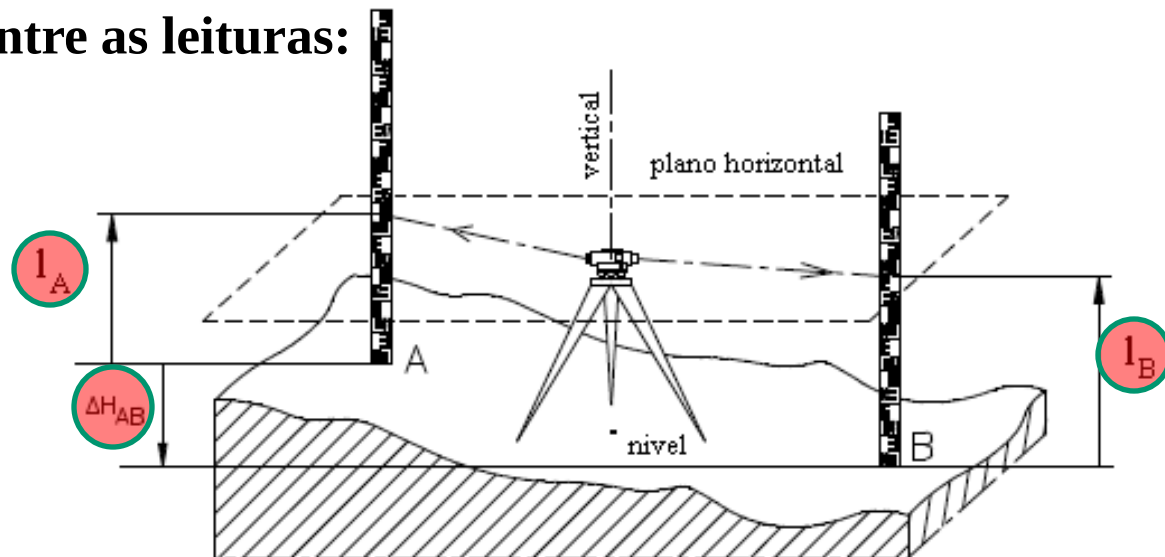


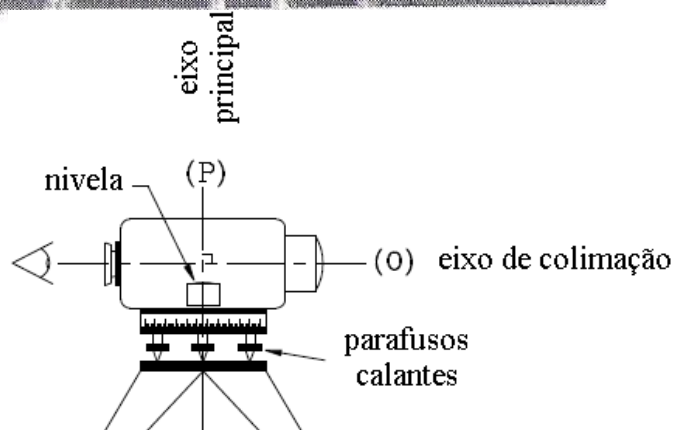
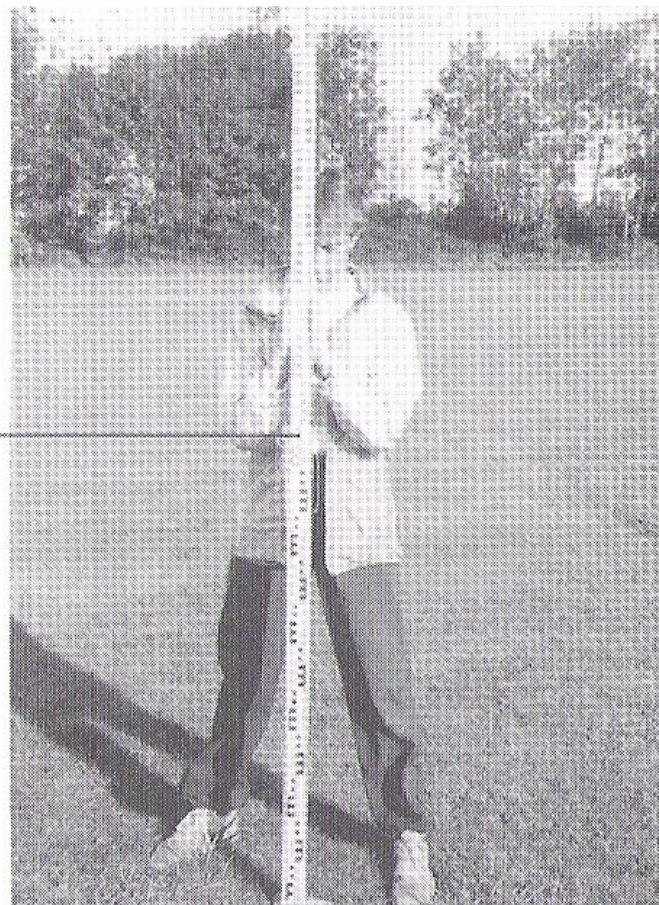
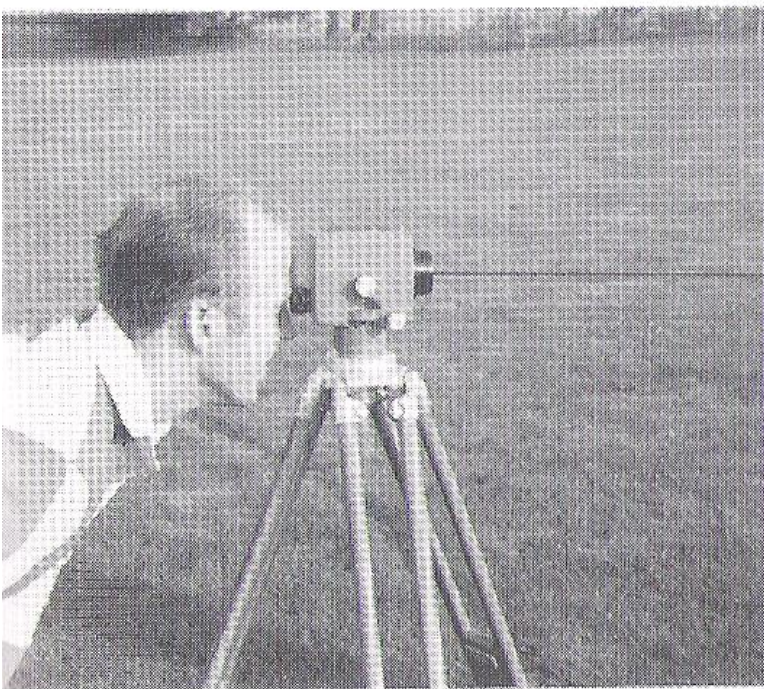
O nivelamento geométrico ou directo consiste na determinação do desnível Δ_{AB} entre os pontos A e B através da utilização de um aparelho chamado nível e de uma régua vertical chamada mira. O nível é constituído por uma luneta que gira em torno de um eixo principal; quando o eixo principal é verticalizado, o movimento da luneta define um plano horizontal. A mira é sucessivamente colocada nos dois pontos A e B, efectuando o operador as leituras l_A e l_B . Obtém-se o desnível ou diferença de nível entre os pontos A e B efectuando a diferença entre as leituras:

$$\Delta_{AB} = l_A - l_B$$

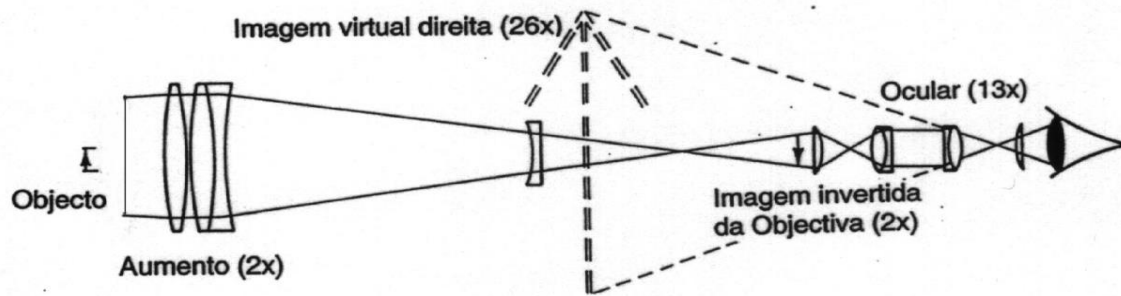
Tem-se da mesma forma:

$$\Delta_{BA} = l_B - l_A$$



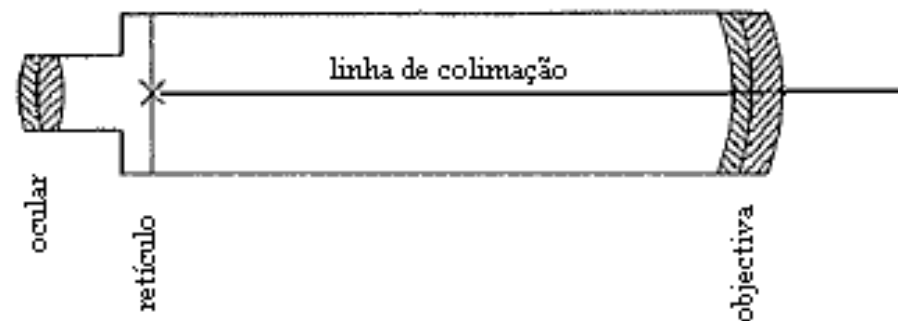
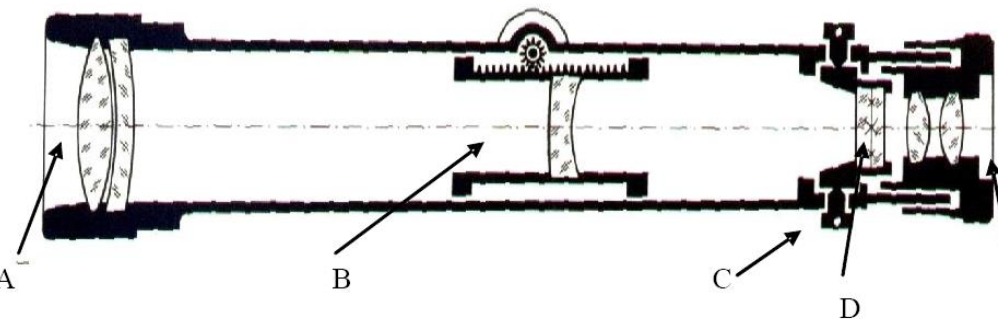


Material: Nível (cuja principal característica é a definição de linhas de visada horizontais) + 1 ou 2 miras



Uma luneta consiste num par de lentes convergentes: a **objectiva** e a **ocular**. A lente objectiva, de maior distância focal, produz uma imagem reduzida e invertida do objecto afastado; a lente ocular amplia a imagem produzida pela objectiva.



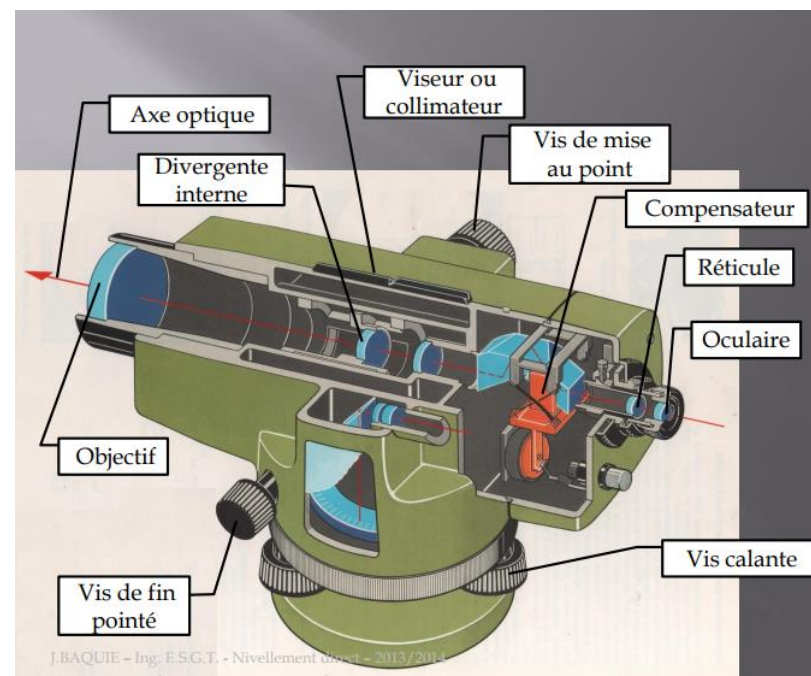


Princípio da luneta com retículo

- A : Objetiva
- B : Sistema de focalização
- C : Parafusos de ajuste dos fios de retículo
- D : Retículos
- E : Ocular

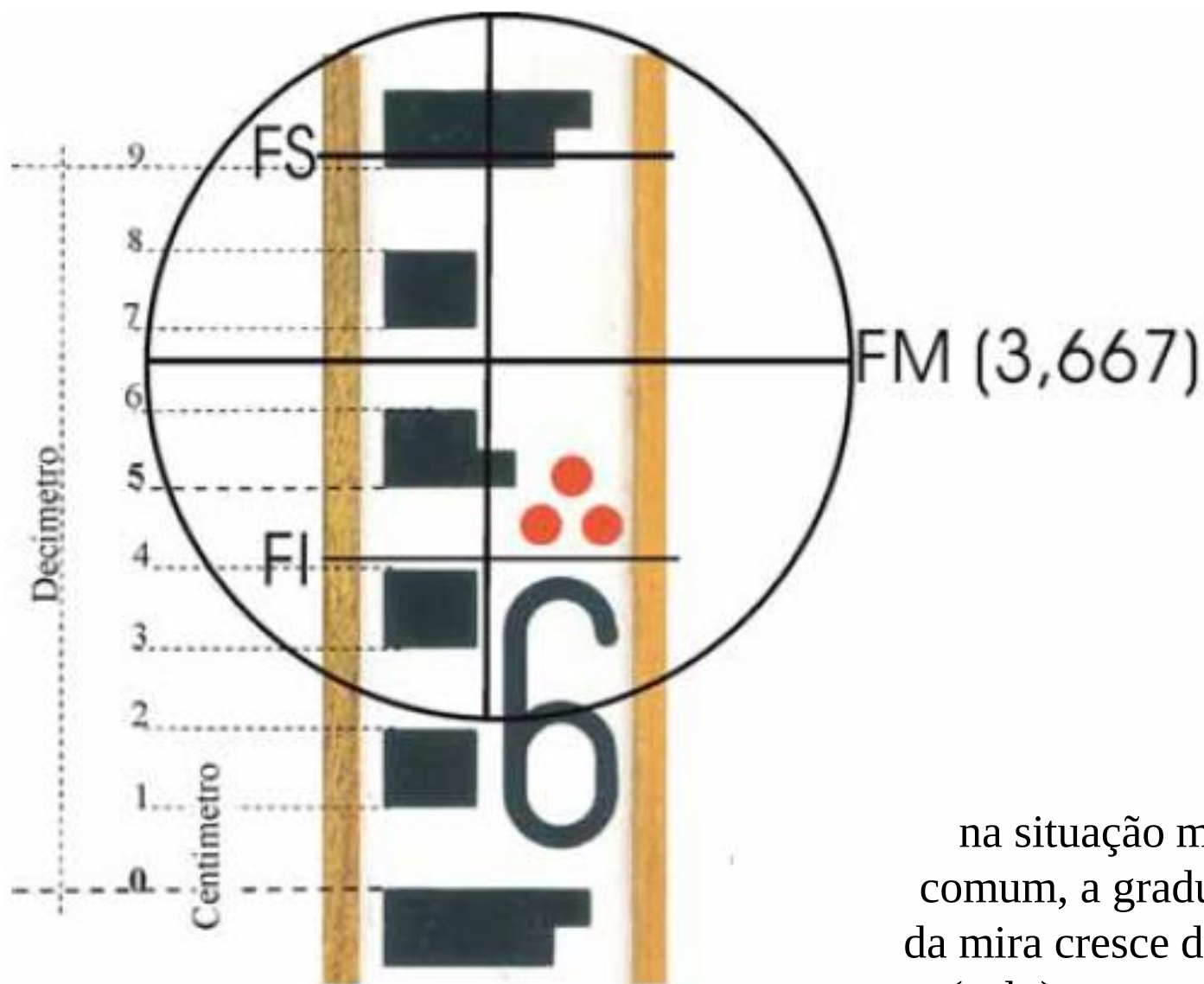
Os **fios do retículo**, que definem a linha de pontaria, estão colocados numa placa de vidro situada entre as duas lentes; esta placa pode mover-se para a frente e para trás através de um botão de focagem, de modo a colocar o retículo no plano de focagem.

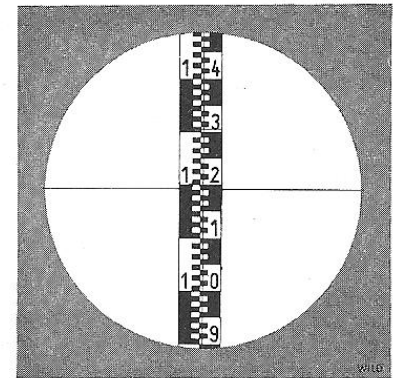
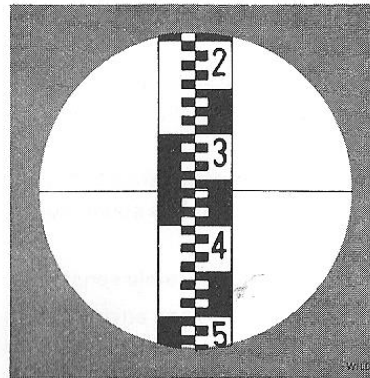
Existe paralaxe da imagem quando a imagem do objecto, dada pela objectiva, não se forma sobre o plano do retículo.





A focagem (dos fios do retículo e da imagem) é fundamental pois dela resulta uma melhor ou pior pontaria: deve focar-se em primeiro lugar os fios do retículo com o anel de focagem colocado na ocular e depois a imagem do campo visual, de tal forma a que as duas imagens não apresentem movimento uma em relação à outra (paralaxe, que pode provocar um erro na pontaria).





**A distância aparelho-mira
influencia a precisão das
leituras**

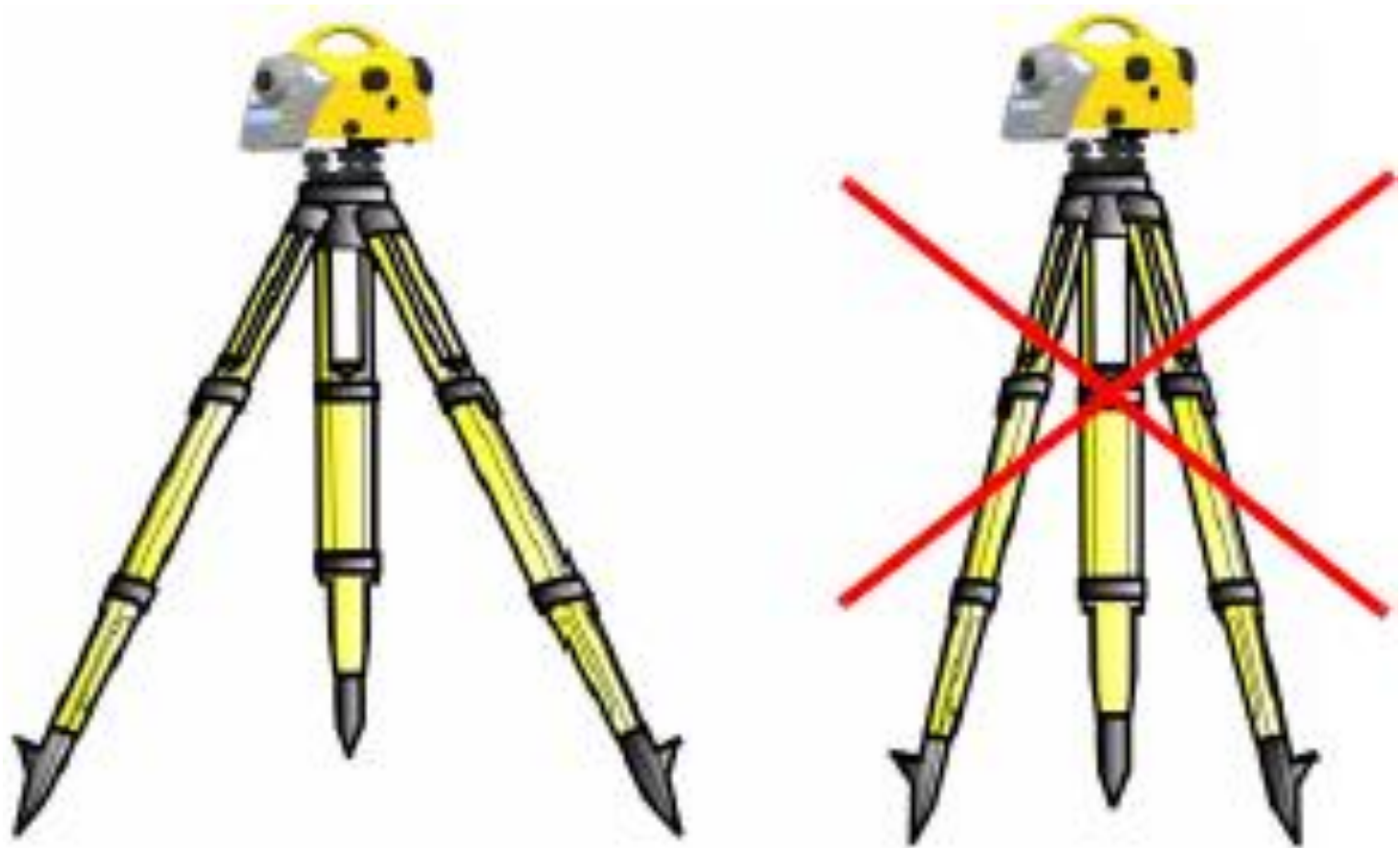
O tripé é estacionado num ponto qualquer, sendo as miras colocadas sobre os pontos cujo desnível se pretende determinar.



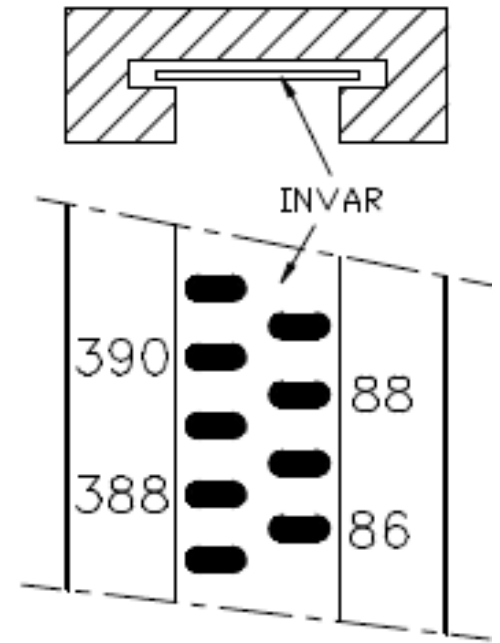
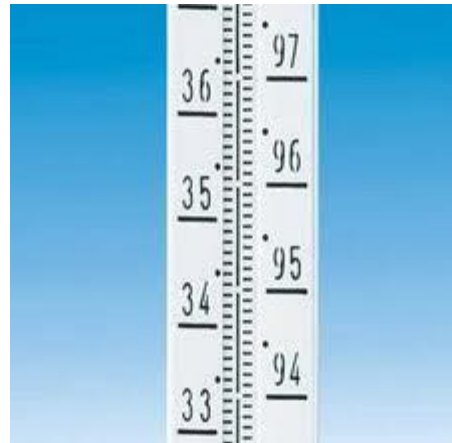
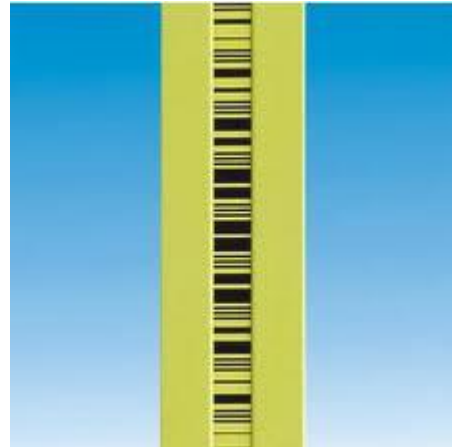
Para o nivelamento corrente utiliza-se com frequência o tripé GST20, de pés extensíveis;

para nivelamento de precisão recomenda-se a utilização do tripé GST40, de pés fixos.





