

Meteorologia – Solução das séries de exercícios

1º Semestre - 2025/26

2. Processos isobáricos do ar húmido

Exercício 2.1.

Utilize o diagrama de fases para calcular os seguintes parâmetros: tensão de vapor, tensão de saturação, humidade relativa (RH), temperatura do ponto de orvalho e temperatura do ponto de geada, assumindo uma pressão de 1000 [hPa], e as seguintes condições iniciais:

- a) $T = 10^\circ C$, $r = 5$ [g kg⁻¹]
- a) $T = 20^\circ C$, $r = 5$ [g kg⁻¹]
- a) $T = 12^\circ C$, $r = 3$ [g kg⁻¹]
- a) $T = 15^\circ C$, $r = 10$ [g kg⁻¹]

Solução:

Sob consulta do diagrama de fases (pelo gráfico ou tabela Smithsonian), podemos obter a tensão de saturação e as temperaturas de orvalho e de geada. Tendo em conta que as razões de mistura são muito inferiores a 1 (na ordem de 10^{-3} [g kg⁻¹]), podemos usar a aproximação:

$$r \approx \frac{\varepsilon e}{p} \Leftrightarrow \Leftrightarrow e = \frac{r p}{\varepsilon}$$

Tendo em conta também que a humidade relativa (RH) pode ser obtida pela razão entre a pressão de vapor e a tensão de saturação, podemos calcular:

a)

$$e = \frac{r p}{\varepsilon} = \frac{5 \times 10^{-3} \times 1000 \text{ [hPa]} \times \frac{100 \text{ [Pa]}}{1 \text{ [hPa]}}}{0.622} = 803.86 \text{ [Pa]}$$

$$e^{sat} = 1226 \text{ [Pa]}$$

$$RH = \frac{e}{e^{sat}} = \frac{803.86 \text{ [Pa]}}{1226 \text{ [Pa]}} = 0.656$$

$$T_{dew} = 3.5^\circ C$$

b)

$$e = \frac{r p}{\varepsilon} = \frac{5 \times 10^{-3} \times 1000 \text{ [hPa]} \times \frac{100 \text{ [Pa]}}{1 \text{ [hPa]}}}{0.622} = 803.86 \text{ [Pa]}$$

$$e^{sat} = 2336 \text{ [Pa]}$$

$$RH = \frac{e}{e^{sat}} = \frac{803.86 \text{ [Pa]}}{2336 \text{ [Pa]}} = 0.344$$

$$T_{dew} = 3.5^\circ C$$

c)

$$e = \frac{r p}{\varepsilon} = \frac{3 \times 10^{-3} \times 1000 \text{ [hPa]} \times \frac{100 \text{ [Pa]}}{1 \text{ [hPa]}}}{0.622} = 482.32 \text{ [Pa]}$$

$$e^{sat} = 1401 [Pa]$$

$$RH = \frac{e}{e^{sat}} = \frac{482.32 [Pa]}{1401 [Pa]} = 0.344$$

$$T_{dew} = -3.5^\circ C$$

$$T_{ice} = -2.5^\circ C$$

c)

$$e = \frac{r}{\varepsilon} p = \frac{10 \times 10^{-3} \times 1000 [hPa] \times \frac{100 [Pa]}{1 [hPa]}}{0.622} = 1607.71 [Pa]$$

$$e^{sat} = 1703 [Pa]$$

$$RH = \frac{e}{e^{sat}} = \frac{1607.7 [Pa]}{1703 [Pa]} = 0.944$$

$$T_{dew} = 14^\circ C$$

Exercício 2.2.

O Gervásio está com frio em casa. A temperatura do ar, no seu quarto, é de $13^\circ C$ e a humidade relativa de 40%. O Gervásio ligou o aquecedor, mas esqueceu-se de o desligar antes de ir dormir. A temperatura durante a noite, no quarto, subiu até aos $28^\circ C$. Sabendo que com uma humidade relativa abaixo dos 15% o ser humano pode apresentar dificuldades respiratórias, há alguma probabilidade do Gervásio morrer durante o sono? Durante o processo de aquecimento, qual a energia que o aquecedor cedeu ao ar, por kg do mesmo?

