

EXERCÍCIOS DE TOPOGRAFIA

Série I

- 1 – a) Deduza a expressão dos erros instrumentais de colimação e de índice, em função das leituras conjugadas directa e inversa.
b) Explique porque é que a aferição (estimação) do erro de colimação deve ser feita numa direcção próxima do horizonte.
c) Determine os erros de colimação e de índice para os aparelhos T16, T2C e T2S. Ajuíze sobre o seu estado de calibração.
- 2 – Meça uma distância pelo método estadimétrico com um dos seguintes aparelhos: T16, T2C, T2S. Compare-a com a mesma distância medida com fita métrica.
- 3 – Dadas as seguintes observações:

PONTO	Leitura Directa		Leitura Inversa	
	A	92° 14' 56.2"	96° 21' 30.5"	272° 14' 52.9"
B	157° 24' 34.2"	87° 59' 12.6"	337° 24' 36.1"	272° 0' 51.3"

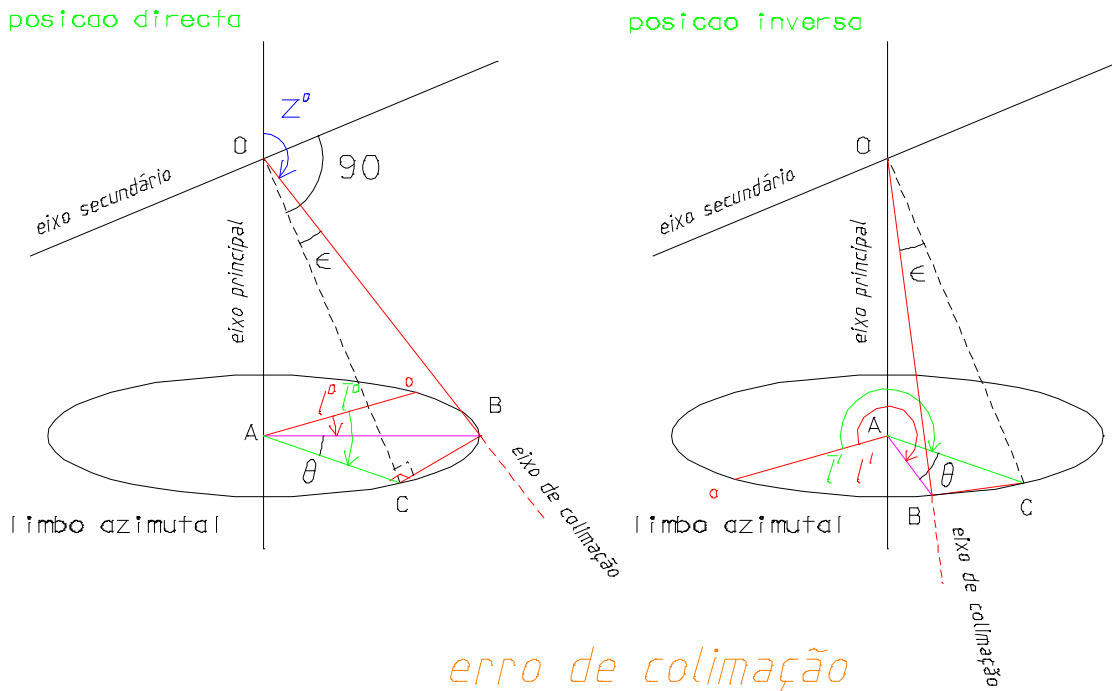
- a) Calcule o ângulo azimutal entre as direcções A – B.
b) Calcule a distâncias zenital das duas direcções.
- 4 – Dadas as seguintes coordenadas de dois pontos, Calado e Ribeiro Frio, calcule o rumo directo e inverso da direcção no sistema sexagésimal.

PONTO	M	P
Calado	123546.71	-94351.52
Ribeiro Frio	122986.44	-96766.98

- 5 – Foi observado o ângulo azimutal no ponto Calado, entre a direcção de Ribeiro Frio e de um novo ponto de apoio PA de 261° 23' 12.3" e uma distância horizontal de 1056.38 m. Calcule as coordenadas planimétricas deste novo ponto.
- 6 – a) A partir de Calado e Ribeiro Frio foram observados dois ângulos para o ponto Prado, formando uma intersecção directa ($\alpha = 78^\circ 35' 19.4''$, $\beta = 61^\circ 59' 42.7''$). Calcule as coordenadas planimétricas de Prado.
c) Diga, relativamente a Calado, em que quadrante se situa o Prado.

