	2ª época de Posicionamento Geoespacial I 29 de Junho de 2023 O exame é sem consulta Duração: 2 horas e 30 minutos
Ciências ULisboa | Engenharia Geográfica, Geofísica e Energia	

1. Com o objectivo de determinar as altitudes ortométricas de pontos do terreno, utilizou-se nivelamento geométrico ao longo do percurso representado em planta na figura 1.

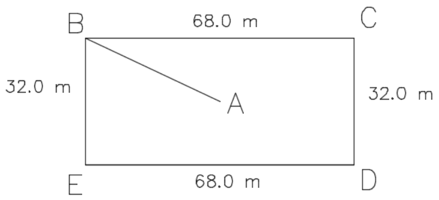


figura 1

	LR	LF
A	1.966	
B	2.601	1.452
C	1.233	1.766
D	1.420	1.945
E	2.736	3.147
B		1.136

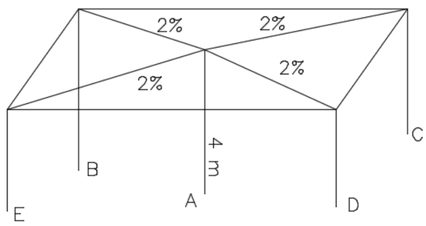


figura 2

a) Usando os dados da tabela, calcule as altitudes ajustadas dos pontos B, C, D e E sabendo que H_A=205.000m (o ajustamento só se justificará se o módulo do erro de fecho altimétrico ε_a for inferior à tolerância $T_a^{mm}=12\sqrt{L}$, onde L é o desenvolvimento da linha a ajustar em km), utilizando para o cálculo dos pesos a atribuir aos desníveis o quadrado da distância entre miras.

b) Calcule os declives e as inclinações dos lados BC, CD, DE e EB.

c) Vai ser instalada uma cobertura apoiada em pilares colocados nos pontos A, B, C, D e E. No ponto A o pilar tem altura igual a 4 m e o declive da cobertura deste ponto para os restantes pontos é igual a 2%, conforme indicado na figura 2. Calcule a altura dos pilares nos pontos B, C, D e E.

2. a) Supondo que foram efectuadas as observações azimutais seguintes, determine as coordenadas do ponto X, sendo conhecidas coordenadas planimétricas dos pontos A, B e C:

Estacao \ Pontos visados	A	B	C
X	$261^g.4403$	$373^g.8103$	$112^g.5467$

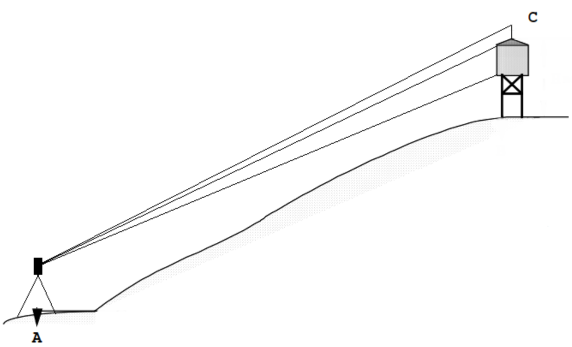
M_A=-1892.347 m	P_A=-3109.654 m
M_B=-2238.727 m	P_B=3123.593 m
M_C=4342.500 m	P_C=2231.474 m

b) Calcule o valor do R0 no ponto estação.

c) Supondo que a cota do ponto A é igual a 387.022 m e que a distância zenital observada de X para A é igual a $101^g.2255$, determine a cota do ponto X sabendo que a altura do instrumento é igual a 1.670 m.

d) Confirme as coordenadas do ponto X utilizando as observações seguintes.

