Meteorologia **2025 Exame 1**

21 de Janeiro

Justifique sempre as respostas e as aproximaçõe0073 utilizadas. Entregue os diagramas identificados.

Parte 1

1. Às 18h de um dia de inverno foi medida uma temperatura do ar junto da superfície de 8°C, uma pressão de 1001 hPa e uma humidade relativa de 90%. Ao longo da noite, esse ar sofre um processo de arrefecimento isobárico, a uma taxa de arrefecimento constante (em W kg^{-1}), com formação de nevoeiro às 21h.

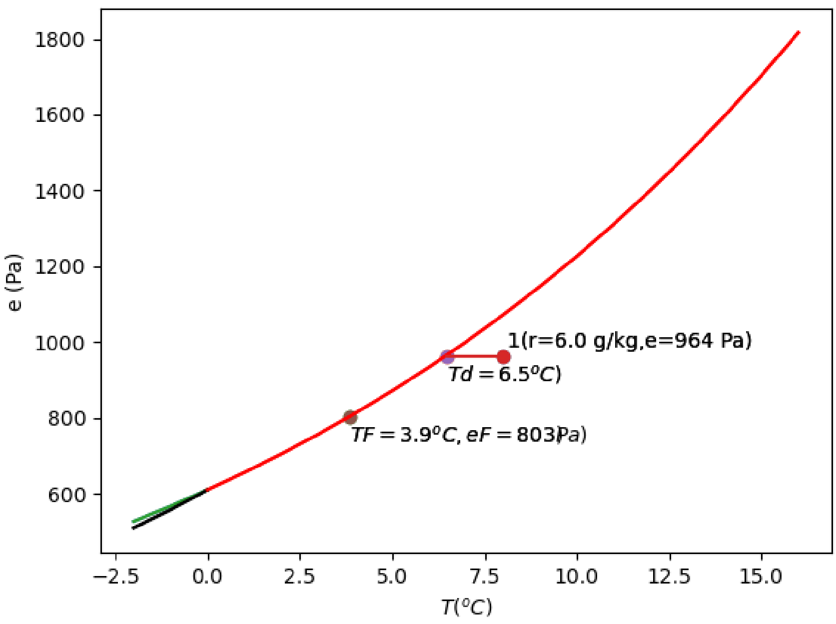
(a) Calcule a razão de mistura, a tensão de vapor e a temperatura do ponto de orvalho no estado inicial;

(b) Calcule a taxa de arrefecimento;

(c) Admita que o processo se prolonga até o nevoeiro atingirá a concentração de 1g/kg de água líquida; marque o processo (desde o início) no diagrama de fases;

(d) Calcule a hora a que o nevoeiro atingirá a concentração de 1g/kg de água líquida;

(e) Admitindo que o arrefecimento resulta de transferência de calor para a superfície e se estende aos primeiros 50m, calcule o fluxo de calor (em Wm^{-2});



a) $e = e^{sat}(8°C) \times 0.9 \approx 964\ Pa;\ r = \frac{\varepsilon e}{P} \approx 6 \times 10^{-3}; T_d \approx 6.5$ °C (cf. Figura)

b) $\dot{Q} = \frac{c_p(T_d - T_i)}{\Delta t} \approx -0.14\ W\ kg^{-1}$

c) Estado final F: saturado com $r_F \approx 5 \times 10^{-3}$, $T_F \approx 3.9$°C; $e_F \approx 803\ Pa.$

d) $\Delta t = \frac{c_p(T_F - T_i) + l_v(r_F - r_i)}{\dot{Q}} \approx 46850s \approx 13h$

e) $\dot{Q} \times \rho H \approx -0.14\ W\ kg^{-1} \times 1.2 \times 50\ kgm^{-2} \approx -8.4\ Wm^{-2}$

