



Ciências
ULisboa

Modelação Numérica 2021

Aula 11

Projeto 2

Especificações (7 Projetos diferentes)

4 tipos de problemas:

- (a) Localização de uma anomalia num levantamento gravimétrico (pepita de ouro, caverna, lago subterrâneo) (x, z, V)
- (b) Localização de uma fonte/recetor a partir de tempos de propagação
- (c) Localização de um canhão a partir da análise das trajetórias de projéteis
- (d) Localização de um planeta a partir da aceleração de uma sonda em movimento livre.

Objetivo: estimar 3 parâmetros

Método: otimização não linear, por minimização de uma função de custo (num espaço tridimensional)

Procedimentos:

- (1) Problema **direto**: calcular um conjunto de “observações” sintéticas.
- (2) Estabelecer a “função de custo”
- (3) Problema **inverso**: estimar os parâmetros
- (4) Estudo de **sensibilidade** (ruído, características das observações)

Levantamento gravimétrico

Lei de Newton da gravitação: $\vec{F}' = -G \frac{mM'}{d^2} \vec{u}$

Versor: $\vec{u} = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} = \frac{\vec{r}}{d} = \frac{x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z}{\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}}$

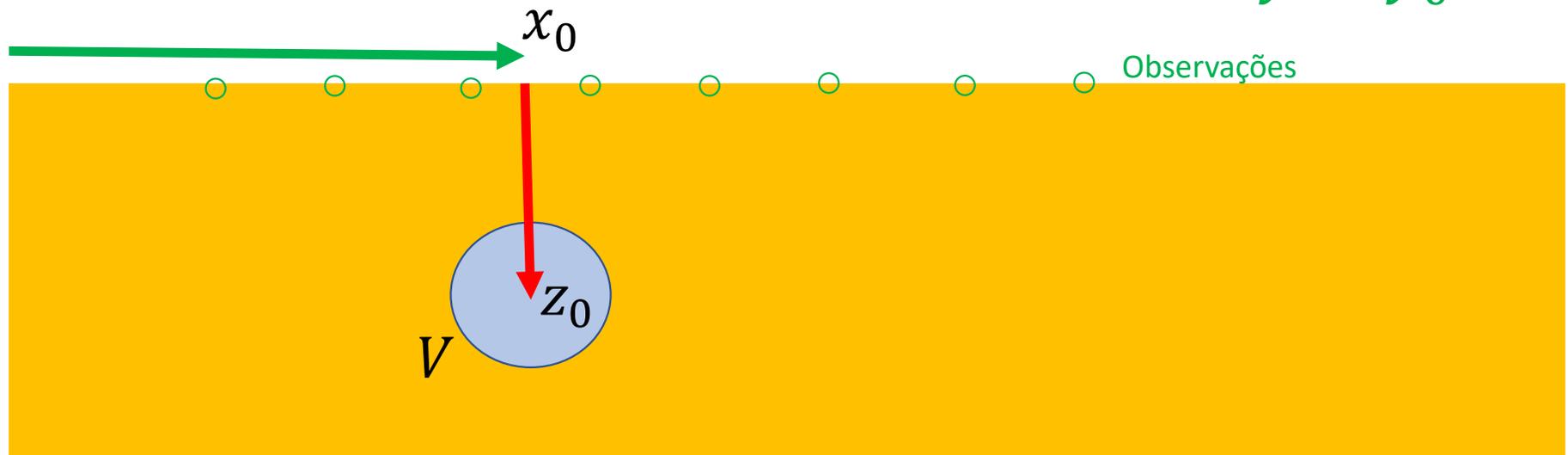
Anomalia da componente vertical da gravidade: $g' = \frac{F'_z}{m}$

