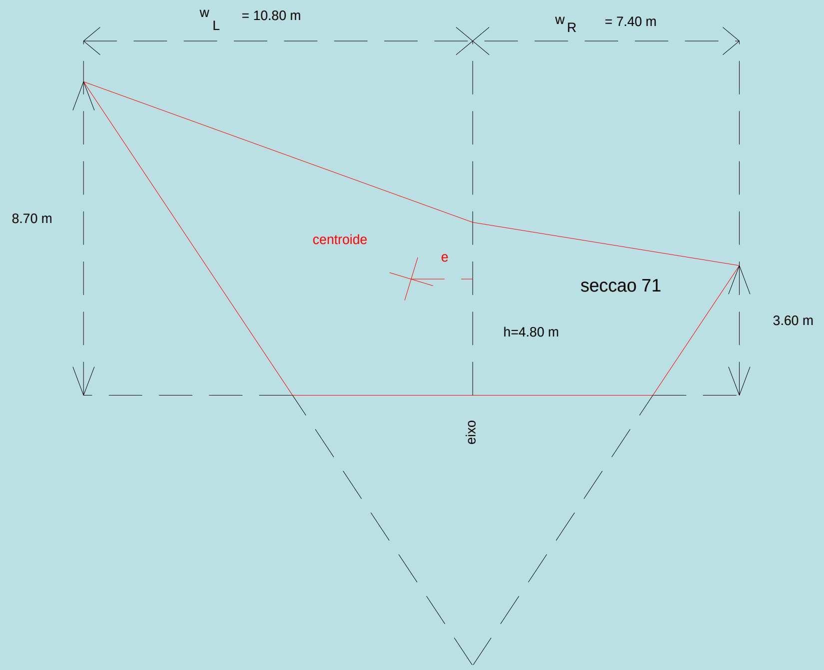
$$C_c = \frac{\ell}{2R}(e_0 A_0 + e_1 A_1)$$

**sendo esta correcção positiva quando o excesso de massa se verifica no exterior da curva e negativa quando o excesso de massa se verifica no interior da curva.**



**Exemplo: Calcular o volume corrigido entre duas secções 70 e 71 espaçadas de 25 m, cujas taludações são iguais a 2/3, de uma estrada de largura b=10 m, num trecho em curva circular à direita cujo raio é igual a 200 m, sendo: Secção 70: h=4.40 m, $w_L$=9.40 m, $w_R$=6.60 m, Secção 71: h=4.80 m, $w_L$=10.80 m, $w_R$=7.40 m.**



$$e_{70} = \frac{9.40 - 6.60}{3}\,\frac{95.20}{57.70} = 1.54\ \text{m}$$

$$e_{71} = \frac{10.80 - 7.40}{3}\,\frac{74.43}{111.93} = 1.70\ \text{m}$$

**Se não existissem excentricidades,** $V = \frac{A_{70} + A_{71}}{2} d = \frac{57.70 + 74.43}{2}\, 25 = 1651.625\ \text{m}^3$

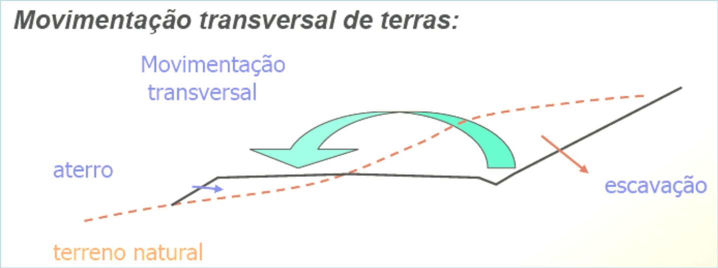
**Cálculo da correcção:** $C = \frac{d}{2R}\left(A_{70}\, e_{70} + A_{71}\, e_{71}\right) = 13.462\ \text{m}^3$

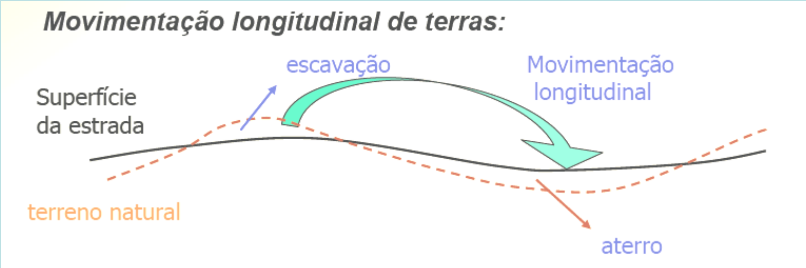
**Volume corrigido:** $V_c = 1651.625 + 13.462 = 1665.087\ \text{m}^3$

# Topografia Aplicada – movimento de terras

**As operações de movimento de terras consistem no transporte de material de forma a ser estabelecida uma superfície pré-determinada (<u>superfície de projecto</u>), com a correspondente determinação do volume do material movimentado.**

**Num projecto de estradas, o cálculo do volume de terras a ser escavado, movimentado (retirado) e, eventualmente, utilizado como aterro noutros locais deve ser efectuado com rigor, por exemplo através da utilização de secções transversais ao traçado, aproveitando os perfis transversais que foram realizados após a piquetagem do eixo, em geral de 25 em 25 m.**



# Topografia Aplicada – movimento de terras

**O estudo pormenorizado dos trabalhos relacionados com o movimento de terras é de grande importância pois eles correspondem a uma grande parcela do orçamento da obra.**

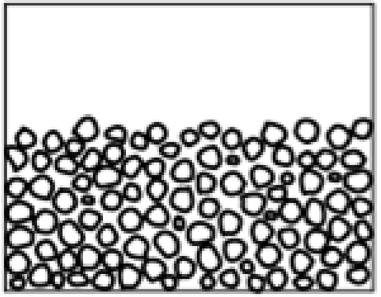
**Segundo a classificação mais usada, os materiais a escavar e para os quais são normalmente atribuídos preços distintos são a) rocha dura, b) rocha branda, c) terra dura, d) terra compacta, e) terra franca, f) areia.**

**Empolamento: quando se escava um terreno natural, o solo que se encontrava num certo estado de compactação devido ao respectivo processo de formação, experimenta uma expansão volumétrica (aumenta o índice de vazios por separação ou quebra dos elementos componentes do solo natural) que pode ser considerável nalguns casos.**

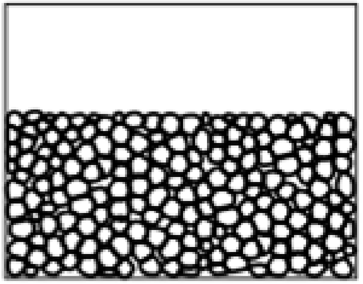
**Sendo $V_E$ o volume do material solto, que sofreu a expansão, $V_N$ o volume natural medido antes da escavação e E o coeficiente de empolamento, tem-se:**

$$\boxed{V_E = V_N\,(1+E)}$$

**Compactação ou redução volumétrica: é o processo natural ou mecânico que provoca uma maior aproximação das partículas constituintes do solo, gerando um aumento da coesão e do atrito interno e, por consequência, maior resistência ao cizalhamento, maior capacidade de suporte e uma redução da absorção de água. Esta redução depende tanto do material compactado como da energia de compactação aplicada.**



Solo não compactado (baixo suporte de carga)



Solo compactado (suporte de carga melhorado)

**Sendo $V_C$ o volume do material compactado, $V_N$ o volume natural medido antes da compactação e $C$ o coeficiente de compactação, tem-se:**

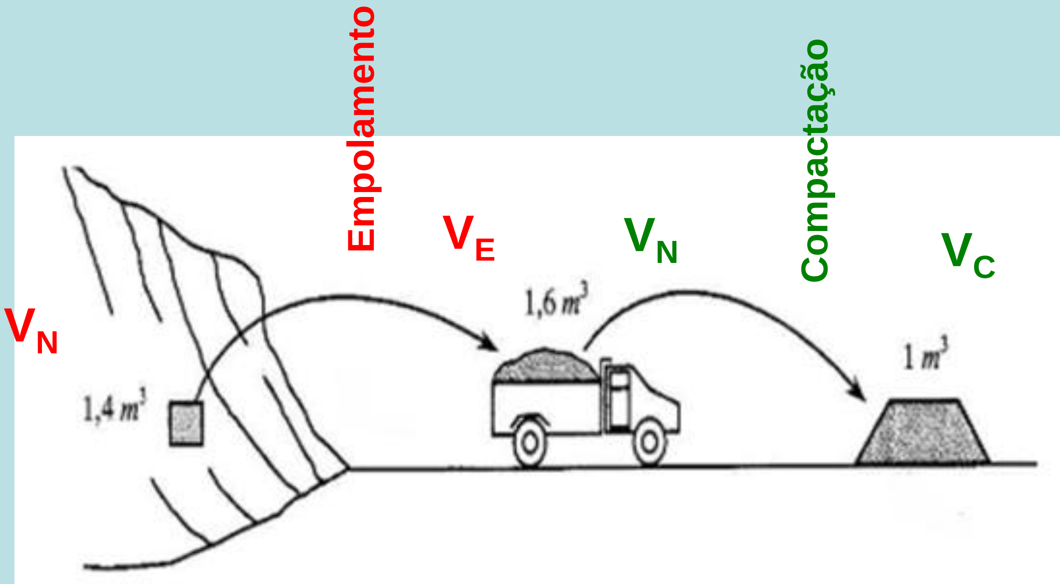
$$V_C = V_N (1-C)$$

**Exemplo: suponha-se que uma obra necessita escavar 50 m$^3$ de material, medidos por processos topográficos. Considerando um coeficiente de empolamento igual a 0.25, que volume de material é necessário remover após a escavação?**

$$V_E = V_N (1+E) = 50(1+0.25) = 62.5 \text{ m}^3$$

**Exemplo: pretendendo-se construir um aterro com 50 $m^3$, medido por processos topográficos, que volume de material é necessário utilizar admitindo um coeficiente de compactação igual a 0.1?**

$$V_N = V_C / (1-C) = 50/0.9 = 55.56\ m^3$$




**Exemplo**: calcule os coeficientes de empolamento e de compactação do material utilizado para construção do aterro da figura.

$$V_E = V_N\,(1+E) \;\Rightarrow\; V_E / V_N = 1+E \;\Rightarrow\; E = V_E / V_N - 1 = 1.6/1.4 - 1 = 0.14$$

$$V_C = V_N\,(1-C) \;\Rightarrow\; V_C / V_N = 1 - C \;\Rightarrow\; C = 1 - V_C / V_N = 1 - 1/1.6 = 0.375$$