Estacao \ Pontos visados	X	A	B
A	$347^g.6459$	---	$313^g.1872$
B	$346^g.8287$	$0^g.0000$	---



3. A figura representa, em corte, um depósito cilindrico suspenso e uma estação total equipada com distanciómetro laser estacionada no ponto A. Tendo sido efectuadas pontarias para o ponto C e para o topo e base do depósito, determine a respectiva capacidade.

	base	topo	C
Distância zenital	$66^o.152$	$65^o.352$	$64^o.997$
Distância inclinada	227.740 m	229.180 m	232.042 m

4. Calcule o erro de fecho angular da poligonal seguinte e classifique-a.

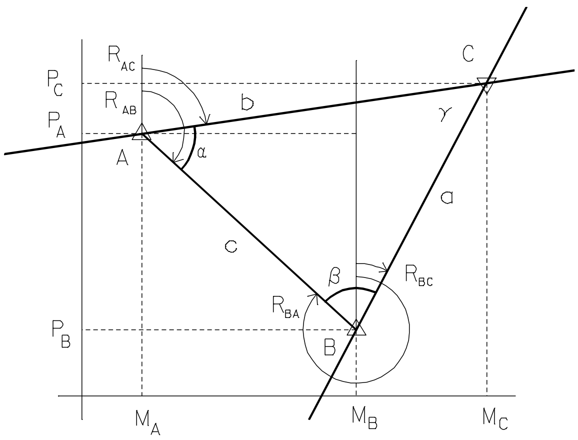
Estação	Ponto visado	Leituras azimutais
A	B	$236^g.3280$
	C	$176^g.8618$
C	A	$314^g.1802$
	D	$181^g.3486$
D	C	$112^g.9323$
	B	$397^g.2090$
B	D	$149^g.2736$
	A	$57^g.2969$

	M	P
A	7282.08 m	-3642.32 m
B	7188.68 m	-3875.39 m

Formulário:

$$M_C = \frac{(P_B - P_A) + M_A \cot g\, R_{AC} - M_B \cot g\, R_{BC}}{\cot g\, R_{AC} - \cot g\, R_{BC}}$$

$$P_C = \frac{P_B \cot g\, R_{AC} - P_A \cot g\, R_{BC} + (M_A - M_B)\cot g\, R_{AC} \cot g\, R_{BC}}{\cot g\, R_{AC} - \cot g\, R_{BC}}$$



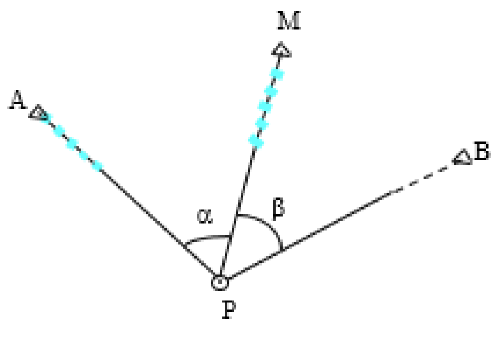
$$T_M = \frac{(P_B - P_A) + (M_M - M_A)\cot g\alpha + (M_M - M_B)\cot g\beta}{(M_A - M_B) + (P_M - P_A)\cot g\alpha + (P_M - P_B)\cot g\beta}$$

$$T_A = \frac{T_M - tg\alpha}{1 + T_M tg\alpha}$$

$$T_B = \frac{T_M + tg\beta}{1 - T_M tg\beta}$$

$$P_P = \frac{M_M - M_A - P_M T_M + P_A T_A}{T_A - T_M}$$

$$M_P = M_A - (P_A - P_P)T_A$$



Tipo de poligonal	Tolerância para o erro de fecho angular (minutos de grado)
Corrente	$4\sqrt{n}$
Precisão	$2\sqrt{n}$
Alta precisão	$\sqrt{n}$

1.a) Do percurso ABCDEB efectuado, apenas pode ser ajustado o percurso BCDEB (por ser fechado).

$\Delta_{AB} = 1.966 - 1.452 = 0.514\ m \Rightarrow H_B = H_A + \Delta_{AB} = 205.514\ m$

$\Delta_{BC} = 2.601 - 1.766 = 0.835\ m$

$\Delta_{CD} = 1.233 - 1.945 = -0.712\ m$

$\Delta_{DE} = 1.420 - 3.147 = -1.727\ m$

$\Delta_{EB} = 2.736 - 1.136 = 1.600\ m$

$\underbrace{\Sigma L^T = 7.990}\ - \underbrace{\Sigma L^F = 7.994}\ = \underbrace{\Sigma\Delta = -0.004}\ = \varepsilon_a$