Solução:

A tensão de saturação a $13^\circ C$ é $e^{sat} = 1496 [Pa]$ e a $28^\circ C$ é $e^{sat} = 3777 [Pa]$. Calculando a tensão de vapor com $RH = 40\%$, temos:

$$RH = \frac{e}{e^{sat}} \Leftrightarrow e = e^{sat} RH = 1496 [Pa] \times 0.4 = 598.4 [Pa]$$

Durante a noite, a RH chega então a:

$$RH = \frac{e}{e^{sat}} = \frac{598.4 [Pa]}{3777 [Pa]} = 0.158 = 15.8\%$$

Os valores de humidade no quarto do Gervásio estão muito baixos, existe risco para as vias respiratórias mas ainda acima do nível limite.

Para calcular a energia gasta durante o processo de aquecimento podemos recorrer à fórmula do calor despendido num processo de aquecimento sem mudança de fase ou introdução de vapor na mistura:

$$Q = c_p \Delta T = 1005 [J kg^{-1} K^{-1}] \times 15 [K] = 15075 [J kg^{-1}] = 15.1 [kJ kg^{-1}]$$

Exercício 2.3.

Um sistema de condicionamento de ar importa ar exterior à pressão de $1010 [hPa]$, temperatura de $10^\circ C$ e humidade relativa de 60%, e injeta a mesma quantidade de ar numa sala à temperatura de $22^\circ C$, com a mesma pressão e humidade relativa. O sistema dispõe de um depósito de água. Utilize a tabela Smithsonian.

- a) Calcule o consumo de água pelo sistema, por kg de ar injetado.
 b) Calcule o calor que tem que ser fornecido no processo de aquecimento/humidificação, por kg de ar.

Solução:

a) Usando as relações aplicadas anteriormente, $r \approx \frac{\varepsilon e}{p}$ e $e = e^{sat} RH$, podemos reescrever:

$$r = \frac{\varepsilon e^{sat} RH}{p}$$

Sendo que o consumo de água pelo sistema será a subtração das razões de mistura, temos:

$$\begin{aligned} \Delta r &= r_{int} - r_{ext} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \Delta r &= \frac{\varepsilon e_{int}^{sat} RH}{p} - \frac{\varepsilon e_{ext}^{sat} RH}{p} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \Delta r &= \frac{\varepsilon RH}{p} (e_{int}^{sat} - e_{ext}^{sat}) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \Delta r &= \frac{0.622 \times 0.6}{101000 [Pa]} (2641 [Pa] - 1226 [Pa]) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \Delta r &= 5.23 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

Assim, serão consumidas $5.23 g$ de água por kg de ar seco introduzido no sistema.

b) Usando a expressão completa do calor:

$$\begin{aligned} Q &= c_p \Delta T + l_v \Delta r \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow Q &= 1005 [J kg^{-1} K^{-1}] \times 12 [K] + 2.5 \times 10^6 [J kg^{-1}] \times 5.23 \times 10^{-3} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow Q &= 25135 [J kg^{-1}] = 25.1 [kJ kg^{-1}] \end{aligned}$$

Exercício 2.4.

A Hortelinda tem uma estação meteorológica. Às 20h observou-se uma temperatura de $8^\circ C$ e uma humidade relativa de 85%. Às 7h do dia seguinte a Hortelinda acordou com nevoeiro com concentração de $1 [g kg^{-1}]$ de água líquida. A pressão atmosférica manteve-se constante nos $1000 [hPa]$.

- a) Represente o processo seguido pela massa de ar no diagrama de fases de água.
 b) Calcule a perda total de calor de cada kg de ar nesse processo, e a taxa de arrefecimento em $J s^{-1} kg^{-1}$.