**Nos projectos elaborados em Portugal, como por exemplo terraplenagens abrangendo a movimentação de grandes volumes de terras, nem sempre é tomado em consideração o empolamento das terras, que por vezes chega a ser apreciável pois que 1 $m^3$ de terreno pode ocupar depois de escavado 1.1 a 1.4 $m^3$, segundo se trate de terras brandas e areias ou de rocha.**

**Efectuado o cálculo sem atender ao empolamento, verificar-se-á um excesso de terras a conduzir a depósito, pois mesmo que essas terras sejam compactadas convenientemente, os aterros geralmente não recebem a totalidade do volume retirado das escavações, que por não ter sido considerado, não será remunerado.**

empolamento

| | |
|---|---|
| Terra Branda | 1,05 |
| Terra Compacta | 1,15 |
| Terra Dura | 1,20 |
| Rocha Branda e Terra Muito Dura | 1,25 |
| Rocha Dura e Muito Dura | 1,30 |

## Diagrama de distribuição de terras

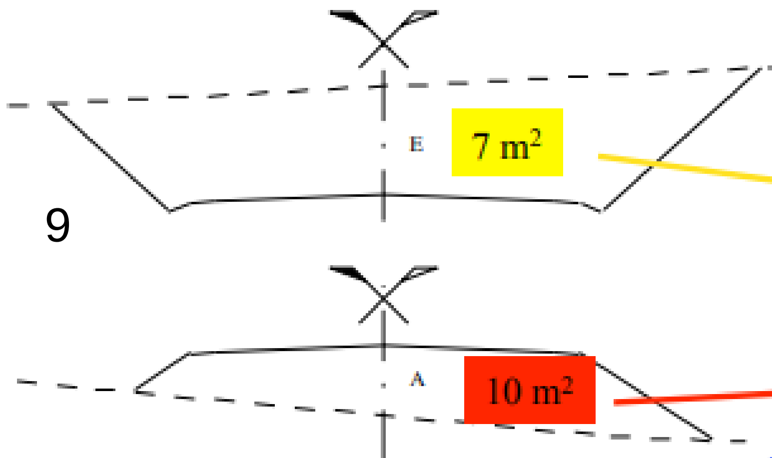
**Para a construção de um diagrama de distribuição de terras, procede-se da forma seguinte:**

**1) calcular as áreas das secções transversais regularmente espaçadas ao longo do eixo**

**2) calcular os volumes de escavação e aterro entre secções sucessivas relativamente ao projecto (volumes de escavação consideram-se positivos e volumes de aterro consideram-se negativos)**

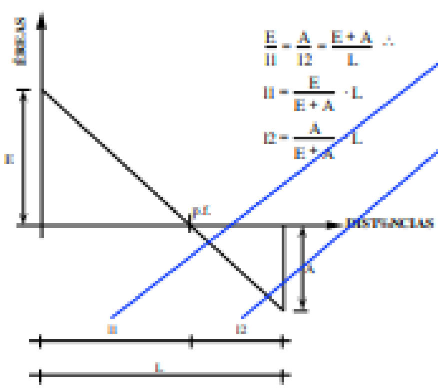
**3) calcular o volume acumulado algébrico entre secções sucessivas**

# Topografia Aplicada – movimento de terras



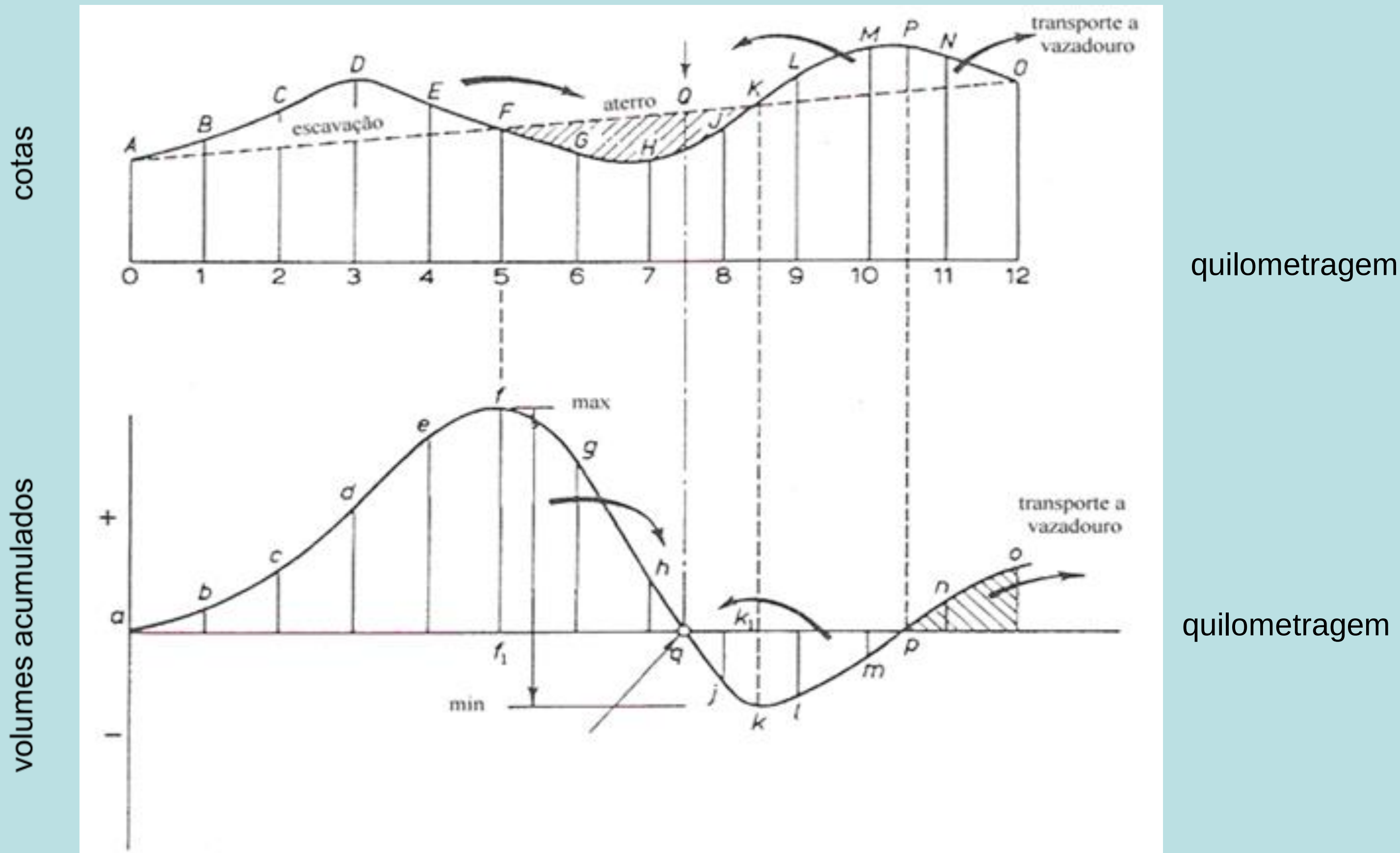

9

10




| perfis | dist. | escavação área | escavação média | escavação volume | aterro área | aterro média | aterro volume |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | 20,0 | | | 0,0 | | |
| | 25 | | 22,50 | 562,500 | | 0,00 | 0,000 |
| 2 | | 25,0 | | | 0,0 | | |
| | 25 | | 23,50 | 587,500 | | 0,00 | 0,000 |
| 3 | | 22,0 | | | 0,0 | | |
| | 25 | | 28,50 | 712,500 | | 0,00 | 0,000 |
| 4 | | 35,0 | | | 0,0 | | |
| | 25 | | 38,50 | 962,500 | | 0,00 | 0,000 |
| 5 | | 42,0 | | | 0,0 | | |
| | 25 | | 36,50 | 912,500 | | 1,00 | 25,000 |
| 6 | | 31,0 | | | 2,0 | | |
| | 25 | | 26,50 | 662,500 | | 4,00 | 100,000 |
| 7 | | 22,0 | | | 6,0 | | |
| | 25 | | 18,00 | 450,000 | | 7,50 | 187,500 |
| 8 | | 14,0 | | | 9,0 | | |
| | 25 | | 10,50 | 262,500 | | 4,50 | 112,50 |
| 9 | | 7,0 | | | 0,0 | | |
| | 10,294 | | 3,50 | 36,029 | | 0,00 | 0,00 |
| pf | | 0,0 | | | 0,0 | | |
| | 14,706 | | 0,00 | 0,000 | | 5,00 | 73,53 |
| 10 | | 0,0 | | | 10,0 | | |
| | 25 | | 0,50 | 12,500 | | 12,50 | 312,500 |
| 11 | | 1,0 | | | 15,0 | | |
| | 25 | | 0,75 | 18,750 | | 20,00 | 500,000 |
| 12 | | 0,5 | | | 25,0 | | |
| | 25 | | 1,25 | 31,250 | | 26,50 | 662,500 |
| 13 | | 2,0 | | | 28,0 | | |
| | 25 | | 3,00 | 75,000 | | 31,00 | 775,000 |
| 14 | | 4,0 | | | 34,0 | | |
| | 25 | | 2,50 | 62,500 | | 35,50 | 887,500 |
| 15 | | 1,0 | | | 37,0 | | |
| | 25 | | 0,65 | 16,250 | | 29,50 | 737,500 |
| 16 | | 0,3 | | | 22,0 | | |
| | 25 | | 0,15 | 3,750 | | 21,00 | 525,000 |
| 17 | | 0,0 | | | 20,0 | | |
| | 25 | | 0,00 | 0,000 | | 19,00 | 475,000 |
| 18 | | 0,0 | | | 18,0 | | |
| | 25 | | 0,00 | 0,000 | | 22,50 | 562,500 |
| 19 | | 0,0 | | | 27,0 | | |
| | 25 | | 0,00 | 0,000 | | 28,50 | 712,500 |
| 20 | | 0,0 | | | 30,0 | | |

**4) Representar graficamente o perfil longitudinal terreno natural e de projecto (rasante) e, utilizando a mesma escala horizontal, representar a curva do volume acumulado de terras em ordenadas.**