2. Considere a seguinte sondagem

P (hPa)	1000	900	800	600	300
T (℃)	10	5	-4	-20	-30
Td (℃)	6	-6	-8	-23	-59

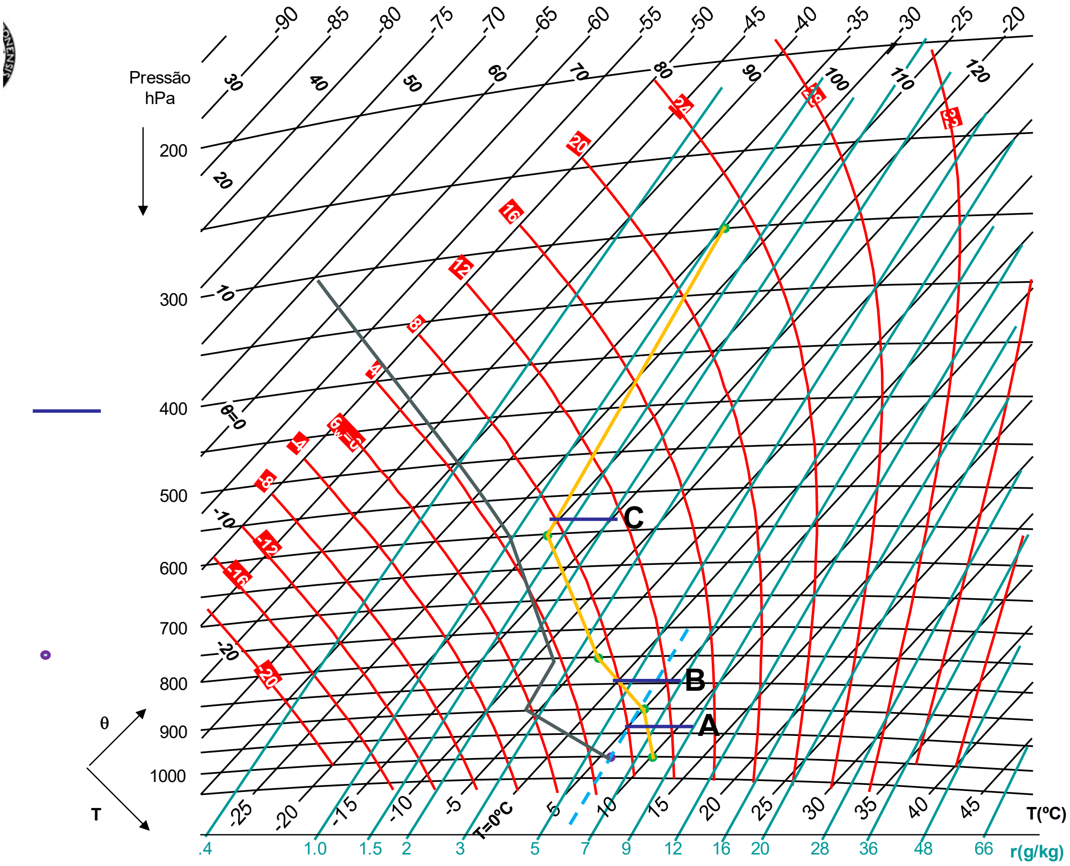
(a) Marque-a no tefigrama.

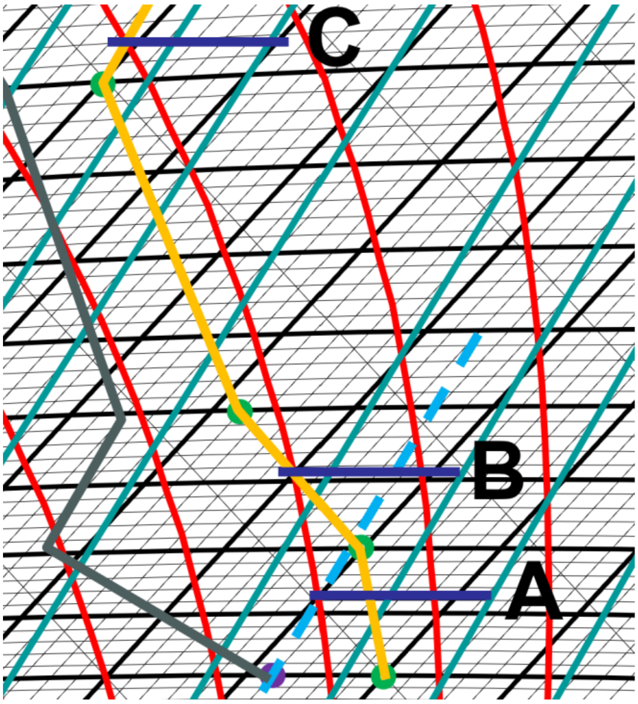
(b) Mostre que existe instabilidade latente e localize o nível de convecção livre.