Solução:

a) Começamos pela parte numérica do exercício. Sendo que, às 20h, temos $8^\circ C$ e uma $RH = 85\%$, podemos então obter que

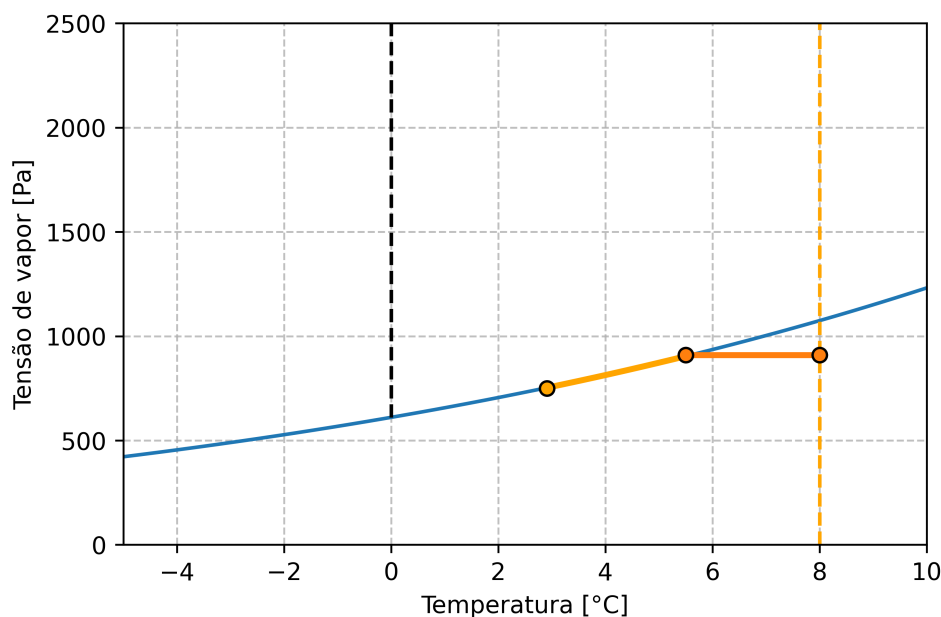
$$e = e^{sat} RH = 1071 [Pa] \times 0.85 = 910.35 [Pa]$$

sendo este o ponto de partida do nosso diagrama (Para consultar o valor de e^{sat} pode consultar o diagrama ou as tabelas Smithsonianas). De seguida o ar arrefece adiabaticamente até alcançar a tensão de saturação (move-se para a esquerda com e constante), uma vez que não há mudanças na quantidade (mássica) de vapor no água. A razão de mistura de água para ar seco no ponto inicial pode-se calcular igualmente:

$$r \approx \frac{\varepsilon e}{p} = \frac{0.622 \times 910.35 [Pa]}{100000 [Pa]} = 5.66 \times 10^{-3} = 5.66 [g kg^{-1}]$$

Como $1 [g kg^{-1}]$ foi condensado temos que, no ponto final, a razão de mistura será de $r_{final} = r_{inicial} - 1 [g kg^{-1}] = 4.66 [g kg^{-1}]$. Assim, podemos novamente calcular:

$$e = \frac{r_{final} p}{\varepsilon} = \frac{4.66 \times 10^{-3} \times 100000 [Pa]}{0.622} = 749.19 [Pa]$$



Desta forma, o ar continuará a arrefecer sobre a curva de saturação até que alcance os 749.19 [Pa], que é aproximadamente aos 3°C, enquanto o vapor se condensa para a atmosfera, gerando nevoeiro. O diagrama pode ser observado acima, sendo o ponto inicial mais à direita (mais quente) e o final mais à esquerda (mais frio) e o ponto do meio representando o momento em que a condensação começa a ocorrer.

b) Usando a expressão completa do calor:

$$\begin{aligned}
 Q &= c_p \Delta T + l_v \Delta r \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow Q &= 1005 [J kg^{-1} K^{-1}] \times -5 [K] + 2.5 \times 10^6 [J kg^{-1}] \times -1 \times 10^{-3} \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow Q &= -7525 [J kg^{-1}]
 \end{aligned}$$

E a taxa:

$$\dot{Q} = \frac{Q}{t} = \frac{-7525 [J kg^{-1}]}{11 \times 3600 [s]} = -0.19 [J s^{-1} kg^{-1}] = -0.19 [W kg^{-1}]$$

Exercício 2.5.

