2 Otimização de parâmetros

Neste trabalho vamos utilizar uma variante da técnica de *simulated annealing* para estimar parâmetros de um modelo de ajuste a dados observados. Serão considerados 5 problemas, cada um com duas variantes correspondendo a dados alternativos mas com a mesma física. A técnica proposta foi descrita nas aulas (cf. Powerpoints disponibilizados), sendo idêntica ao *simulated annealing* com a diferença de não considerar a possibilidade de saltos para valores mais elevados da função de custo. Localmente, no entanto, o método pode saltar sobre barreiras (máximos locais) da função de custo, especialmente enquanto se encontra suficientemente "quente". O algoritmo de otimização encontra-se em

GitHub - pjmateus/monte-carlo-annealing: Monte-Carlo search for the minimum of the multidimensional "cost" function

O método é descrito em

Miranda, P. M. A., & Mateus, P. (2022). Improved GNSS water vapor tomography with modified mapping functions. Geophysical Research Letters, 49, e2022GL100140. https://doi.org/10.1029/2022GL100140

2.1 *Objetivos dos trabalhos*

Em cada um dos trabalhos pretende-se:

(1) Criar uma série sintética de observações do problema proposto, com a adição opcional de ruído aleatório (0%, 1%, 5%, 10%)

(2) Representar graficamente os perfis observado antes de fazer a inversão;

(3) Definir a função de custo adequada para o problema proposto, que será sempre função de 3 parâmetros a otimizar;

(4) Escolher os limites de variação adequados para os parâmetros e as condições de paragem; **Importante: se uma das soluções ficar muito perto do limite ajustar os limites.**

(5) Adaptar o código no sentido de realizar a otimização dos parâmetros a partir de uma seleção aleatória do estado inicial (*first guess*), notando que há 3 parâmetros a ajustar;

(6) Iterar o algoritmo até uma solução para os parâmetros (X,Y,Z);

(7) Repita (6) 10 vezes com diferente estado inicial. Mostre o histograma das soluções.

(8) Mostrar a estrutura da função de custo em 3 gráficos contourf correspondentes às planos (x=X,y,z), (x,y=Y,z); (x,y,z=Z);

(9) Realizar outras ações especificamente pedidas para o trabalho correspondente.

2.1.1 Localização de uma pepita de ouro num levantamento gravimétrico

A lei de Newton da gravitação pode escrever-se:

$$\vec{F} = -G\ \frac{Mm}{r^2}\vec{u}_r \tag{1}$$

Um gravímetro mede a **anomalia da componente vertical da gravidade.** Admita que fez um levantamento gravimétrico ao longo de uma linha reta com 10 m de comprimento com observações de metro a metro, 20 cm acima da superfície, numa região homogénea e plana onde a massa volúmica da crosta vale $2.6 \times 10^3\ kg\ m^{-3}$. Nessa região encontra-se, sob a superfície uma pepita de ouro (massa volúmica $19 \times 10^3\ kg\ m^{-3}$) esférica. Pretende-se localizar a pepita (X,Z) e estimar a sua massa.

Repita experiência substituindo o ouro por chumbo.

2.1.2 Localização de uma caverna num levantamento gravimétrico

Idêntico ao caso anterior, mas a anomalia de gravidade é devida a uma caverna. Pretende-se localizar a caverna (X,Z) e estimar o seu volume. A caverna tem menos de $20\ m^3$ e encontra-se a uma profundidade inferior a 500m.

Repita experiência admitindo que a caverna está cheia de água.

2.1.3 Localização e caracterização de um planeta a partir do campo gravítico

Neste caso os dados indicam a posição (x,y) de uma sonda e o valor da aceleração da gravidade medida e o objetivo é localizar o planeta e a sua massa. Admita que a sonda segue uma órbita elíptica completa, com uma excentricidade de 10%, na qual o planeta ocupa um dos focos, com uma massa no intervalo $[0.5 \times 10^{24}, 10^{24}]$. Admita que a gravidade do planeta é a que seria produzido por uma massa pontual no seu centro de massa. **Repita com o primeiro terço das observações e discuta o resultado.**

2.1.4 Localização de uma baleia a partir dos tempos de chegada do som

Considere 4 estações localizadas no fundo do mar, nos quatro cantos duma região com 50 km de lado (x.y) e 5 km de profundidade. Admita que o som se propaga à velocidade de 1500 m/s. **Repita com as estações alinhadas ao longo da diagonal.**

2.1.5 Localização de um canhão a partir da localização de pontos da trajetória dos seus projeteis.

Considere a trajetória parabólica de um projétil num campo de gravidade constante, sem resistência do ar e em rotação. Admita que o canhão se encontra em z=0. Considere 10 observações. Estime a posição do canhão (x_0) e a velocidade inicial do projétil ($u; w_0$).

2.1.6 Localização de um canhão a partir da localização de pontos da trajetória dos seus projeteis. (versão 2)

Idêntico ao anterior mas fixando x=0. Calcule z_0, u, w_0.

2.1.7 Localização de uma pepita de ouro num levantamento gravimétrico (versão 2)

Tal como 2.1.1 mas fixando m=10 kg, e calculando (X,Y,Z). As observações serão distribuídas no plano (X,Y, z=0.2m) com 10000 observações.

2.1.8 Localização e caracterização de um planeta a partir do campo gravítico (versão 2)

Neste caso considere uma órbita com excentricidade 0.3.