$\varepsilon_a = 0.835 - 0.712 - 1.727 + 1.600 = -0.004\ m = -4\ mm$

$T_a = 12\sqrt{2\times 0.068 + 2\times 0.032} \approx 5.37\ mm$

$|\varepsilon_a| \leq T_a \Rightarrow$ aceitar observações, efectuar ajustamento

$$\left.\begin{array}{l}
\overline{\Delta}_{BC} = \Delta_{BC} - \dfrac{68.0^2}{\underbrace{2\times 68.0^2 + 2\times 32.0^2}_{11296}}\varepsilon_a = 0.837\ m \\[2ex]
\overline{\Delta}_{CD} = \Delta_{CD} - \dfrac{32.0^2}{11296}\varepsilon_a = -0.712\ m \\[2ex]
\overline{\Delta}_{DE} = \Delta_{DE} - \dfrac{68.0^2}{11296}\varepsilon_a = -1.725\ m \\[2ex]
\overline{\Delta}_{EB} = \Delta_{EB} - \dfrac{32.0^2}{11296}\varepsilon_a = 1.600\ m
\end{array}\right\}\ \varepsilon_a = 0$$

$H_C = H_B + \overline{\Delta}_{BC} = 206.351\ m$

$H_D = H_C + \overline{\Delta}_{CD} = 205.639\ m$

$H_E = H_D + \overline{\Delta}_{DE} = 203.914\ m$

$(H_B = H_E + \overline{\Delta}_{EB} = 205.514\ m)$

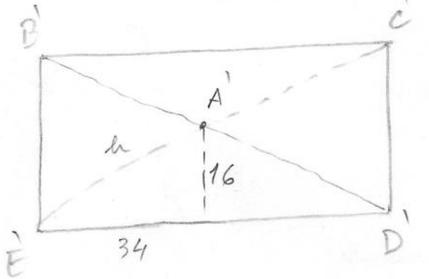
b) $d_{BC} = \frac{\bar{\Delta}_{BC}}{68} = \frac{0.837}{68} = 1.23‰ = \tan i_{BC} \Rightarrow i_{BC} = 0.°705$

$d_{CD} = \frac{\bar{\Delta}_{CD}}{32} = \frac{-0.712}{32} = -2.23‰ = \tan i_{CD} \Rightarrow i_{CD} = -1.°275$

$d_{DE} = \frac{\bar{\Delta}_{DE}}{68} = \frac{-1.725}{68} = -2.54‰ = \tan i_{DE} \rightarrow i_{DE} = -1.°453$

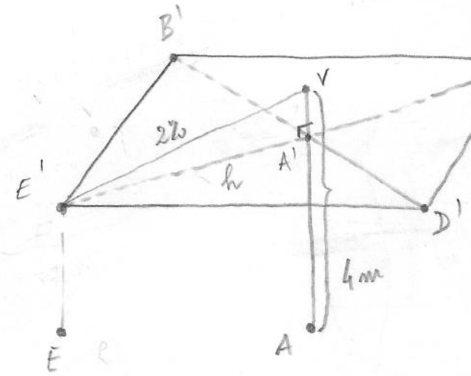
$d_{EB} = \frac{\bar{\Delta}_{EB}}{32} = \frac{1.600}{32} = 5‰ = \tan i_{EB} \Rightarrow i_{EB} = 2.°682$

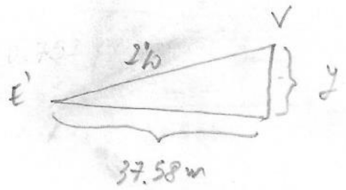
c)



$h = \sqrt{34^2 + 16^2} = 37.58\ m$

(dist. horizontal entre A e os restantes pontos)





$\frac{2}{100} = \frac{y}{37.58} \Rightarrow y = 0.752\ m$

$H_V = H_A + 4\,m = 209.000\ m$

$H_{E'} = H_{B'} = H_{C'} = H_{D'} = H_V - 0.752 = 208.248\ m$

(altitude do plano horizontal que contém os pontos B', C', D', E'