Massa anómala: $M' = GV(\rho - \rho_0)$

$$g' = - \frac{GV(\rho - \rho_0)z}{((x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2)^{3/2}}$$

$$g' = - \frac{GV(\rho - \rho_0)z}{((x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2)^{\frac{3}{2}}} + \varepsilon \text{ ruído}$$

$$y = y_0 = 0$$



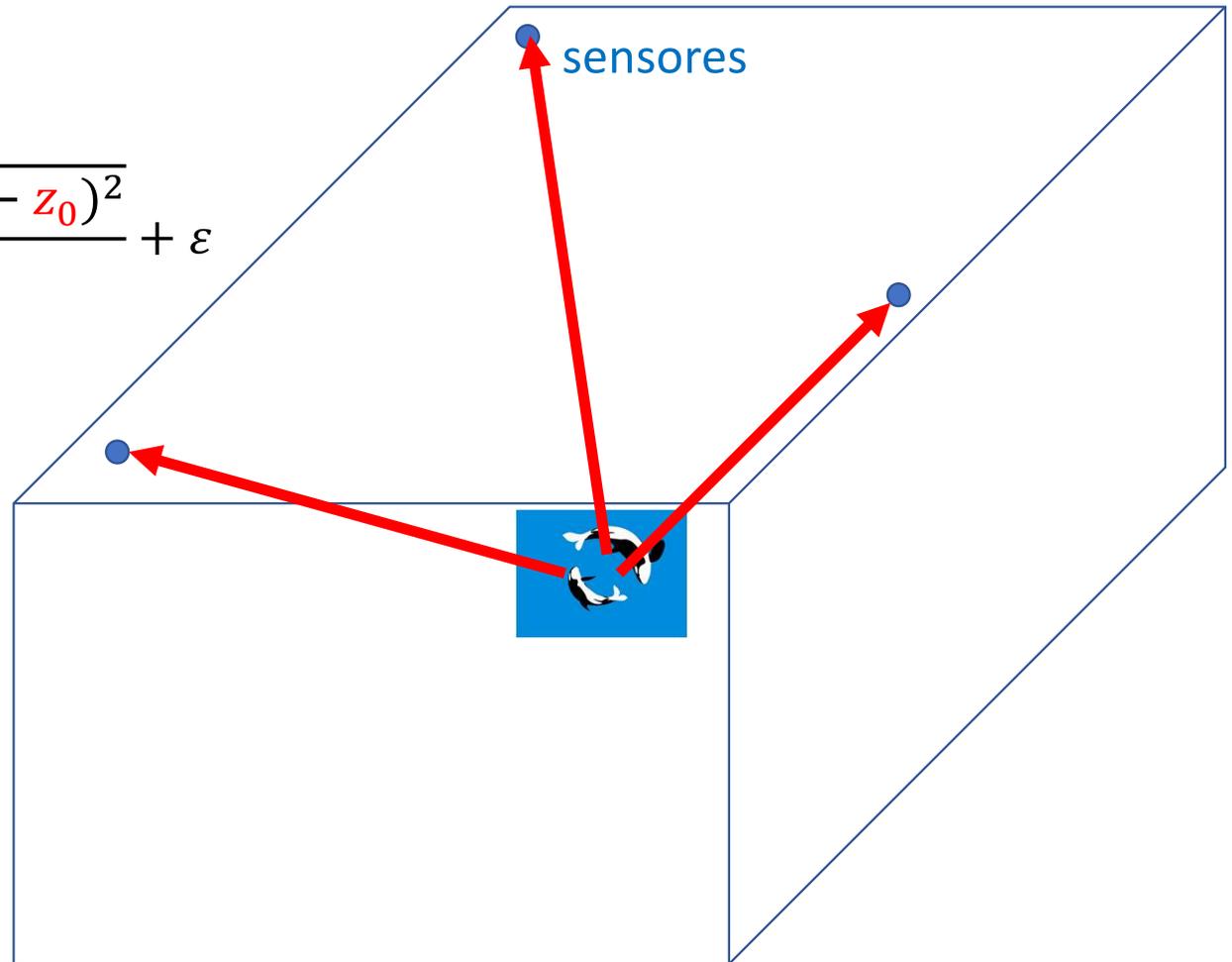
Localização 3D

$$t = \frac{\sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}}{c} + \varepsilon$$