1.

a) O erro de colimação acontece quando o eixo de colimação não é perpendicular ao eixo secundário do teodolito. Suponha-se que o eixo de colimação faz um ângulo de $90^\circ \pm \epsilon$ com o eixo secundário, de tal forma que quando se visa o ponto B na posição directa (D) se efectua a leitura azimutal ℓ^D em vez da leitura azimutal correcta $\bar{\ell}^D$, em que $\bar{\ell}^D = \ell^D + \theta$, sendo o erro θ o reflexo do erro ϵ nas leituras azimutais.



erro de colimação

De

$$\left. \begin{aligned} \tan \theta &= BC / AC \Rightarrow BC = AC \tan \theta \\ \tan \epsilon &= BC / OC \Rightarrow BC = OC \tan \epsilon \end{aligned} \right\} AC \tan \theta = OC \tan \epsilon$$

e de

$$\sin z^D = \sin(180^\circ - z^D) = AC / OC \Rightarrow AC = OC \sin z^D$$

então

$$OC \sin z^D \tan \theta = OC \tan \epsilon \Rightarrow \tan \theta = \tan \epsilon \operatorname{cosec} z^D .$$

Sendo ϵ pequeno também θ é pequeno, tendo-se $\theta = \epsilon \operatorname{cosec} z^D$.

Na posição inversa (I), tem-se $\bar{\ell}^I = \ell^I - \theta$, pelo que a média das leituras azimutais conjugadas (D+I) cancela a influência do erro de colimação nas leituras:

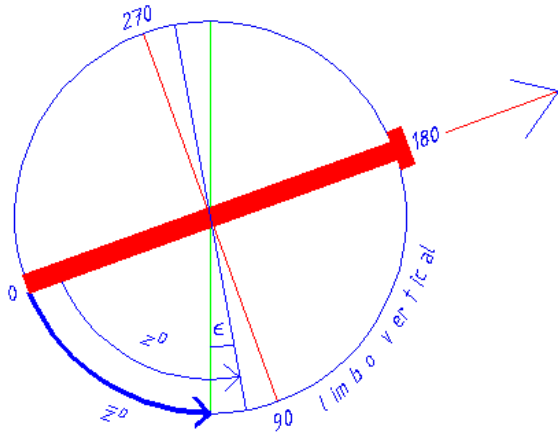
$$\begin{aligned} \bar{\ell}^D &= \ell^D + \theta \\ \bar{\ell}^I &= \ell^I - \theta \end{aligned} .$$

$$\frac{\bar{\ell}^D + \bar{\ell}^I}{2} = \frac{\ell^D + \ell^I}{2}$$

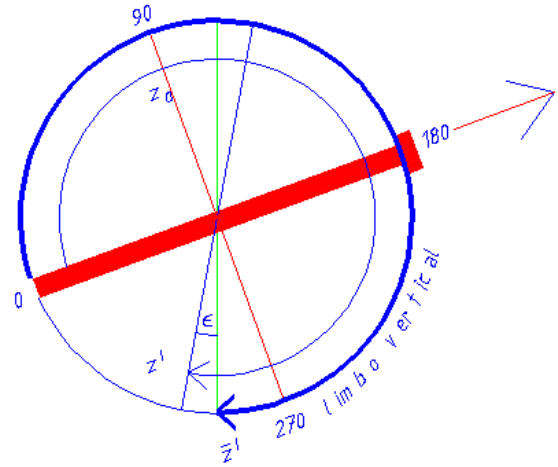
Se não existisse erro, ter-se-ia $\bar{\ell}^D = \bar{\ell}^I \pm 180^\circ$, pelo que:

$$\bar{\ell}^D + \bar{\ell}^I = \bar{\ell}^D + \bar{\ell}^D \pm 180^\circ = \ell^D + \ell^I \Rightarrow 2\bar{\ell}^D = \ell^D + \ell^I \pm 180^\circ \Rightarrow \bar{\ell}^D = \frac{\ell^D + \ell^I \pm 180^\circ}{2} .$$

posicao directa



posicao inversa



Sejam \bar{z}^D, \bar{z}^I as distâncias zenitais verdadeiras (no sentido em que seriam as leituras obtidas se não existisse erro) correspondentes às pontarias nas posições directa e inversa para um dado ponto e z^D, z^I as distâncias zenitais lidas no limbo zenital nas duas posições da luneta, supondo que existe um erro de índice ϕ , tendo-se:

$$\bar{z}^D = z^D - \varepsilon$$

$$\bar{z}^I = z^I - \varepsilon$$

Se nas 2 pontarias a nivela estiver calada, o erro de índice tem a expressão:

$$\bar{z}^D + \bar{z}^I = 360^\circ \Rightarrow z^D - \varepsilon + z^I - \varepsilon = 360^\circ \Rightarrow 2\varepsilon = z^D + z^I - 360^\circ \Rightarrow \varepsilon = \frac{z^D + z^I - 360^\circ}{2}.$$