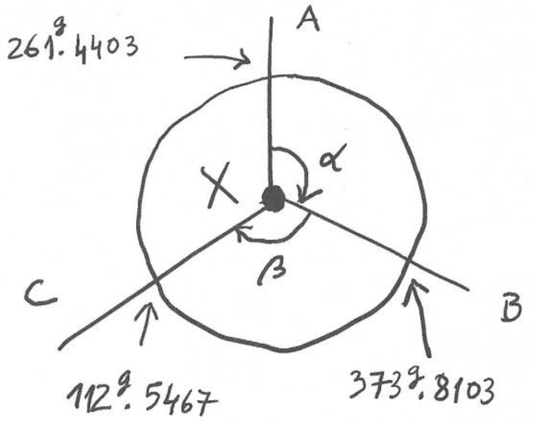
altura do pilar em B : $H_{B'} - H_B = 2.734\ m$

" em C : $H_{C'} - H_C = 1.897\ m$

" em D : $H_{D'} - H_D = 2.607\ m$

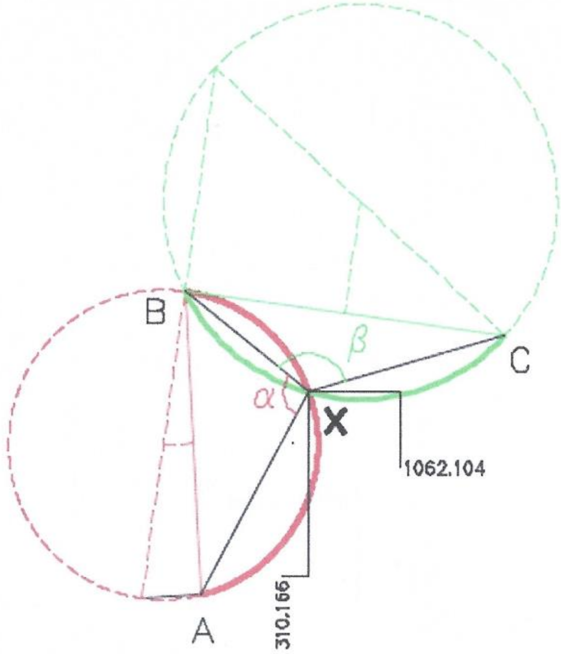
" em E : $H_{E'} - H_E = 4.334\ m$

1 a)



$$\alpha = A\hat{X}B = L^{Az}_{B} - L^{Az}_{A} = 112^{g}.3700$$

$$\beta = B\hat{X}C = L^{Az}_{C} - L^{Az}_{B} = 138^{g}.7364$$



Para utilizar as expressões que constam no formulário: <u>**A** -> A</u>, <u>**M** -> B</u>, <u>**B** -> C</u>, <u>**P** -> X</u>

```
> pi:=evalf(Pi);
                          π := 3.141592654
> MA:=-1892.347;
                          MA := -1892.347
> PA:=-3109.654;
                          PA := -3109.654
> MM:=-2238.727;
                          MM := -2238.727
> PM:=3123.593;
                          PM := 3123.593
> MB:=4342.500;
                          MB := 4342.500
> PB:=2231.474;
                          PB := 2231.474
> alfa:=112.3700*pi/200;
                          alfa := 1.765103833
> beta:=138.7364*pi/200;
                          β := 2.179266275
> TM:=((PB-PA)+(MM-MA)/tan(alfa)+(MM-MB)/tan(beta))/((MA-MB)+(PM-PA)/tan(alfa)+(PM-PB)/tan(beta));
                          TM := -1.236433129
> TA:=(TM-tan(alfa))/(1+TM*tan(alfa));
                          TA := .5279580060
> TB:=(TM+tan(beta))/(1+TM*tan(beta));
                          TB := -.9628967445
> PP:=(MM-MA-PM*TM+PA*TA)/(TA-TM);
                          PP := 1062.104147
> MP:=MA-(PA-PP)*TA;
                          MP := 310.166113
```

b) Sendo E o ponto estação e V um ponto visado, ambos de coordenadas conhecidas, tem-se: $R0 = R^{EV} - L_{AZ}^{EV}$;