A estabilidade do tripé é muito importante

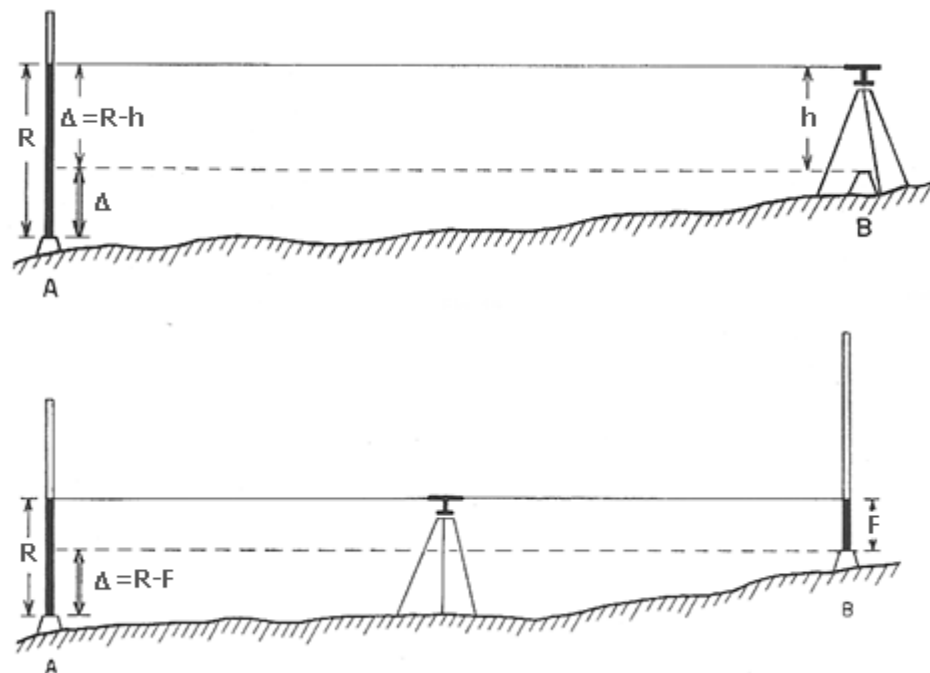


Miras de vários tipos



Um trabalho de nivelamento que pode ser realizado recorrendo à utilização de um único estacionamento do nível (no caso de os pontos A e B serem suficientemente próximos) designa-se por **nivelamento geométrico simples**.

Desnível: medição directa, resultante da diferença de “nível” observado nas miras colocadas verticalmente nos dois pontos A B, pela intersecção do plano horizontal de visada (plano de colimação perpendicular à vertical do lugar e tangente ao cruzamento dos fios do retículo).



As leituras R (ou l_A) e F (ou l_B) correspondem às alturas compreendidas entre os pontos A e B e a linha de visada horizontal, respectivamente. Obtém-se o desnível ou diferença de nível entre os pontos A e B efectuando a diferença entre as leituras:

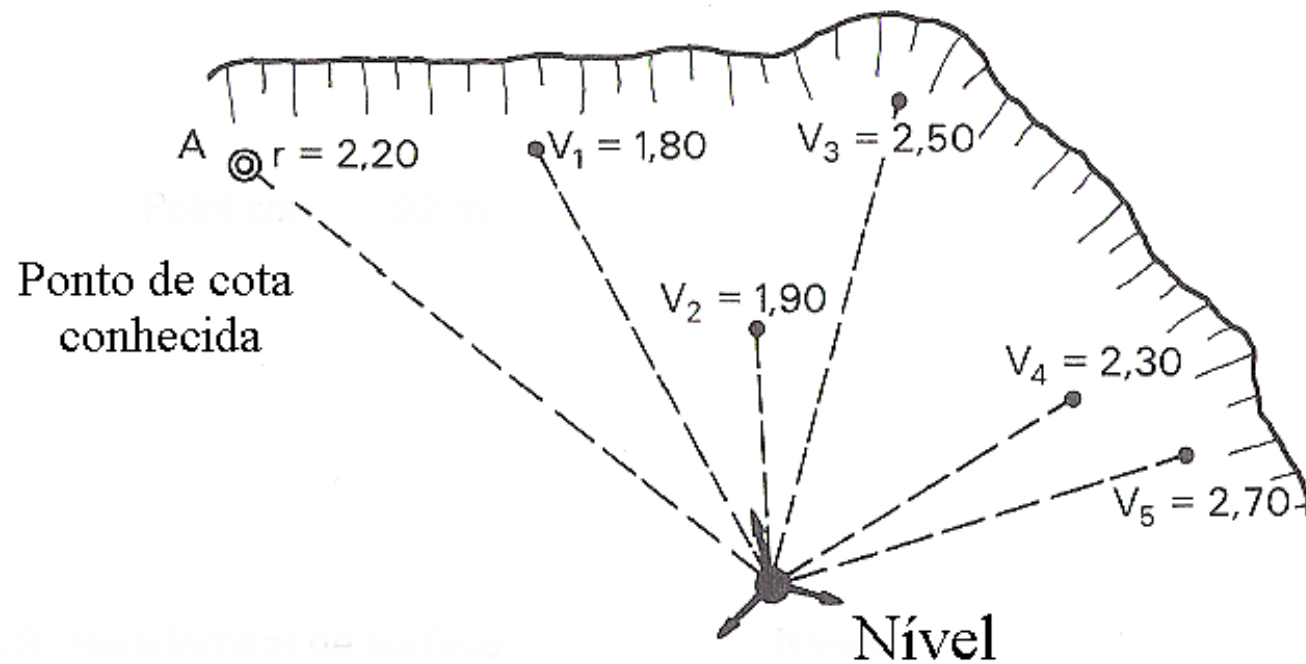
$$\Delta_{AB} = R - F = l_A - l_B$$

A linha de visada pode ser considerada como paralela à superfície de referência, tendo-se:

$$\text{cota}_A + l_A = \text{cota}_B + l_B$$

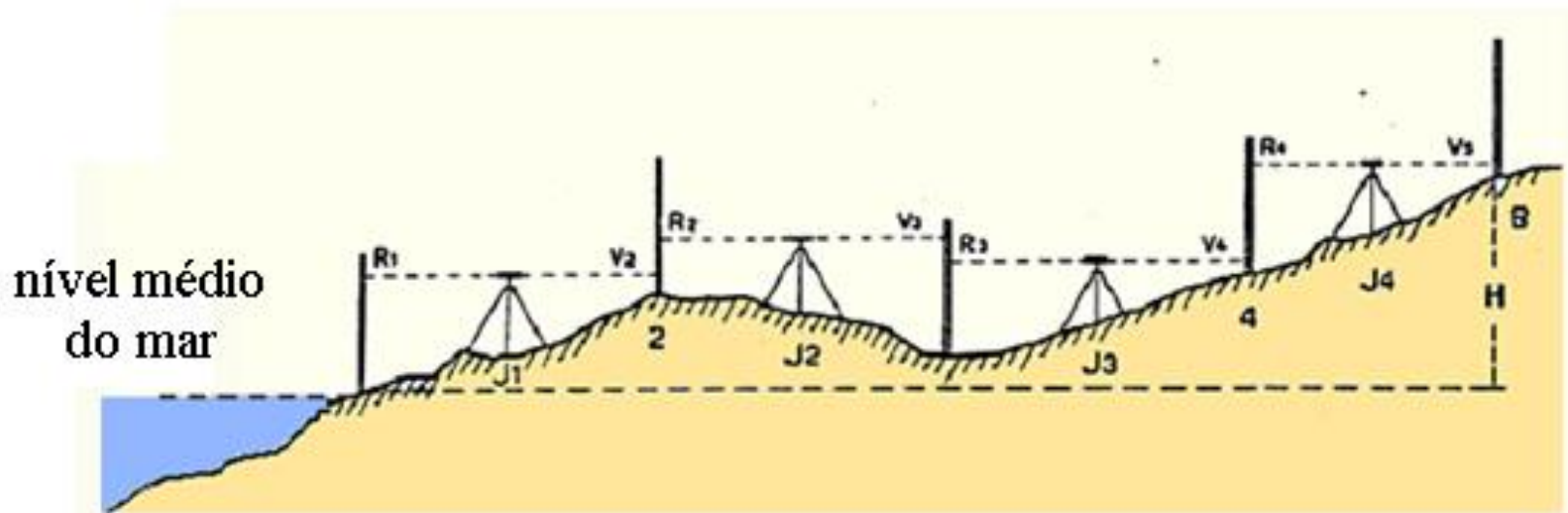
de onde se conclui que:

$$\text{cota}_B = \text{cota}_A + l_A - l_B = \text{cota}_A + \Delta_{AB}$$

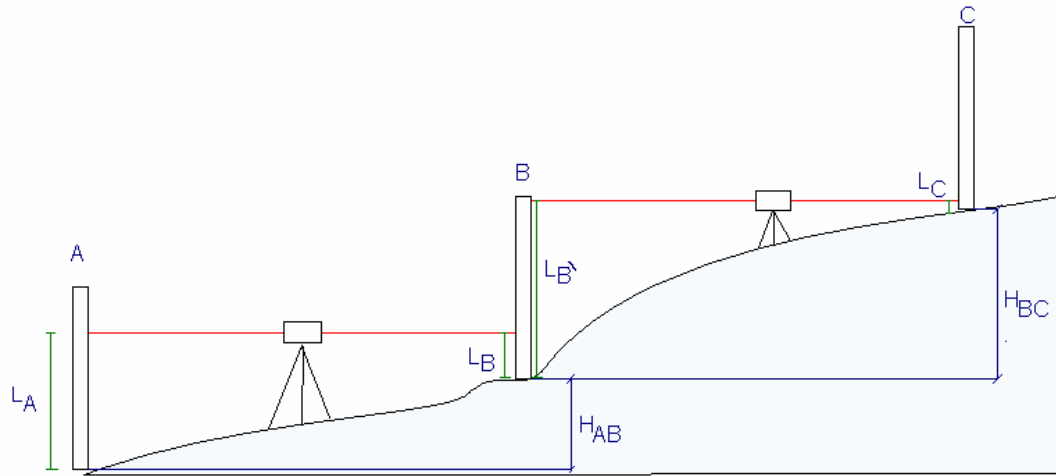


Vários pontos visados a partir de uma única estação

Normalmente tem interesse atribuir cota a pontos afastados da marca de nivelamento com cota conhecida, sendo necessário percorrer uma linha de nivelamento, ocupando diversas estações: **nivelamento geométrico composto.**



Linha de nivelamento



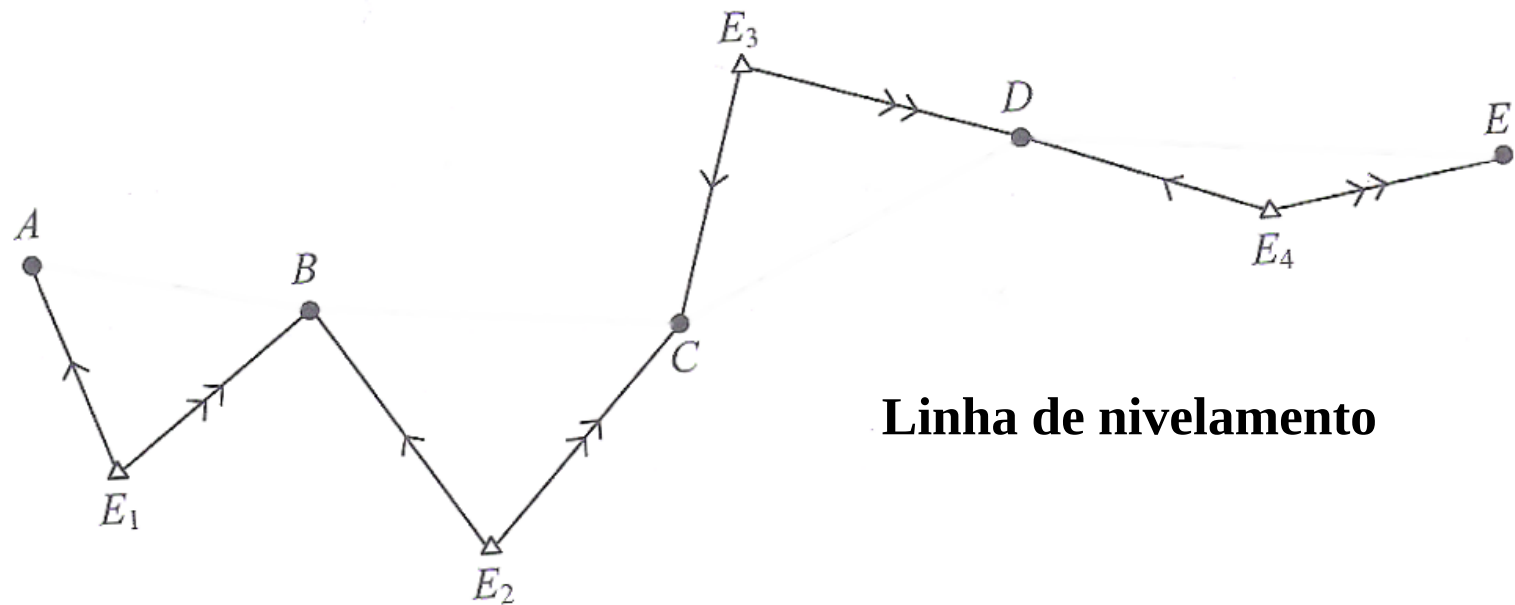
$$\Delta_{AB} = L_A - L_B$$

$$\Delta_{BC} = L_B - L_C$$

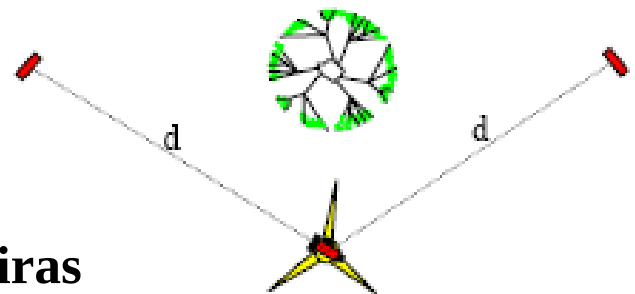
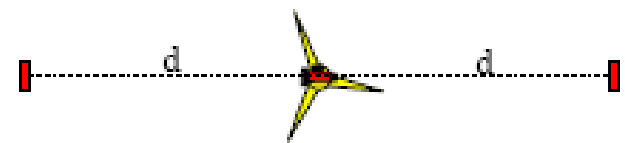
...

$$\text{cota}_Z = \text{cota}_A + \Sigma \text{desníveis}$$





Linha de nivelamento



O nível não tem que ficar no enfiamento das miras

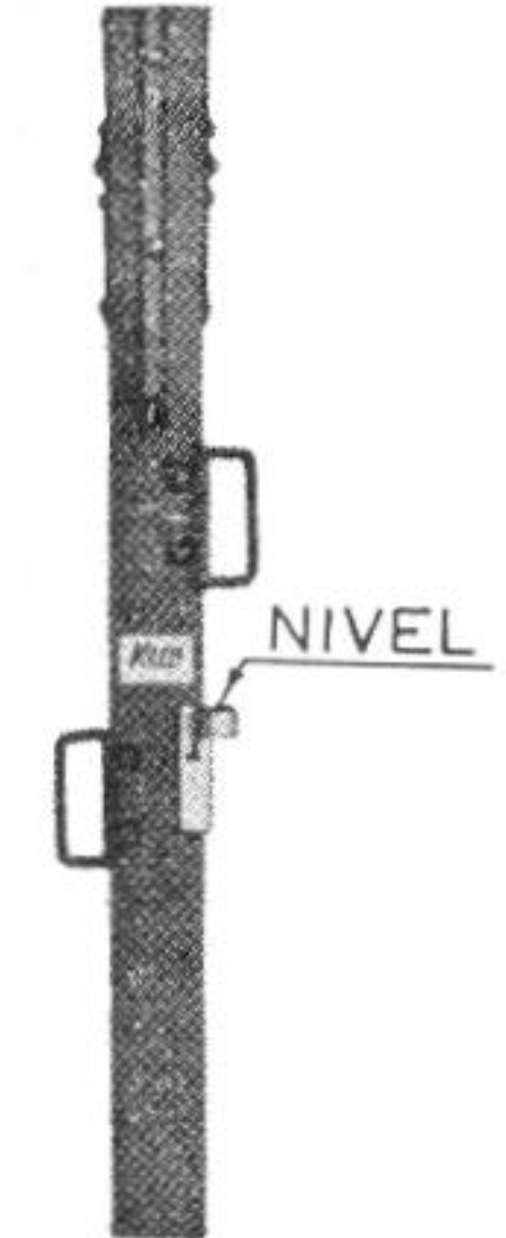
Durante a observação de uma linha de nivelamento, é suficiente a utilização de uma mira, embora a utilização de duas miras agilize o processo.

O instrumento e a(s) mira(s) nunca se movem em simultâneo.

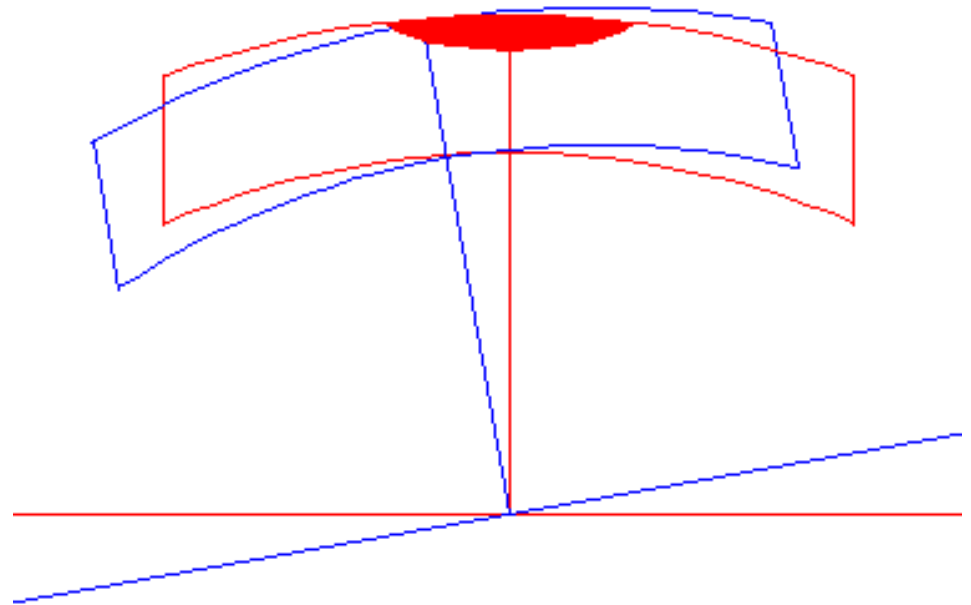
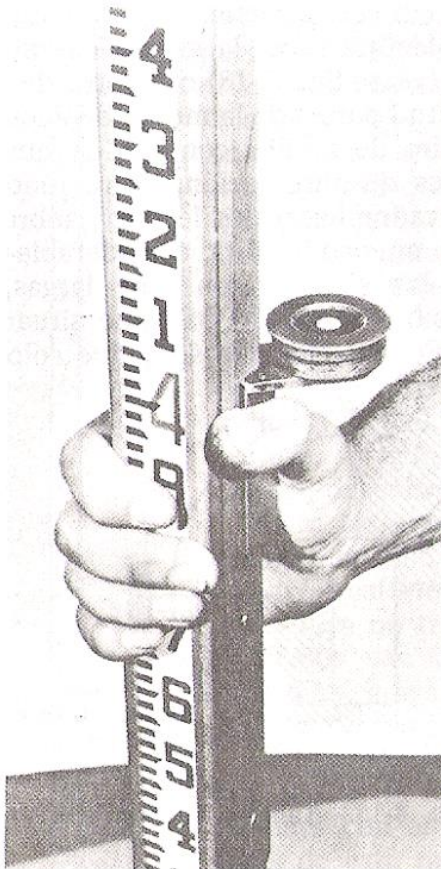




**Nivela esférica para definir
um plano horizontal, que
permite, por construção,
verticalizar a mira**



Suponha-se que a sensibilidade da nivela esférica da mira é **$8'/2 \text{ mm}$** , isto é, quando a mira se inclina $8'$ relativamente à vertical, a bolha afasta-se 2 mm do centro da graduação.

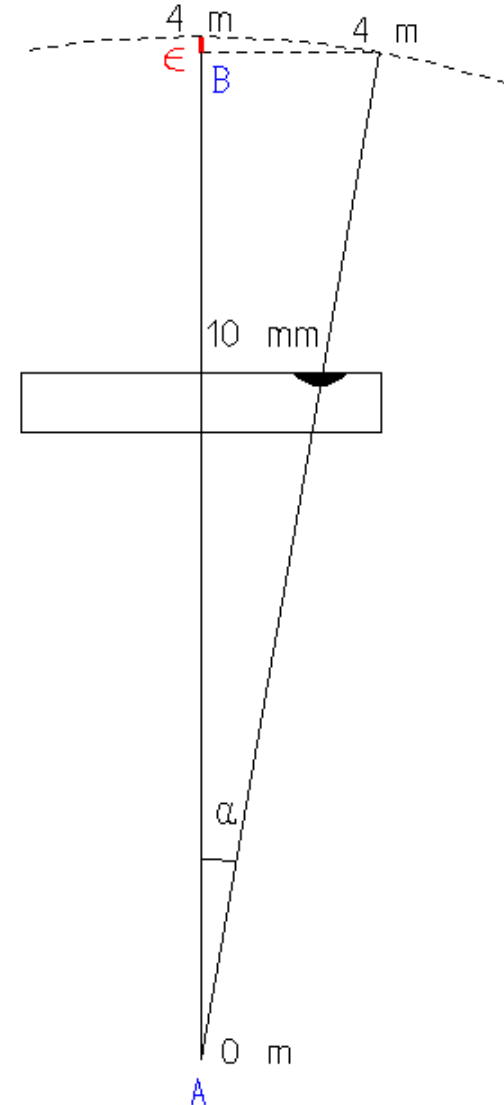


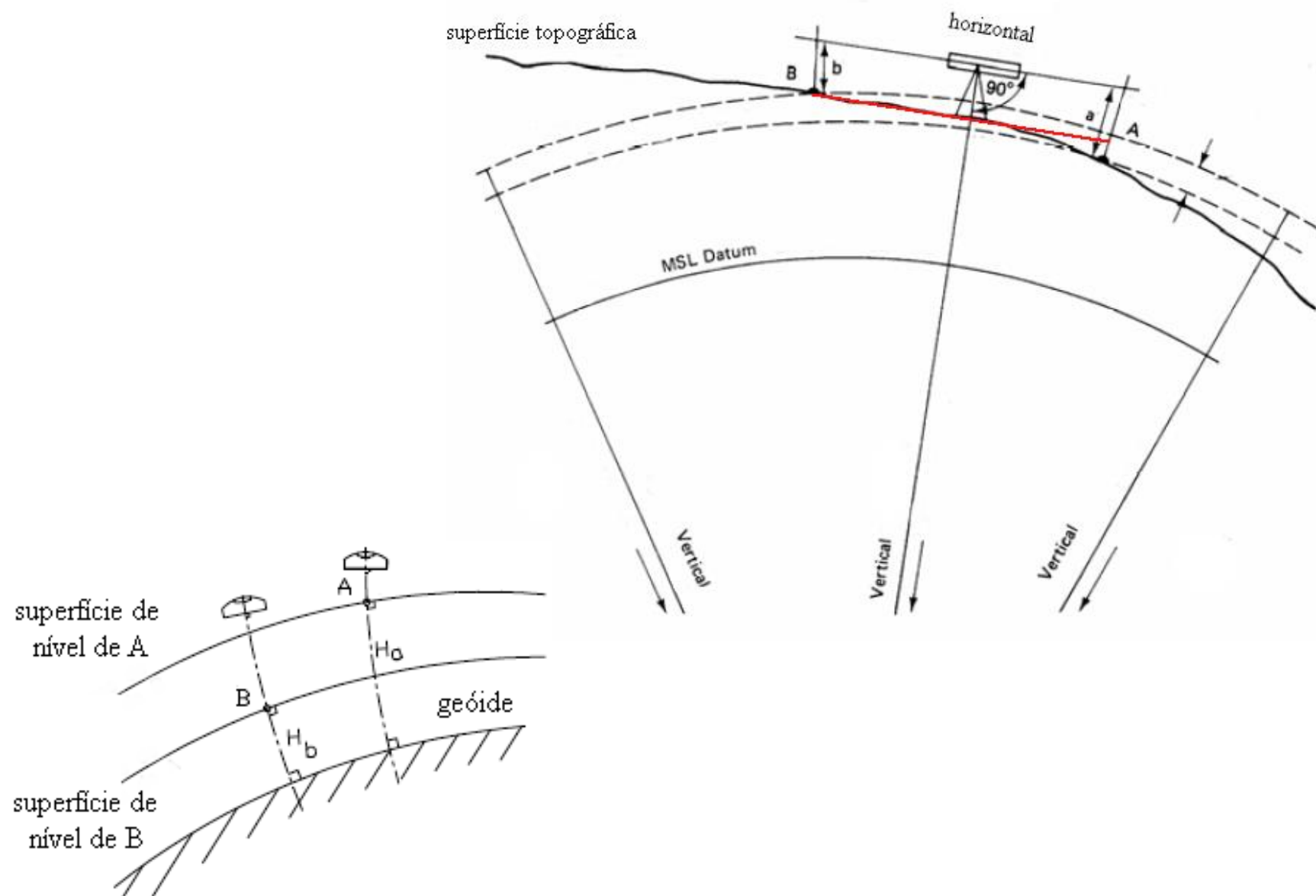
Se o erro de centragem da respectiva bolha é igual a **10 mm** (ou se a nivela está descalibrada dessa quantidade); este erro linear corresponde a um erro angular (de inclinação da mira em relação à vertical):

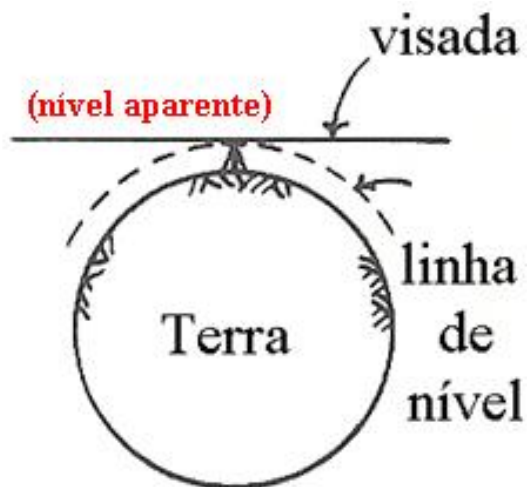
$$\begin{array}{l} 2 \text{ mm} \text{ --- } 8' \\ 10 \text{ mm} \text{ --- } \alpha' \end{array} \quad \alpha = \frac{10 \text{ mm}}{2 \text{ mm}} 8' = 40' = 0^\circ.67 = 0.74 \text{ gon}$$

Se a leitura na mira de 4 m de comprimento for efectuada no topo, a leitura 4 m excede o valor que seria lido no caso de a mira estar vertical num erro

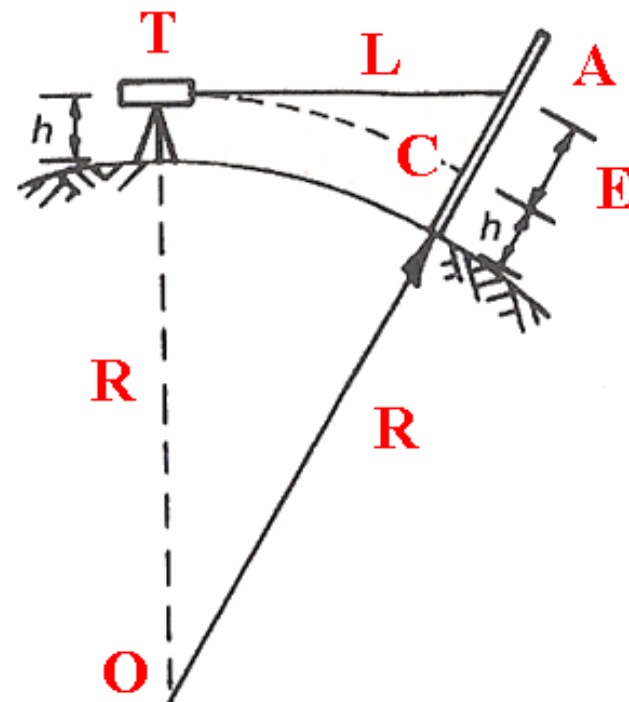
$$\varepsilon = 4 - AB = 4 - 4 \cos 0.74 = 4(1 - \cos 0.74) = 0.3 \text{ mm}$$







Efeito de curvatura



A substituição do nível verdadeiro pelo nível aparente provoca um erro na determinação da altitude de um ponto do terreno, designado por erro de curvatura da terra.

