Trabalho Prático 2

Revisão Matemática

Vetores

Vamos considerar os vetores:

$$\vec{a} = (a_1,\ a_2,\ a_3) \qquad \vec{b} = (b_1,\ b_2,\ b_3)$$

Temos que o modulo de $\vec{a}$:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1{}^2 + a_2{}^2 + a_3{}^2} \qquad |\vec{b}| = \sqrt{b_1{}^2 + b_2{}^2 + b_3{}^2}$$

Por sua vez, o produto interno de vetores $\vec{a} \cdot \vec{b}$:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 = \sum_{i=1}^{3} a_i b_i$$

Vetores

Dois **vetores são ortogonais** se estes forem perpendiculares. Como:

$$\cos\theta = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$$

Temos que:

$$\cos\theta = 0 \quad \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2} = 90^{o}$$

Logo:

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = 0$$

Matrizes

Vamos considerar as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$$

A multiplicação destas matrizes será:

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} \cdot b_{11} + a_{12} \cdot b_{21} & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$$

Matrizes

Vamos considerar as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$$

A multiplicação destas matrizes será:

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} \cdot b_{11} + a_{12} \cdot b_{21} & a_{11} \cdot b_{12} + a_{12} \cdot b_{22} \\ \ldots & \ldots \end{pmatrix}$$

Matrizes

Vamos considerar as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$$

A multiplicação destas matrizes será:

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} \cdot b_{11} + a_{12} \cdot b_{21} & a_{11} \cdot b_{12} + a_{12} \cdot b_{22} \\ a_{21} \cdot b_{11} + a_{22} \cdot b_{21} & \ldots \end{pmatrix}$$

Matrizes

Vamos considerar as matrizes:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \qquad \mathrm{B} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$$

A multiplicação destas matrizes será:

$$\mathrm{A} \cdot \mathrm{B} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} \cdot b_{11} + a_{12} \cdot b_{21} & a_{11} \cdot b_{12} + a_{12} \cdot b_{22} \\ a_{21} \cdot b_{11} + a_{22} \cdot b_{21} & a_{21} \cdot b_{12} + a_{22} \cdot b_{22} \end{pmatrix} = \mathrm{C}$$

Matrizes

Matriz transposta $A^{\dagger}$:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{pmatrix} \qquad A^{\dagger} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \end{pmatrix}$$

Matrizes

Diagonalização de matrizes Hermiteanas (isto é uma matriz quadrada complexa, que é igual à sua transposta conjugada):

$$\mathrm{O} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \longrightarrow \Omega = \begin{pmatrix} \omega_1 & 0 \\ 0 & \omega_N \end{pmatrix}$$

Método da transformação unitária
Precisamos de encontrar uma matriz **U** que diagonaliza a matriz simétrica **O**, sendo que:

$$\mathrm{U}^\dagger \mathrm{U} = 1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Omega = \mathrm{U}^\dagger \mathrm{O} \mathrm{U} = \begin{pmatrix} \omega_1 & 0 \\ 0 & \omega_N \end{pmatrix}$$

Onde ω_i são os valores próprios de O.