(c) Estime a CAPE e a CIN.

(d) Admita que uma partícula de ar atinge o nível de convecção livre com uma velocidade ascendente de $0.5\ ms^{-1}$. Estime a velocidade dessa partícula aos 1000 hPa e a máxima que ela poderá atingir.

(e) Mostre que a camada 1000-900 tem instabilidade potencial.





a) cf Figura

b) o nível B é o nível de convecção livre (ca. 845 Pa). Na sua ascensão a partícula segue a linha $\theta = 10$ °C até à condensação (A ca. 940 Pa) e a linha $\theta_w = const$ acima. Visualmente é claro que CAPE>|CIN|. Logo, existe instabilidade latente.

c) $CIN = \int_{1000}^{845} g \frac{\Delta T}{T} dz = -\int_{1000}^{845} R_d \Delta T \frac{dP}{P} \approx -\frac{2}{2}\log\left(\frac{1000}{940}\right) - 2\log\left(\frac{940}{900}\right) - \frac{2}{2}\log\left(\frac{900}{845}\right) \approx -61 J\ kg^{-1}$

$$CAPE = \cdots = \frac{1.5}{2}\log\left(\frac{845}{800}\right) + 1.5\log\left(\frac{800}{600}\right) + \frac{1.5}{2}\log\left(\frac{600}{580}\right) \approx +143 J\ kg^{-1}$$

d) $\frac{w_{845}^2}{2} = \frac{w_{1000}^2}{2} + CIN \Rightarrow w_{1000} = \sqrt{w_{845}^2 - 2 \times CIN} \approx 11\ ms^{-1};\ w_{580} = \sqrt{w_{845}^2 + 2 \times CAPE} \approx 17\ ms^{-1}$

e) $\boldsymbol{\theta}_{w_{1000}} \approx 8$°C $> \theta_{w_{900}} \approx 5$°C. Existe instabilidade potencial.

Justifique sempre as respostas e as aproximações utilizadas.

Parte 2

3. Uma depressão estacionária aos $45N$ apresenta a $600km$ do seu centro um vento com 25 m/s fazendo um ângulo de 20° com as isóbras. Considere uma densidade do ar $\rho = 1.2\ kg\ m^{-3}$.

(a) Esquematize o equilíbrio de forças correspondente à alínea anterior.

(b) Calcule o gradiente de pressão.

(c) Estime o movimento vertical aos 1000 m, admitindo que as condições referidas são válidas para $z < 1000m$. Explique o fundamento.

(d) Calcule a vorticidade relativa da depressão.

(e) Admita que o centro da depressão é 10°C mais frio que a sua periferia (a 500 km do centro). Admita que a pressão média à superfície no anticiclone vale 1000 hPa. Estime a sua vorticidade relativa aos 850 hPa.

a) NA

b) Vento do gradiente com atrito:

$$-\frac{v^2}{R} - fv + \frac{1}{\rho}|\nabla P|\cos\alpha = 0 \Rightarrow |\nabla P| = \rho\frac{\frac{v^2}{R} + fv}{\cos\alpha} \approx 4.6\times 10^{-3} Pa\, m^{-1}$$

c) Por conservação da massa:

$$2\pi RH\rho\, \mathrm{v}\sin\alpha = \pi R^2\rho w \Rightarrow w = \frac{2Hv\sin\alpha}{R} \approx +2.9\ cm\, s^{-1}$$

d) $\zeta \approx \frac{2\, v\cos\alpha}{R} \approx 7.8\times 10^{-5} s^{-1}$

e)

$$\frac{\partial\zeta}{\partial P} = \frac{\partial}{\partial P}\left(\frac{\nabla_P^2\phi}{f}\right) = \frac{1}{f}\nabla^2\left(\frac{\partial\phi}{\partial P}\right) = -\frac{R_d}{fP}\nabla^2 T \Rightarrow \zeta_{1000} - \zeta_{850} = -\frac{R_d}{f}\nabla^2 T\log\left(\frac{1000}{850}\right)$$