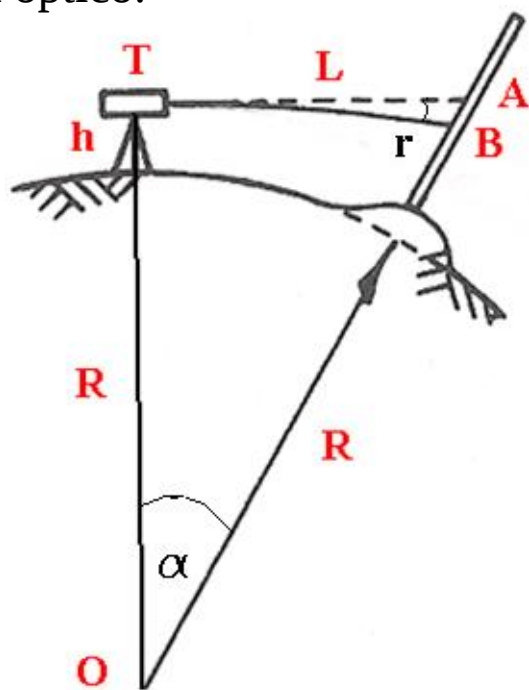
Pelo teorema de Pitágoras, pondo $E=AC$, $R + h \approx R$, o erro altimétrico E cometido ao considerar a visada TA em vez de TC é:

$$AO^2 = OT^2 + AT^2 \Rightarrow (E + (R+h))^2 = (R+h)^2 + L^2 \Rightarrow E^2 + 2RE + R^2 = R^2 + L^2$$

$$E = L^2 / (2R + E) \approx L^2 / 2R$$

Pondo $R = 6380 \text{ km}$, $E = L^2 \times 10^{-3} / 2 \times 6380 = 7.84 \times 10^{-8} L^2 \text{ m}$ (se $L=30 \text{ m}$, $E=0.07 \text{ mm}$)

Quando se efectua uma visada de um ponto para outro, o raio luminoso sofre uma **refracção** ao atravessar as camadas atmosféricas de densidades diferentes, seguindo uma trajetória curva, situada sobre o plano vertical da estação, cuja concavidade é dirigida sobre a superfície do solo (na grande generalidade das situações). Como consequência, o ponto A, quando visado de T é visto em B, originando o erro de refração E: $E = AB$. A superfície TB é dita superfície de nível óptico.



A partir das observações efectuadas por Biot, tem-se que o ângulo de refração $ATB = r$ é proporcional ao ângulo α segundo a relação

$r = n \frac{\alpha}{2}$ onde n é o índice de refração. Da figura:

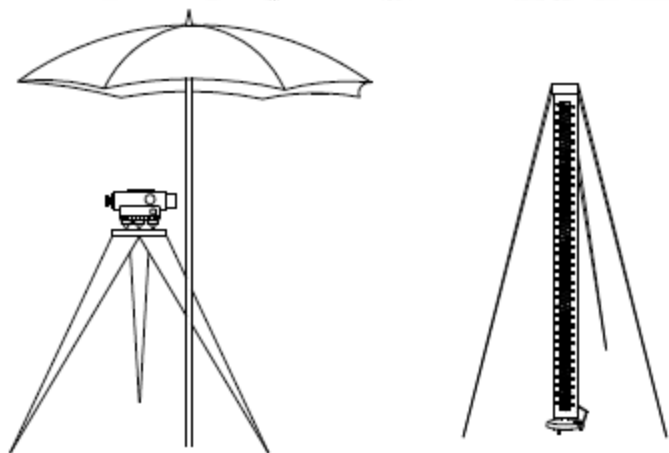
$$\alpha = \frac{TB}{R} \approx \frac{L}{R} \quad \text{donde} \quad r = \frac{n}{2} \frac{L}{R}$$

Como AB é pequeno: $r = \frac{AB}{L}$ donde

$$AB = n \frac{L^2}{2R}$$

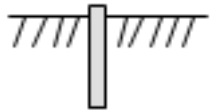
Efeito da refração

$(n \approx 0.14)$

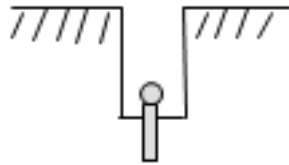


Em observações com sol descoberto, utilizar um guarda-sol para proteger o nível e mesmo na troca de estações o aparelho não deve ficar exposto ao sol.

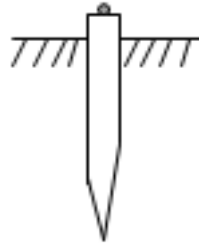
Moedas



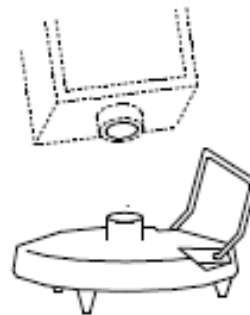
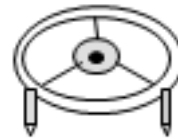
Pistons



Estacas



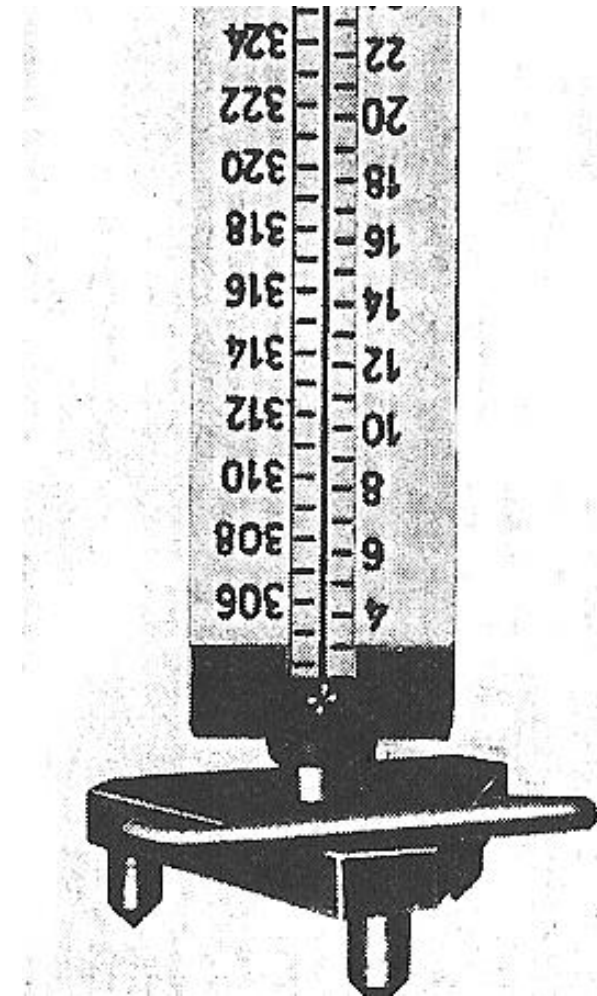
Sapatos

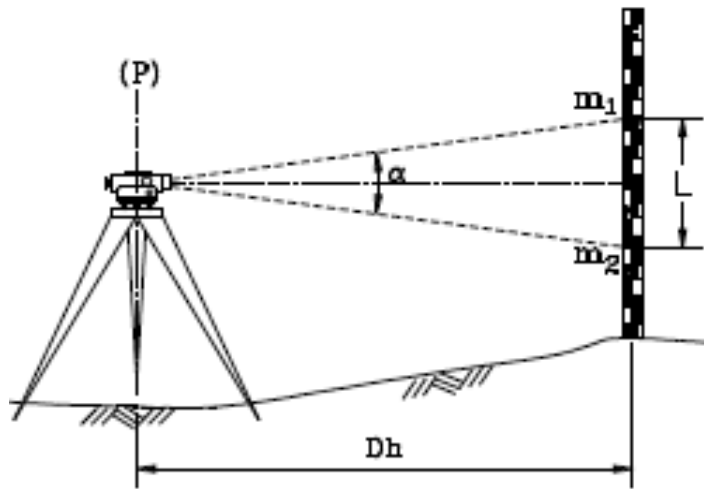


sapata

Monumentação dos pontos

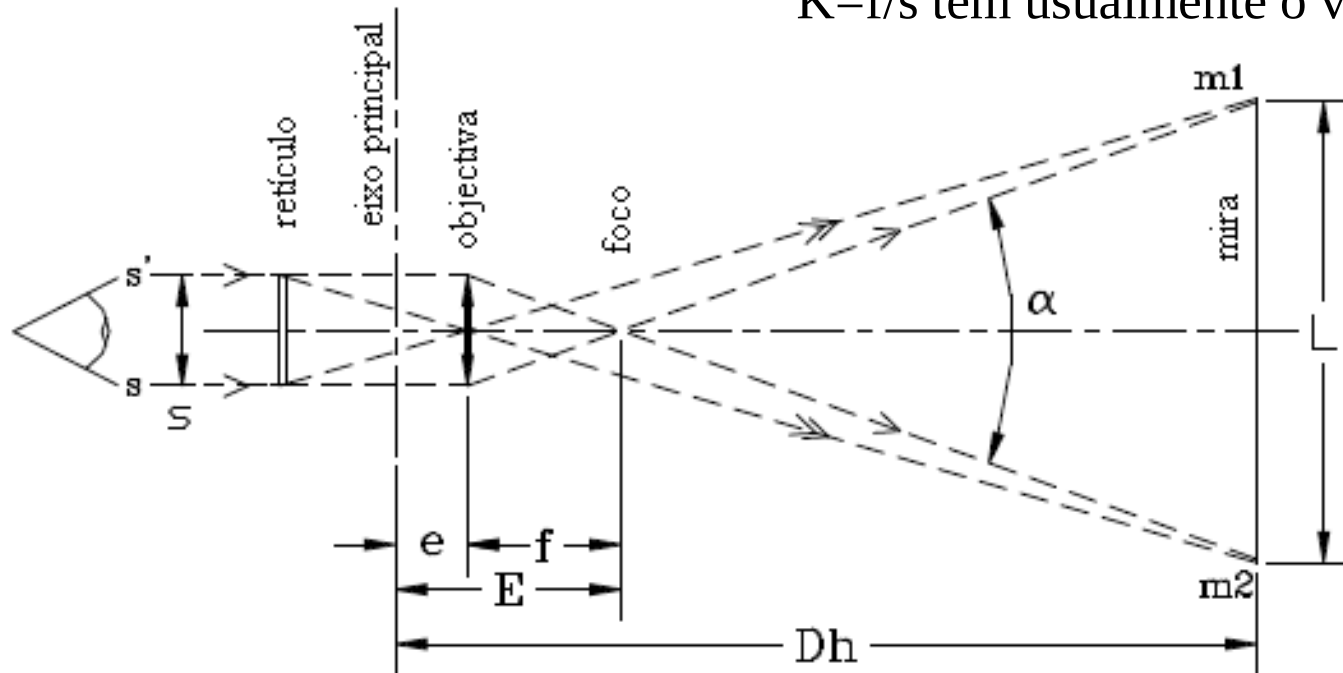
Um cuidado especial deve ser reservado às miras, concretamente na colocação em estação: os apoios das miras (sapatas) devem estar bem fixos ao solo, de forma a que a respectiva **altitude permaneça inalterável** (dentro das centésimas de milímetro) durante as observações.





Fórmula estadimétrica: $\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{\frac{m_1 - m_2}{2}}{D_h - E} = \frac{s}{2f}$

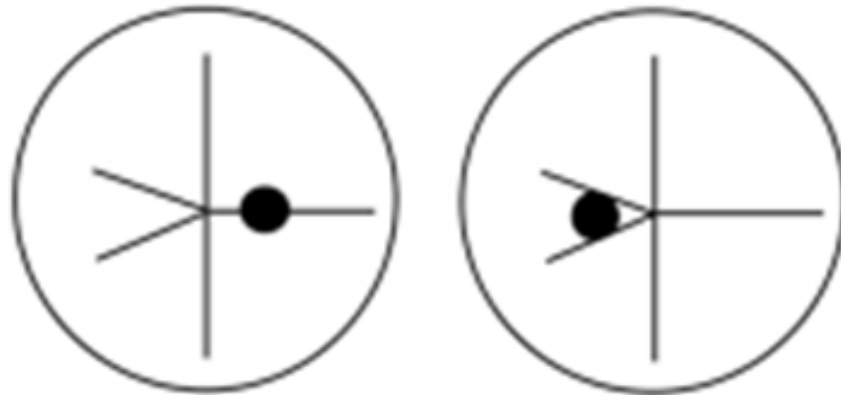
A relação s/f é uma constante do aparelho; E designa-se por constante aditiva ou analáctica e nos aparelhos modernos de focagem interna, pode reduzir-se a um valor negligenciável relativamente a D_h ; a constante estadimétrica $K=f/s$ tem usualmente o valor 100.



$$D_h = K(m_1 - m_2)$$

Erro de pontaria:

1. **Pontaria ordinária** (utilizando um traço): $100/G$ (se $G=20\times$, o erro de pontaria é igual a 5 dmgon, o que corresponde a 0.3mm a 35 m)
2. **Pontaria por enquadramento ou bissecção**: $50 \text{ dmgon}/G$, isto é, 0.15 mm a 35 m



Resumo:

1. Erros grosseiros:

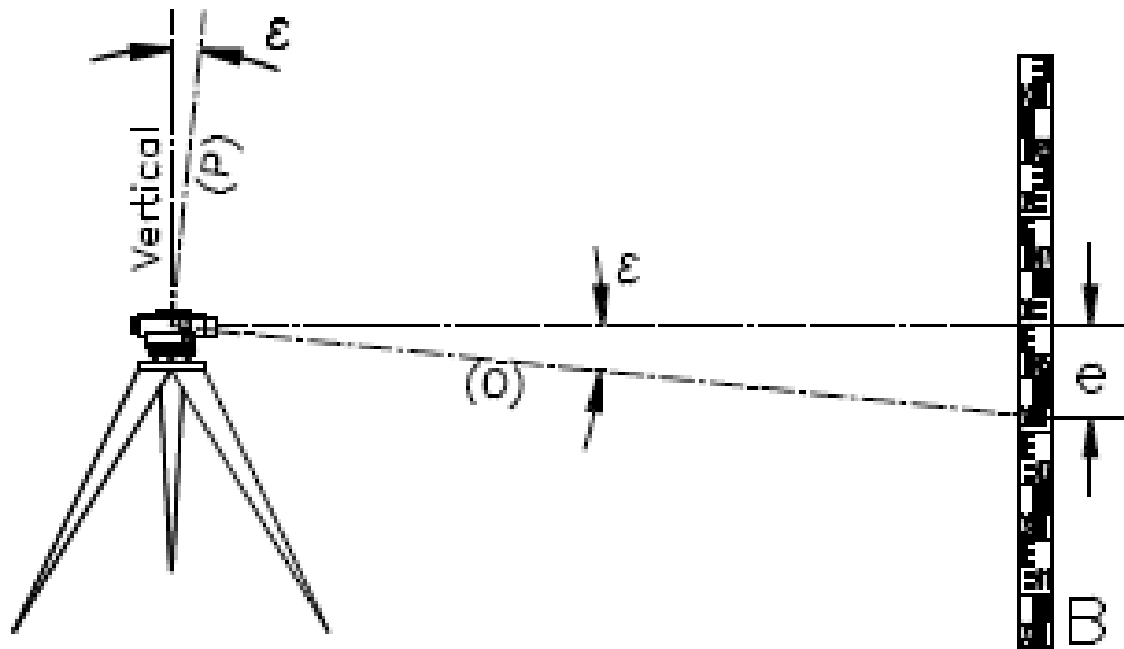
- a) Esquecimento de calar a nivela, compensador bloqueado
- b) Confusão na leitura entre o traço nivelador e o traço estadimétrico ou confusão na unidade da graduação
- c) Má transcrição do valor lido para a caderneta

2. Erros sistemáticos:

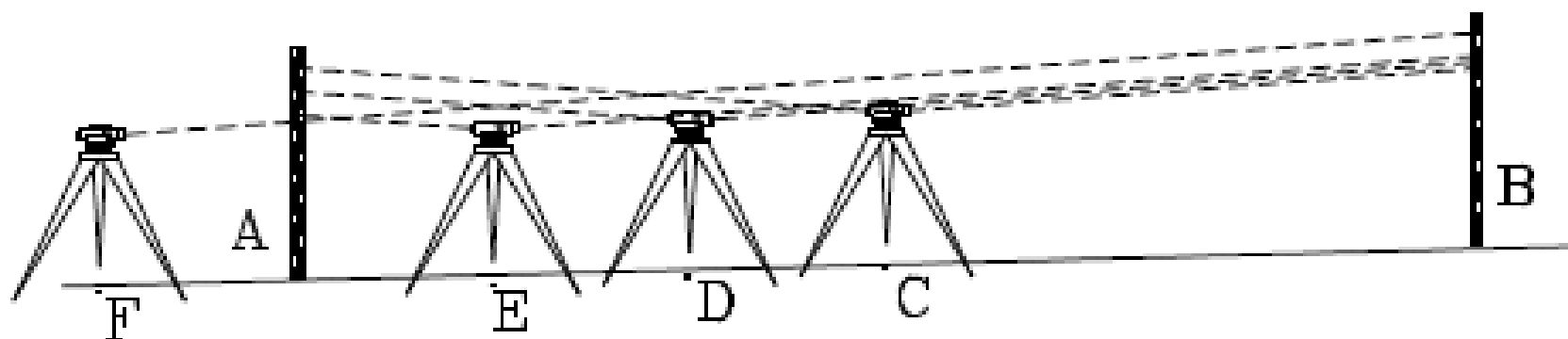
- a) Erro de calibração da mira
- b) Falta de verticalidade da mira, nivela esférica desregulada
- c) Erro de falta de perpendicularidade entre o eixo principal e o eixo óptico (erro de inclinação do eixo óptico ou erro de colimação)
- d) Erro de funcionamento do compensador

3. Erros aleatórios ou acidentais:

- a) Erro de paralaxe devido a má focagem da luneta
- b) Erro de má leitura na mira na estimação do mm
- c) Escolha de um ponto pouco estável para colocação da mira
- d) Trepidação do ar em visadas próximas do solo
- e) Erro de pontaria



Devido a diversos erros instrumentais, o eixo óptico do nível não é geralmente paralelo à directriz do nível – **erro de colimação** -, constante ao longo de uma mesma operação. Este erro pode ser reduzido através de uma regulação apropriada (actuando sobre os fios do retículo) mas não pode totalmente eliminado. É por isso indispensável adoptar uma metodologia de observação que permita anular este erro.



estação	A (dm)	B (dm)
C	11,32	13,15
D	10,16	12,03
E	10,87	12,78
F	12,02	13,99

Leituras efectuadas nas miras em A e B em cada estação C, D, E e F

Influência do **erro de colimação** nas leituras efectuadas nas miras em A e B em cada estação C, D, E e F

estação	desnível ΔH_{AB} (dm)	diferença de distância às miras ΔD (m)
C	$11,32 - 13,15 = -1,83$	0
D	$10,16 - 12,03 = -1,87$	-20
E	$10,87 - 12,77 = -1,90$	-40
F	$12,02 - 13,99 = -1,97$	-60

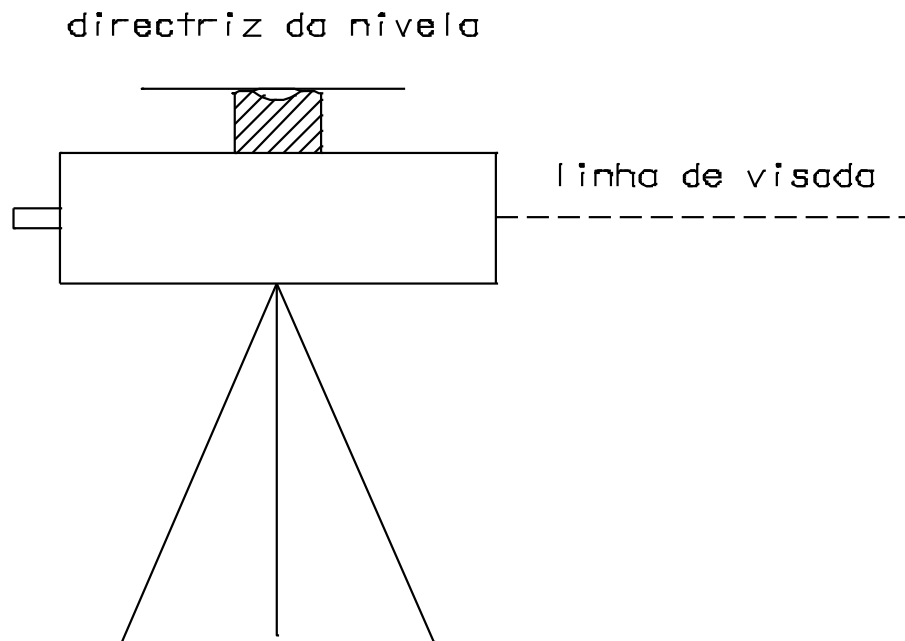
As condições de construção de um nível são:

- 1) Perpendicularidade entre o fio nivelador do retículo e o eixo principal**
- 2) Paralelismo entre a directriz da nivela e o eixo óptico da luneta**

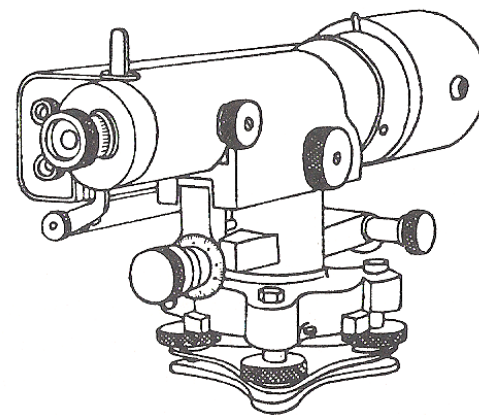
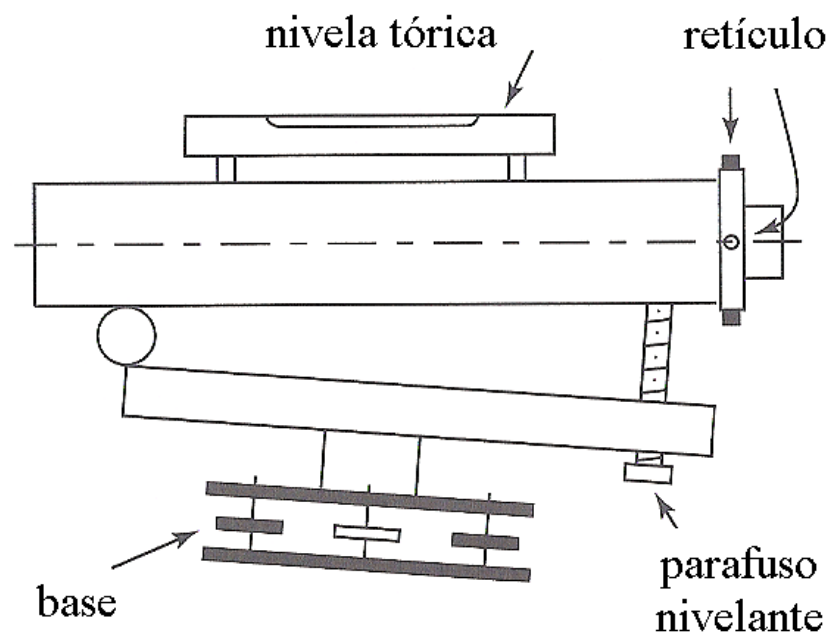
A primeira destas condições garante comodidade e precisão nas leituras sobre a mira; a segunda condição, mais importante, permite obter linhas de visada horizontais.