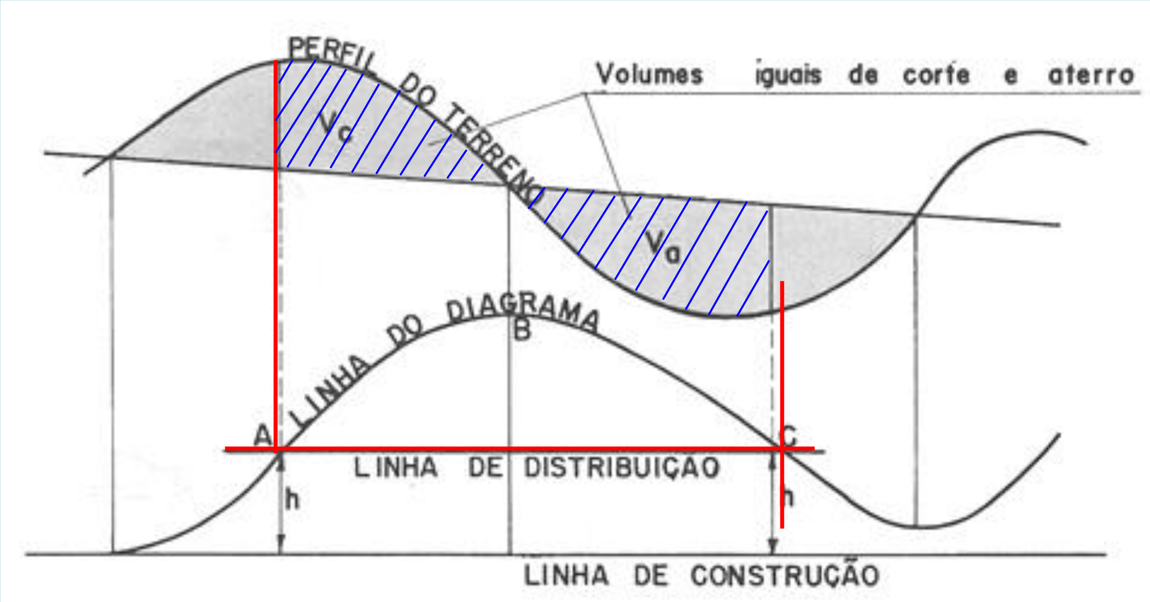

Perfil longitudinal do terreno e rasante, indicando-se as zonas de escavação e de aterro em baixo indica-se a curva de distribuição (transporte acumulado de terras)

**As características de um diagrama de distribuição de terras são:**

1) **uma curva de distribuição ascendente indica escavação, isto é, há um aumento do volume acumulado (os pontos A-F do perfil longitudinal correspondem aos pontos a-f da curva de distribuição)**
2) **um máximo da curva de distribuição corresponde ao fim de escavação (os pontos f e F)**
3) **uma curva de distribuição descendente indica aterro, isto é, há uma diminuição do volume acumulado (os pontos F-K do perfil longitudinal correspondem aos pontos f-k da curva de distribuição )**
4) **um mínimo da curva de distribuição corresponde ao fim de aterro (os pontos k e K)**
5) **a diferença vertical entre um ponto de máximo e um ponto de mínimo da curva de distribuição representa o volume de aterro entre esses pontos (por exemplo, ff1-k1k); a diferença vertical entre um ponto de mínimo e um ponto de máximo da curva de distribuição representa o volume de escavação entre esses pontos;**

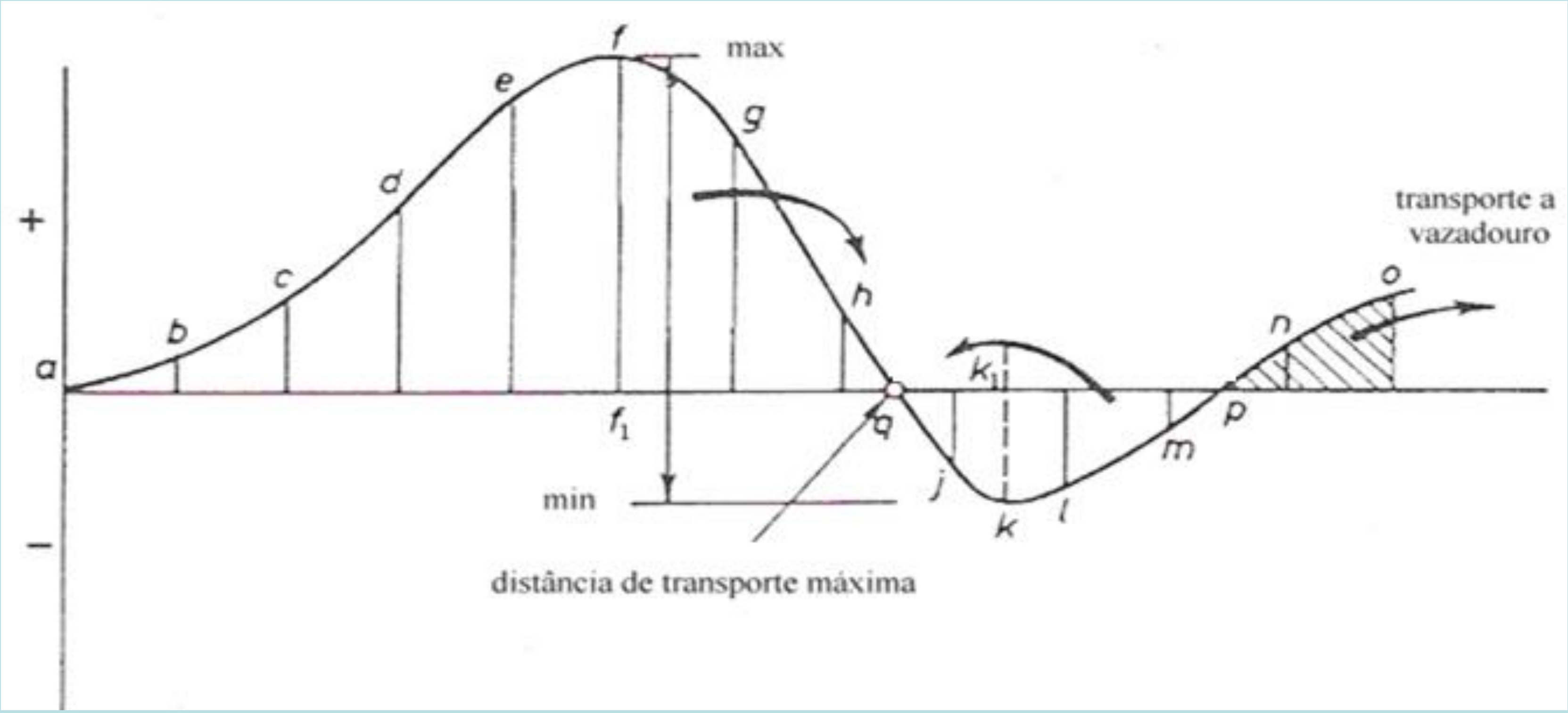
**6) mais geralmente, a diferença vertical entre quaisquer dois pontos <u>não</u> tendo um máximo ou um mínimo entre eles representa o volume de movimento de terras entre ambos**

**7) para qualquer linha horizontal intersectando a <u>curva de distribuição de terras</u>, o volume de escavação é igual ao volume de aterro entre esses pontos (a soma algébrica dos volumes deve anular-se)**

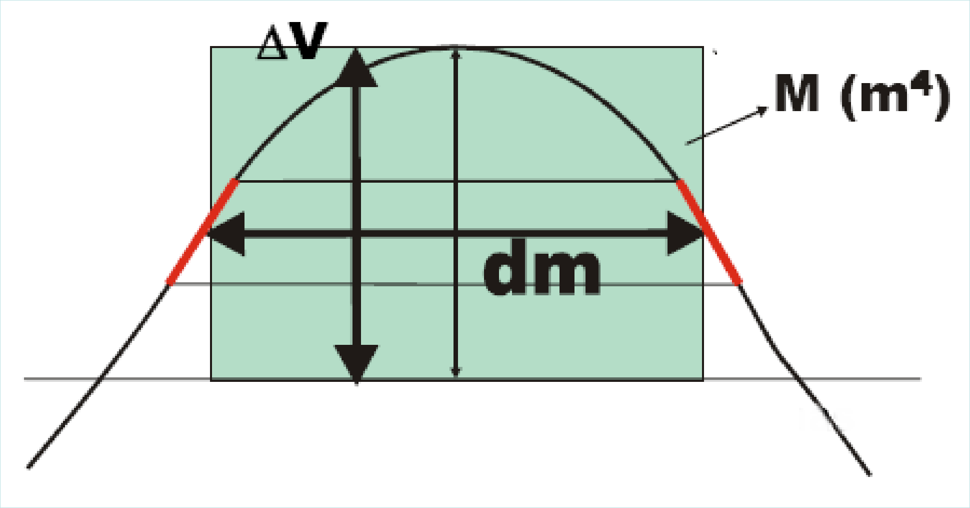



Sendo a ordenada de A igual à ordenada de C (ambas h), significa que os volumes acumulados de escavação (positivos) são iguais aos volumes acumulados de aterro (negativos)

**8) a distância sobre o eixo das abcissas entre pontos de intersecção da curva de distribuição (por exemplo aq, qp) representa a distância de transporte <u>máxima</u> na região considerada**



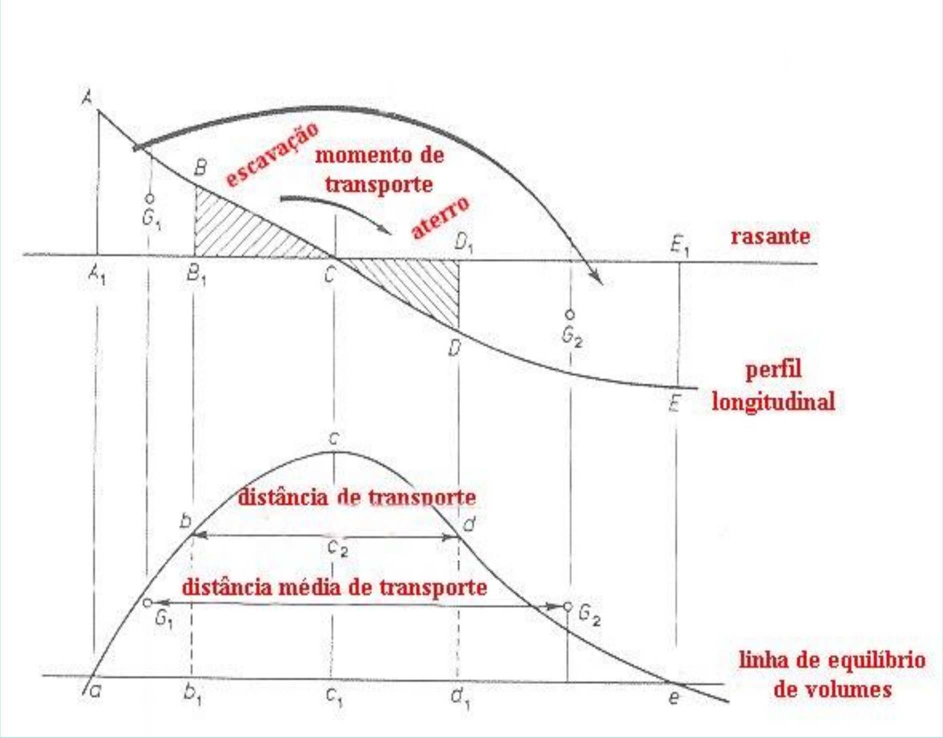
**9) a área entre o eixo das abcissas e a curva de distribuição numa dada secção representa o momento de transporte nessa secção, isto é, a quantidade de movimento de transporte a ser efectuado para promover o corte e posterior aterro ao longo da directriz da rodovia ou a execução de movimentos de depósito e empréstimo O momento de transporte M é igual à área do gráfico de Brückner, que pode ser estimada pelo produto da altura da curva (ΔV) pela distância média de transporte (dm).**