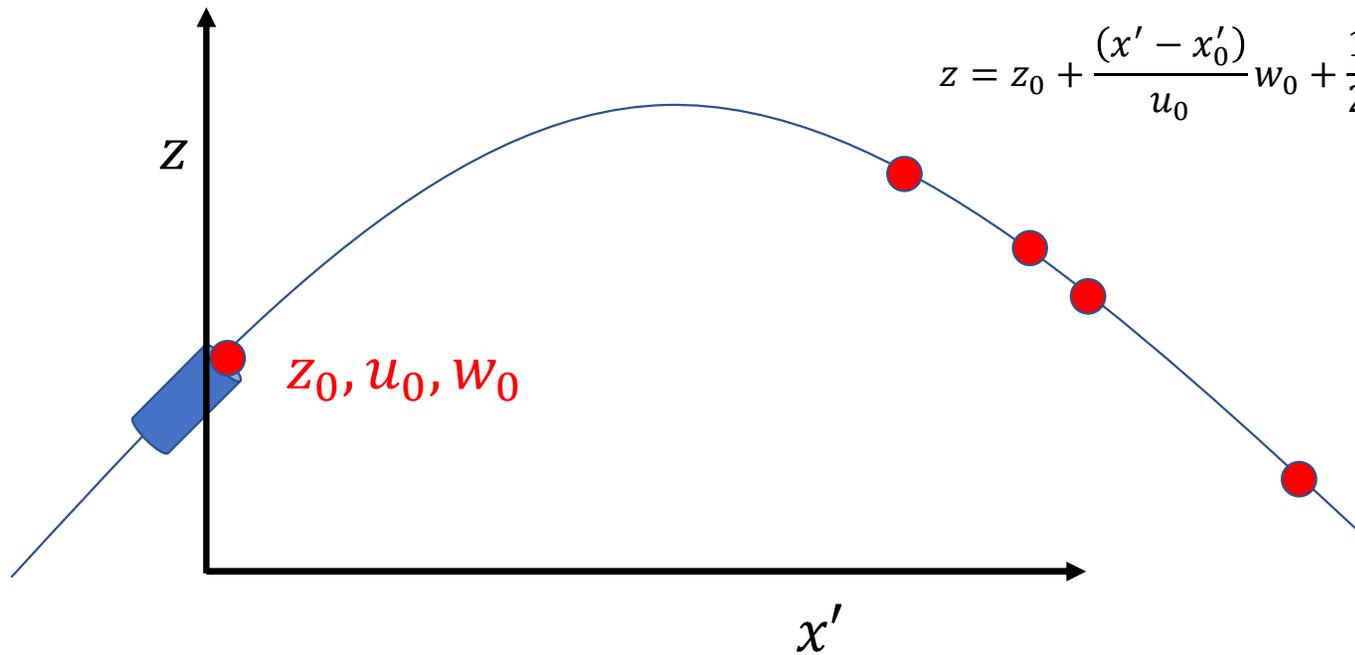
c – velocidade do som

A calcular

(x_0, y_0, z_0)



Trajetórias balísticas



$$z = z_0 + w_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$x' = x'_0 + u_0 t \Rightarrow t = \frac{x' - x'_0}{u_0}$$

$$z = z_0 + \frac{(x' - x'_0)}{u_0} w_0 + \frac{1}{2} g \left(\frac{x' - x'_0}{u_0} \right)^2$$

$$z = z_0 + \frac{w_0}{u_0} x' + \frac{g}{2u_0^2} x'^2$$

Localização de um planeta

Localizar um planeta e determinar a sua massa (x_0, y_0, M) , conhecendo a aceleração de uma sonda em voo livre, num conjunto de pontos.