Uma massa de ar à pressão de 1010 [hPa] e com uma humidade relativa de 85% e uma temperatura de 11°C, sofre um processo de arrefecimento isobárico, que a leva aos 2°C, devido a uma perda radiativa à taxa de 1 [W kg⁻¹].

- Calcule o tempo decorrido até à formação de nevoeiro;
- Calcule o estado final da massa de ar e a razão de mistura da água líquida;
- Calcule o tempo total decorrido.

Solução:

a) Para compreender quanto tempo decorreu até se formar nevoeiro, é necessário saber quanto calor foi gasto pelo sistema no processo de arrefecimento (ignorando transições de fase, ou seja $\Delta r = 0$). Assim, assumimos um processo isobárico até à condensação, com $T_i = 11^\circ C$ temos $e^{sat} = 1311 [Pa]$, podemos então calcular:

$$e = e^{sat} RH = 1311 [Pa] \times 0.85 = 1114.35 [Pa]$$

Num processo isobárico, esta tensão de vapor equivale a uma pressão de saturação aproximadamente aos $T = 8.5^\circ C$ (diagrama de fases/tabela). Temos, assim, uma diminuição de aproximadamente 2.5 [K] até que se formasse nevoeiro. Através da fórmula do calor sem transições de fase:

$$Q = c_p \Delta T = 1005 [J kg^{-1} K^{-1}] \times -2.5 [K] = -2512.5 [J kg^{-1}]$$

Aplicando este valor à taxa fornecida:

$$\dot{Q} = \frac{Q}{t} \Leftrightarrow$$

$$t = \frac{Q}{\dot{Q}} = \frac{-2512.5 [J \text{ kg}^{-1}]}{-1 [W \text{ kg}^{-1}]} = 2512.5 [s] \times \frac{1 [min]}{60 [s]} = 42 [min]$$

b) Sendo que a $T_f = 2^\circ C$ corresponde a uma $e^{sat} = 705 [Pa]$, podemos calcular a razão de mistura pela aproximação:

$$r_f \approx \frac{\varepsilon e_f}{p} = \frac{0.622 \times 705 [Pa]}{101000 [Pa]} = 4.34 [g \text{ kg}^{-1}]$$

No início do processo, tínhamos:

$$r_i \approx \frac{\varepsilon e_i}{p} = \frac{0.622 \times 1114.35 [Pa]}{101000 [Pa]} = 6.86 [g \text{ kg}^{-1}]$$

Podemos simplesmente subtrair:

$$\Delta r = r_f - r_i = 4.34 [g \text{ kg}^{-1}] - 6.86 [g \text{ kg}^{-1}] = -2.52 [g \text{ kg}^{-1}]$$

c) De forma similar ao exercício anterior, podemos agora calcular o calor total tendo em conta a mudança de fase e mudança completa de temperatura:

$$Q = c_p \Delta T + l_v \Delta r \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow Q = 1005 [J \text{ kg}^{-1} K^{-1}] \times -9 [K] + 2.5 \times 10^6 [J \text{ kg}^{-1}] \times -2.52 \times 10^{-3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow Q = -15345 [J \text{ kg}^{-1}]$$

Aplicando à taxa fornecida:

$$t = \frac{Q}{\dot{Q}} = \frac{-15345 [J \text{ kg}^{-1}]}{-1 [W \text{ kg}^{-1}]} = 15345 [s] \approx 4 [h] 15 [min]$$

Exercício 2.6.

Na estação meteorológica da Hortelinda observou-se uma pressão de 1000 hPa , uma temperatura de $15^\circ C$ e uma humidade relativa de 60% . Sabendo que a estação mede a humidade relativa através de um psicrómetro, estime a temperatura do termómetro molhado e a do ponto de orvalho.