**10) DISTÂNCIA MÉDIA DE TRANSPORTE: Sendo $V_i$, i=1,…,n os volumes entre secções transversais a transportar às distâncias (horizontais) $D_i$, o custo P do transporte total é dado por $P=\sum p_iV_i$, em que $p_i$ representa o custo do transporte por $m^3$ à distância $D_i$, dado por $p_i=kD_i+k'$, onde k e k' são constantes que dependem do meio de transporte utilizado e do percurso realizado. Assim, $P=k\sum D_iV_i+k'\sum V_i$. Admitindo a existência de uma distância média de transporte D, equivalente às distâncias parciais $D_i$, tem-se $P=kDV+k'V$, ou seja, $D=M/V$, com $M=\sum D_iV_i$, expressão que traduz a DISTÂNCIA MÉDIA DE TRANSPORTE HORIZONTAL PARA UM DETERMINADO MEIO DE TRANSPORTE.**

**Máquinas a utilizar para o transporte**

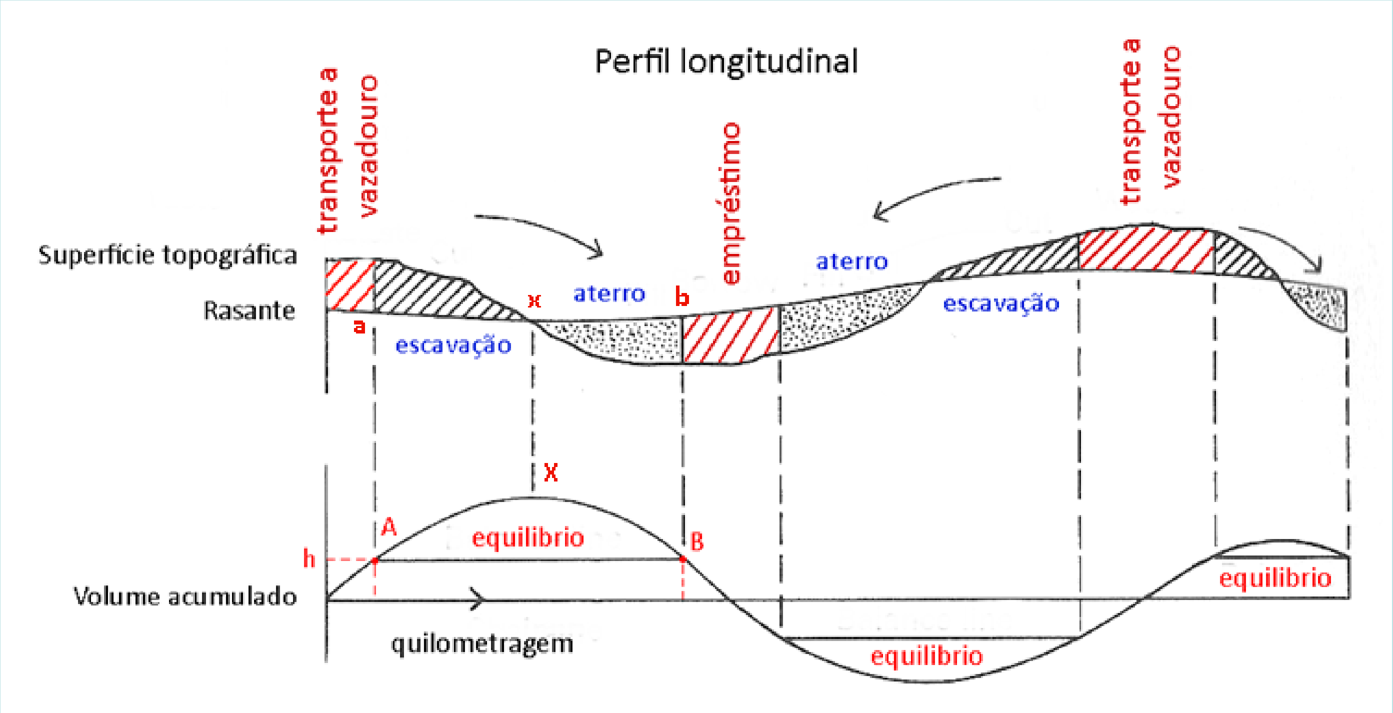
| Máquinas | Distância |
|---|---|
| Bulldozer | até 90 m |
| Scraper | 90 a 300 m |
| Motoscraper | 300 a 1000 m |
| Camião | > 1000 m |




**11) No cálculo do preço dos trabalhos de movimento de terras, especifica-se uma <u>distância de transporte</u>, até à qual o valor do movimento de terras é proporcional ao volume movimentado. Para distâncias superiores à distância de transporte é pago um valor extra, dado pelo produto do material excedente ou em falta por essa distância.**

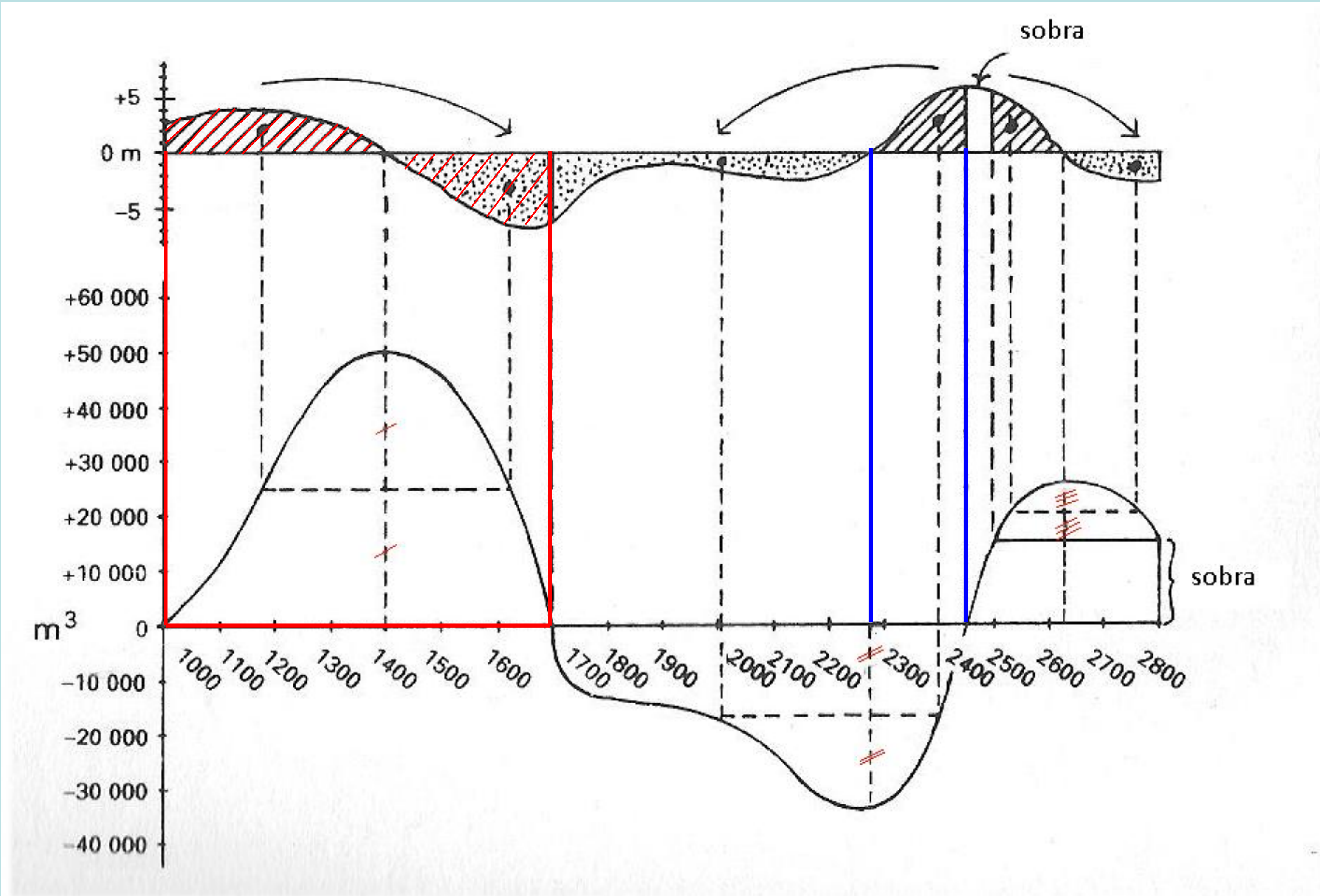
**<u>A quilometragem do centróide do volume entre secções é obtida na curva de distribuição de terras na posição média dos volumes acumulados entre as duas secções.</u> Distância média de transporte: qualquer escavação na secção $ABB_1A_1$ deve ser transportada ao longo da distância tabelada de transporte e ser depositada na secção $D_1E_1ED$.**

**12) quando o eixo das abcissas intersecta a curva de distribuição, a área acima indica que o volume deve ser transportada para a frente; quando a área se encontra abaixo do eixo, então o volume deve ser transportado para trás**




Sendo a ordenada de A igual à ordenada de B, significa que os volumes acumulados de escavação (positivos) são iguais aos volumes acumulados de aterro (negativos), isto é, há equilibrio entre o volume de escavação e o volume de aterro

Exemplo: calcule o movimento de terras associado à execução da obra.