$$g = |\vec{g}| = \frac{GM}{d^2}$$

$$d^2 = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2$$

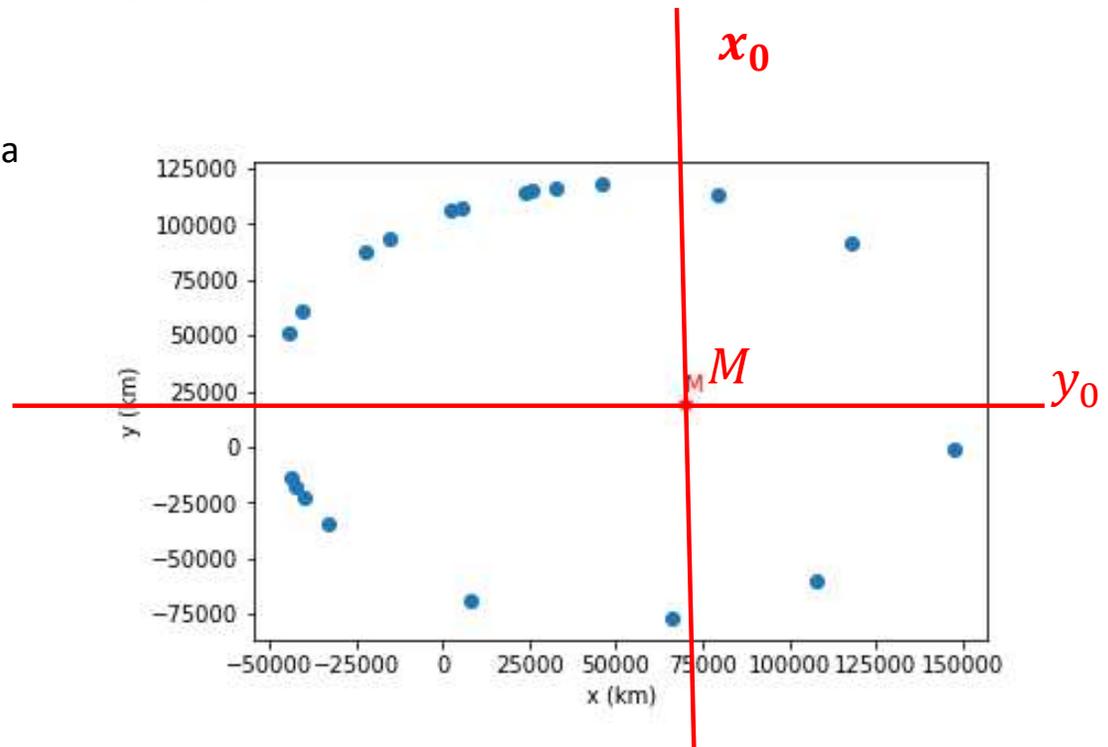
Trajectoria elíptica

$$\frac{(x - x_c)^2}{a^2} + \frac{(y - y_c)^2}{b^2} = 1$$

De excentricidade:

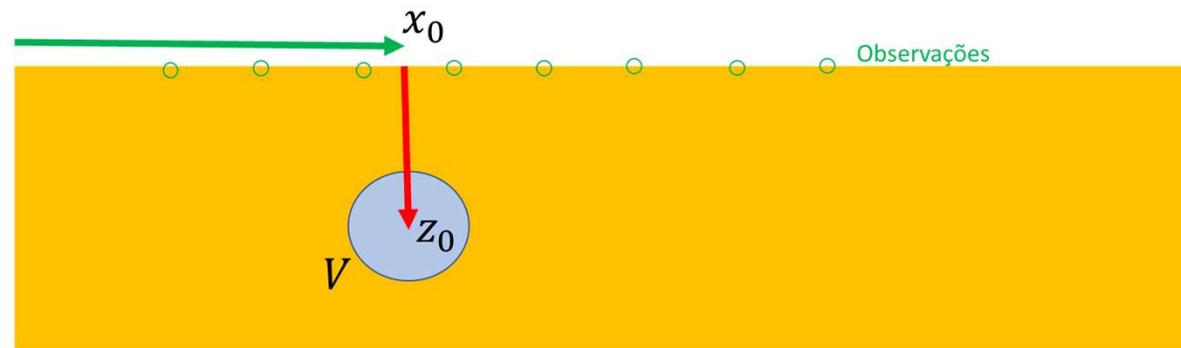
$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = 0.2$$

Planeta no foco da elipse.