Relativamente ao erro de horizontalização do nível (erro de colimação), deve-se considerar a precisão da bolha principal do nível e o comprimento da visada. Para uma visada de 30m, a precisão de 0,25" resulta num erro vertical máximo de 0,036 mm.

Os níveis podem classificar-se em **níveis de nivela solidária** e em **níveis automáticos**. Estando um nível construído segundo a respectiva idealização teórica, quando a nivela está calada a linha de pontaria está horizontal (e o fio nivelador igualmente horizontal). O conjunto luneta-nivela pode rodar em torno do eixo principal. O nível monta-se sobre um tripé e na sua



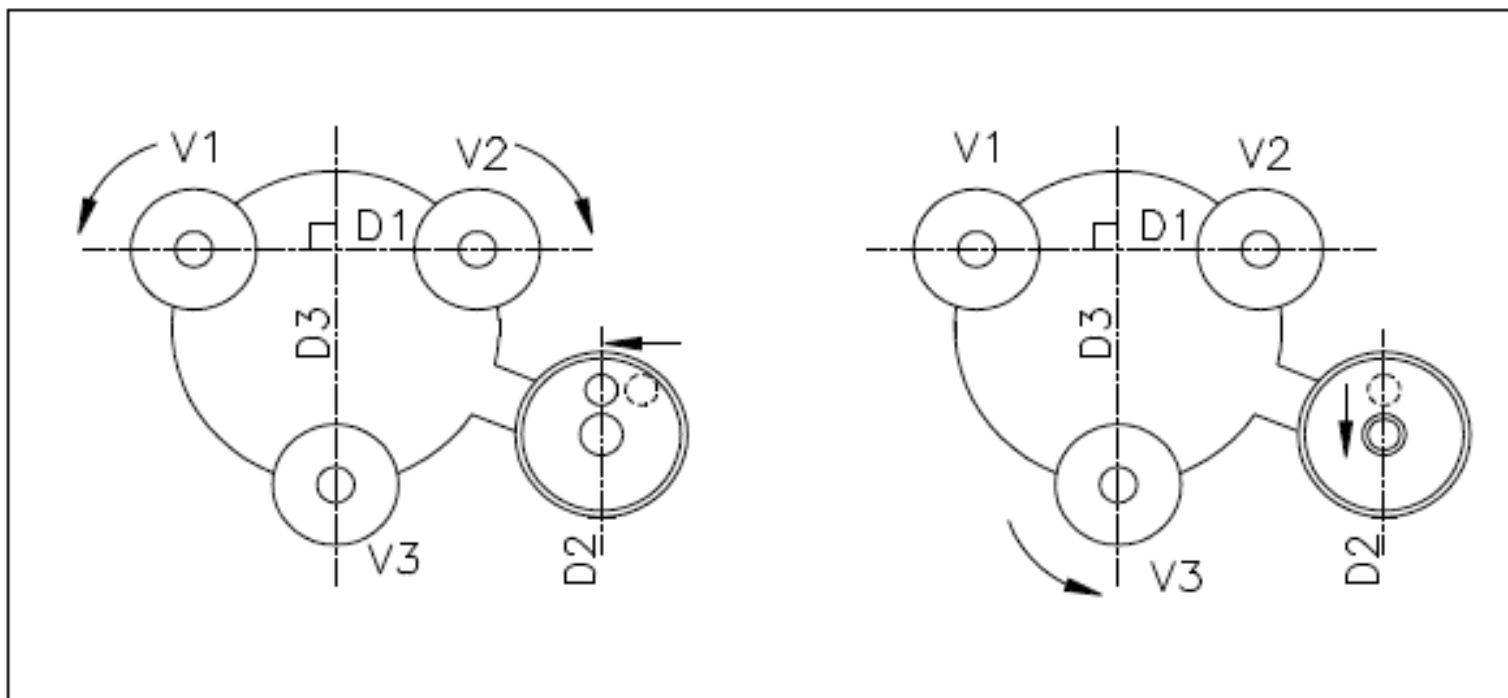
base existem três parafusos nivelantes que permitem verticalizar o eixo principal. O nível dispõe dum parafuso que permite bascular ligeiramente o bloco luneta-nivela e calar rigorosamente a nivela.



Wild N3: nível de nivela solidária



Wild N3: modelo actual

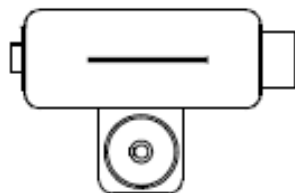


Calagem da nivela **esférica** através dos parafusos nivelantes
 (definição de um plano horizontal)

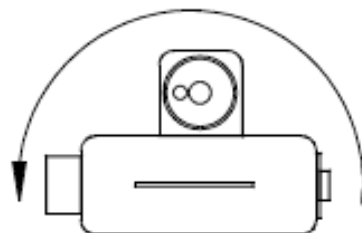
A calagem da nivela esférica não é muito precisa pois esta tem uma sensibilidade fraca; por exemplo, no caso do nível Leica NA20, a sensibilidade da nivela esférica é igual a $8'/2$ mm, a que corresponde um deslocamento angular de 15 cgon para um deslocamento linear de 2 mm. Um erro de calagem da bolha igual a 0.2 mm traduz-se portanto num erro angular igual a:

$$\begin{array}{lcl} 15 \text{ cgon} \leftrightarrow 2 \text{ mm} & & \\ \alpha \leftrightarrow 0.2 \text{ mm} & \text{ou} & \alpha = \frac{0.2 \times 15}{2} = 1.5 \text{ cgon} \end{array}$$

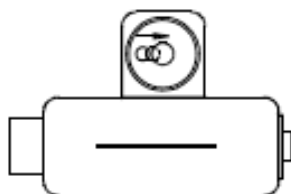
Para uma visada numa mira colocada a 35 m, um erro de calagem desta magnitude dá origem a um erro de leitura $e = 35 \tan \alpha \approx 8$ mm. Se a mira for graduada em mm, um erro de leitura com esta incerteza não é aceitável.



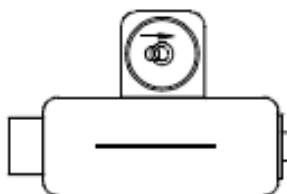
(1) calagem da nivela



(2) rotação de 180° da luneta



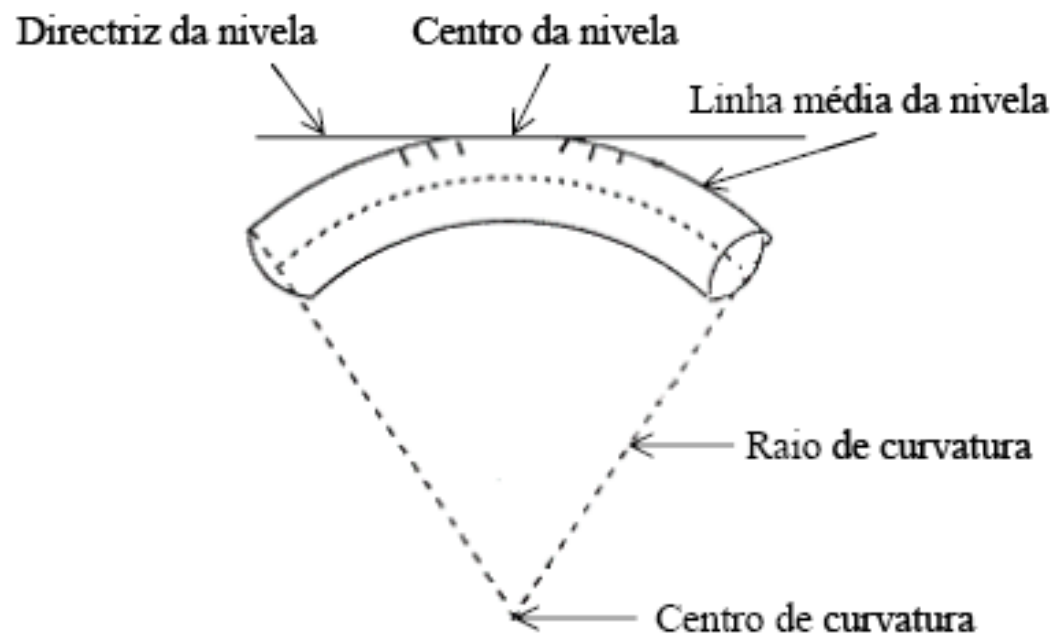
**(3) correcção de metade do erro
utilizando o parafuso de regulação
da nivela**



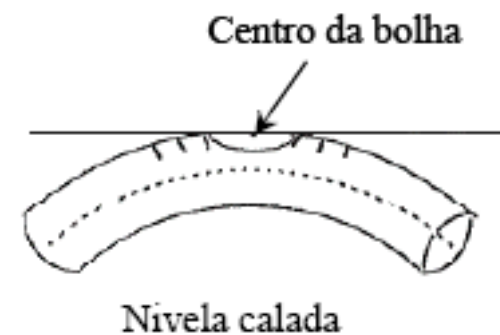
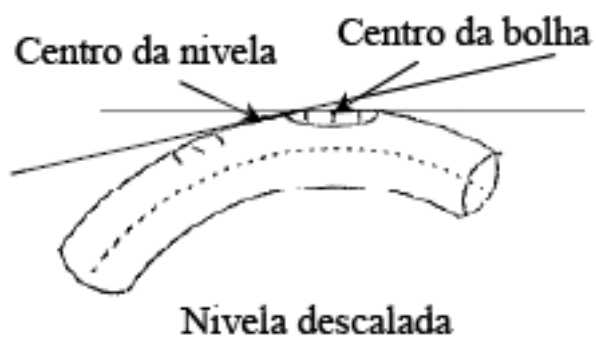
**(4) calagem da nivela utilizando os
parafusos nivelantes**



Rectificação da nivela esférica

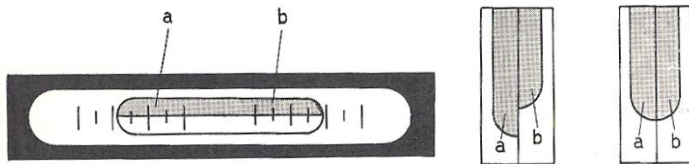


Nivela **tórica**

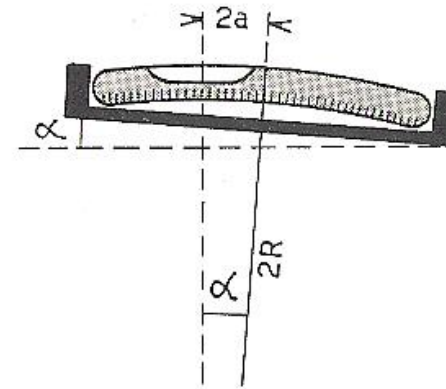




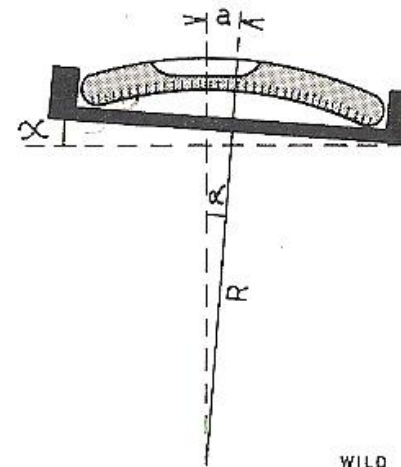
**Nivela tórica para definir
uma direcção horizontal**



**Calagem da bolha por
coincidência das imagens das
duas extremidades**



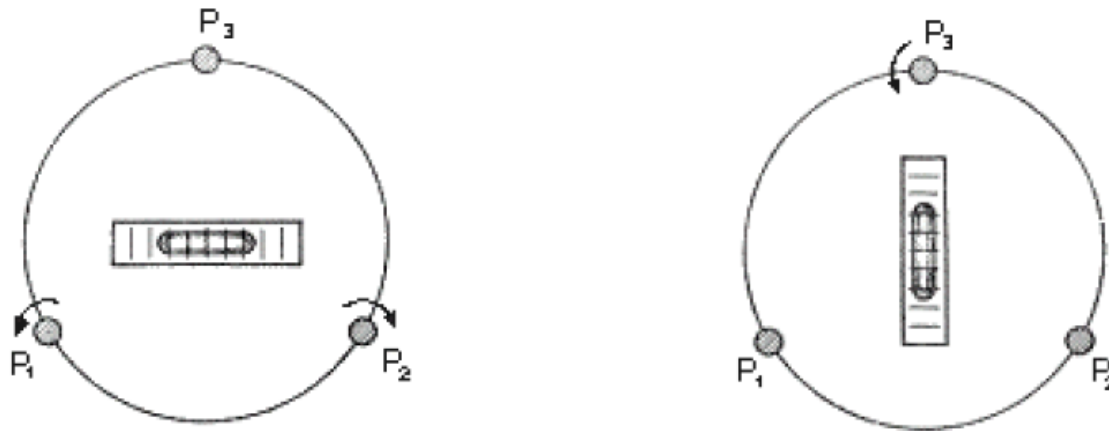
**mais sensível
(raio de curvatura 2R)**



**menos sensível
(raio de curvatura R)**

A mesma inclinação α provoca um deslocamento **a na nivela
menos sensível e um deslocamento **2a** na nivela mais sensível**

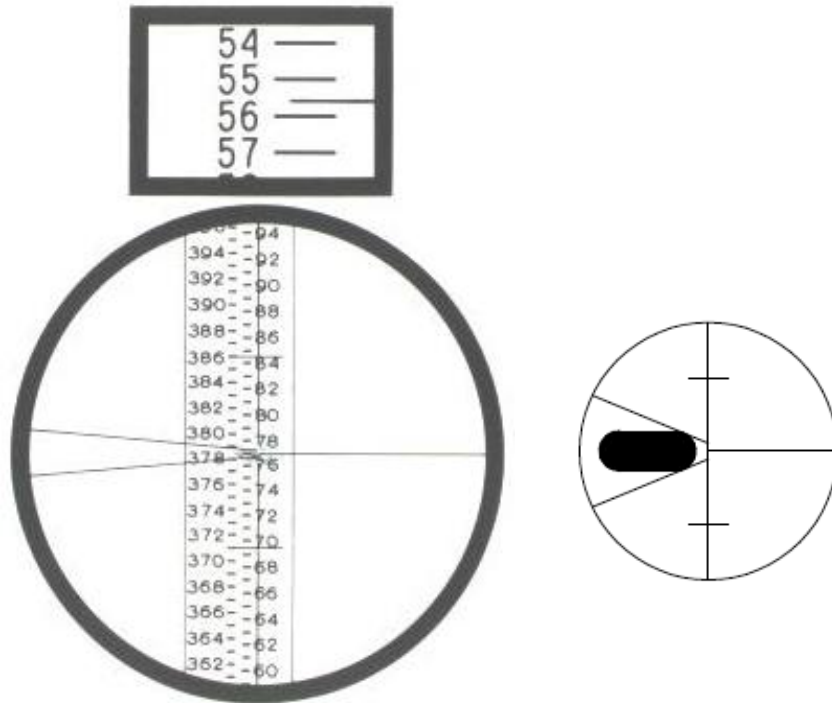
- 1) Colocar a nivela de modo que a directriz desta fique aproximadamente paralela ao plano vertical que passa por dois dos parafusos nivelantes;
- 2) Rodar esses dois parafusos em sentidos contrários até calar a nivela;
- 3) Rodar a nivela de 100 graus em torno do eixo principal;
- 4) Voltar a calar a nivela rodando agora apenas o terceiro parafuso nivelante.



Representação esquemática dos parafusos nivelantes de um teodolito e da nivela tórica, durante o procedimento de verticalização do eixo principal.

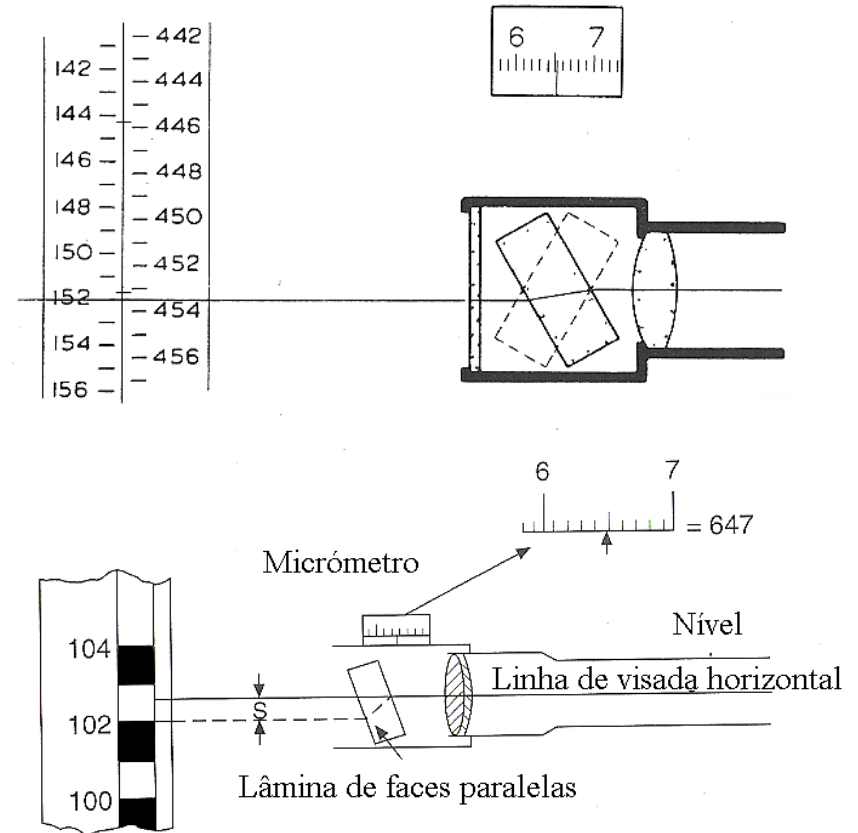
Calagem da nivela tórica através dos parafusos nivelantes
(definição de uma direcção horizontal)

Para efectuar a leitura na mira de ínvar, coloca-se um dos traços centimétricos exactamente entre os dois traços da cunha formada pelos fios do retículo. Como a mira tem duas divisões, é possível efectuar 4 leituras em cada estacionamento do aparelho.

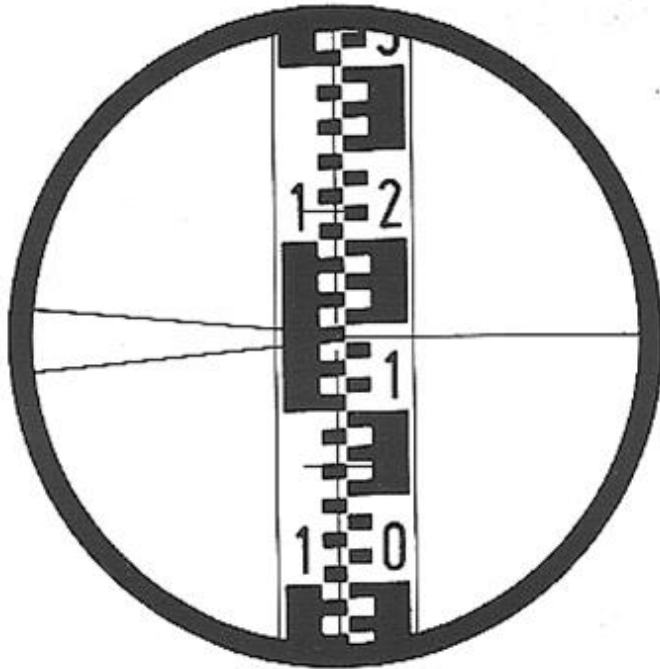


o centésimo de mm é estimado

Fio médio: 0.77556 m



NA2, NA2+GPM3=NAK2



o mm é estimado

fio superior: 1.216 m

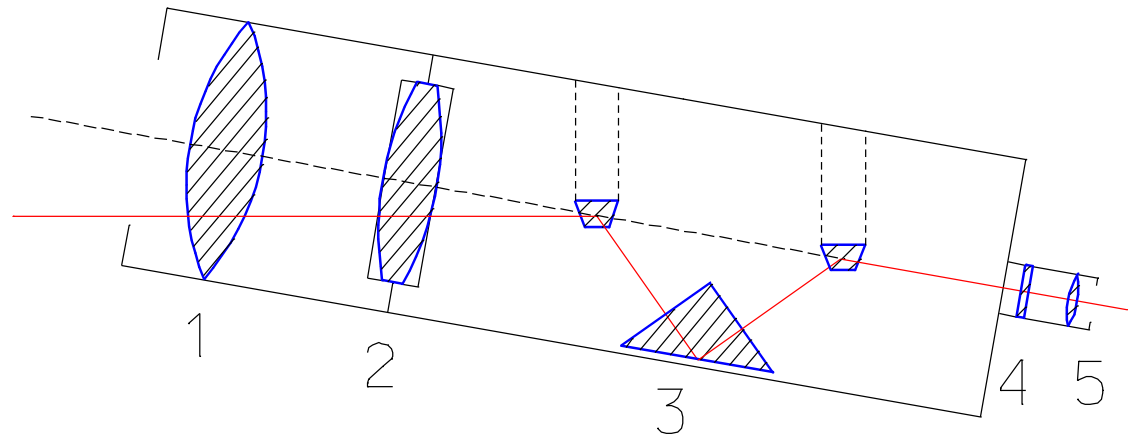
fio médio: 1.143 m

fio inferior: 1.068 m

Para o nivelamento de precisão aplica-se ao NA2 a lâmina de faces paralelas GPM3, sendo o conjunto designado por NAK2. Rodando o botão do micrómetro, a lâmina de faces paralelas bascula sobre o eixo horizontal, dando origem a um deslocamento paralelo da linha de pontaria, para cima ou para baixo, movimento cuja amplitude máxima é igual a **1 cm, correspondendo a um intervalo da menor divisão da mira**. Acertando o traço médio do retículo com uma graduação certa da mira, regista-se o valor do metro, decímetro e centímetro lidos na mira e no micrómetro regista-se o milímetro, décimo de milímetro e centésimo de milímetro, este último por estimação. **A leitura 50 no micrómetro corresponde à posição vertical da lâmina de faces paralelas, na qual a linha de pontaria não sofre qualquer deslocamento**. A leitura na mira é assim sempre 5 mm superior ao horizonte verdadeiro do instrumento, o que não tem qualquer importância já que estes 5 mm estão incluídos nas leituras atrás e à frente, sendo eliminados na diferença destas leituras.

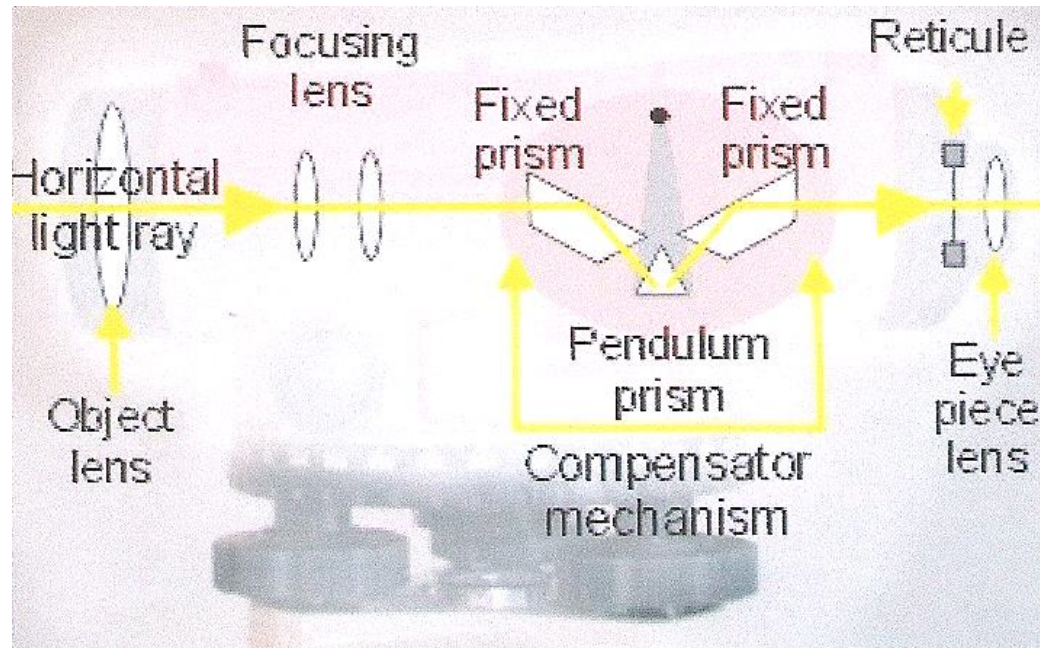
Os níveis de horizontalização automática não têm qualquer nivela associada à luneta nem parafuso de inclinação: um dispositivo óptico pesado (compensador), intercalado no campo óptico da luneta permite, pela acção do campo gravítico e após a verticalização aproximada do eixo principal, compensar qualquer inclinação do eixo óptico da luneta, dando origem à horizontalização do eixo óptico.

1. Lente
2. Objectiva
3. Compensador
4. Retículo
5. Ocular



A calagem da nivela esférica permite aproximar o eixo principal da vertical, permitindo que o compensador funcione correctamente.

Nos níveis não automáticos, que recorrem a uma nivela tórica para uma horizontalização precisa da linha de visada, a respectiva calagem tem que ser efectuada para cada pontaria.



Um nível automático possui um mecanismo compensador que utiliza uma combinação de prismas fixos ou espelhos e um prisma suspenso, que pode oscilar, de forma a definir uma referência horizontal quando o sistema fica em equilíbrio. Quando correctamente colocado em estação, o compensador garante a horizontalidade da linha de pontaria com grande precisão (no caso do Leica NA20, da ordem de $\pm 0.3''$, induzindo um erro de leitura a 35 m igual a ± 0.05 mm).

