

UNIVERSIDADE DE LISBOA – FACULDADE DE CIÊNCIAS
FÍSICA DOS MEIOS CONTÍNUOS

Duração: 2 horas

Nota: Este exame guia o aluno pela derivação da *teoria da lubrificação* usando apenas os conteúdos abordados na Unidade Curricular de Física dos Meios Contínuos, sem necessitar de um conhecimento prévio desta teoria.

1. Considere uma camada muito fina de um escoamento aproximadamente bidimensional, viscoso, incompressível e estacionário entre duas superfícies rígidas em $z = 0$ e $z = h(x, y)$. Assuma que L é a escala horizontal ao longo da qual as variações em h e \mathbf{v} ocorrem. Assuma também que U é a escala típica da velocidade do escoamento. Por fim, considere que $h \ll L$.

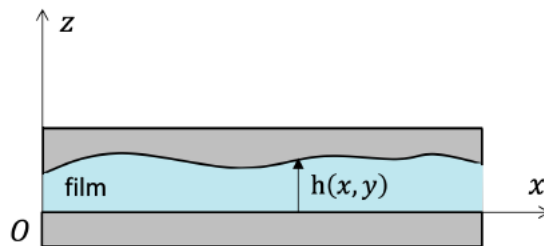


Figura 1 - Camada fina de fluido entre duas superfícies rígidas

- Mostre que $\nabla^2 \mathbf{v} \approx \partial^2 \mathbf{v} / \partial^2 z$ e que, quando $Re \ll (L/h)^2$, o termo $(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v}$ na equação de Navier-Stokes pode ser desprezado (esta aproximação é usualmente chamada aproximação do filme fino).
 - Usando a condição de incompressibilidade do escoamento, calcule a ordem de grandeza característica do escoamento vertical v_z relativamente às componentes do escoamento horizontal. Mostre que $v_z \ll v_x$ e discuta o significado deste resultado no contexto da aproximação de filme fino.
 - Usando a equação de Navier-Stokes, mostre que $\partial p / \partial z$ pode ser desprezado quando comparado com os gradientes horizontais.
 - Mostre que as tensões tangenciais são muito pequenas quando comparadas com as tensões normais (que devem incluir a pressão). Discuta como este resultado pode afetar o deslizamento de uma folha de papel por uma mesa lisa.
2. No problema anterior, foi notado que, em filmes finos, as tensões tangenciais são muito menores que as tensões normais. Esta é a base para a *lubrificação*. Na teoria da lubrificação, o espaço entre as duas superfícies tem que ser muito pequeno de modo a que a aproximação de filme fino seja válida.

Exame continua na página seguinte...

Considere agora o seguinte exemplo de um rolamento deslizante (*slider bearing*), em que o plano $z = 0$ (o rolamento/*bearing*) se move com velocidade constante U relativamente a um plano estacionário (o plano de deslizamento/*slider*). Os planos estão quase paralelos entre si: $h(x) \ll x$ e $dh/dx \approx \theta$. O espaço entre os planos contém um fluido caracterizado por um escoamento 2D, estacionário, viscoso e incompressível.

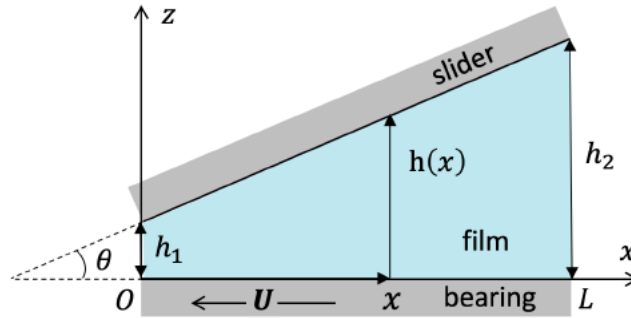


Figura 2 – Exemplo de um rolamento deslizante

- Calcule $v_x(x, z)$ pelas equações de Navier-Stokes.
- Calcule a taxa de escoamento Q . Dadas as propriedades do escoamento, discuta o valor de dQ/dx .
- Usando a equação de Q em função de dp/dx , e considerando $dp/dx = \theta dp/dh$ e $p(h_1) = p_a$ (pressão atmosférica), integre a equação para obter p em função de $h(x)$, h_1 , Q e as outras constantes apropriadas. Sugestão de resultado intermédio:

$$p(h) - p_a = \frac{12\mu}{\theta} \left[-\frac{U}{2} \left(\frac{1}{h} - \frac{1}{h_1} \right) + \frac{Q}{2} \left(\frac{1}{h^2} - \frac{1}{h_1^2} \right) \right]$$

Usando $p(h_2) = p_a$, calcule Q em função de h_1 , h_2 e U , e mostre que:

$$p(h) - p_a = \frac{6\eta U (h_2 - h)(h - h_1)}{\theta h^2 (h_1 + h_2)}$$

- Calcule a força total no rolamento/*slider*. (Note que os planos estão quase paralelos)
- O processo descrito neste problema corresponde ao efeito principal que torna o gelo escorregadio: fricção com o gelo produz uma camada fina de água fundida que tem uma viscosidade 100 vezes maior que água pura. Este efeito é responsável pelo fenômeno de *hydroplaning*, ou *aquaplaning* quando o fluido é água. Considere o caso em que um carro passa por cima de um filme de óleo de motor que foi derramado na estrada, para o qual $h_2 \sim 2 \text{ mm}$ e $L \sim 20 \text{ cm}$ (marca do pneu). Considere que $\eta \sim 10^{-1} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ e $v \sim 10^{-4} \text{ m}^2 \text{s}^{-1}$ para um óleo de motor a 20°C . Faça uma estimativa da velocidade a que um carro, com massa $M \sim 10^3 \text{ Kg}$, deve andar para ser suportado pelo filme fino de óleo (*hydroplaning*)? (Considere $h_2 \gg h_1$)