| Quilometragem | Altura de projecto (m) | Volume (m³) |
|---|---|---|
| 1+000 | +2.9 | |
| | | +12000 |
| 1+100 | +4.0 | |
| | | +18000 |
| 1+200 | +4.0 | |
| | | +15750 |
| 1+300 | +2.7 | |
| | | +4500 |
| 1+400 | 0.0 | |
| | | -5250 |
| 1+500 | -3.0 | |
| | | -15000 |
| 1+600 | -6.1 | |
| | | -30000 |
| 1+700 | -6.0 | |
| | | -13500 |
| 1+800 | -2.0 | |
| | | -750 |
| 1+900 | -0.9 | |
| | | -2250 |
| 2+000 | -1.8 | |
| | | -6750 |
| 2+100 | -2.3 | |
| | | -9450 |
| 2+200 | -2.0 | |
| | | 0 |
| 2+300 | +1.0 | |
| | | +16200 |
| 2+400 | +5.7 | |
| | | +31500 |
| 2+500 | +5.9 | |
| | | +10900 |
| 2+600 | +1.1 | |
| | | -1500 |
| 2+700 | -2.1 | |
| | | -9400 |
| 2+800 | -2.9 | |

| Quilometragem | Volume acumulado (m³) |
|---|---|
| 1+000 | 0 |
| 1+100 | +12000 |
| 1+200 | +30000 |
| 1+300 | +45750 |
| 1+400 | +50250 |
| 1+500 | +45000 |
| 1+600 | +30000 |
| 1+700 | 0 |
| 1+800 | -13500 |
| 1+900 | -14250 |
| 2+000 | -16500 |
| 2+100 | -23250 |
| 2+200 | -32700 |
| 2+300 | -32700 |
| 2+400 | -16500 |
| 2+500 | +15000 |
| 2+600 | +25900 |
| 2+700 | +24400 |
| 2+800 | +15000 |

Do diagrama de distribuição de terras, pode concluir-se:

- a escavação entre as quilometragens **1+000** e **1+400** (+12000.0+18000.0+15750.0+4500.0=**+50250 m$^3$**) vai preencher o aterro entre as quilometragens **1+400** e **1+700** (-5250.0-15000.0-30000.0=**-50250 m$^3$**)
- a escavação entre as quilometragens **2+280** e **2+440** (+16200.0+31500.0=**+47700.0 m$^3$**) vai preencher o aterro entre as quilometragens **1+700** e **2+2280** (-13500.0-750.0-2250.0-6750.0-9450.0=**-32700.0 m$^3$**), sobrando +15000.0 m$^3$.
- implantando uma linha de equilibrio horizontal pela ordenada 15000.0 m$^3$ entre as quilometragens 2+440 e 2+800, a escavação entre 2+500 e 2+620 é compensada pelo aterro entre 2+620 e 2+800.
- sobram portanto 15000 m$^3$ entre as quilometragens 2+240 e 2+500, patente no facto de a curva terminar acima do eixo das abcissas, que deverá ser transportado a vazadouro (no caso de a curva terminar abaixo do eixo das abcissas, isso significaria uma falta de material (necessidade de empréstimo).

Trata-se agora de determinar a distância de transporte entre os centróides das zonas de escavação e de aterro. Entre as quilometragens 1+000 e 1+700, a curva de distribuição de terras tem um máximo de 50250 $m^3$ na quilometragem 1+400 (volume que deve ser distribuído entre estas quilometragens). A intersecção do segmento horizontal cuja ordenada é dada por (50250-15000)/2+15000=32625 $m^3$ com a curva de distribuição define a quilometragem dos centróides das primeiras zonas de escavação e aterro, respectivamente 1+170 e 1+620, obtendo-se o momento de transporte $M_1$=50250 $m^3$x450 m=226125 $m^4$. A quilometragem dos centróides das zonas de escavação e aterro seguintes são dadas por:

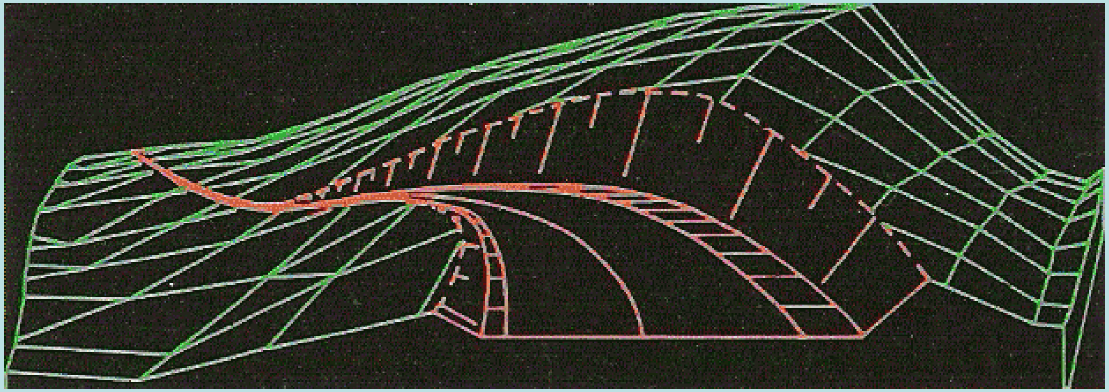
(-32700-15000)/2-15000=-38850 $m^3$, ou seja, 2+010 e 2+400

(25900-15000)/2+15000=20450 $m^3$, ou seja, 2+540 e 2+750

# Topografia Aplicada – movimento de terras

| Quilometragem | Volume (m$^3$) | Centróides (m) | Distância de transporte (m) | Momento de transporte |
|---|---|---|---|---|
| 1+000 - 1+700 | 50250 | 1+170 – 1+620 | 450 | 226125 |
| 1+700 - 2+440 | 34000 | 2+010 – 2+400 | 390 | 132600 |
| 2+440 - 2+500 | 15000 | - | Vazadouro | - |
| 2+500 - 2+800 | 11500 | 2+540 – 2+750 | 210 | 24150 |
| | 110750 | | | 382875 |

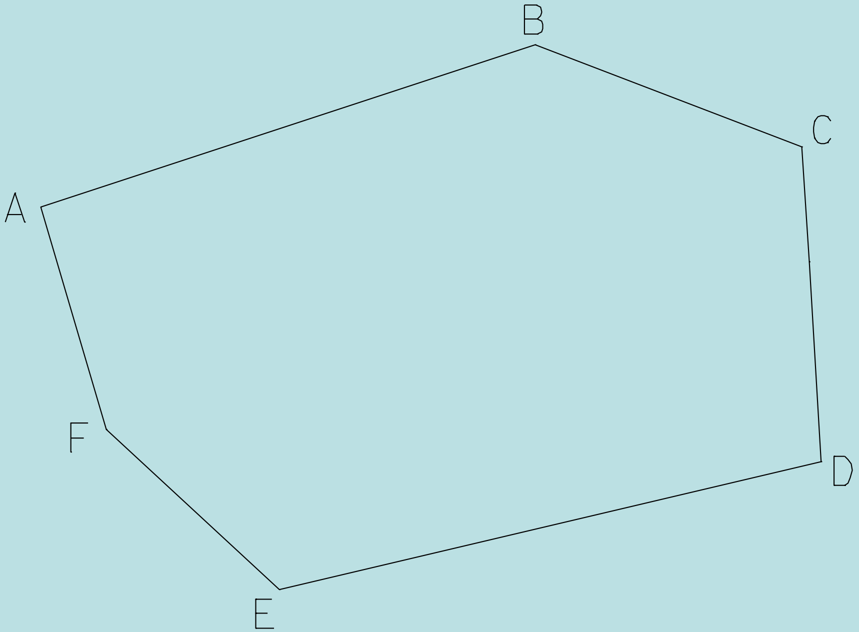
## Topografia Aplicada – movimento de terras



**A parte tediosa do cálculo dos movimentos de terras é removida através da utilização de modelos digitais do terreno, nos quais as superfícies do terreno e de projecto são definidas matematicamente em termos de coordenadas tridimensionais. A partir destes elementos, é possível definir o traçado óptimo quer a nível do plano horizontal quer a nível do plano vertical. A definição de secções transversais e o cálculo de volumes são efectuadas numericamente (com base geralmente em redes de triângulos ou quadriláteros) com a precisão compatível com o levantamento de base utilizado.**

## Divisão de parcelas

**Pretende-se dividir a parcela ABCDEFA cujos vértices têm coordenadas conhecidas em duas partes de áreas previamente fixadas. Procede-se então da forma seguinte:**

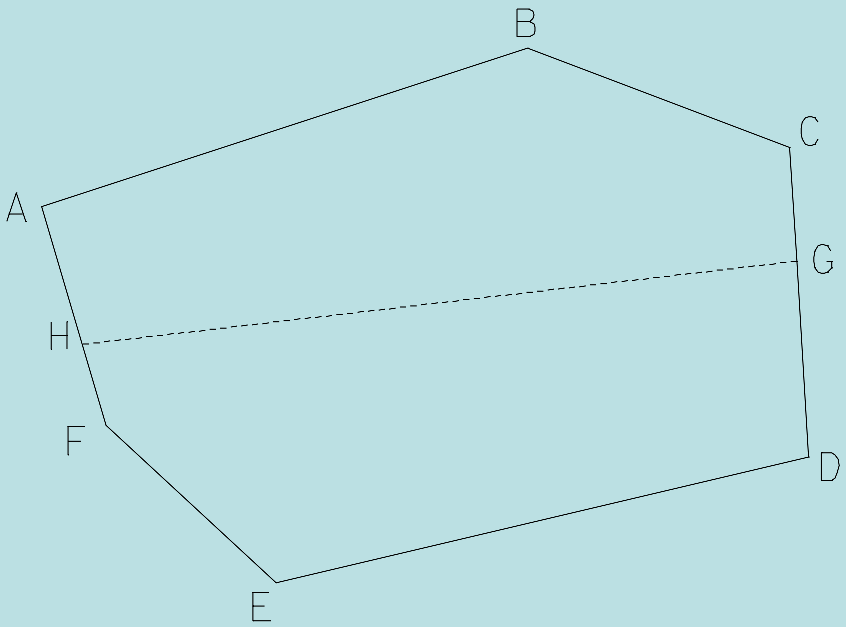


Topografia Aplicada – movimento de terras

1. **calcular a área total ABCDEFA**

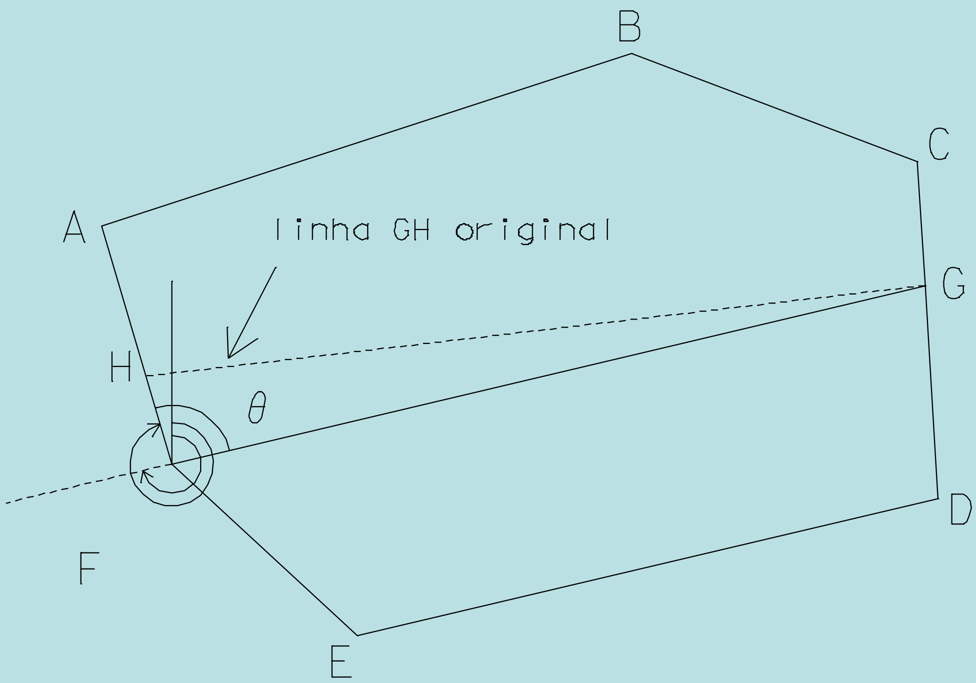
2. **marcar os pontos G e H sobre as estremas da parcela que aproximadamente definem as áreas pretendidas**