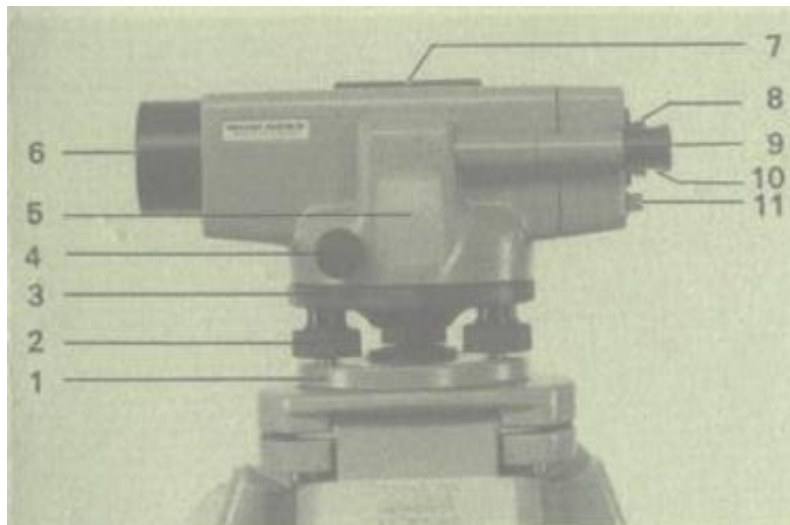
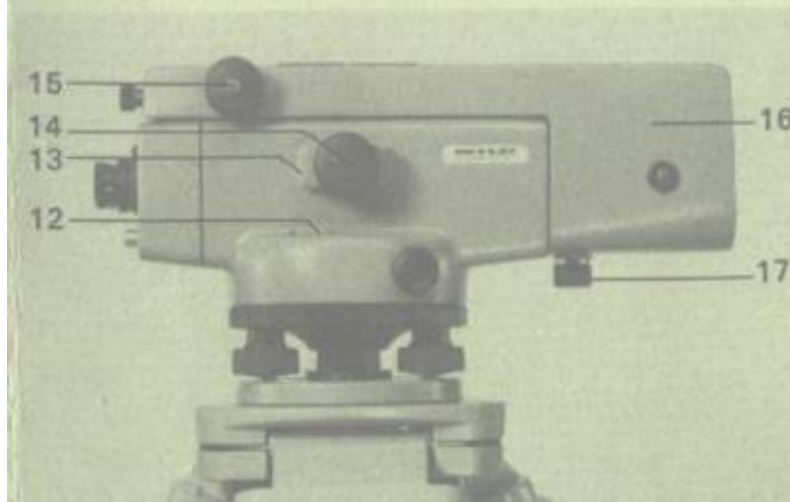


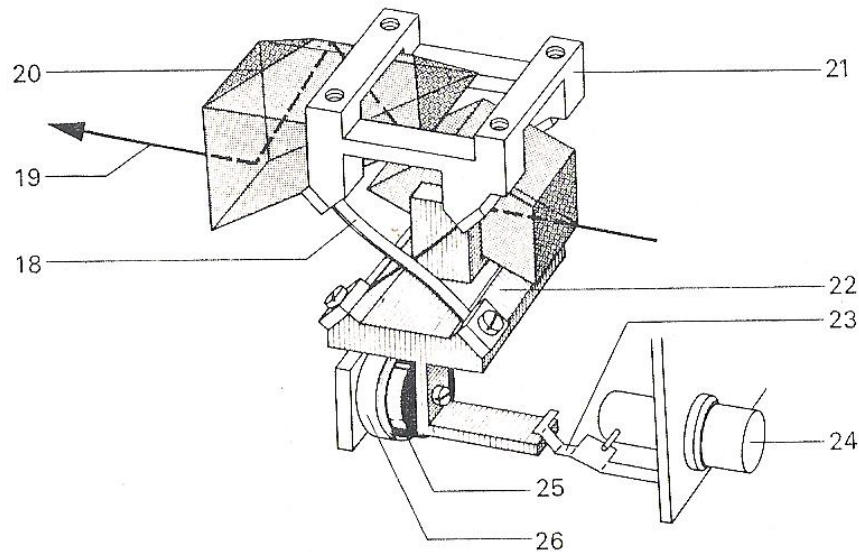
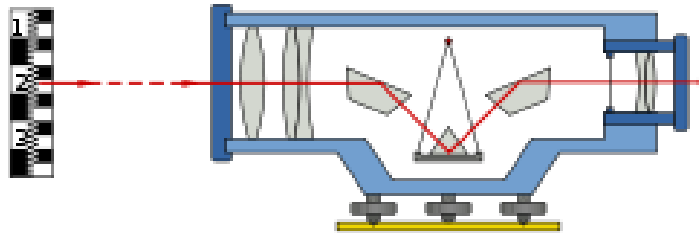
Fig. 1 Nivel universal automático Wild NAK2, con círculo



1. Base
2. Parafuso nivelante
3. Anel estriado do círculo horizontal
4. Parafuso sem fim de pequenos movimentos horizontais
5. Janela de iluminação do círculo horizontal
6. Objectiva
7. Dispositivo de pontaria
8. Focagem do retículo
9. Ocular
10. Ocular do microscópio para leituras horizontais
11. Botão do compensador
12. Nivela esférica
13. Prisma para observação da nivela esférica
14. Parafuso de focagem da imagem
15. Parafuso do micrómetro da lâmina de faces paralelas
16. Lâmina de faces paralelas
17. Parafuso de fixação da lâmina de faces paralelas

Wild NAK2: nível automático

- 18: eixos da suspensão
- 19: linha de pontaria
- 20: prisma superior
- 21: suporte
- 22: pendulo com prisma
- 23: mola
- 24: botão para accionar a mola
- 25: amortecedor da oscilação
- 26: tubo de amortização



É suficiente uma centragem aproximada da nivela esférica para que o compensador coloque a linha de pontaria horizontal, através da utilização do botão que acciona a mola que provoca a oscilação amortecida do prisma associado ao pendulo. Esta operação deve ser efectuada para cada visada.

N05/NK05**N1/NK1****NA20****NA24****NA28****NA2/NAK2****NK2****N3**

MODELO	NA 0 NAK 0	NA 1 NAK 1	NA 2 NAK 2	N 01 NK 01	N 05 NK 05	N1 NK 1	N2 NK 2	N 3
Precisão por Km de nivelamento	± 2,5	± 1,5 ± 1	± 0,7* ± 0,3	± 10	± 5	± 2,5	± 2	± 0,2
Aumento da luneta (x)	20	24	32, 40	19	19	23	30	11... 47**
Automático	Sim	Sim	Sim	Não	Não	Não	Não	Não
Campo a 100 m (m)	3,6	3,2	2,4	4,0	4,0	3,6	2,8	1,8**
Constante estadimétrica	100	100	100	100	100	100	100	100**
Constante de adição (cm)	0	0	0	0	0	0	0	0
Distância mínima de focagem (m)	0,9	1,0	1,6	0,8	0,8	0,7	1,6	0,45
Sensibilidade do nível por 2 mm	—	—	—	60"	60"	60"	30"	10"
Precisão de calagem	± 0,8"	± 0,5"	± 0,3"	± 10"	± 10"	± 1,5"	± 0,8"	± 0,2"
Divisão do círculo	400 ^g ou 360°	400 ^g ou 360°	400 ^g ou 360°	400 ^g ou 360°	400 ^g ou 360°	400 ^g ou 360°	400 ^g ou 360°	
Peso do instrumento (kg)	1,8 1,8	2,1 2,2	2,4 2,9	1,7 1,8	1,8 1,8	1,7 1,8	2,2 2,8	5,1
Peso do estojo (kg)		1,5	1,8	1,7	1,7	1,6	1,3	3,7
Prospecto detalhado G1-	142	143	108	153	150	154	131	158

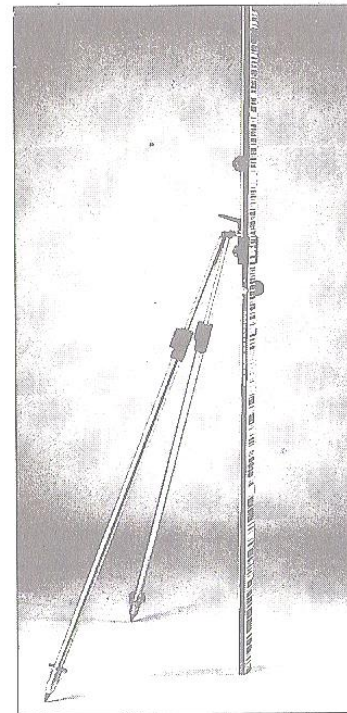
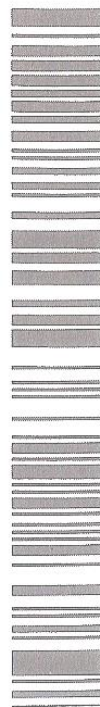
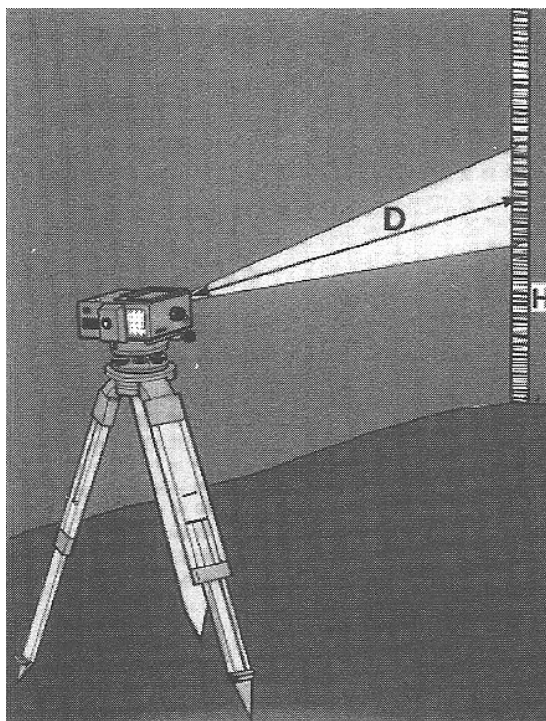
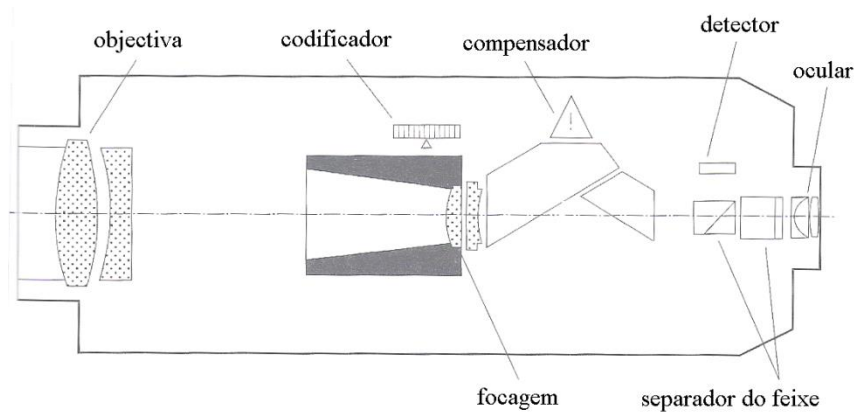


* Conforme mira e processo usado

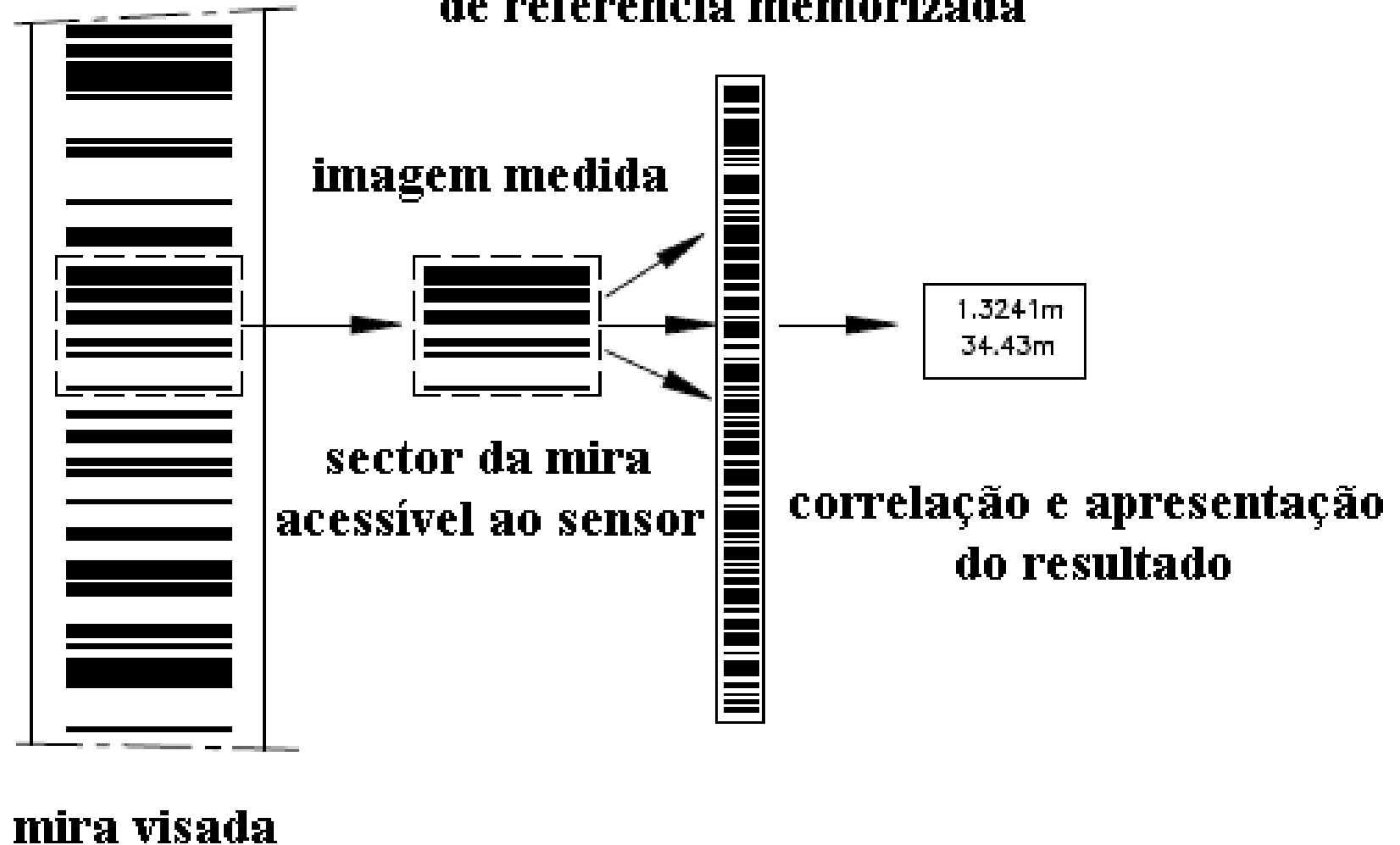
** Variável conforme distância de focagem.

O nível digital Zeiss Dini tem os mesmos componentes ópticos e mecânicos que um nível automático. No entanto, para efeitos de leitura electrónica da mira graduada através de código de barras, incorpora um separador da luz reflectida na mira e que incide na luneta, transferindo a imagem para uma matriz de díodos detectores. A abertura angular do aparelho é igual a 2° , o que a 1.8 m de distância permite visualizar 70 mm da mira e a 100 m de distância permite visualizar 3.5 m da mira; a distância aparelho-mira é assim determinada em função da porção da mira que se pode visualizar a partir do ponto estação. A leitura na mira é obtida através de um processo de correlação da imagem da mira com imagens de códigos de barras.





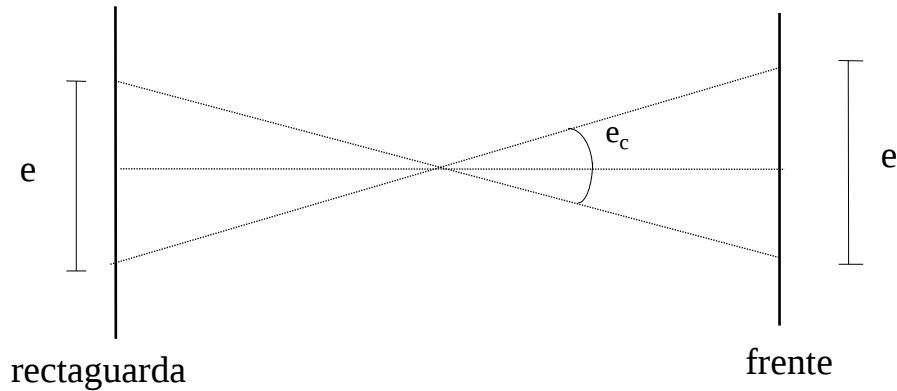
**comparação com uma mira
de referência memorizada**



Technical Data

Technical Data	DiNi® 12	DiNi® 22
Accuracy as per DIN 18723		
Standard deviation on 1 km of double levelling		
Electronic measurement:		
- invar precision bar code staff	0.3 mm	0.7 mm
- foldable bar code staff	1.0 mm	1.3 mm
Visual measurement		
- foldable staff, metric scale	1.5 mm	2.0 mm
Measuring range		
Electronic measurement		
- invar precision bar code staff	1.5 - 100 m	1.5 - 100 m
- foldable bar code staff	1.5 - 100 m	1.5 - 100 m
Visual measurement		
- foldable staff, metric scale	from 1.3 m	from 1.3 m
Accuracy of distance measurement		
Electronic measurement with a 20 m sighting distance		
- invar precision bar code staff	20 mm	25 mm
- foldable bar code staff	25 mm	30 mm
Visual measurement:		
- foldable staff, metric scale	0.2 m	0.3 m
Least display unit		
Height measurement	0.01 mm/0.0001 ft/ 0.0001 in	0.1 mm/0.001 ft/ 0.001 in
Distance measurement	1 mm	10 mm
Measuring time		
Electronic measurement	3 s	2 s
Telescope		
Magnification	32 x	26 x
Aperture	40 mm	40 mm
Field of view at 100 m	2.2 m	2.2 m
Electronic measurement field at 100 m	0.3 m	0.3 m
Compensator		
Inclination range	± 15'	± 15'
Setting accuracy	± 0.2"	± 0.5"
Levelling		
Circular level	8'/2 mm	8'/2 mm

Considerem-se apenas os erros de leitura (e_l) e calagem (e_c)



Para o erro de calagem $e_{\text{ret}} = e_c \frac{D}{2}$ $e_{\text{frt}} = e_c \frac{D}{2}$

e, analogamente, para o erro de leitura $e_{\text{ret}} = e_l \frac{D}{2}$ $e_{\text{frt}} = e_l \frac{D}{2}$

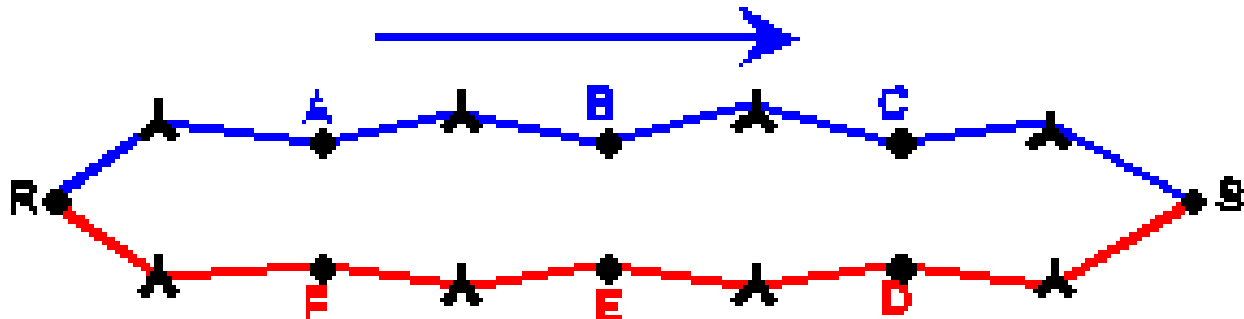
Supondo que os erros são independentes para as duas pontarias, tem-se em termos de variância do desnível:

$$\sigma_{\Delta}^2 = \frac{(\sigma_1^2 + \sigma_c^2)}{2} D^2 \Leftrightarrow \sigma_{\Delta}^2 = K D^2$$

onde

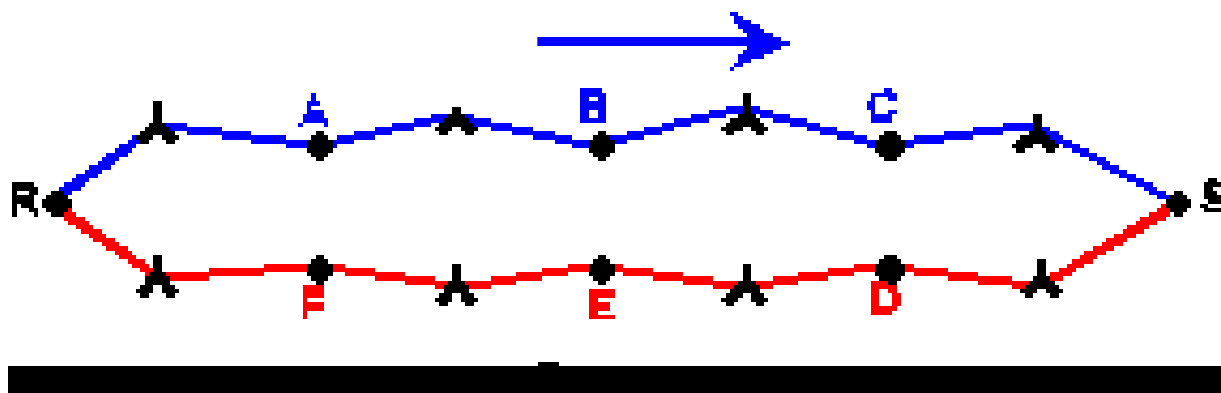
$$K = \frac{(\sigma_1^2 + \sigma_c^2)}{2} \text{ - constante do aparelho}$$

No caso de uma linha de nivelamento não ser fechada, deve efectuar-se um percurso de nivelamento num sentido e um percurso de contranivelamento no sentido contrário, como controlo, sendo o valor do desnível entre os pontos extremos independente do percurso efectuado: **R-A-B-C-S** e **S-D-E-F-R**. Se os 2 percursos forem efectuados em alturas diferentes, a(s) mira(s) será estacionada 10 vezes e o nível 8 vezes).

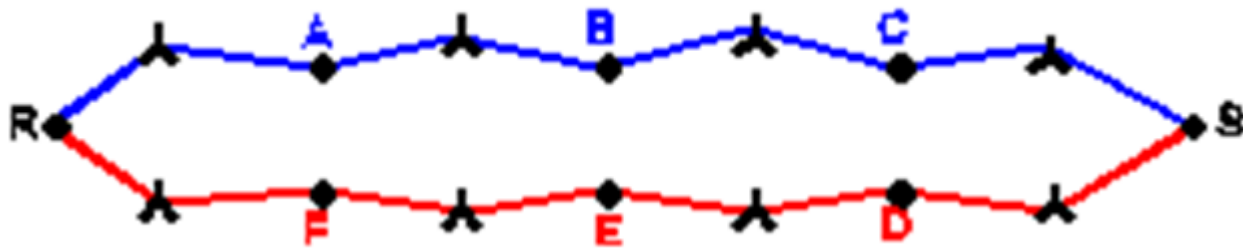


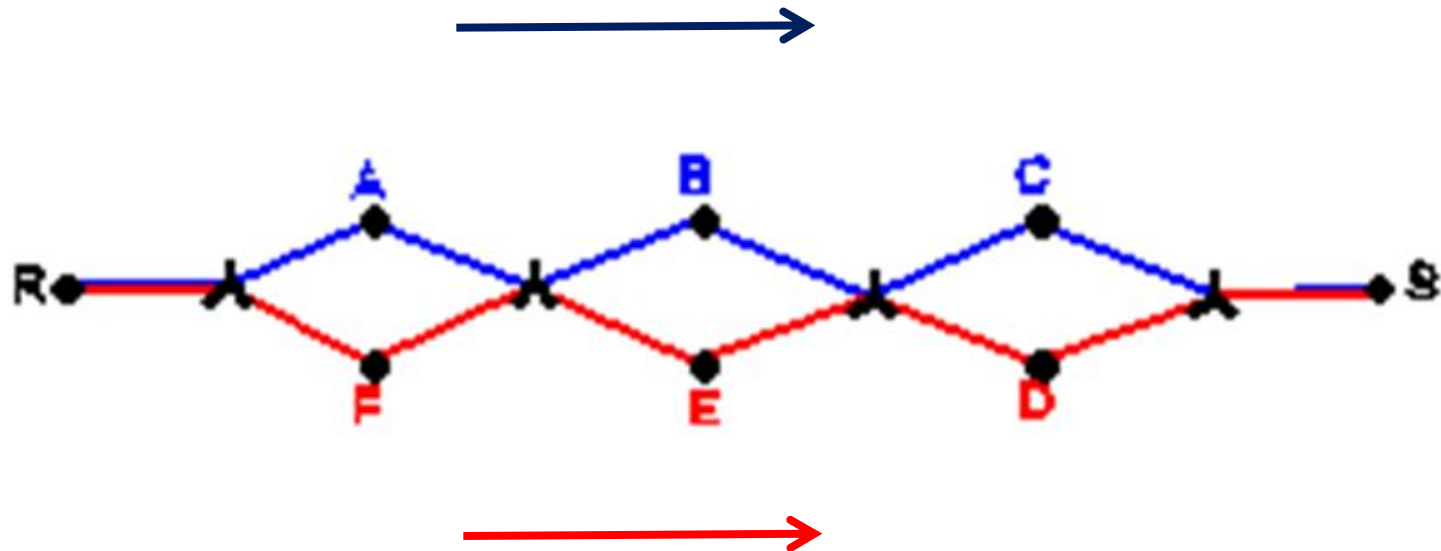
Os valores de dN_{RS} no nivelamento e no contranivelamento devem coincidir; se tal não acontecer e a diferença for aceitável, a média dos dois valores obtidos será um valor mais preciso.