Solução:

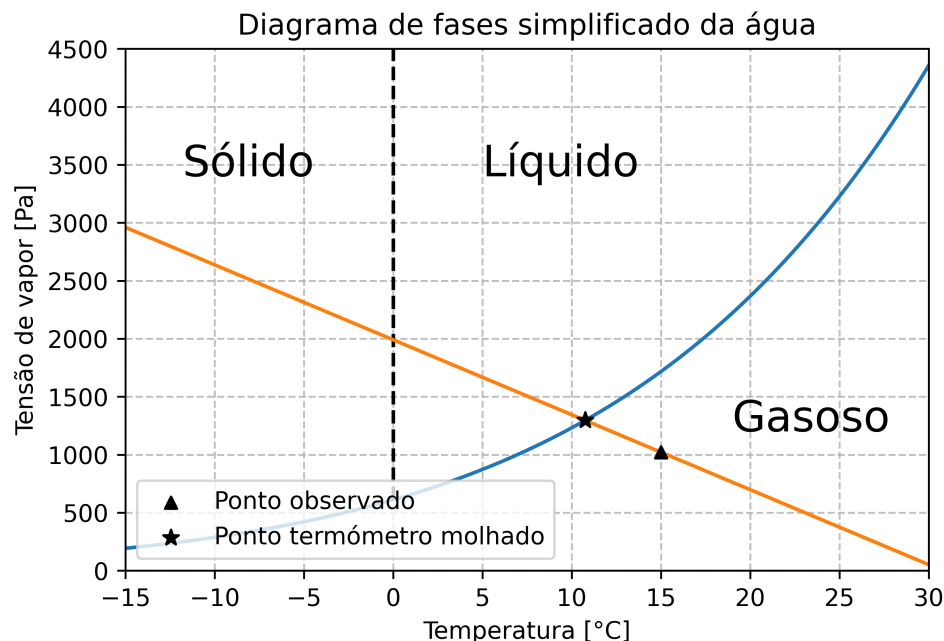
Começando com a fórmula psicométrica, podemos reescrever e_w em função de T_w :

$$-\frac{l_v \varepsilon}{p} (e_w - e) = c_p (T_w - T) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow e_w = e + \frac{p c_p}{l_v \varepsilon} (T - T_w)$$

tendo $e = RH e^{sat} = 0.6 \times 1703 [Pa] = 1021.8 [Pa]$, podemos desenhar a linha psicométrica no diagrama de fases (ver imagem abaixo). Podemos então identificar (aproximadamente) que a temperatura do termómetro molhado é aproximadamente $10.76^\circ C$. Podemos, pela consulta das tabelas Smithsonianas, também perceber que a temperatura do ponto de orvalho é $\sim 7.3^\circ C$.

Alternativamente, o exercício pode ser resolvido numericamente igualando $T_{sat} = T_w$ e $e_{sat} = e_w$ na fórmula psicométrica e na de Clausius-Clapeyron (ver PL2), resolvendo o sistema para T_w e e_w (o exercício fica ao leitor).



Exercício 2.7.

O Gervásio convidou a Hortelinda a um passeio no litoral, numa zona de falésias abruptas. O ar sobre o oceano encontra-se saturado à temperatura de 18°C . Sobre o continente o ar apresenta uma temperatura de 6°C e uma humidade relativa de 95%. A certa altura as massas de ar juntam-se no local do passeio. Assuma uma pressão atmosférica constante de 1010 hPa .

a) Poderão o Gervásio e a Hortelinda cair da falésia devido à reduzida visibilidade consequente da formação de nevoeiro?

b) Calcule as propriedades do ar resultante, supondo que a mistura se faz em partes iguais.