3. **medir a distância CG e calcular o rumo $R_{CD}$, o que permite o cálculo das coordenadas do ponto G**



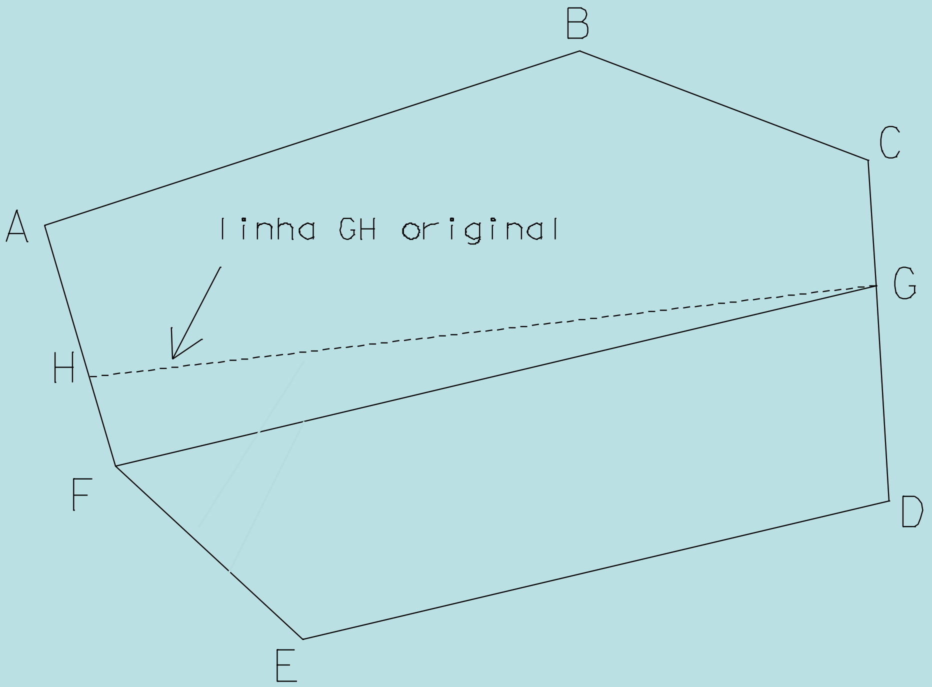
4. **definir a linha de G até ao vértice da parcela mais próximo de H, neste caso F**

5. **calcular a distância GF e os rumos $R_{FA}$ e $R_{GF}$, o que permite calcular o ângulo $\theta = 180º - R_{FA} - R_{GF}$**



**6. calcular a área DEFGD**

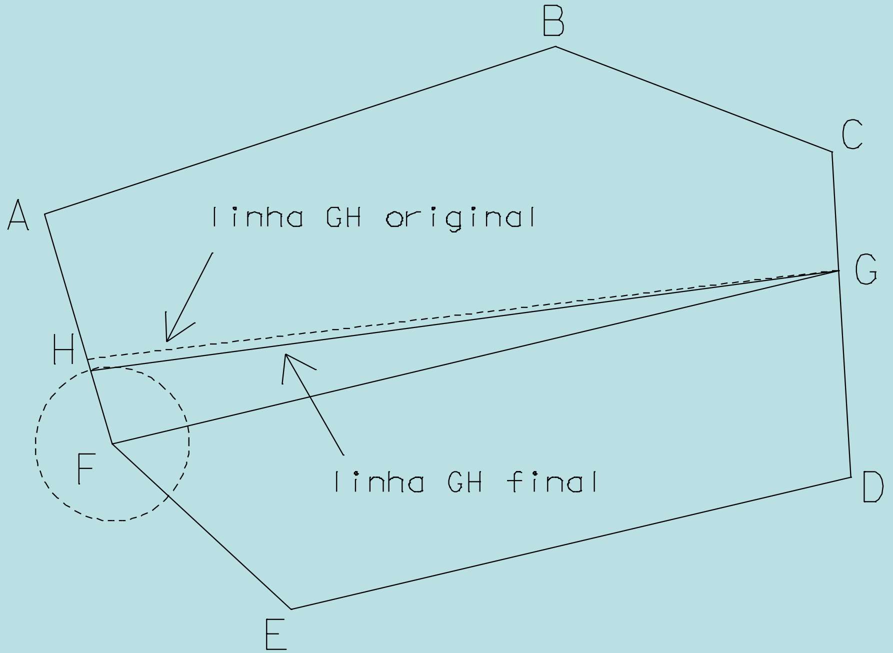
**7. calcular a área do triângulo FGHF = área DEFHGD- área DEFGD (a área DEFHGD foi definida previamente)**



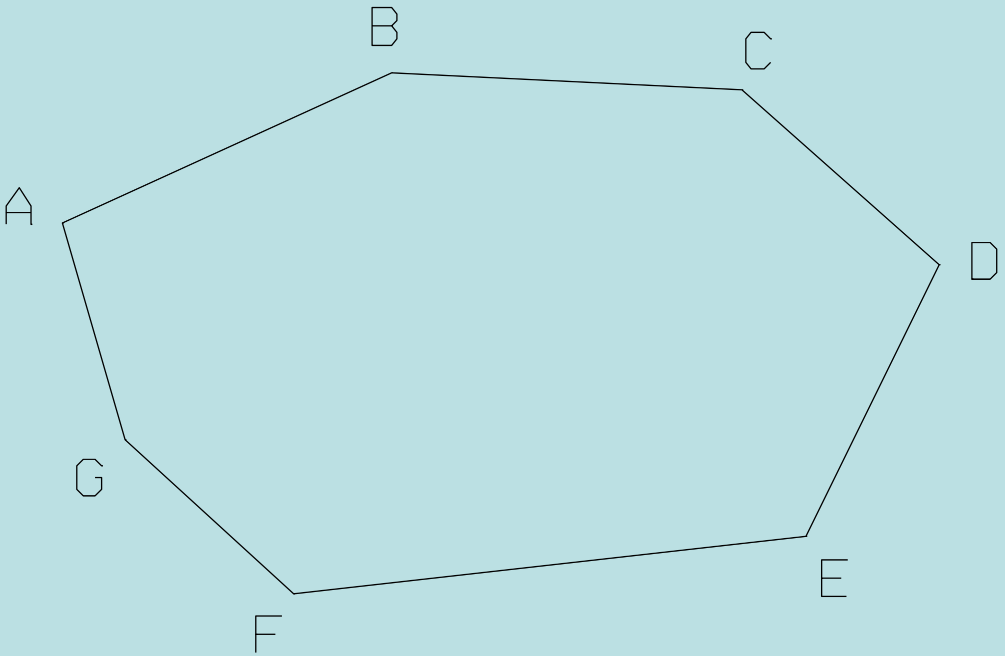
**8. do triângulo FGHF tem-se área FGHF = 0.5 x FH x GF x sin θ, donde FH = área FGHF/(0.5 x GF x sin θ)**

**9. calcular as coordenadas do ponto H**

**10. a posição correcta do ponto H obtém-se medindo a distância FH a partir do ponto F**



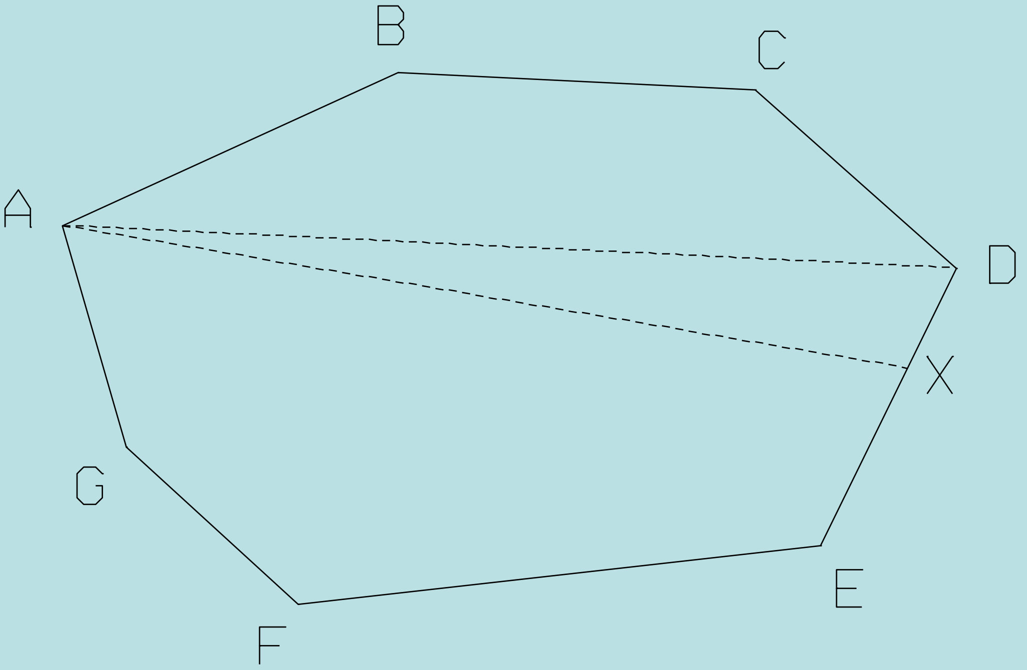
**Uma outra situação que pode ocorrer consiste na divisão da parcela ABCDEFGA, cujos vértices têm coordenadas conhecidas, em duas partes de áreas previamente fixadas segundo a linha HJ, de rumo também previamente fixado. Procede-se então da forma seguinte:**