$$\nabla^2 T \approx \frac{4T_{per} - 4T_{cen}}{R^2}$$

$$\zeta_{850} \approx 1.5\times 10^{-4} s^{-1}$$

s

4. Num dia de verão aos 36N observa-se, às 11h solares, uma temperatura de 42°C no ar sobre terra e 18°C no ar sobre o mar, numa distância de 30 km, com uma brisa marítima de $1\ ms^{-1}$. Admita que a circulação da brisa se estende entre os 1010 hPa e os 900 hPa.

(a) Estime a extensão vertical da brisa.
(b) Calcule a circulação no plano vertical às 11h.
(c) Calcule a circulação às 18h, admitindo que as condições referidas se mantêm.
(d) Estime a velocidade da brisa às 18h.
(e) Discuta a validade do resultado obtido.

a) Extensão vertical:

$$H = \frac{R_d}{g}\bar{T}\log\left(\frac{1010}{900}\right) \approx 1064\ m$$

b) Circulação às 11h:

$$C = \oint_L \vec{v}\,.d\vec{l} \approx v_{1010}L + w_T H + v_{900}L + w_M H \approx 2L\,v_{1000} \approx 6\times 10^4 m^2 s^{-1}$$

c) Teorema de Kelvin:

$$\frac{dC}{dt} = -\oint_L \frac{dP}{\rho} = R_d(T_T - T_M)\log\left(\frac{1010}{900}\right) \approx 794\ m^2 s^{-2}$$

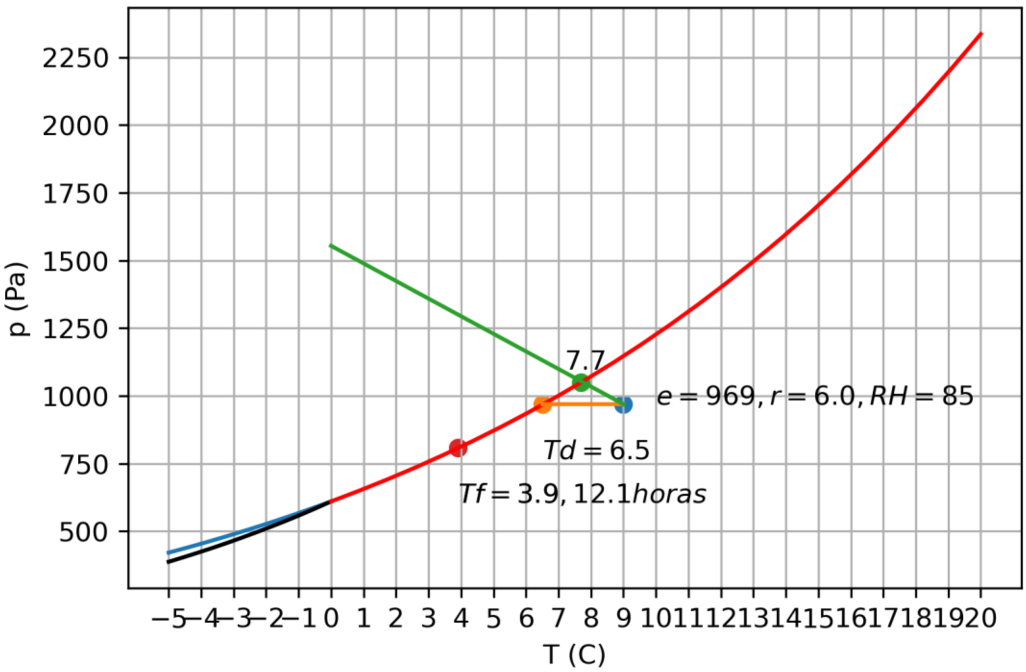
$$C_{18} = C_{11} + \frac{dC}{dt}\times 7\times 3600 \approx 2\times 10^7 m^2 s^{-1}$$

d) CF b):