Solução:

Assumindo uma mistura em partes iguais ($m = m_O = m_C$), partimos da expressão:

$$T_f = \frac{mT_O + mT_C}{m + m} = \frac{T_O + T_C}{2} = \frac{18 + 6}{2} = 12^{\circ}\text{C}$$

Podemos igualmente calcular a razão de mistura final da massa resultante, sendo as razões de mistura dadas pelas condições apresentadas no enunciado (tendo em conta que $e_O = e_O^{sat}$ pelo ar estar saturado):

$$r_O = \frac{\varepsilon e_O}{p} = \frac{0.622 \times 2062 [\text{Pa}]}{101000 [\text{Pa}]} = 12.7 [\text{g kg}^{-1}]$$

$$r_C = \frac{\varepsilon e_C}{p} = \frac{\varepsilon e_C^{sat} RH_C}{p} = \frac{0.622 \times 934 [\text{Pa}] \times 0.95}{101000 [\text{Pa}]} = 5.46 [\text{g kg}^{-1}]$$

$$r_f = \frac{r_O + r_C}{2} = \frac{12.7 + 5.46}{2} = 9.08 [\text{g kg}^{-1}]$$

Aos $T_f = 12^{\circ}\text{C}$ temos igualmente $e^{sat} = 1401 [\text{Pa}]$ o que corresponde a um:

$$r^{sat} = \frac{\varepsilon e^{sat}}{p} = \frac{0.622 \times 1401 [\text{Pa}]}{101000 [\text{Pa}]} = 8.63 [\text{g kg}^{-1}]$$

Assim, temos que o r_f é superior ao r^{sat} pelo que haverá condensação e presença de nevoeiro no passeio do Gervásio e da Hortelinda.

A mistura de ar resultante estará com uma temperatura de 12°C , pressão de $1010 [\text{hPa}]$, uma tensão de vapor igual à de saturação ($= 1401 [\text{Pa}]$), e uma razão de mistura de vapor de água de $8.63 [\text{g kg}^{-1}]$. O nevoeiro existente estará numa concentração de $9.08 - 8.63 = 0.45 [\text{g kg}^{-1}]$ de água líquida em suspensão.

Exercício 2.8.

Fez-se a seguinte observação: $P = 1012 \text{ [hPa]}$, $T = 12^\circ\text{C}$, $T_w = 7^\circ\text{C}$.

a) Localize o estado da atmosfera no diagrama de fases e estime o valor da humidade relativa e da razão de mistura.

b) Admita que esse ar sofre um arrefecimento isobárico com formação de um nevoeiro com uma concentração de água líquida de $0.8 \text{ [g kg}^{-1}\text{]}$. Localize esse estado no diagrama de fases.

c) Represente o processo de arrefecimento no diagrama de fases.

d) Calcule a quantidade de calor que tem de ser perdido pelo ar para atingir o estado da alínea b).

Solução:

a) Começando por obter a tensão de vapor real, usamos a fórmula psicométrica (sendo que $e_w(T_w) = e^{sat}(T_w) = 1001 \text{ [Pa]}$):

$$c_p(T - T_w) = -l_v(r - r_w) \Leftrightarrow$$

$$c_p(T - T_w) = -\frac{l_v \varepsilon}{p}(e - e_w) \Leftrightarrow$$

$$e = e_w + \frac{p c_p}{\varepsilon l_v}(T_w - T) \Leftrightarrow$$

$$e = 1001 \text{ [Pa]} + \frac{101200 \text{ [Pa]} \times 1005 \text{ [J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}]}{0.622 \times 2.5 \times 10^6 \text{ [J kg}^{-1}]} \times (7 - 12) \text{ [K]} \Leftrightarrow$$

$$e = 673.97 \text{ [Pa]}$$

Podemos assim localizar o ponto $T = 12^\circ\text{C}$ e $e = 674 \text{ [Pa]}$ no diagrama (ver abaixo).

b) Arrefecendo isobaricamente a temperatura irá descer com tensão de vapor constante até que alcance a saturação. Assim, temos para os $e = 674 \text{ [Pa]}$ uma $T^{sat} = 1.5^\circ\text{C}$. Como temos uma condensação de $0.8 \text{ [g kg}^{-1}\text{]}$ subtraímos este valor à concentração inicial:

$$\begin{aligned} r_f &= r_i - r_l \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow r_f &= \frac{\varepsilon e_i}{p} - r_l \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow r_f &= \frac{0.622 \times 674}{101200 \text{ [Pa]}} - 0.8 \times 10^{-3} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow r_f &= 3.34 \text{ [g kg}^{-1}\text{]} \end{aligned}$$