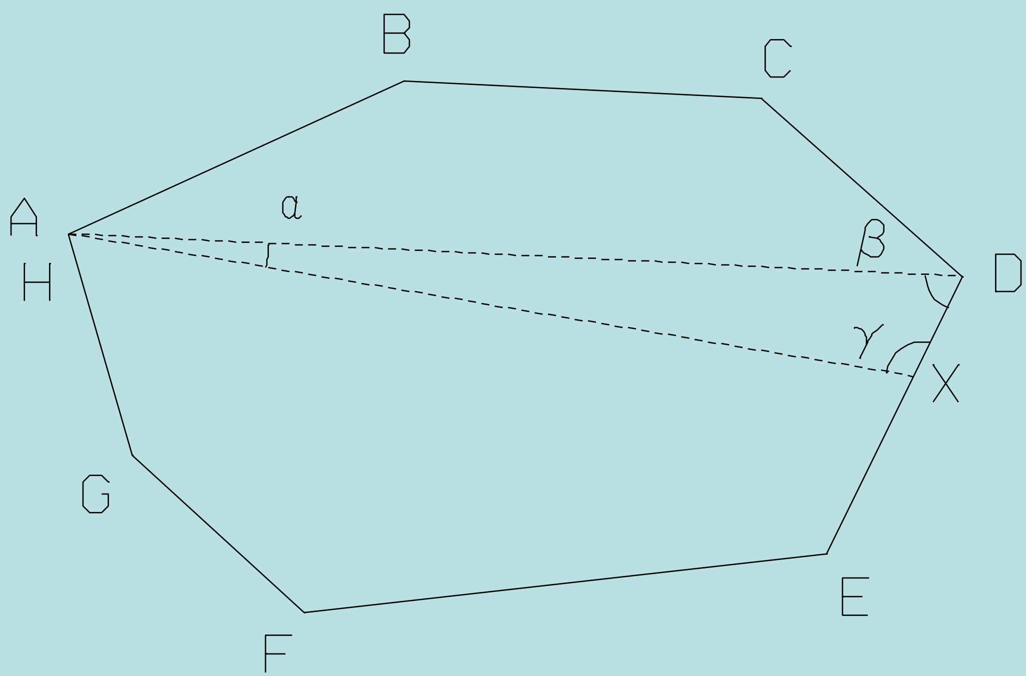
1) estacionar no vértice A da parcela e definir o ponto X sobre uma das estremas opostas segundo o rumo previamente fixado

2) calcular o rumo $R_{AD}$ e a distância AD

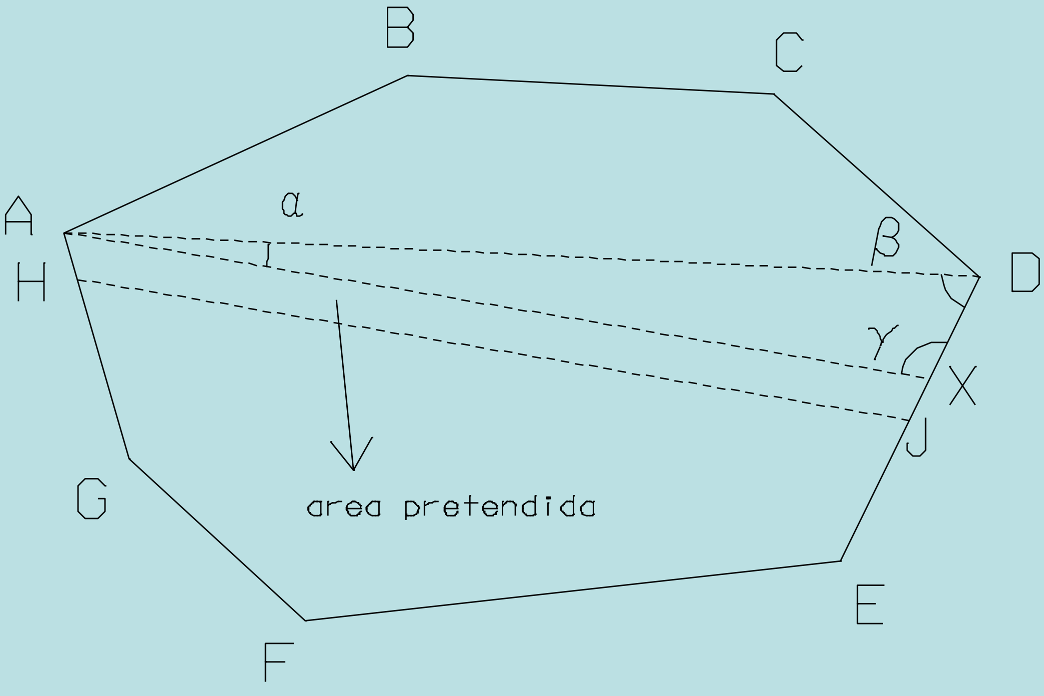
3) calcular a área ABCDA



**4) no triângulo ADX são conhecidos $\alpha = R_{AX} - R_{AD}$, $\beta = R_{DA} - R_{DE}$, $\gamma = R_{XD} - R_{XA} + 360º$, onde $R_{XD}=R_{ED}$ e a distância AD, pelo que é possível calcular a distância AX e as coordenadas do ponto X: $AX=AD \times \sin\beta/\sin\gamma$, assim como a área ADXA e a área ABCDXA=área ABCDA+área ADXA**



**5) a diferença entre a área predefinida e a área ABCDXA pode ser positiva ou negativa, pelo que deve ser somada ou subtraída uma área residual definida segundo uma linha paralela à linha AX; suponha-se que esta área é o trapézio AXJHA, cuja área é conhecida, para além do comprimento e rumo da linha AX e dos rumos dos restantes lados.**

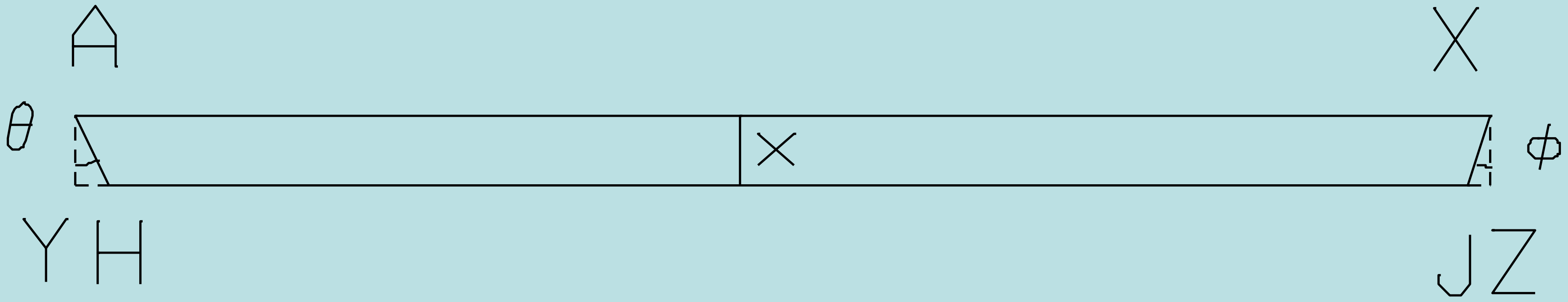


**6) como os rumos dos lados do trapézio são conhecidos, os ângulos θ e podem ser calculados; daqui tem-se YH=x tan θ e JZ=x tan Φ , donde é possível calcular o valor de x a partir de**

**área AXJHA=área AXZYA-(área AHYA+área XZJX)=** $AX \times x - (\frac{x}{2} \times x \tan\theta + \frac{x}{2} \times x \tan\phi)$

**=** $AX \times x - \frac{x^2}{2}(\tan\theta + \tan\phi)$

**7) conhecido x, as distâncias AH e XJ podem ser calculadas de forma a implantar a HJ linha pretendida**



## Terraplenagens

**As plataformas são obras projectadas e executadas com a finalidade de tornar plana a superfície irregular de um terreno, podendo ser horizontais ou inclinadas. Relativamente ao tipo de movimento de terras utilizado, as plataformas podem ser classificadas em plataformas de aterro, plataformas de escavação (corte) ou plataformas de aterro e escavação.**

**Sempre que se executa um corte ou aterro num determinado terreno, é necessário criar planos inclinados (de corte ou aterro) para a contenção do terreno adjacente. Esses planos inclinados recebem o nome de taludes ou saias de corte ou aterro (ou, mais simplesmente taludes, tanto no caso de aterro como no caso de escavação).**

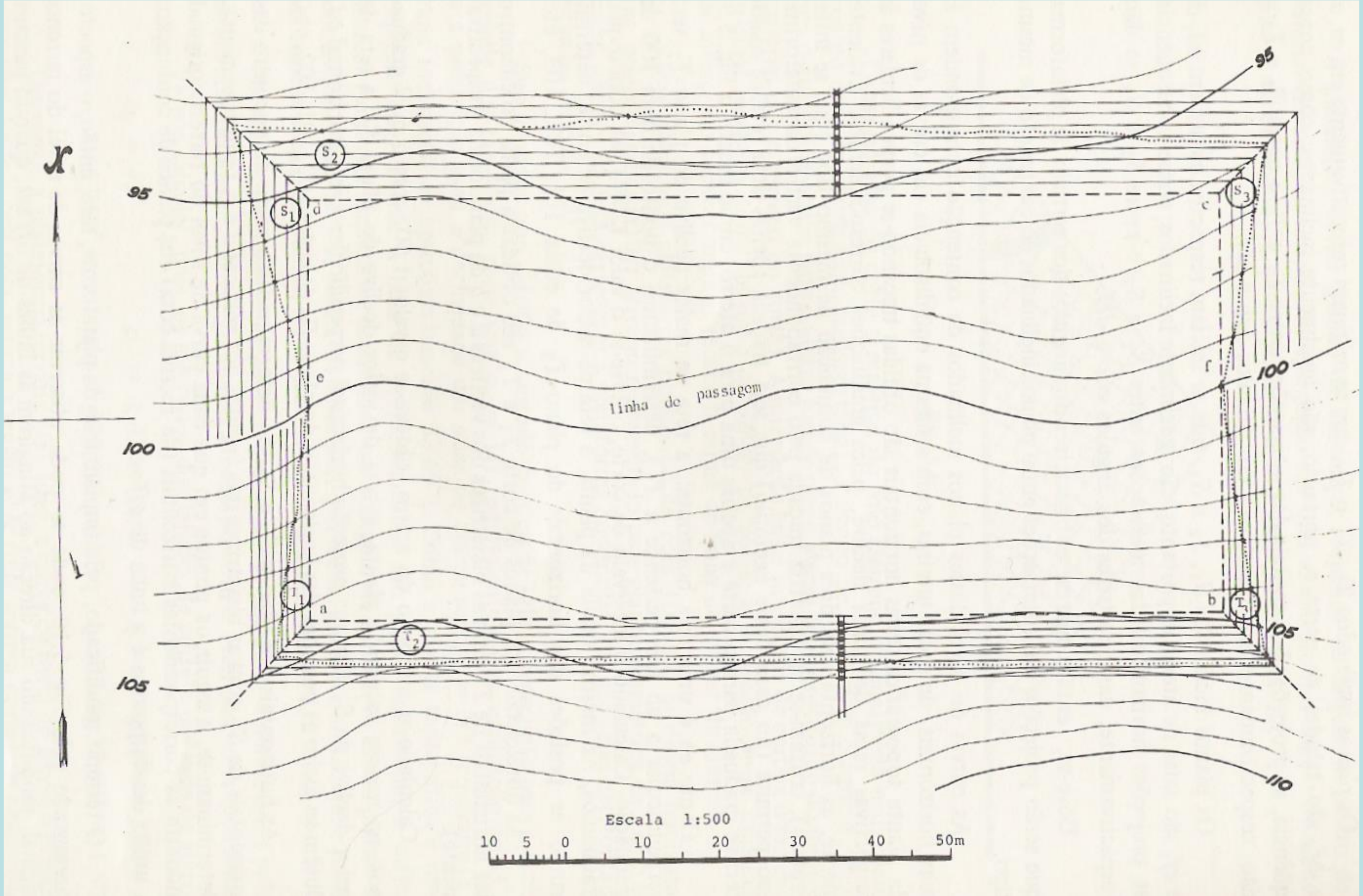
**A inclinação (taludação) desses planos de contenção depende do ângulo de atrito do material do solo (isto é, do maior ângulo para o qual o plano se mantém estável) e do estado de agregação em que o revestimento se encontra.**