Utilizando este resultado, tem-se:

$$\bar{z}^D = z^D - \varepsilon = z^D - \frac{z^D + z^I - 360^\circ}{2} = \frac{z^D + 360^\circ - z^I}{2}.$$

b) de $\theta = \varepsilon \operatorname{cosec} z$ tem-se, para $z=90^\circ$, $\theta = \varepsilon$. De $\bar{\ell}^D = \ell^D + \varepsilon$, tem-se

$$\varepsilon = \bar{\ell}^D - \ell^D \Rightarrow \frac{\ell^D + \ell^I \pm 180^\circ}{2} - \ell^D = \frac{\ell^D - \ell^I \pm 180^\circ}{2} \quad (\text{expressão deduzida para pontarias horizontais}).$$

3.

$$\ell_{AZ}^A = \frac{92^\circ 14' 56.2'' + 272^\circ 14' 52.9'' - 180^\circ}{2} = \frac{92^\circ 14' 56.2'' + 92^\circ 14' 52.9''}{2} = 92^\circ 14' 54.55''$$

$$\ell_{AZ}^B = \frac{157^\circ 24' 34.2'' + 372^\circ 24' 36.1'' - 180^\circ}{2} = \frac{157^\circ 24' 34.22'' + 157^\circ 24' 36.1''}{2} = 157^\circ 24' 35.15''$$

$$\alpha_{AZ}^{AB} = \ell_{AZ}^B - \ell_{AZ}^A = 65^\circ 09' 40.60''$$

$$z^A = \frac{96^\circ 21' 30.5'' + 360^\circ - 263^\circ 38' 26.6''}{2} = \frac{96^\circ 21' 30.5'' + 96^\circ 21' 33.4''}{2} = 96^\circ 21' 31.95''$$

$$z^B = \frac{87^\circ 59' 12.6'' + 360^\circ - 272^\circ 00' 51.3''}{2} = \frac{87^\circ 59' 12.6'' + 87^\circ 59' 08.7''}{2} = 87^\circ 59' 10.65''$$

4.

$$R_{\text{Calado} - \text{Ribeiro Frio}} = a \tan \frac{M_{\text{Ribeiro Frio}} - M_{\text{Calado}}}{P_{\text{Ribeiro Frio}} - P_{\text{calado}}} = a \tan \frac{122986.44 - 123546.71}{-96766.98 + 94351.52} = a \tan \frac{-560.27}{-2415.46} = 13^\circ.05892 + 180^\circ = 193^\circ.05892$$

$$R_{\text{Ribeiro Frio} - \text{Calado}} = R_{\text{Calado} - \text{Ribeiro Frio}} \pm 180^\circ = 13^\circ.05892$$

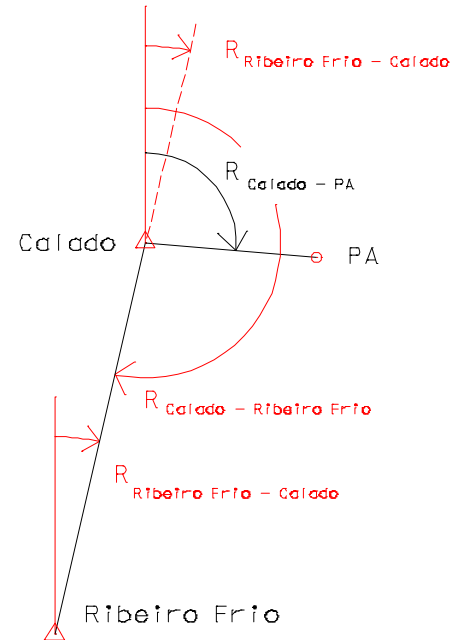
5.

$$R_{\text{Calado} - \text{Ribeiro Frio}} = 193^\circ.05892$$

$$\alpha_{\text{AZ}}^{\text{Ribeiro Frio} - \text{PA}} = 261^\circ 23' 12.3'' = 261^\circ.77350$$

$$R_{\text{Calado} - \text{PA}} = R_{\text{calado} - \text{Ribeiro Frio}} + \alpha_{\text{AZ}}^{\text{Ribeiro Frio} - \text{PA}} = 94^\circ.83242$$

$$\begin{cases} M_{\text{PA}} = M_{\text{Calado}} + d_{\text{H}}^{\text{Calado} - \text{PA}} \times \sin R_{\text{Calado} - \text{PA}} = 124599.33 \text{ m} \\ P_{\text{PA}} = P_{\text{Calado}} + d_{\text{H}}^{\text{Calado} - \text{PA}} \times \cos R_{\text{Calado} - \text{PA}} = -94440.51 \text{ m} \end{cases}$$



6.

Supondo Calado = A, Ribeiro Frio = B, Prado = C, tem-se:

$$M_C = \frac{M_A \cot g \beta + M_B \cot g \alpha - (P_B - P_A)}{\cot g \alpha + \cot g \beta} = 126195.7147 \text{ m}$$

$$P_C = \frac{P_A \cot g \beta + P_B \cot g \alpha + (M_B - M_A)}{\cot g \alpha + \cot g \beta} = -95909.99638 \text{ m}$$