Que, por sua vez, nos dá uma tensão de vapor:

$$e = \frac{r_f p}{\varepsilon} = \frac{3.34 \times 10^{-3} \times 101200 \text{ [Pa]}}{0.622} = 543.4 \text{ [Pa]}$$

Este valor de e^{sat} corresponde a uma $T^{sat} = -1.5^\circ\text{C}$. Temos, assim o ponto final do processo.

c) (ver imagem abaixo)

d) Podemos calcular o calor total tendo em conta a mudança de fase e mudança completa de temperatura:

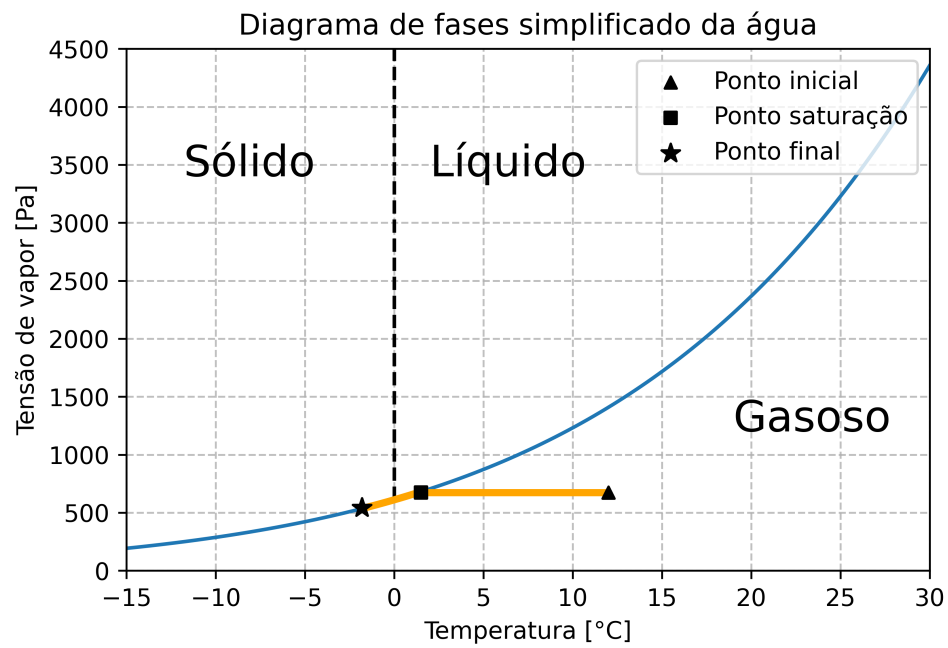
$$\begin{aligned} Q &= c_p \Delta T + l_v \Delta r \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow Q &= 1005 \text{ [J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}] \times -13.5 \text{ [K]} + 2.5 \times 10^6 \text{ [J kg}^{-1}] \times -0.8 \times 10^{-3} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow Q &= -15.6 \text{ [kJ kg}^{-1}\text{]} \end{aligned}$$

Exercício 2.9.

Porque razão a temperatura do ponto de geada é superior à temperatura do ponto de orvalho?

Solução:

Comparando os valores do calor latente de vaporização ($l_v = 2.5 \times 10^6 \text{ [J kg}^{-1}\text{]}$) e de fusão ($l_f = 3.34 \times 10^5 \text{ [J kg}^{-1}\text{]}$) da água, percebemos que o calor latente de sublimação é dado pela soma direta das



duas: $l_s = l_v + l_f$. Como a energia necessária para sublimar é superior àquela necessária para vaporizar a mesma quantidade de água, temos que a temperatura do ponto de geada é superior à do ponto de orvalho, abaixo dos 0°C .