Como alternativa a efectuar os dois percursos em sentidos contrários, é possível efectuar os dois percursos no mesmo sentido: **R-A-B-C-S** e **R-F-E-D-S**. Se os 2 percursos forem efectuados em alturas diferentes, a(s) mira(s) será estacionada 10 vezes e o nível 8 vezes).



Para ganhar tempo, estes percursos podem aproximar-se, podendo no limite confundir-se as estações: **R-A-B-C-S** e **R-F-E-D-S**.





Este procedimento tem o nome de **nivelamento duplo**. Obtêm-se deste modo duas medidas para dN_{RS} , *uma através do nivelamento considerando os pontos A, B e C e outra através do nivelamento considerando os pontos F, E e D.*

A diferença entre os valores absolutos de desníveis de duas linhas de nivelamento independentes obtidas num nivelamento duplo que liga os pontos A e B distanciados 1 km define o “**desvio padrão para 1 km de nivelamento duplo**” ($s_{1\text{km nivelamento duplo}}$), parâmetro usualmente utilizado para caracterizar a precisão de um nível.

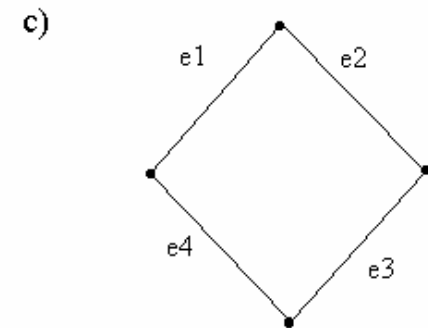
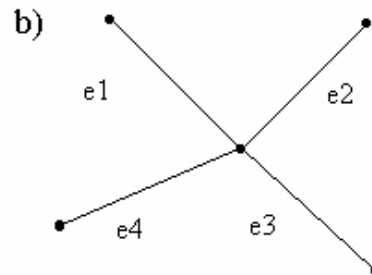
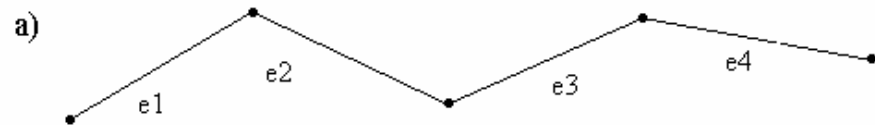
MODELO	NA 0 NAK 0	NA 1 NAK 1	NA 2 NAK 2	N 01 NK 01	N 05 NK 05	N1 NK 1	N2 NK 2	N 3
Precisão por Km de nivelamento	± 2,5	± 1,5 ± 1	± 0,7* ± 0,3	± 10	± 5	± 2,5	± 2	± 0,2
Aumento da luneta (x)	20	24	32, 40	19	19	23	30	11... 47**
Automático	Sim	Sim	Sim	Não	Não	Não	Não	Não
Campo a 100 m (m)	3,6	3,2	2,4	4,0	4,0	3,6	2,8	1,8**
Constante estadimétrica	100	100	100	100	100	100	100	100**
Constante de adição (cm)	0	0	0	0	0	0	0	0
Distância mínima de focagem (m)	0,9	1,0	1,6	0,8	0,8	0,7	1,6	0,45
Sensibilidade do nível por 2 mm	—	—	—	60"	60"	60"	30"	10"
Precisão de calagem	± 0,8"	± 0,5"	± 0,3"	± 10"	± 10"	± 1,5"	± 0,8"	± 0,2"
Divisão do círculo	400 ^g ou 360°	400 ^g ou 360°	400 ^g ou 360°	400 ^g ou 360°	400 ^g ou 360°	400 ^g ou 360°	400 ^g ou 360°	
Peso do instrumento (kg)	1,8 1,8	2,1 2,2	2,4 2,9	1,7 1,8	1,8 1,8	1,7 1,8	2,2 2,8	5,1
Peso do estojo (kg)	1,5	1,5	1,8	1,7	1,7	1,6	1,3	3,7
Prospecto detalhado G1-	142	143	108	153	150	154	131	158

* Conforme mira e processo usado

** Variável conforme distância de focagem.

De acordo com a **DIN (1990)**, para que se possa determinar o desvio padrão s de um nivelamento duplo de 1 km, são utilizados 4 segmentos e_j ($j=1, 2, 3, 4$) ligados entre si, cada um com 0.25 km de comprimento aproximadamente, num campo de prova conforme indicado na figura.

Ainda segundo a norma, para se determinar o desvio padrão s , devem ser realizados 5 nivelamentos duplos em cada segmento e_j no campo de prova. Os nivelamentos não devem ser realizados sob condições atmosféricas extremas.



A partir das 10 observações ℓ_{ij} do desnível para cada segmento, é possível calcular o valor médio $\bar{\ell}$ e os desvios v_{ij} da seguinte forma:

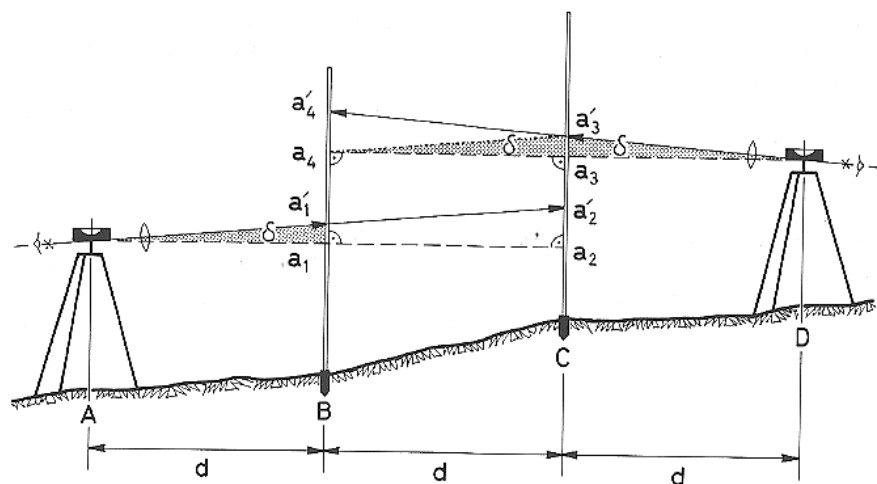
$$\bar{\ell} = \frac{\sum_{i=1}^{10} \ell_{ij}}{10}, j = 1, 2, 3, 4 \qquad v_{ij} = \bar{\ell}_j - \ell_{ij}$$

onde $\bar{\ell}_j$ é o desnível médio para cada segmento. De acordo com a norma DIN (1990), o desvio padrão para o nivelamento duplo de 1 km é dado por:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^4 v_{ij}^2}{18}}$$

O intervalo de confiança para σ é $0 \leq \sigma \leq 1.24 s$ para um nível de confiança $1 - \alpha = 0.95$.

Verificação do erro de colimação do nível, não conhecendo a diferença de nível correcta entre dois pontos : num terreno plano, marcar uma distância entre 45 a 60 m e dividi-la em 3 secções de igual comprimento. Colocar simultanea ou sucessivamente uma mira nos pontos B e C; se o aparelho estiver calibrado de tal forma que a linha de pontaria fique horizontal quando a bolha estiver calada, deverão ser obtidas as leituras a_1 , a_2 , a_3 e a_4 , que se relacionam através de $a_4 - a_1 = a_3 - a_2$. Uma linha de pontaria inclinada formará um ângulo δ com o plano horizontal: neste caso, calando a nivela esférica em A, obtêm-se as leituras a'_1 na mira em B e a'_2 na mira em C e calando a nivela esférica em D, obtêm-se as leituras a'_4 na mira em B e a'_3 na mira em C. Considerando uma paralela à linha $a'_1 a'_2$ passando por a'_3 ,

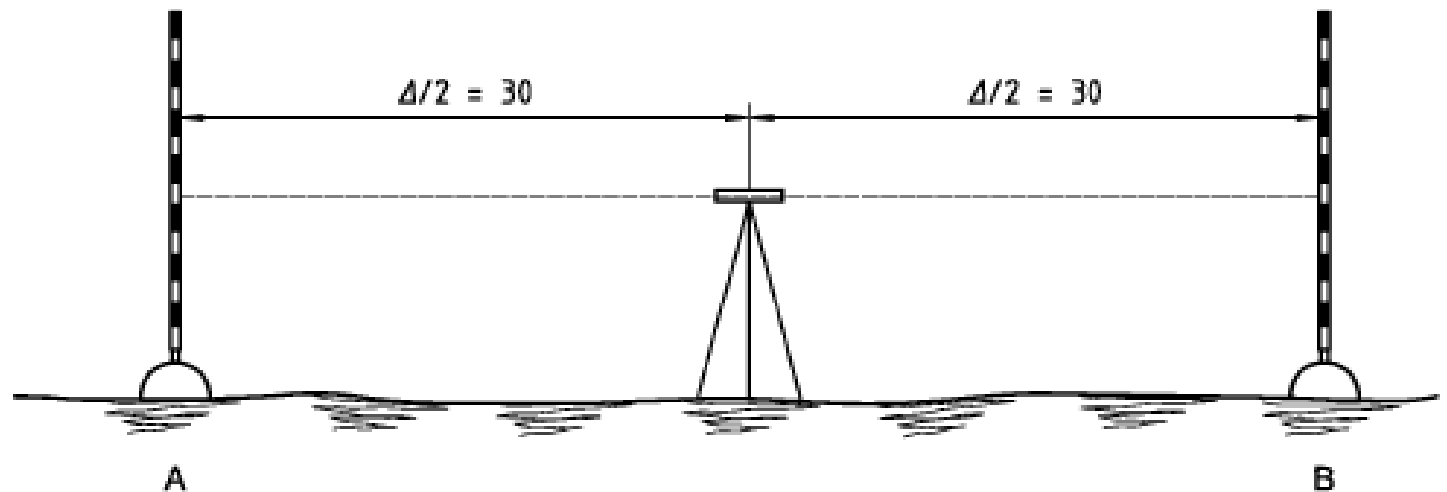


esta linha intersecta a mira em B no ponto a_4 , ou seja, na cota indicada pela pontaria horizontal a partir de D, de tal forma que $a_4 - a'_1 = a'_3 - a'_2$ ou $a_4 = a'_1 - a'_2 + a'_3$. Se a'_4 diferir de a_4 mais do que 2 mm a 30 m de distância repetir a medição. Se a diferença subsistir, a linha de pontaria deve ser ajustada.

A norma **ISO 17123-2** especifica os procedimentos que devem ser adoptados na determinação da precisão de um nível qualquer. Os resultados destes testes são influenciados pelas condições meteorológicas, em especial o gradiente da temperatura (um céu coberto e vento fraco constituem as condições mais favoráveis).

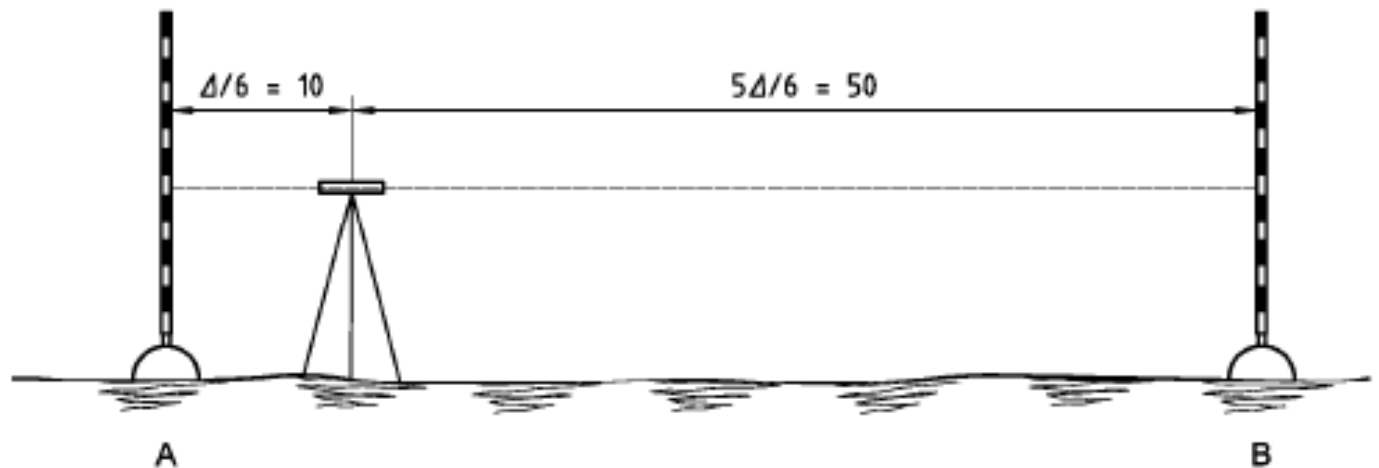
O teste simplificado pretende verificar se a precisão de um dado nível está dentro do limite permitido. O teste completo deve adoptar-se quando se pretende determinar o valor da precisão que é possível obter com um dado nível.

Teste simplificado: de forma a manter a influência da refração tão pequena quanto possível, deve seleccionar-se uma zona horizontal, colocando duas miras separadas por uma distância de 60 m, aproximadamente (em solo estável ou sobre sapatas), nos pontos A e B. O nível deve ser colocado a meia distância das miras. Antes de iniciar o teste, o aparelho deve adaptar-se à temperatura ambiente (esperar dois minutos por cada °C de diferença de temperatura).



O primeiro conjunto de medições é constituído por 10 pares de leituras nas miras em A e B, respectivamente $x_{A,j}$ e $x_{B,j}$, $j=1,...,10$; entre cada par de leituras o aparelho deve ser ligeiramente mudado de posição e após a realização de 5 pares de leituras ($x_{A,1}$, $x_{B,1}$, $x_{A,2}$, $x_{B,2}$, $x_{A,3}$, $x_{B,3}$, $x_{A,4}$, $x_{B,4}$, $x_{A,5}$, $x_{B,5}$), as miras devem trocar de posição, realizando-se os restantes 5 pares de leituras ($x_{A,6}$, $x_{B,6}$, $x_{A,7}$, $x_{B,7}$, $x_{A,8}$, $x_{B,8}$, $x_{A,9}$, $x_{B,9}$, $x_{A,10}$, $x_{B,10}$).

O segundo conjunto de medições é efectuado com o nível situado a cerca de 10 m do ponto A e é constituído por 10 pares de leituras nas miras em A e B, respectivamente: ($x_{A,11}$, $x_{B,11}$, $x_{A,12}$, $x_{B,12}$, $x_{A,13}$, $x_{B,13}$, $x_{A,14}$, $x_{B,14}$, $x_{A,15}$, $x_{B,15}$) e ($x_{A,16}$, $x_{B,16}$, $x_{A,17}$, $x_{B,17}$, $x_{A,18}$, $x_{B,18}$, $x_{A,19}$, $x_{B,19}$, $x_{A,20}$, $x_{B,20}$). De forma idêntica à série anterior, entre cada par de leituras o aparelho deve ser ligeiramente mudado de posição e após a realização de 5 pares de leituras as miras devem trocar de posição.



Cálculo: $d_j = x_{A,j} - x_{B,j} \quad j = 1, \dots, 20$

$$\bar{d}_1 = \frac{\sum_{j=1}^{10} d_j}{10} \quad r_j = \bar{d}_1 - d_j \quad j = 1, \dots, 10$$

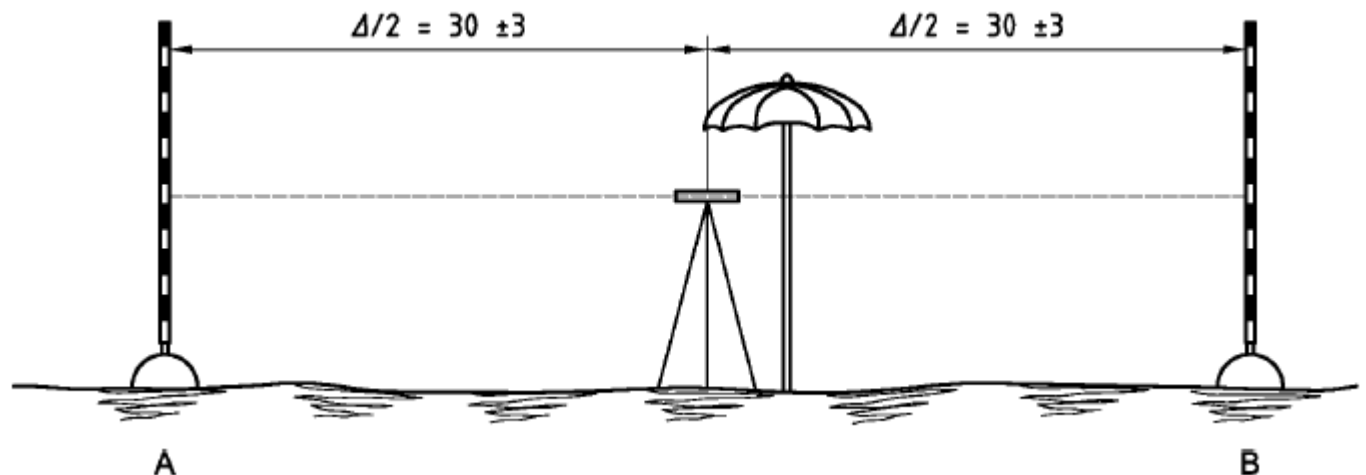
$$s = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{10} r_j^2}{v}}$$

$$v = 10 - 1 = 9$$

$$\bar{d}_2 = \frac{\sum_{j=11}^{20} d_j}{10}$$

A diferença $\bar{d}_1 - \bar{d}_2$ deve ser majorada por $\pm p$, de acordo com a norma ISO 4463-1; se o valor de p não estiver disponível, $|\bar{d}_1 - \bar{d}_2|$ deve ser inferior a **2.5 s**. Se a diferença $|\bar{d}_1 - \bar{d}_2|$ for demasiado grande, significa que há uma incerteza excessiva nas leituras correspondentes à distância 50 m, resultante de erros de leitura, refração e erro de colimação. Nesse caso, verificar o erro de colimação.

Teste completo: de forma a manter a influência da refração tão pequena quanto possível, deve seleccionar-se uma zona horizontal, colocando duas miras separadas por uma distância de 60 m, aproximadamente (em solo estável ou sobre sapatas), nos pontos A e B. O nível deve ser colocado a meia distância das miras ($30 \text{ m} \pm 3 \text{ m}$). Antes de iniciar o teste, o aparelho deve adaptar-se à temperatura ambiente (esperar dois minutos por cada °C de diferença de temperatura).



O primeiro conjunto de medições é constituído por 20 pares de leituras nas miras em A e B, respectivamente $x_{A,j}$ e $x_{B,j}$, $j=1,...,20$; entre cada par de leituras o aparelho deve ser ligeiramente mudado de posição e após a realização dos 10 pares de leituras ($x_{A,1}$, $x_{B,1}$, $x_{A,2}$, $x_{B,2}$, $x_{A,3}$, $x_{B,3}$, $x_{A,4}$, $x_{B,4}$, $x_{A,5}$, $x_{B,5}$, $x_{A,6}$, $x_{B,6}$, $x_{A,7}$, $x_{B,7}$, $x_{A,8}$, $x_{B,8}$, $x_{A,9}$, $x_{B,9}$, $x_{A,10}$, $x_{B,10}$) a ordem de leitura inverte-se, realizando-se os 10 pares de leituras restantes ($x_{B,11}$, $x_{A,11}$, $x_{B,12}$, $x_{A,12}$, $x_{B,13}$, $x_{A,13}$, $x_{B,14}$, $x_{A,14}$, $x_{B,15}$, $x_{A,15}$, $x_{B,16}$, $x_{A,16}$, $x_{B,17}$, $x_{A,17}$, $x_{B,18}$, $x_{A,18}$, $x_{B,19}$, $x_{A,19}$, $x_{B,20}$, $x_{A,20}$).

No segundo conjunto de medições, as miras são mudadas de posição e o procedimento anterior é repetido, obtendo-se os pares de observações: ($x_{A,21}$, $x_{B,21}$, $x_{A,22}$, $x_{B,22}$, $x_{A,23}$, $x_{B,23}$, $x_{A,24}$, $x_{B,24}$, $x_{A,25}$, $x_{B,25}$, $x_{A,26}$, $x_{B,26}$, $x_{A,27}$, $x_{B,27}$, $x_{A,28}$, $x_{B,28}$, $x_{A,29}$, $x_{B,29}$, $x_{A,30}$, $x_{B,30}$) e ($x_{B,31}$, $x_{A,31}$, $x_{B,32}$, $x_{A,32}$, $x_{B,33}$, $x_{A,33}$, $x_{B,34}$, $x_{A,34}$, $x_{B,35}$, $x_{A,35}$, $x_{B,36}$, $x_{A,36}$, $x_{B,37}$, $x_{A,37}$, $x_{B,38}$, $x_{A,38}$, $x_{B,39}$, $x_{A,39}$, $x_{B,40}$, $x_{A,40}$).

Cálculo:

$$d_j = x_{A,j} - x_{B,j} \quad j = 1, \dots, 40$$

$$\bar{d}_1 = \frac{\sum_{j=1}^{20} d_j}{20}$$

$$\bar{d}_2 = \frac{\sum_{j=21}^{40} d_j}{20}$$

$$r_j = \bar{d}_1 - d_j \quad , \quad j = 1, \dots, 20$$

$$r_j = \bar{d}_2 - d_j \quad , \quad j = 21, \dots, 40$$

$$\sum_{j=1}^{40} r_j^2 = \sum_{j=1}^{20} r_j^2 + \sum_{j=21}^{40} r_j^2$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{40} r_j^2}{v}}$$

$$v = 2(20 - 1) = 38$$

(s é o desvio padrão de um desnível correspondente a uma distância de 60 m)

$$\delta = \bar{d}_1 - \bar{d}_2$$

Pode obter-se uma relação entre o **desvio padrão para 1 km de nivelamento duplo** ($s_{1\text{km nivelamento duplo}}$) e o desvio padrão s associado ao desnível correspondente à distância 60 m:

$$s_{1\text{km nivelamento duplo}} = \frac{s}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1000 \text{ m}}{60 \text{ m}}} = 2.89 s$$

Daqui tem-se que para um dado desnível correspondente a uma distância $d(\text{m})$ observado com um aparelho cujo desvio padrão para 1 km de nivelamento duplo ($s_{1\text{km nivelamento duplo}}$) é conhecido é possível associar o desvio padrão:

$$s^{\text{mm}} = s_{1\text{km nivelamento duplo}}^{\text{mm}} \sqrt{\frac{2 d(\text{m})}{1000}}$$

Interpretação dos resultados :

- a) O desvio padrão experimental **s** é aceitável relativamente ao correspondente desvio padrão **σ** indicado pelo fabricante?

sim se
$$s \leq \sigma \sqrt{\frac{\chi^2_{1-\alpha}(v)}{v}} = \sigma \sqrt{\frac{\chi^2_{0.95}(38)}{38}} = \sigma \sqrt{\frac{53.38}{38}} = 1.19 \sigma$$

- b) A diferença **δ** das origens das duas miras é nula?

c) **sim se**
$$|\delta| \leq \frac{s}{\sqrt{10}} t_{1-\alpha/2}(v) = \frac{s}{\sqrt{10}} 2.02 = 0.64 s$$

Desvio padrão de um desnível:

O desvio padrão de um desnível varia de acordo como nível e a(s) mira(s) utilizados, o cuidado na realização da medição, a estabilidade dos pontos onde as miras são colocadas, a força do vento, os erros de leitura, etc, acumulando-se o efeito dos erros aleatórios. No caso do nivelamento de baixa precisão, tem-se: o erro de calagem da nivela tórica associada ao eixo principal (num nível não automático) é da ordem de ± 0.5 mm a 30 m; o erro devido à falta de verticalidade da mira é da ordem de ± 1 mm a 30 m; o erro associado ao suporte da mira no solo, com ou sem sapata, é da ordem de ± 0.5 mm. Assim, para uma visada tem-se um desvio padrão $\sigma = \sqrt{(0.5^2 + 1^2 + 0.5^2)} = \pm 1.22$ mm. Para um desnível (duas visadas) $\sigma = \pm 1.22\sqrt{2} = \pm 1.73$ mm. Para um percurso com N desníveis, tem-se $\sigma = \pm 1.7\sqrt{N}$.

INFORMAÇÃO GEODÉSICA

Marcas de Nivelamento Geométrico



Descrição

A **Rede de Nivelamento Geométrico de Alta Precisão (RNGAP)** constitui um sistema de altitudes rigorosamente determinadas que permitem a referenciação, com alta precisão, da altimetria de qualquer ponto.

A **RNGAP** distribui-se ao longo das principais vias de comunicação do País, com um comprimento de cerca de 4000 km. Esta rede é constituída por mais de 4500 marcas de nivelamento, tendo a sua marca fundamental situada junto ao marégrafo de Cascais, de forma a assegurar a ligação entre o nivelamento e o datum altimétrico de Portugal Continental.