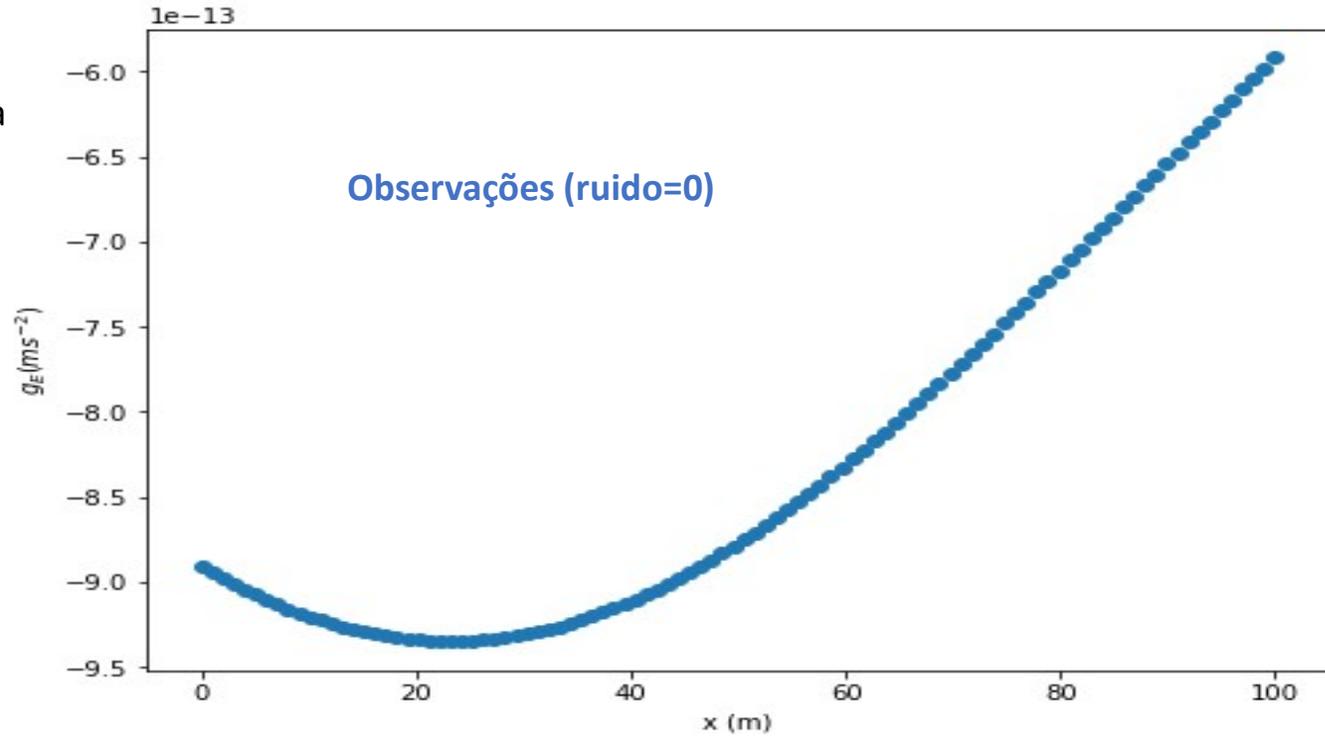


Estudar a sensibilidade a ruído (em g) e à distribuição das observações