**Como no caso de escavação o material do solo (terreno original) está mais coeso do que no caso do aterro (solo transportado), o ângulo de atrito para o caso de escavação é maior do que o ângulo de atrito para o caso de aterro (desde que o aterro seja construído do mesmo material que o terreno de escavação).**

**Seja abcd uma plataforma horizontal de cota 100 m que se deseja implantar na posição indicada na planta da figura seguinte; como os segmentos de recta ab, bc, cd e da pertencem à plataforma, são horizontais. Suponha-se que através do estudo geotécnico do terreno, se considerou uma taludação 1 para 1 para os taludes de escavação (equivalente a uma inclinação de 45º) e uma taludação 1 para 1.5 para os taludes de aterro (equivalente a uma inclinação de 33º.69).**

# Topografia Aplicada – movimento de terras

Terreno natural com implantação da plataforma e dos taludes




escavação: $\alpha_e = 45^o$, $\text{taludação}_e = \tan\alpha_e = 1/1$, $\text{distância horizontal}_e = \text{cotan}\,\alpha_e = 1.00$

aterro: $\alpha_a = 33^o.69$, $\text{taludação}_a = \tan\alpha_a = 1/1.5$, $\text{distância horizontal}_a = \text{cotan}\,\alpha_a = 1.50$

**Os taludes, de aterro e de escavação, são determinados pelas suas rectas de maior declive.**

**Como a planta é uma representação obtida por projecção ortogonal, é difícil marcar (sem rebatimento) a taludação desses planos de contenção; recorre-se então à equidistância da planta e à distância horizontal entre dois pontos cuja diferença de cotas seja uma unidade.**

**Pretendendo-se a plataforma à cota 100 m, a curva de nível do terreno original correspondente a essa cota separa a região abfe, que sofrerá escavação, da região cdef, que sofrerá aterro. A curva de nível 100 m, no trecho ef recebe o nome de linha de passagem (de escavação para aterro). Os planos inclinados $E_1$, $E_2$ e $E_3$, limitados respectivamente por ea, ab e bf, são taludes de escavação; como consequência, as projecções horizontais das intersecções entre $E_1$ e $E_2$ e entre $E_2$ e $E_3$ são, respectivamente, as bissectrizes dos ângulos eab e abf.**

**De forma idêntica, os planos inclinados $A_1$, $A_2$ e $A_3$, limitados respectivamente por ed, dc e cf são taludes de aterro; como consequência, as projecções horizontais das intersecções entre $A_1$ e $A_2$ e entre $A_2$ e $A_3$ são, respectivamente, as bissectrizes dos ângulos edc e dcf. Devem então marcar-se as bissectrizes dos ângulos dos vértices da plataforma, que serão projecções das intersecções entre planos inclinados de contenção do mesmo tipo.**

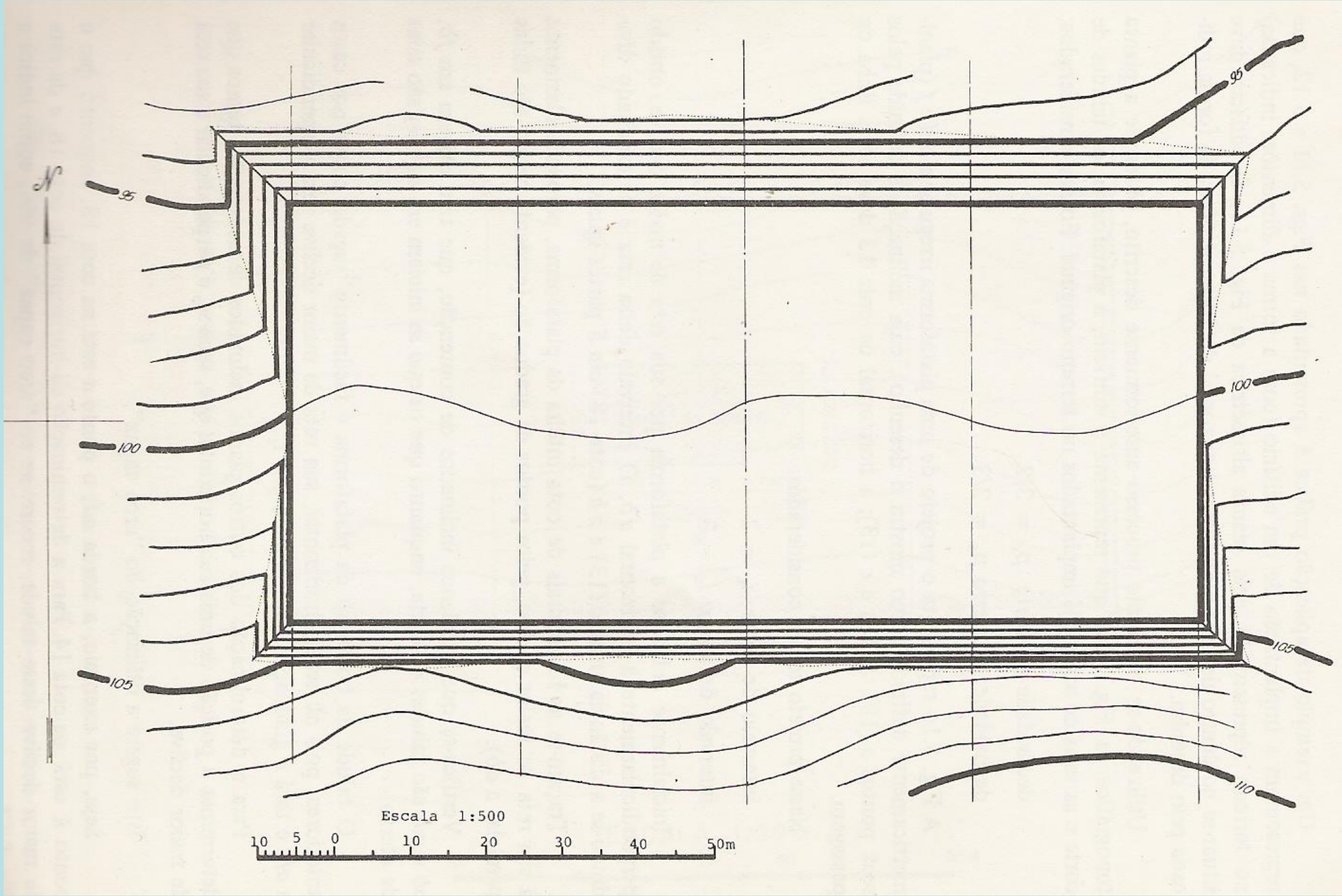
**As curvas de nível contidas nos planos inclinados de contenção são perpendiculares às rectas de maior declive desses planos inclinados e são representadas com a mesma equidistância das curvas do terreno natural; as curvas de nível de dois planos inclinados de contenção que se intersectam cruzam-se na bissectriz traçada pelo correspondente vértice da plataforma, o que permite que seja traçada apenas uma recta de maior declive para o talude de escavação e apenas uma para o talude de aterro.**

**Como ab é uma recta horizontal, a recta de maior declive do plano $E_2$ será perpendicular a ab (ab pertence a $E_2$), determinando o ponto de cota 100 m. A partir do valor calculado para a distância horizontal de escavação (1.00), é possível graduar, na mesma escala da planta, a recta de maior declive do talude de escavação, determinando as posições das curvas de nível do plano $E_2$ correspondentes às cotas 101, 102, 103, etc.. As curvas de nível dos taludes de escavação $E_1$ e $E_3$ são obtidas a partir da intersecção das curvas de nível do plano $E_1$ com, respectivamente, as bissectrizes dos vértices a e b da plataforma.**

**A partir do valor calculado para a distância horizontal de aterro (1.50), é possível graduar, na mesma escala da planta, a recta de maior declive do talude de aterro, determinando as posições das curvas de nível do plano $A_2$. A recta de maior declive de $A_2$ tem a respectiva projecção horizontal perpendicular à recta de maior declive de $A_2$, obtendo-se assim as curvas de nível deste plano inclinado correspondentes às cotas 97, 98, 99, etc.. As curvas de nível dos planos $A_1$ e $A_3$ são determinadas a partir da intersecção das curvas de nível de $A_2$ com, respectivamente, as bissectrizes dos vértices d e c.**

**Determinam-se em seguida os pontos em que cada curva de nível do terreno original encontra as correspondentes curvas da mesma cota dos taludes, cuja união se designa por linha de off-set. O terreno modificado, por implantação da plataforma, tem então o aspecto apresentado na figura, onde se podem observar que as curvas de nível do terreno natural sofrem uma alteração ao atingiram as linhas de off-set, coincidindo com as curvas de nível dos taludes até novo encontro com uma linha de off-set, quando retomam a configuração original.**

# Topografia Aplicada – movimento de terras




Terraplenagem correspondente à implantação da plataforma