Preçário

Altitudes das Marcas de Nivelamento

Ficha de Marca de Nivelamento

CIGC/DSG

REDE DE NIVELAMENTO GEOMÉTRICO

INFO EXTERNA

NP : 001
LINHA : 01-00 CASCAIS
SECÇÃO: 01-00 Cascais

MONÇÃO
S. Julião da Barra

DISTRITO : LISBOA
CONCELHO : CASCAIS
FREGUESIA: CASCAIS

FOLHA 1/50000 : 34-C

TOTAL TESTEM : 4

ALTITUDE H_1938 :
13.361 m

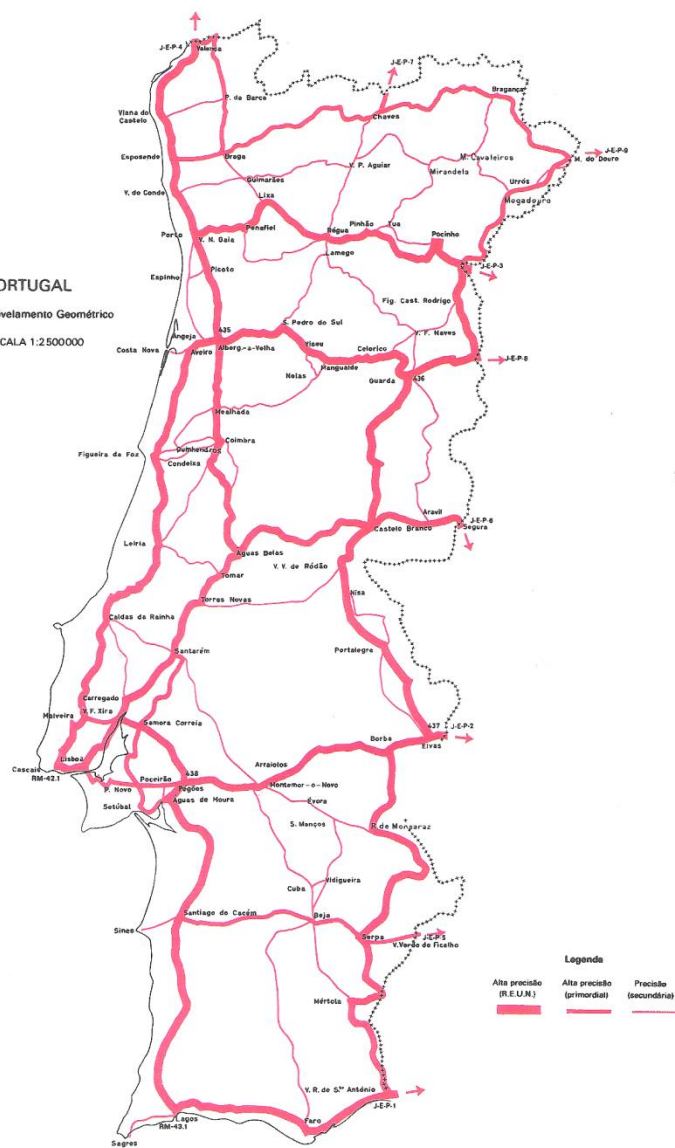
COORD APROXIMADAS:

M = -111.9 km
P = -107.3 km

Cascais. Marca de bronze de primeira classe, chumbada no extremo esquerdo da soleira da porta principal da Cidadela.



Rede de Nivelamento Geométrico



Instituto Geográfico e Cadastral

Direcção dos Serviços de Geodesia

Serviço de Nivelamento

I - Normas relativas ao reconhecimento, localização e descrição das marcas de nivelamento

- 1.1. A distância entre marcas consecutivas da linha não deverá ser inferior a 500 m nem exceder 1000 m.
- 1.2. A distância entre marcas de 1ª classe não deverá ser inferior a 10 km nem exceder 20 km, exceptuando-se os casos de sedes de concelho que distem menos de 10 km.
- 1.3. Cada marca de uma linha de nivelamento terá, em regra, uma testemunha. A testemunha será constituída por uma marca de 2ª classe colocada sobre rocha ou construção, quando possível independente do suporte da marca da linha e apresentando não inferiores condições de estabilidade e conservação. A distância, desnível e localização da testemunha deverão ser tais que simplifiquem as operações de ligação com a marca da linha sem que, no entanto, se prestem a confusão com a mesma marca. A distância deverá ser tal que não exija mais de duas estações de nível para a ligação. Cada marca de 1ª classe terá, pelo menos, três testemunhas. As testemunhas das marcas deverão ser comparadas quando se termina o troço e novamente quando se inicia o troço contíguo.
- 1.4. A descrição de cada marca será, por si só, suficientemente esclarecedora. Deverá ser redigida em períodos que constituam sucessivamente restrições da indicação anterior: Ø, EN, lugar de, ao km, do lado, casa, implantada em.
- 1.5. A descrição das testemunhas será, propositadamente, redigida como anexo da descrição da respectiva marca de nivelamento. A descrição das marcas de 1ª classe e respectivas testemunhas será acompanhada de provas fotográficas picadas e respectivas películas.

II - Normas relativas à execução e registo das operações de nivelamento de alta precisão

2.1. Em cada linha de nivelamento define-se um sentido directo e a este corresponde o sentido crescente da numeração das secções e das marcas dentro de cada secção. Uma operação respeitante a cada troço é designada por um símbolo constituído pelo algarismo árabe indicativo da ordem cronológica da operação seguido da letra indicativa do sentido da progressão (D=directo, I=inverso), como por exemplo 1D, 2I, 3D.

2.2. Como regra apenas sujeita a excepções justificadas: a primeira operação efectua-se progredindo no sentido directo (1D); a segunda operação, no sentido inverso (2I); uma primeira repetição, no sentido directo (3D); se outra repetição se tornar necessária deverá ser (4I); e assim sucessivamente.

2.3. Cada caderneta respeitará a um só observador, a troços de uma só secção e às primeiras operações (1), ou às segundas operações (2) ou às repetições (R). Cada caderneta será designada por um símbolo composto de a) Letra maiúscula indicativa da linha, b) Número de ordem da secção, c) Símbolo das operações, d) Letra minúscula indicativa da ordem, como por exemplo: A-III-1D-a, B-IV-2I-b, C-IV-R-a.

2.4. Antes de começar a nivelar o operador deverá: 1) verificar se as miras estão rectificadas e, se não estiverem, deverá rectificá-las. 2) pelo menos uma vez por mês, verificar se o nível está rectificado e, sendo necessário, fazer a sua rectificação de acordo com as normas a seguir para cada instrumento, devendo estas operações ficar registadas na caderneta. No início de cada sessão de nivelamento, o operador anotará na caderneta: 1) a secção, o troço, a operação, o instrumento, as miras a data; 2) a hora TU, a temperatura do ar, a direcção do Sol, a nebulosidade, a direcção e intensidade do vento; o registo destas indicações faz-se de maneira convencional e repetir-se-á no decurso da sessão se tal se tornar conveniente e, sempre no final de cada troço ou de cada sessão.

2.5. O operador anotará na caderneta as miras a que respeitam as leituras registadas. A mesma mira será colocada nas marcas extremas de troço e respectivas testemunhas. No nivelamento de um troço, cada mira será observada tantas vezes à rectaguarda como à frente. A mira colocada na marca inicial do troço continua a ser sempre lida em primeiro lugar em cada estação, efectuando-se assim em primeiro lugar a leitura na mira da rectaguarda ou na da frente, alternadamente. Para a equidistância do nível às estações de mira admite-se uma tolerância de 1.00 m e para as distâncias do nível à mira, um máximo de 50 m. A linha de pontaria correspondente ao traço nivelador deverá distar do terreno um mínimo de 0.50 m.



2.6. Cada grupo de observação compreende um engenheiro operador (observador e registador) e quatro auxiliares (dois porta-miras, um porta-chapéu e um porta-instrumento). O método de leitura adoptado é o seguinte: a primeira leitura é feita na escala da esquerda da mira 1, a segunda é feita na escala da esquerda da mira 2 e em seguida, na escala da direita desta mesma mira para, finalmente se fazer a leitura da escala da direita da mira 1. A comparação entre a última leitura e a primeira permite detectar qualquer alteração de posição havida entre as duas leituras.

2.7. A observação de cada mira constará das seguintes leituras com o micrómetro: a) na escala de menor graduação – traços estadimétricos e traço nivelador, b) na escala de maior graduação – somente o traço nivelador. Efectua-se imediatamente a verificação das leituras a) pelo confronto das diferenças das leituras dos traços estadimétricos para a leitura do traço nivelador. Efectua-se imediatamente a verificação das leituras b) pelo confronto com o desfaseamento das duas escalas, conhecidas para cada mira, sendo a tolerância de 0.05 mm.

No caso do nível Zeiss NI 002 não é possível esta verificação.



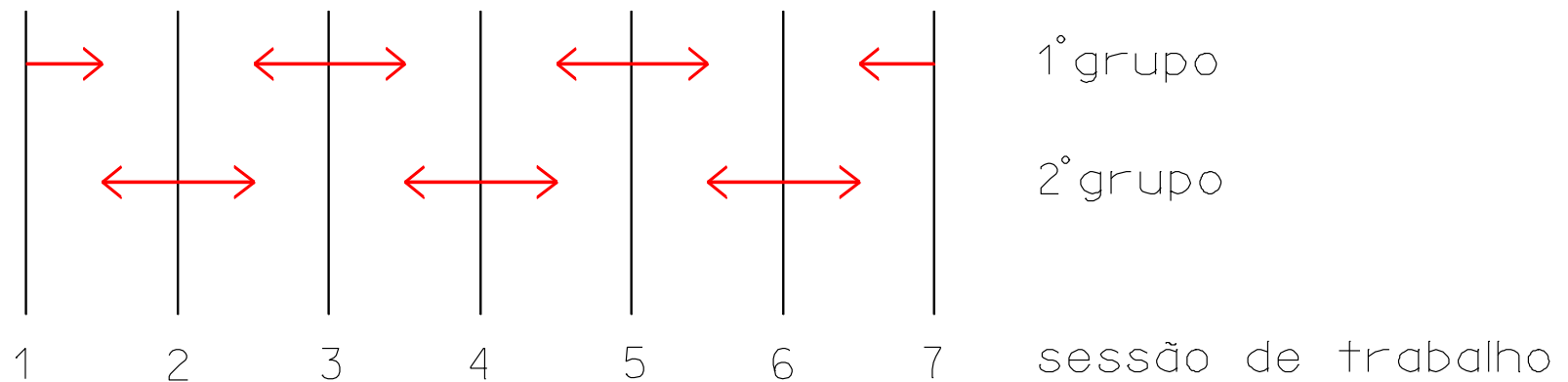
Mira de ínvar de 4 m

2.8. O operador efectuará em gabinete uma segunda verificação dos registos e repetirá imediatamente e no mesmo sentido a operação cujos registos não obedeçam às prescrições anteriores (registo na mesma caderneta). Cada operador verificará as descrições das marcas de nivelamento constantes da lista estabelecida pelo reconhecedor e eventualmente rectificadas ou alteradas pelo executor da operação anterior. Introduzirá nessa lista as rectificações necessárias e transcreverá as descrições corrigidas para as folhas da caderneta, no local próprio. Cada caderneta completamente preenchida será remetida para a DSG sob registo postal. A remessa será anunciada por ofício. A recepção será notificada ao operador.

2.9. Os operadores que formam uma equipa de trabalho dividirão entre si as eventuais repetições que se tornem necessárias, bem como derivações para sinais geodésicos. Os troços a repetir serão indicados pela DSG à equipa de trabalho logo após a revisão dos registos que será feita na sede.

2.10. As marcas eventualmente colocadas pelo operador para subdivisão de troços muito extensos ou excepcionalmente difíceis deverão receber designações tais como Θ_8A , marca que subdivide o troço $\Theta_8 - \Theta_9$, Θ_9A , Θ_9B , marcas que subdividem o troço $\Theta_9 - \Theta_{10}$, etc. Nas descrições far-se-á referência ao desaparecimento e à substituição (nota: a numeração das marcas só apresenta real interesse e deverá ser rodeada de símbolos esclarecedores e que evitem confusões depois de sobre elas terem sido efectuadas operações. É desnecessário a obediência aos números que vieram do reconhecimento ou da implantação e o aparecimento, logo nas operações 1D, de designações tais como 13A, 13B, ...; os sufixos A, B, ... Devem ser reservados para manifestar que houve substituição de marcas ou desdobramentos de troços por necessidade ou conveniência – o que só tem interesse pela referência que estabelece com medições já efectuadas.

2.11. Sistema de trabalho: cada equipa de trabalho é constituída por dois grupos. Com o objectivo de combater erros sistemáticos, em cada sessão de trabalho os grupos alternarão o sentido de marcha de acordo com o seguinte plano:



Tolerâncias admitidas:

- Por troço: $0.3 \sqrt{n}$, n = número de estações

- Por secção: $1.5 \sqrt{K}$, K = extensão em quilómetros

III - Normas relativas a derivações para vértices geodésicos

Antes do início dos trabalhos de campo, deverá tomar-se nota das indicações relativas aos vértices que, pela sua proximidade da linha de nivelamento a executar, devem ficar ligados por derivações. Estas derivações deverão ser executadas pelo operador que fizer a segunda operação. Depois de executada a derivação deverá fazer-se a medição da altura do vértice geodésico com uma fita métrica de aço.

INFORMAÇÃO GEODÉSICA

Aferição de Distanciómetros, Teodolitos e Níveis



Descrição

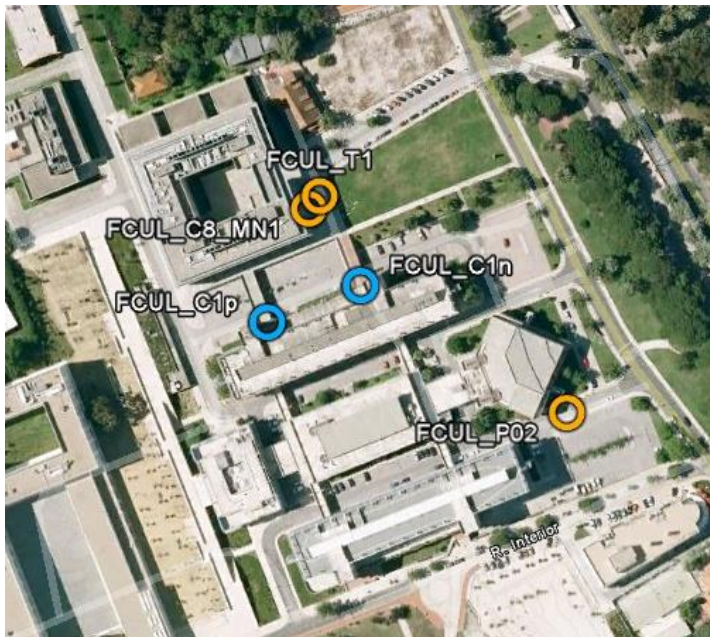
O IGP efectua a aferição de instrumentos topográficos - distanciómetros, teodolitos e níveis - de acordo com as normas ISO.

A aferição de distanciómetros e teodolitos é realizada na Base Padrão da Mata das Virtudes, junto à Azambuja. Ali são efectuadas observações para a determinação da precisão de uma distância medida por um distanciómetro, assim como da precisões angulares de teodolitos.

As observações para a aferição de níveis são realizadas numa base de nivelamento existente no Parque Municipal de Oeiras.

Preçário

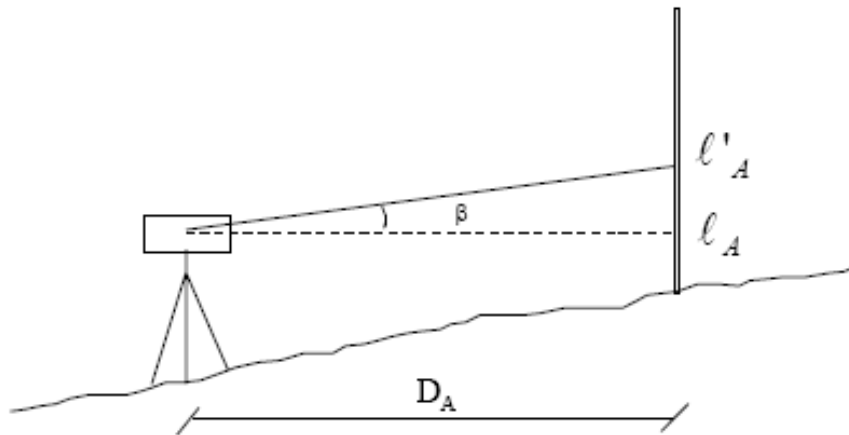
[VOLTAR](#)



Ponto	Cota	Descrição
FCUL_T1	80.108 m	Marca cravada no lado NW do degrau superior da escada em frente do Edifício C8 que dá para o parque de estacionamento
FCUL_P02	76.947 m	Marca metálica sobre lancil, a 5m SW do início da curva de saída do lancil, lado da estrada.
C1-nascente (C1n)	80.567 m	Marca na entrada (nascente) do edifício C1, a partir do viaduto de ligação ao C8
FCUL_MN1	80.765 m	Marca no degrau superior da soleira da porta SE de emergência, junto ao bar
C1-poente (C1p)	80.562 m	Marca na entrada (poente) do edifício C1, a partir do viaduto de ligação ao C8.
M3	75.230 m	Marca do IGP, linha Monção-Cascais. Cimentada no 1º degrau à esquerda na porta principal da Igreja do Campo Grande

Marcas de nivelamento na FCUL

O **erro de colimação** surge do facto de a visada efectuada com o nível não ser rigorosamente horizontal, existindo uma ligeira inclinação em relação à horizontal, designada por β na figura. Nestas condições, em vez de ser feita a leitura l_A na mira, faz-se a leitura l'_A (se a linha de pontaria estiver para cima da horizontal, o erro de colimação β é positivo, se a linha de pontaria descer em relação à horizontal β é negativo).

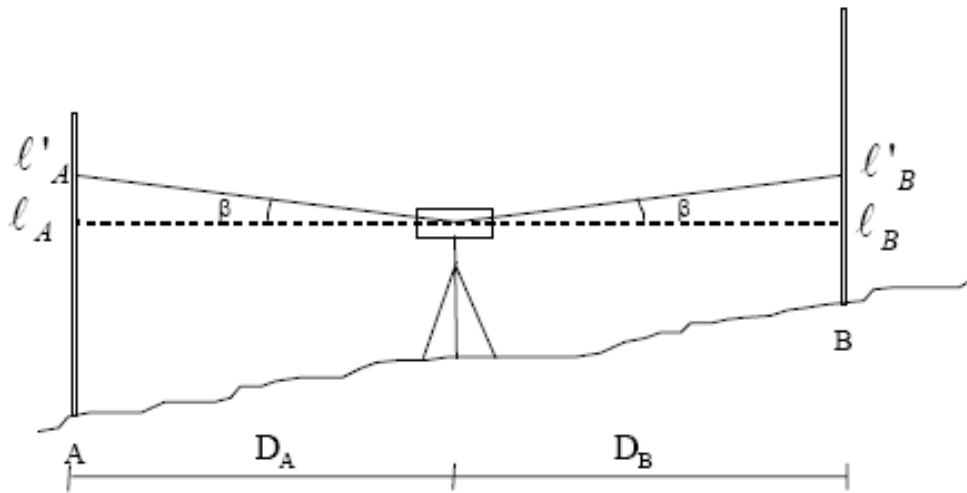


$$\text{De } \operatorname{tg} \beta = \frac{l'_A - l_A}{D_A}$$

$$\text{tem-se } l'_A - l_A = D_A \operatorname{tg} \beta$$

$$\text{donde } l_A = l'_A - D_A \operatorname{tg} \beta$$

Método das visadas iguais: este método consiste em estacionar o nível a igual distância dos dois pontos onde é colocada a mira. No caso da figura a mira é colocada nos pontos A e B, sendo $D_A = D_B$.

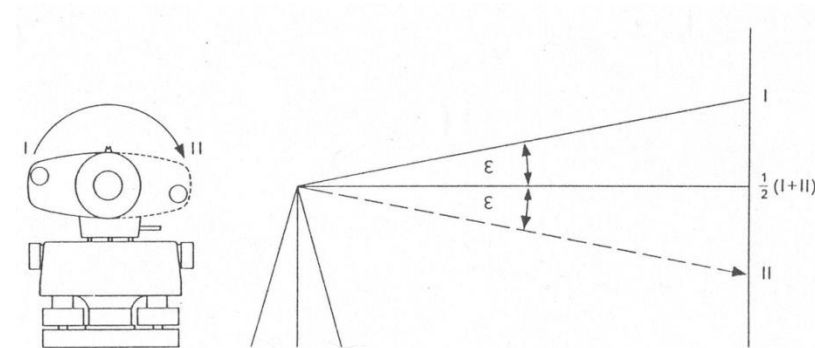


O erro linear na mira em A que resulta do erro de colimação é:

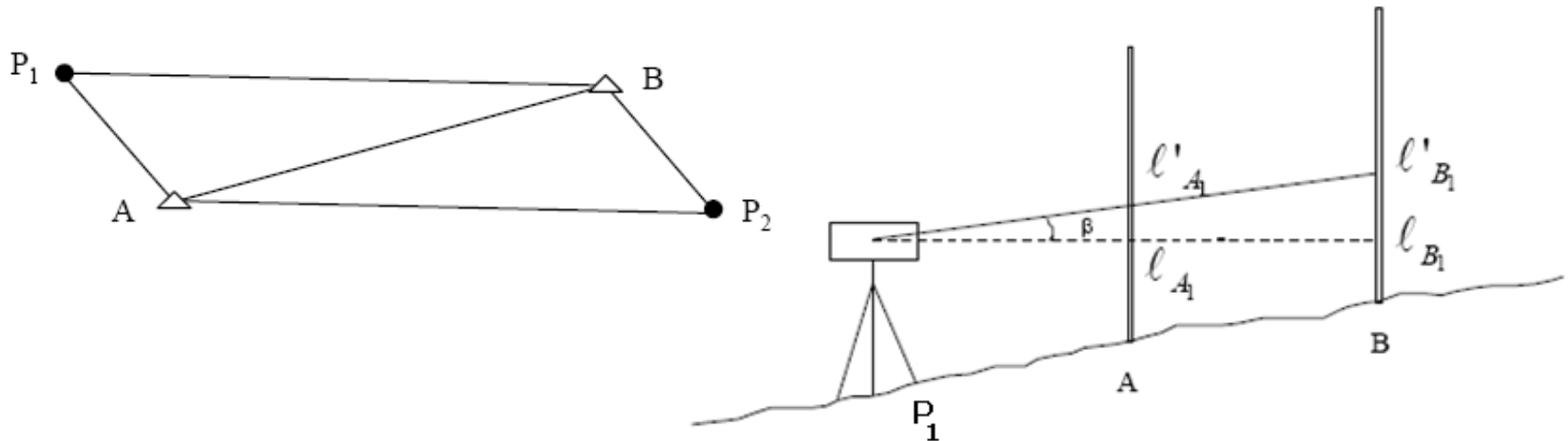
$$l'_A - l_A = D_A \operatorname{tg} \beta$$

$$\begin{aligned} dN_{AB} &= l_A - l_B \\ &= l'_A - D_A \operatorname{tg} \beta - l'_B + D_B \operatorname{tg} \beta = \\ &= l'_A - l'_B - D_A \operatorname{tg} \beta + D_B \operatorname{tg} \beta = \\ &= l'_A - l'_B = dN'_{AB} \end{aligned}$$

Método das visadas revertidas: alguns níveis reversíveis podem rodar a luneta 180° em torno do eixo óptico da luneta, de forma a que, para uma pontaria a uma mira num ponto A, o eixo de colimação ocupa uma posição simétrica relativamente ao plano horizontal em cada uma das posições, sendo o erro linear devido ao erro de colimação dado por $D \tan \beta$, num dos casos e por $-D \tan \beta$ no outro caso, dando a média das duas leituras o valor correcto.



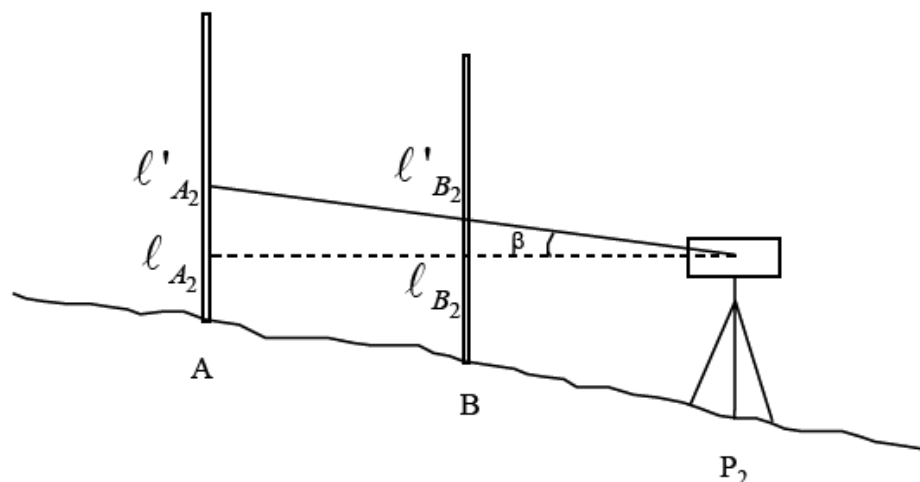
Método das visadas recíprocas: neste método fazem-se dois estacionamentos com o nível, em P_1 e P_2 , de forma a que $P_1A \approx P_2B$ e $P_1B \approx P_2A$.



Ao estacionar em P_1 , junto ao ponto A, se não houver erro de colimação, a linha de visada fica horizontal, obtendo-se nas miras as leituras l_{A1} e l_{B1} , sendo a diferença de nível correcta dada por $dN = l_{A1} - l_{B1}$. Havendo erro de colimação β , obtêm-se nas miras as leituras l'_{A1} e l'_{B1} , que conduzem a um valor incorrecto da diferença de nível $dN' = l'_{A1} - l'_{B1}$.