$$\begin{cases} R^{XA} = a\tan\dfrac{M_A - M_X}{P_A - P_X} = a\tan\dfrac{-1892.347 - 310.166}{-3109.654 - 1062.104} = a\tan\dfrac{-2\,202{,}513}{-4\,171{,}758} = 230^g.9246 \\ \\ R0 = R^{XA} - L_{AZ}^{XA} = 230^g.9246 - 261^g.4403 = 369^g{,}4843 \end{cases}$$

$$\begin{cases} R^{XB} = a\,tan\dfrac{M_B - M_X}{P_B - P_X} = a\,tan\dfrac{-2238.727 - 310.166}{3123.593 - 1062.104} = a\,tan\dfrac{-2\,548{,}893}{2\,061{,}489} = 343^g.2946 \\ \\ R0 = R^{XB} - L_{AZ}^{XB} = 343^g.2946 - 373^g.8103 = 369^g.4843 \end{cases}$$

$$\begin{cases} R^{XC} = a\,tan\dfrac{M_C - M_X}{P_C - P_X} = a\,tan\dfrac{4342.500 - 310.166}{2231.474 - 1062.104} = a\,tan\dfrac{4\,032{,}334}{1\,169{,}370} = 82^g.0310 \\ \\ R0 = R^{XC} - L_{AZ}^{XC} = 82^g.0310 - 112^g.5467 = 369^g.4843 \end{cases}$$

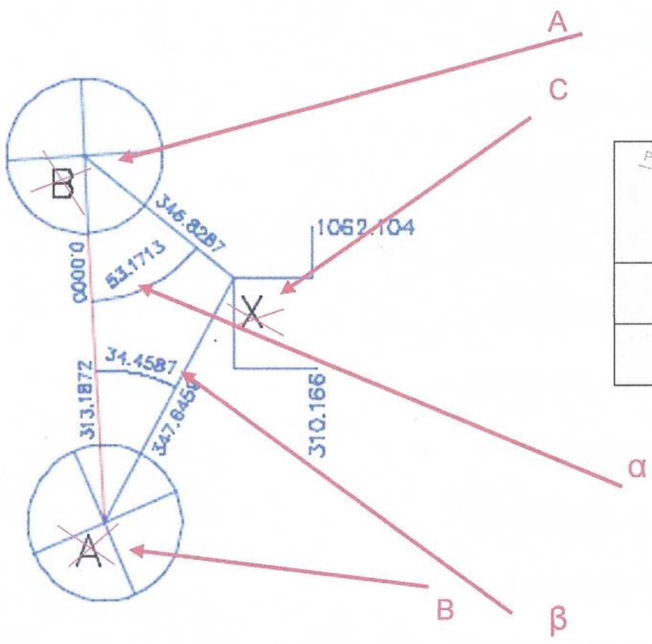
c)

$$dh^{XA} = \sqrt{(M_X - M_A)^2 + (P_X - P_A)^2} = \sqrt{(310.166 + 1892.347)^2 + (1062.104 + 3109.654)^2} = \sqrt{2\,202{,}513^2 + 4\,171{,}758^2}$$
$$= 4\,717{,}481\ m$$

$$cota_X + 1.670 + \frac{dh^{XA}}{tan(101^g.2255))} = 387.022 \Rightarrow cot\,a_X = 476{,}175\ m$$

(atendendo às distâncias envolvidas, o efeito conjunto da refracção e da esfericidade terrestre deveria ser considerado)

d) Calcular as coordenadas do ponto X por intersecção directa, estacionando em A e em B. Adaptando a figura do formulário à figura pretendida, tem-se: B->A, A->B, X->C, α=53ᵍ.1713, β=34ᵍ.6459:



Pontos visados / Estacao	X	A	B
A	347ᵍ.6459	---	313ᵍ.1872
B	346ᵍ.8287	0ᵍ.0000	---

$$R_{AB} = a\,tan\frac{-1892.347 + 2238.727}{-3109.654 - 3123.593} = a\,tan\frac{346.380}{-6233.247} = 196^g.4660$$

$$R_{AX} = R_{AB} - \alpha = 143^g.2947$$

$$R_{BA} = R_{AB} + 200^g = 396^g.4660$$

$$R_{BX} = R_{BA} + \beta - 400^g = 30^g.9247$$

```
> pi:=evalf(Pi);
```

$$\pi := 3.141592654$$

```
> MB:=-1892.347;
```

$$MB := -1892.347$$

```
> PB:=-3109.654;
```

$$PB := -3109.654$$

```
> MA:=-2238.727;
```

$$MA := -2238.727$$

```
> PA:=3123.593;
```

$$PA := 3123.593$$

```
> RAC:=143.2947/200*pi;
```

$$RAC := 2.250867884$$

```
> RBC:=30.9247/200*pi;
```

$$RBC := .4857640517$$

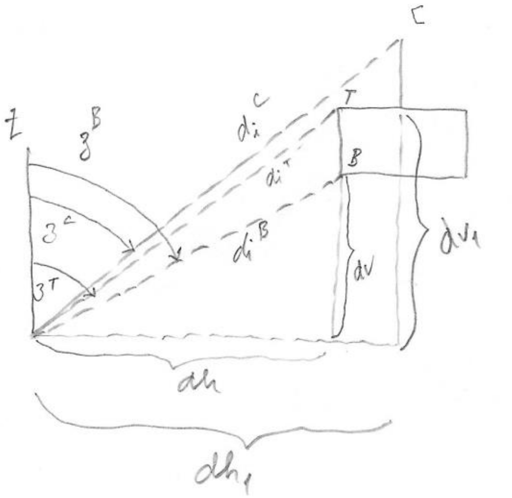
```
> MC:=((PB-PA)+MA/tan(RAC)-MB/tan(RBC))/(cot(RAC)-cot(RBC));
```

$$MC := 310.1683052$$

```
> PC:=(PB*cot(RAC)-PA*cot(RBC)+(MA-MB)*cot(RAC)*cot(RBC))/(cot(RAC)-cot(RBC));
```

$$PC := 1062.098136$$

3.



$\sin z^B = \dfrac{dh}{di^B} \Rightarrow dh = di^B \sin z^B = 227.740 \times \sin 66^\circ.152 = 208.296\ m$

$\sin z^C = \dfrac{dh_1}{di^C} \Rightarrow dh_1 = di^C \sin z^C = 232.042 \times \sin 64^\circ.997 = 210.296\ m$

raio do cilindro = $(210.296 - 208.296) = 2.000\ m$

$\cos z^B = \dfrac{dv}{di^B} \Rightarrow dv = di^B \cos z^B = 227.740 \times \cos 66^\circ.152 = 92.078\ m$