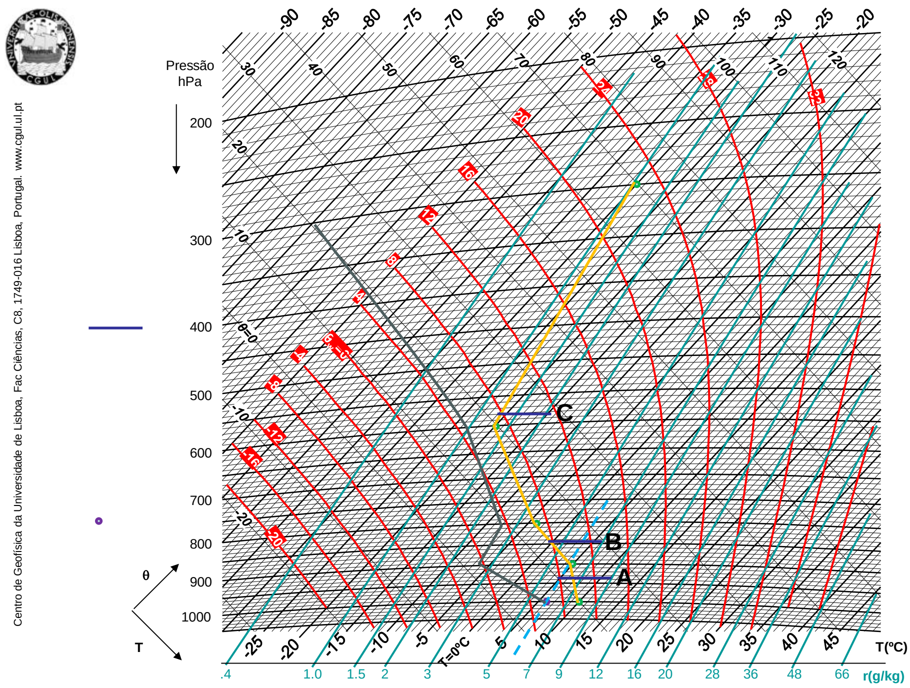
$$v_{18} \approx \frac{C_{18}}{2L} \approx 335\ ms^{-1}$$

e) O resultado d) é MUITO exagerado (aproxima-se da velocidade do som). No teorema de Kelvin desprezam-se dois efeitos: Coriolis (faria o vento rodar para a direita no HN) e, MAIS IMPORTANTE PARA ESTE RESULADO, o atrito. O atrito vai crescer à medida que a brisa se intensifica, até equilibrar a aceleração devida à lei de Kelvin.