Estacionando de seguida em P_2 , junto de B , obtêm-se as leituras nas miras l_{B2}' e l_{B2}'' . A diferença de nível correcta é dada por $dN = l_{A2} - l_{B2}$, enquanto que a diferença de nível afectada do erro de inclinação é dada por $dN' = l_{A2}' - l_{B2}'$.

Como o ângulo β se mantém invariável e como $P_1A \approx P_2B$ e $P_1B \approx P_2A$, tem-se:



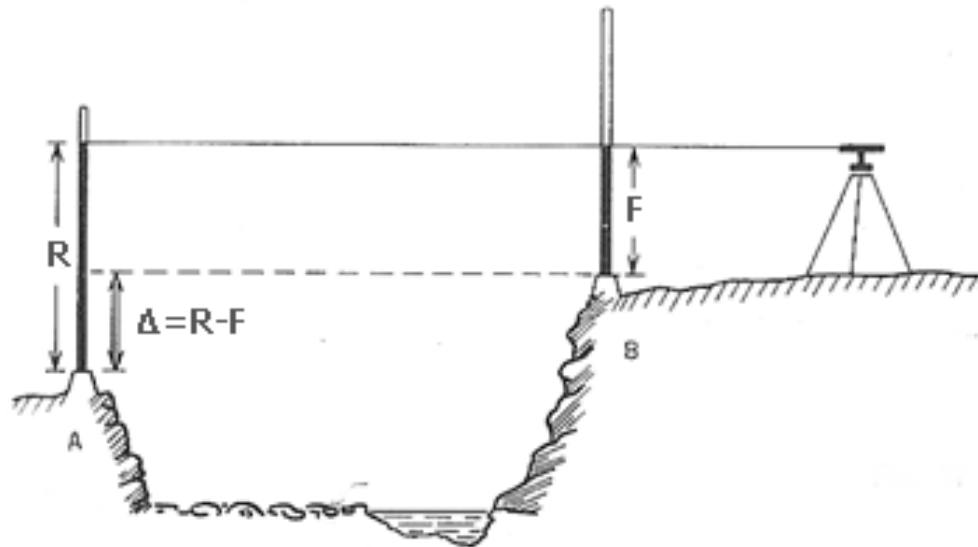
$$l_{B1}' - l_{B1} = l_{A2}' - l_{A2}$$

$$l_{B2}' - l_{B2} = l_{A1}' - l_{A1}$$

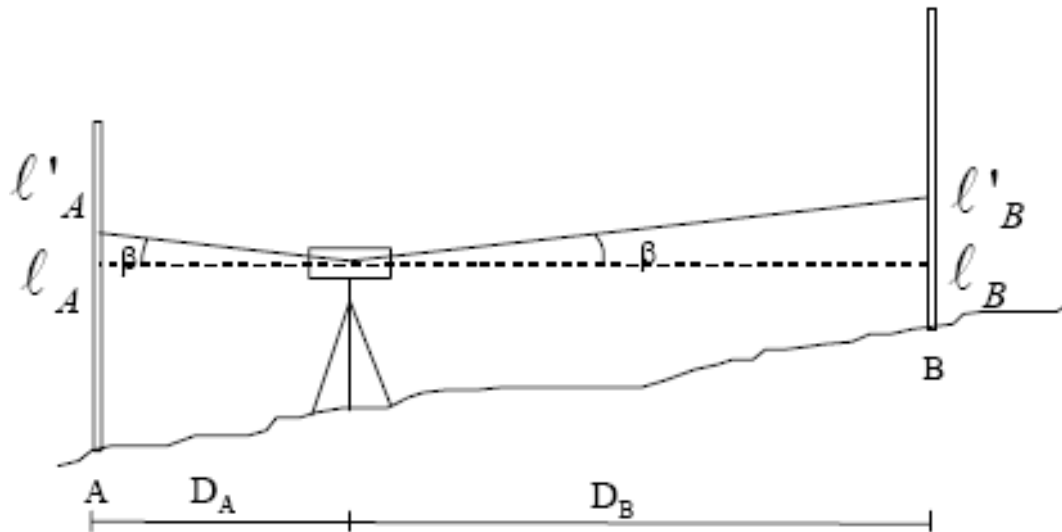
Subtraindo membro a membro estas igualdades obtém-se: $dN_{AB} = \frac{dN_{AB}' + dN_{AB}''}{2}$

Conclui-se então que a diferença de nível correcta é igual à média dos desníveis obtidos com os dois estacionamentos do nível, mesmo que o nível tenha erro de colimação.

Método das visadas recíprocas simultâneas: este método é utilizado na travessia de rios. Para que a média das duas determinações do desnível possa igualmente eliminar o erro de refração, as condições atmosféricas devem ser idênticas. Para que isto aconteça, utilizam-se dois níveis operando em simultâneo em P_1 e P_2 ; como o erro de colimação geralmente é diferente para cada aparelho, repete-se o esquema trocando as posições dos dois níveis. A médias dos 4 desníveis elimina os erros de colimação e de refração.

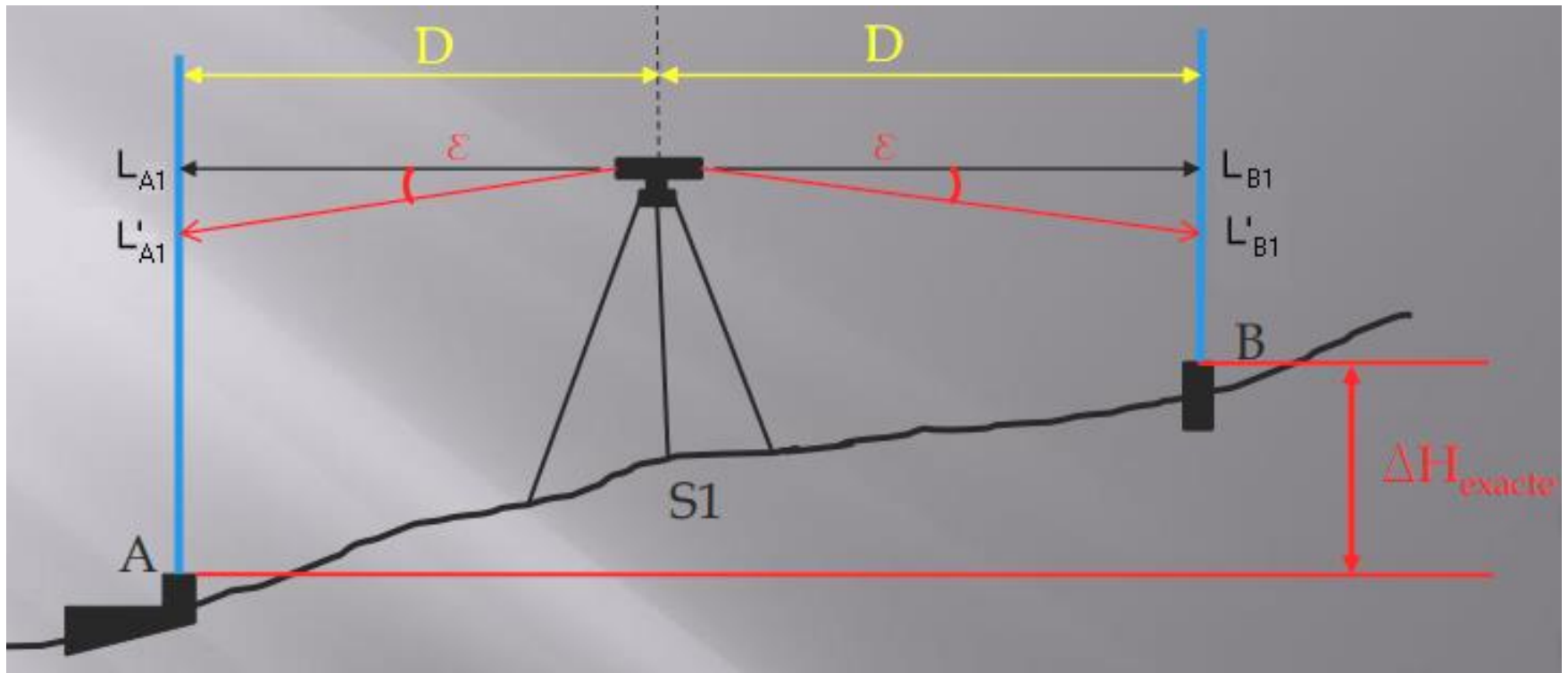


Determinação do erro de colimação do nível, conhecendo a diferença de nível correcta entre dois pontos: conhecendo-se a diferença de nível correcta entre dois pontos e fazendo leituras l'_A e l'_B numa mira colocada, respectivamente, nos pontos A e B, leituras estas afectadas do erro de inclinação, é possível calcular o erro de inclinação do nível da seguinte forma:

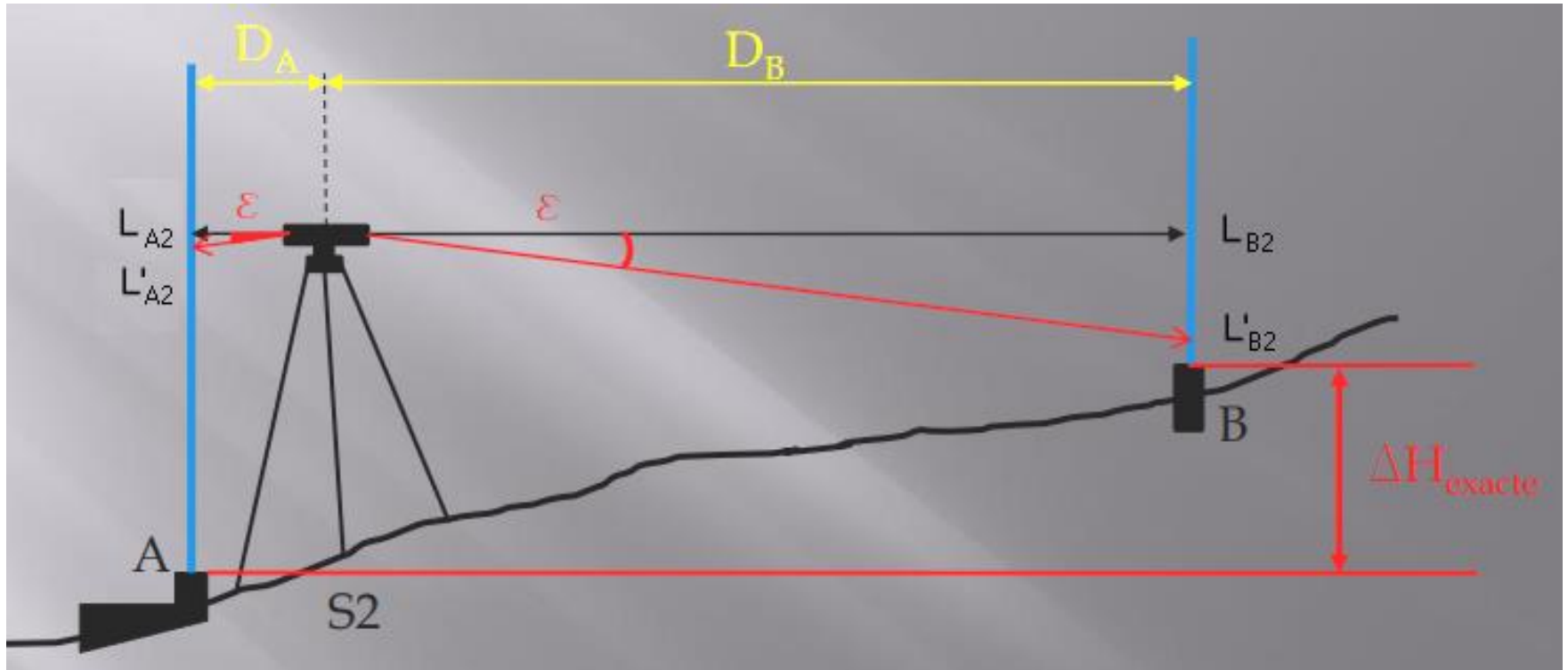


$$\begin{aligned} dN_{AB} &= l_A - l_B = (l'_A - D_A \operatorname{tg} \beta) - (l'_B - D_B \operatorname{tg} \beta) \\ &= l'_A - l'_B - D_A \operatorname{tg} \beta + D_B \operatorname{tg} \beta \end{aligned}$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{dN_{AB} - l'_A + l'_B}{D_B - D_A}$$



$$\begin{aligned}\Delta H_{\text{exacte}} &= L_{A1} - L_{B1} = (L'_{A1} + D \tan \varepsilon) - (L'_{B1} + D \tan \varepsilon) = \\ &= L'_{A1} + D \tan \varepsilon - L'_{B1} - D \tan \varepsilon = L'_{A1} - L'_{B1}\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\Delta H_{\text{exacte}} &= L_{A2} - L_{B2} = (L'_{A2} + D_A \tan \epsilon) - (L'_{B2} + D_B \tan \epsilon) = \\ &= L'_{A2} - L'_{B2} + \tan \epsilon (D_A - D_B)\end{aligned}$$

$$L'_{A1} - L'_{B1} = L'_{A2} - L'_{B2} + \tan \varepsilon (D_A - D_B)$$

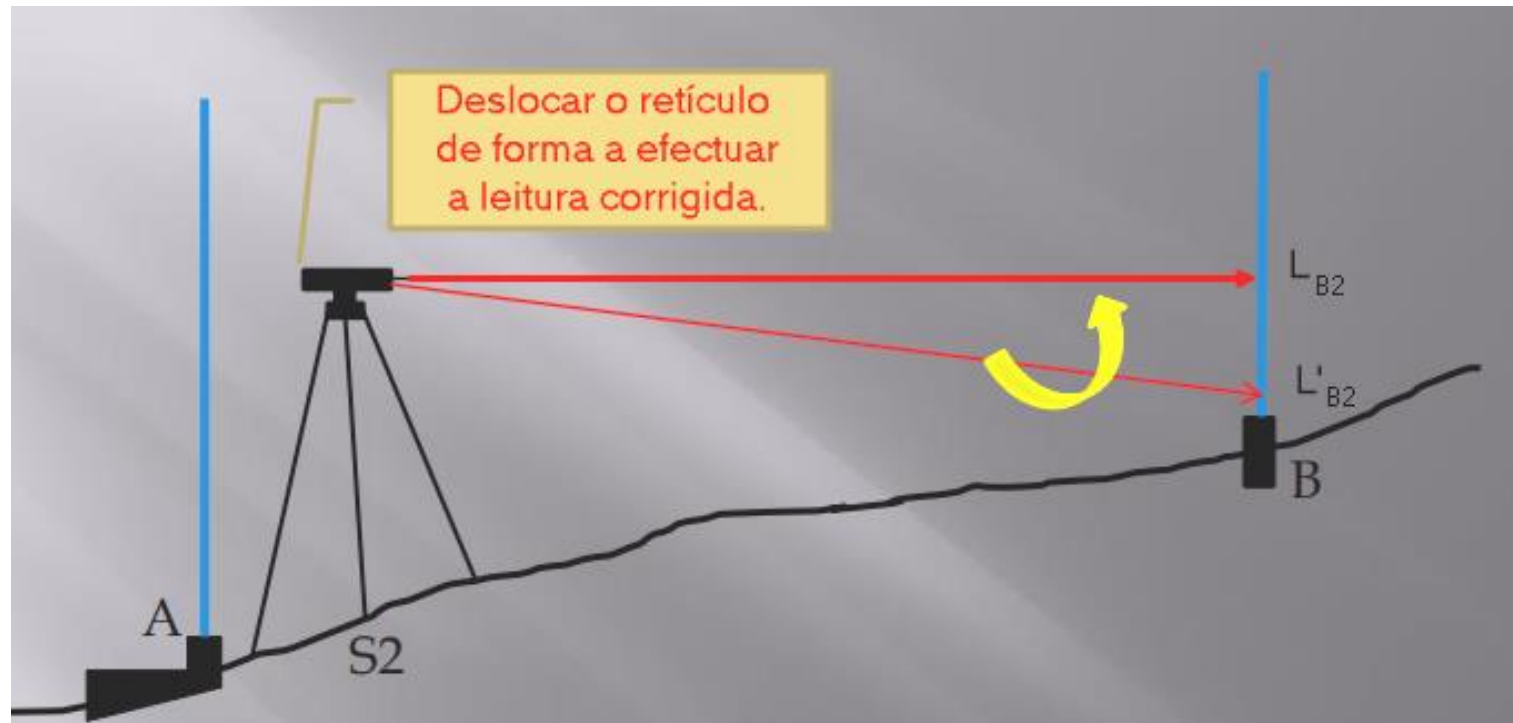
$$\tan \varepsilon \approx \varepsilon = \frac{(L'_{A1} - L'_{B1}) - (L'_{A2} - L'_{B2})}{D_A - D_B}$$

A tangente, como o radiano, neste caso de metros por metros.

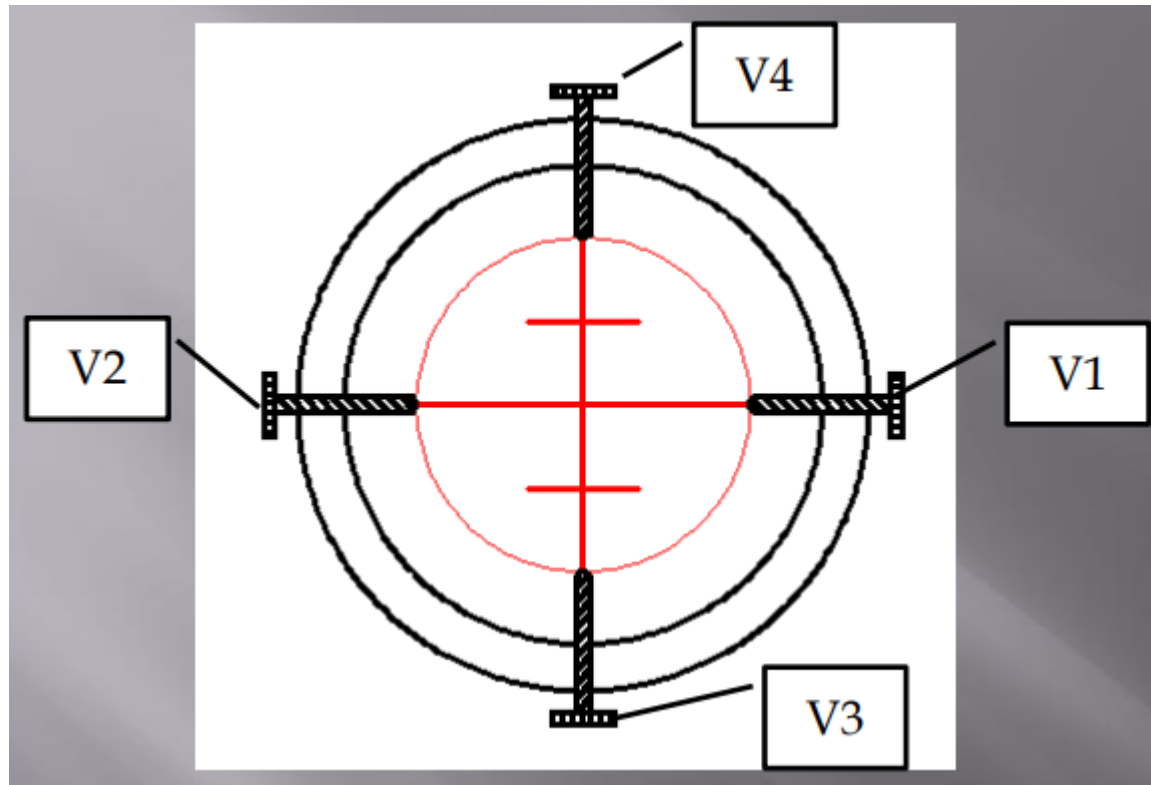
Determinado o valor do erro de colimação, devem as leituras ser corrigidas e confirmar se o desnível utilizando as leituras corrigidas na estação S1 é igual ao desnível (exacto) utilizando as leituras efectuadas na estação S1, onde a colimação não tinha influência.

$$L_{A2} = (L'_{A2} + D_A \tan \varepsilon)$$

$$L_{B2} = (L'_{B2} + D_B \tan \varepsilon)$$

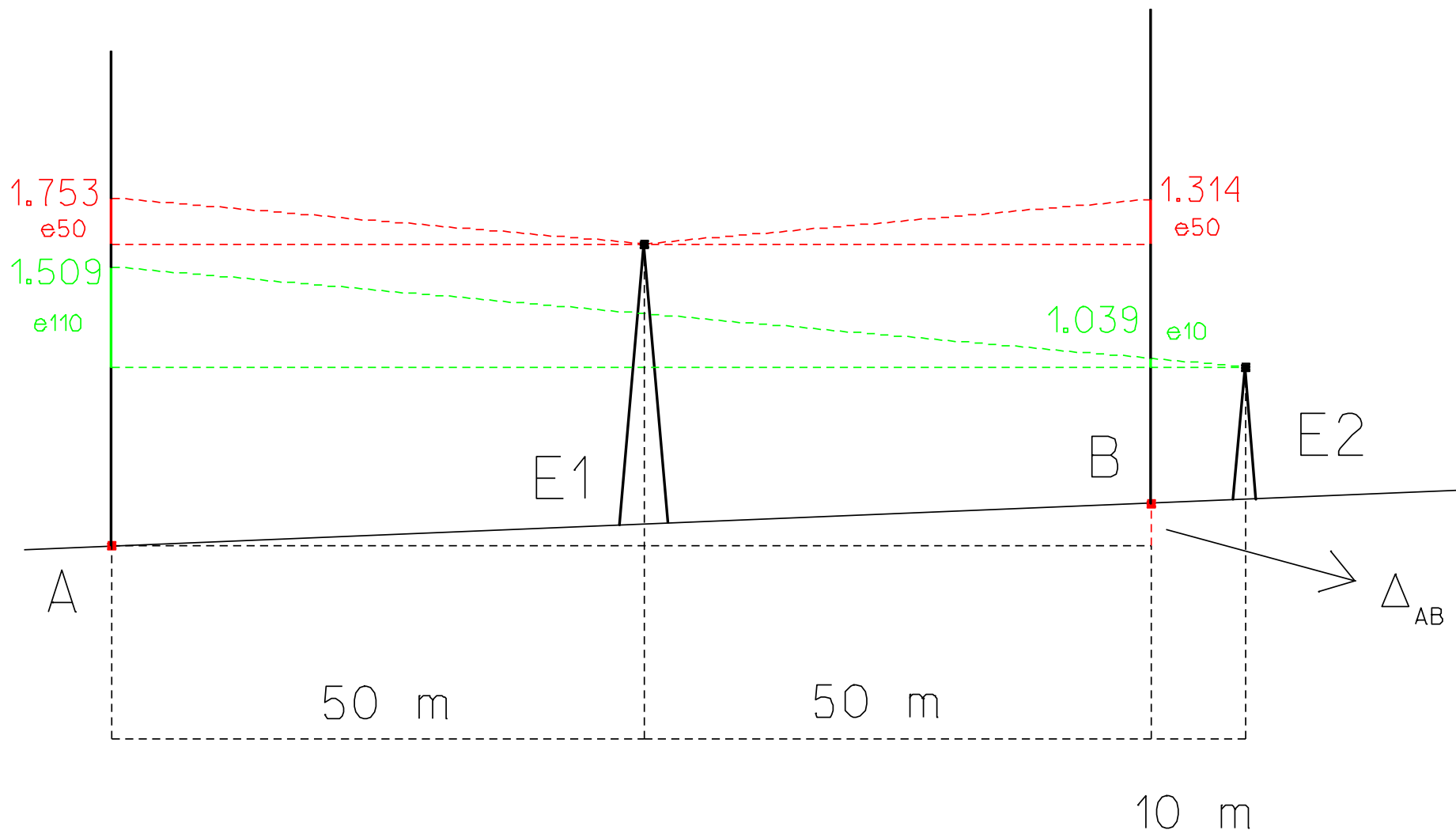


A partir do segundo estacionamento, a regulação consiste em alterar a leitura errada L'_{B2} , efectada na mira em B pela leitura corrigida L_{B2} . Para esse efeito, é necessário deslocar o **eixo de colimação**, definido pelo centro óptico da objectiva e pelo cruzamento dos fios do retículo; sendo o centro óptico da objectiva fixo, os aparelhos têm parafusos de regulação de forma a deslocar a placa onde os fios do retículo estão gravados.



Para deslocar o retículo, é necessário desbloquear os parafusos laterais V1 e V2.
Para subir o retículo, é necessário desaparafusar o parafuso V4 e de seguida aparafusar o parafuso V3.
Para descer o retículo, é necessário desaparafusar o parafuso V3 e de seguida aparafusar o parafuso V4.

Exemplo: na verificação de um nível automático, estacionou-se o aparelho a meia distância entre as miras colocadas nos pontos A e B (distanciados de 100 m), efectuando-se as leituras 1.753 m e 1.314 m, respectivamente. Estacionou-se então o nível na linha AB, 10 m atrás do ponto B, obtendo-se as leituras 1.039 m em B e 1.509 m em A. Calcule o erro instrumental.



$$e_{110} = 11e_{10} \quad , \quad e_{50} = 5e_{10}$$

$$C_A + 1.753 - e_{50} = C_B + 1.314 - e_{50} \Rightarrow C_B - C_A = \Delta_{AB} = 1.753 - 1.314 = 0.439$$

$$C_A + 1.509 - e_{110} = C_B + 1.039 - e_{10} \Rightarrow -e_{110} + e_{10} = C_B - C_A + 1.039 - 1.509$$

$$-11 e_{10} + e_{10} = 0.439 + 1.039 - 1.509 \Rightarrow -e_{10} = -0.031$$

$$\Rightarrow \text{Erro de colimação} = \text{atan}(0.031/10) \approx 0.2''$$