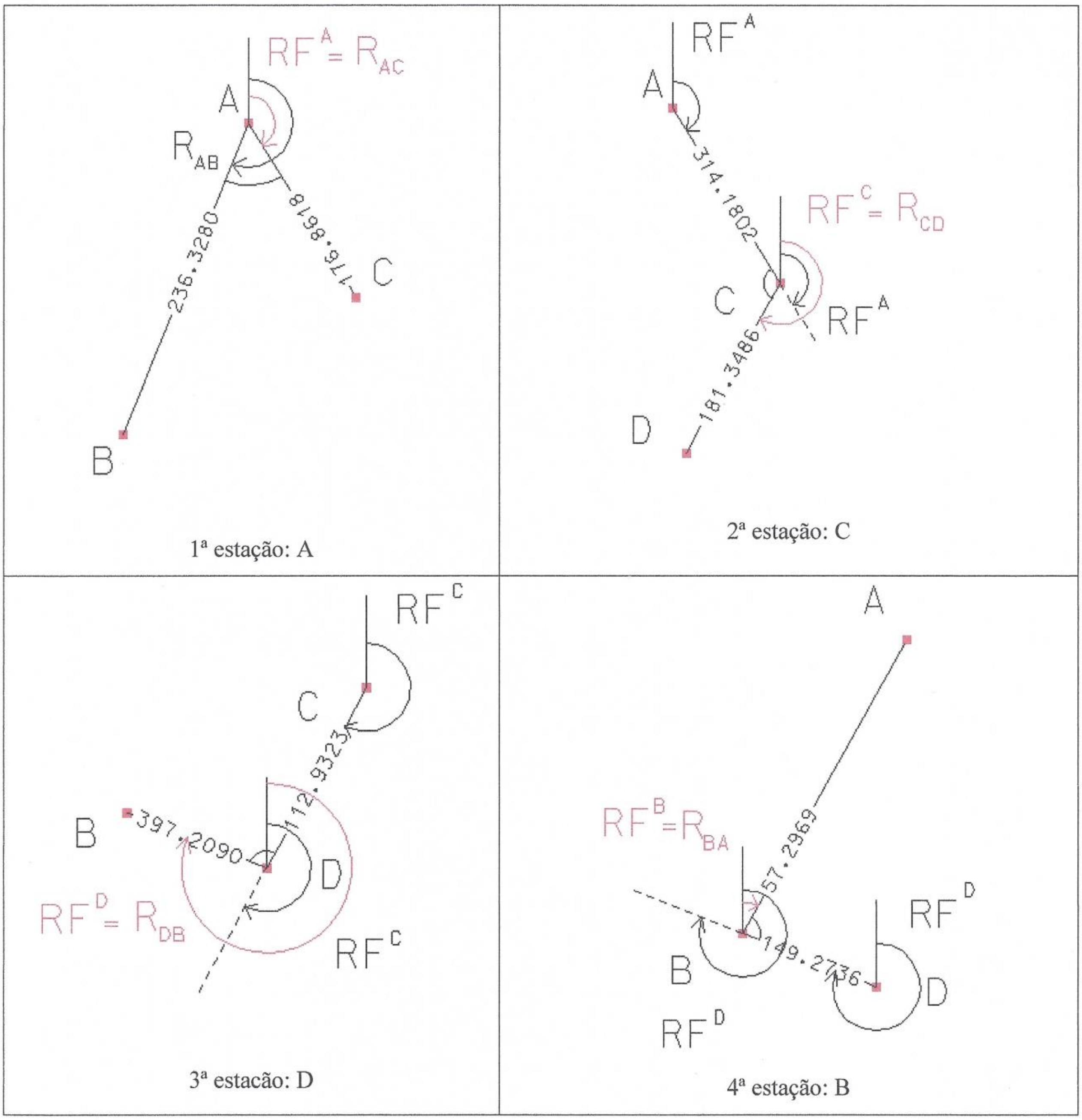
$\cos z^T = \dfrac{dv_1}{di^T} \Rightarrow dv_1 = di^T \cos z^T = 229.180 \times \cos 65^\circ.352 = 95.578\ m$

altura do cilindro = $95.578 - 92.078 = 3.500\ m$

volume do cilindro = $\pi R^2 \times a = 43.982\ m^3$

4.

$$R_{AB} = \operatorname{atan}\frac{M_B - M_A}{P_B - P_A} = \operatorname{atan}\frac{7188.68 - 7282.08}{-3875.39 + 3642.32} = \operatorname{atan}\frac{-93.40}{-233.07} = 224^g.2643$$



$$RF^A = R_{AC} = R_{AB} - (L_{AZ}^B - L_{AZ}^C) = 224.2643 - (236.3280 - 176.8618) = 164.7981$$

$$RF^C = R_{CD} = RF^A + 200 - (L_{AZ}^A - L_{AZ}^D) = 164.7981 + 200 - (314.1802 - 181.3486) = 231.9665$$

$$RF^D = R_{DB} = RF^C + 200 - (L_{AZ}^C - L_{AZ}^B) = 231.9665 + 200 - (112.9323 - 397.2090) = 316.2432$$

$$RF^B = R_{BA} = RF^D + 200 - (L_{AZ}^D - L_{AZ}^A) = 316.2432 + 200 - (149.2736 - 57.2969) = 24.2665$$

$$\varepsilon_A = R_{BA}^{transportado} - R_{BA}^{calculado} = 24.2665 - (224.2643 - 200) = 0.0022$$

$$T_{alta} = 0.02 > |\varepsilon_A|$$