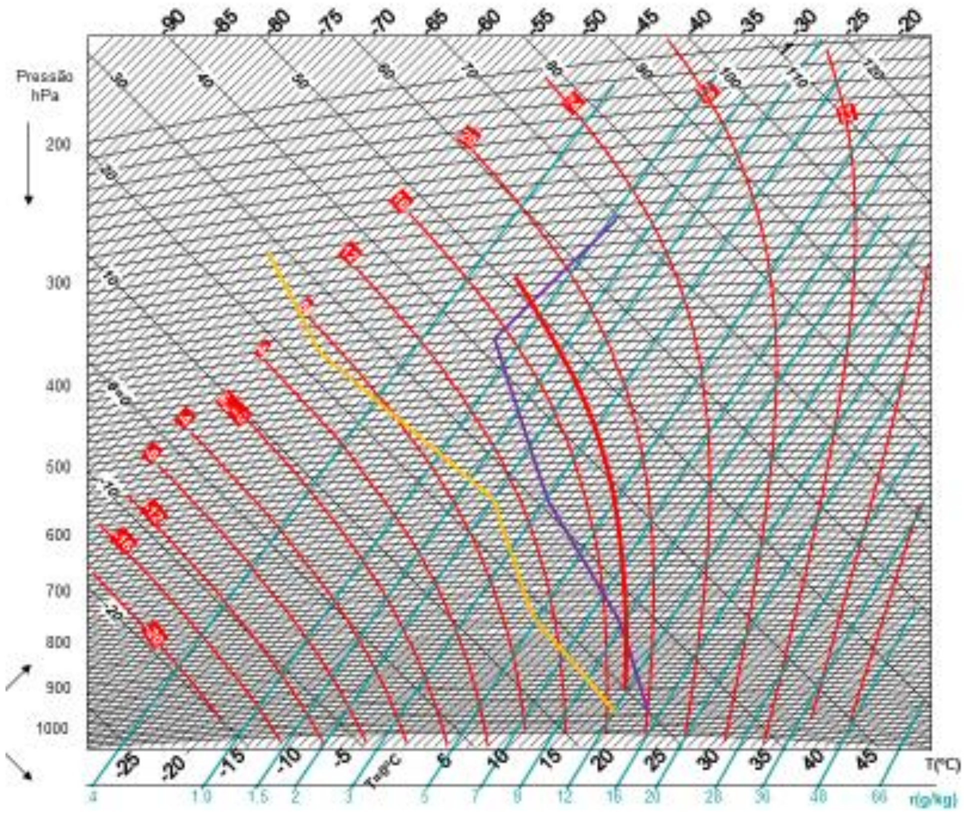
Resolução simplificada



1. Ver figura
    a) $RH \approx 85\%; e \approx 969\ Pa; T_d \approx 6.5°C$
    b) $\dot{Q} = \frac{c_p(T_d - T_1)}{\Delta t} \approx -0.17\ W\ kg^{-1}$
    c) Figura. $r_f = r_1 - r_l \approx 5\ g\ kg^{-1}, e_f \approx \frac{Pr_f}{\varepsilon} \approx 808\ Pa$
    d) $\Delta t = \frac{c_p(T_f - T_1) + l_v(r_f - r_1)}{\dot{Q}} \approx 43704s \approx 12.1h$; 6: 06 do dia seguinte
    e) $H = \dot{Q} \times \rho\Delta z \approx -10.5\ Wm^{-2}$ (cf. Análise dimensional)



2. Tefigrama



a) Linha roxa (P,T), linha laranja (P,Td).
b) Existe instabilidade latente porque existe CAPE, CAPE>>|CIN|. O nível de convecção livre encontra-se perto dos 850 hPa.
c) Por conservação de ennergia (mecânica):

$$\frac{w_{NFN}^2}{2} - \frac{w_{NFL}^2}{2} = CAPE$$

Onde $NCL \equiv 850hPa, NFN \equiv 370hPa$.

$$CAPE = \int_{NCL}^{NFN} \frac{g\left(T_{part} - T\right)}{T} dz = \int_{P_{NCL}}^{P_{NFN}} \frac{g\Delta T}{T}\left(-\frac{dP}{\rho g}\right) = \int_{P_{NFN}}^{P_{NCL}} R_d \Delta T \frac{dP}{P}$$

Usou-se a equação de estado $P = R_d \rho T$ e a equação de Pascal $dP = -\rho g\, dz$.

Na forma discreta

$$\begin{aligned} CAPE &= \sum_{camada} R_d \Delta T \ln\left(\frac{P_{base}}{P_{topo}}\right) \\ &\approx R_d \left[0.5 \ln\left(\frac{850}{800}\right) + 3.5 \ln\left(\frac{800}{600}\right) + 3.75 \ln\left(\frac{600}{400}\right) + 0.75 \ln\left(\frac{400}{370}\right)\right] \\ &\approx 750\, J\, kg^{-1} \end{aligned}$$

Logo

$w_{NFN} \approx 38\, ms^{-1}$,

aos 370 hPa (Nível de flutuação nula).

d) Análise da camada 1000-800

$r_{1000} \approx 12\, g/kg, r_{800} \approx 5\, g/kg; T_{v_{1000}} \approx 22.15℃, T_{v_{800}} \approx 8.86℃$

e) $\Delta z = \frac{R_d \overline{T_v}}{g} \ln\left(\frac{1000}{800}\right) \approx 1885\, m$

3. Vento estacionário num plano

$$-\frac{v^2}{R} - fv + \frac{1}{\rho}|\nabla P|\cos(\alpha) = 0$$

$-a + \frac{1}{\rho}|\nabla P|\sin(\alpha) = 0$-

(a) NA

(b) $|\nabla P| = \rho\frac{\frac{v^2}{R}+fv}{\cos(\alpha)} \approx 5.9 \times 10^{-3} Pa\, m^{-1} = 5.9\, hPa/100km$

$$a = \frac{1}{\rho}|\nabla P|\sin(alpha) \approx 1.7\, mm\, s^{-2}$$

(c) Por conservação da massa o influxo horizontal tem que ser compensado por movimento ascendente aos 1000 m:

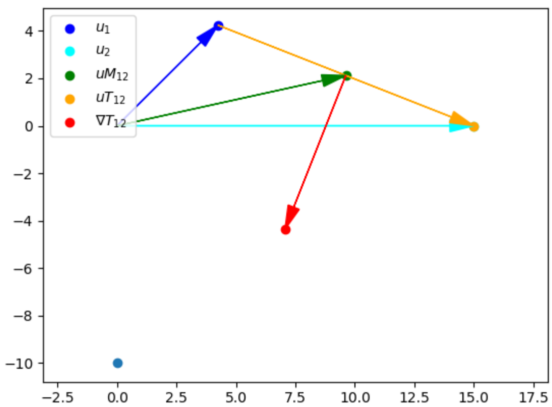
$$v\sin(\alpha)\, 2\pi RH = w\pi R^2 \Longrightarrow w = \frac{2v\sin(\alpha)\, H}{R} \approx 4.1\, cm\, s^{-1}$$

(d) $\zeta = \frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} = 2\frac{2v\cos(\alpha)}{2R} = \frac{2v\cos(\alpha)}{R} \approx 1.1 \times 10^{-4} s^{-1}$

$$\delta = \frac{\partial u_x}{\partial x} - \frac{\partial u_y}{\partial y} = -\frac{2v\sin(\alpha)}{R} \approx -4.1 \times 10^{-5} s^{-1}$$

(e) $\frac{\partial \zeta_g}{\partial P} = -\frac{R_d}{fP}\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) \approx -\frac{R_d}{fP}\frac{(4T_{500}-4T_0)}{R^2} \approx -\frac{R_d}{fP}\frac{40}{R^2} \Longrightarrow \frac{\partial \zeta_g}{\partial \ln P} = -\frac{R_d}{f}\frac{40}{R^2} \Longrightarrow \zeta_{850} = \zeta_{1000} + \frac{R_d}{f}\frac{40}{R^2}\ln\left(\frac{1000}{850}\right) \approx 1.9 \times 10^{-4} s^{-1}$

4. Vento térmico



a) $\vec{v}_{T_{1000-850}} = \vec{v}_{850} - \vec{v}_{1000} \approx 10.76\,\vec{\imath} - 4.24\,\vec{\jmath} =$

$$\frac{R_d}{f}\ln\left(\frac{1000}{850}\right)\vec{k} \times \nabla\bar{T}_{1000-850}$$

$$\nabla\bar{T}_{1000-850} = \left[\frac{R_d}{f}\ln\left(\frac{1000}{850}\right)\right]^{-1}\left(-\vec{k} \times \vec{v}_{T_{1000-850}}\right) \approx -8.53 \times 10^{-6}\vec{\imath} - 2.16 \times 10^{-5}\vec{\jmath}$$

b) $\bar{\vec{v}} = \frac{1}{2}(\vec{v}_{1000} + \vec{v}_{850}) \approx 9.62\vec{\imath} + 2.12\,\vec{\jmath}$

c) $\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} = -\bar{u}\frac{\partial \bar{T}}{\partial x} - \bar{v}\frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \approx 1.28 \times 10^{-4} Ks^{-1} \approx 0.46\, K\, h^{-1}$

d) -$w\frac{\partial \theta}{\partial z} = -1.28 \times 10^{-4} \Longrightarrow w = \frac{1.28\times\frac{10^{-4}K}{s}}{\left(\frac{g}{c_p} - 6.5\times10^{-3}\frac{K}{m}\right)} \approx 3.7\, cm\, s^{-1}$

e) De acordo com o resultado de alínea anterior, a camada inferior (onde o vento roda na vertical em sentido horário, ver figura) está em aquecimento. Na camada 850-700, o vento roda em sentido anti-horário e, portanto, vai arrefecer ao longo do tempo. Logo, a camada 1000-700 vai instabilizar (aquece por baixo, arrefece por cima).