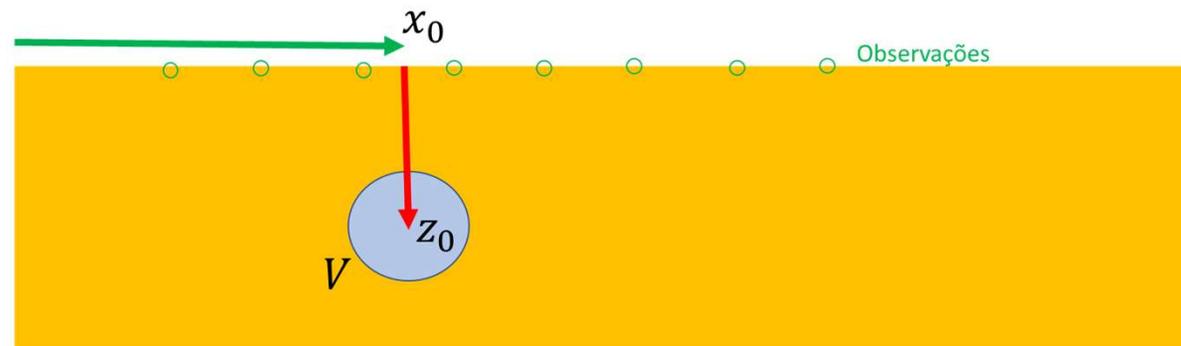
Projeto 2



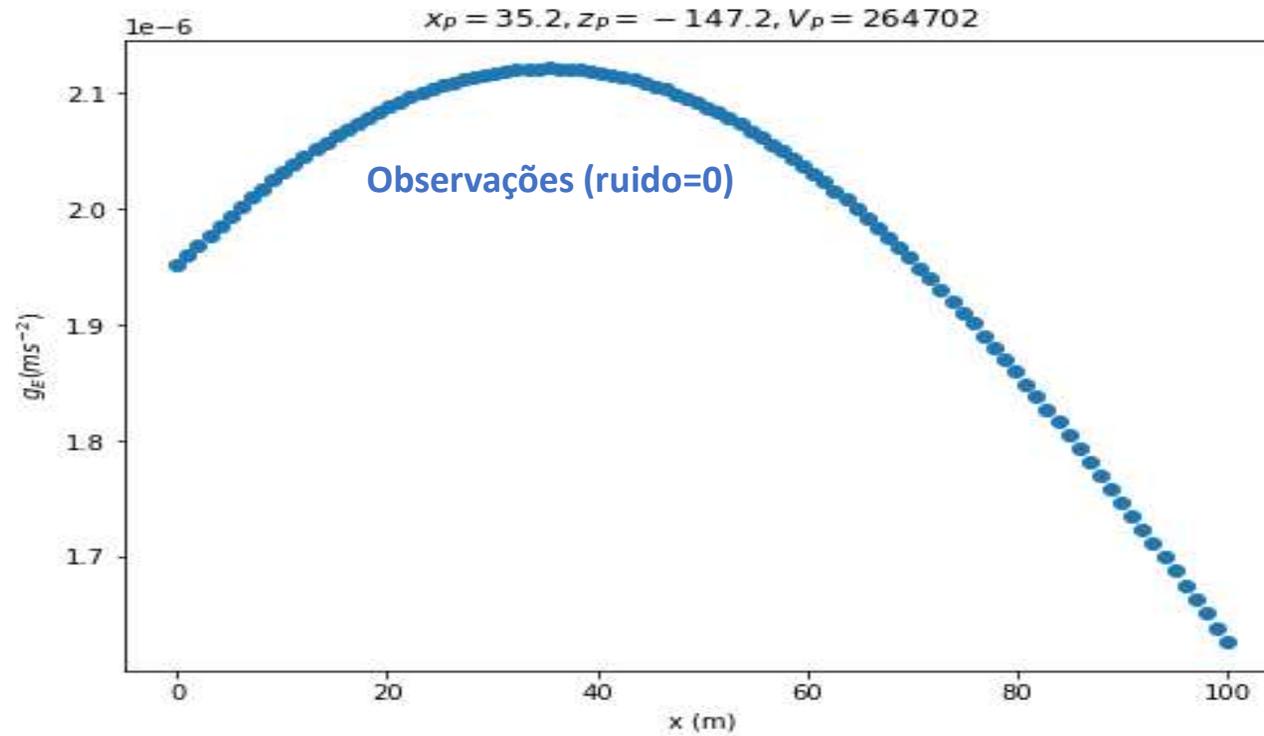
Anomalia gravimétrica
(Au)



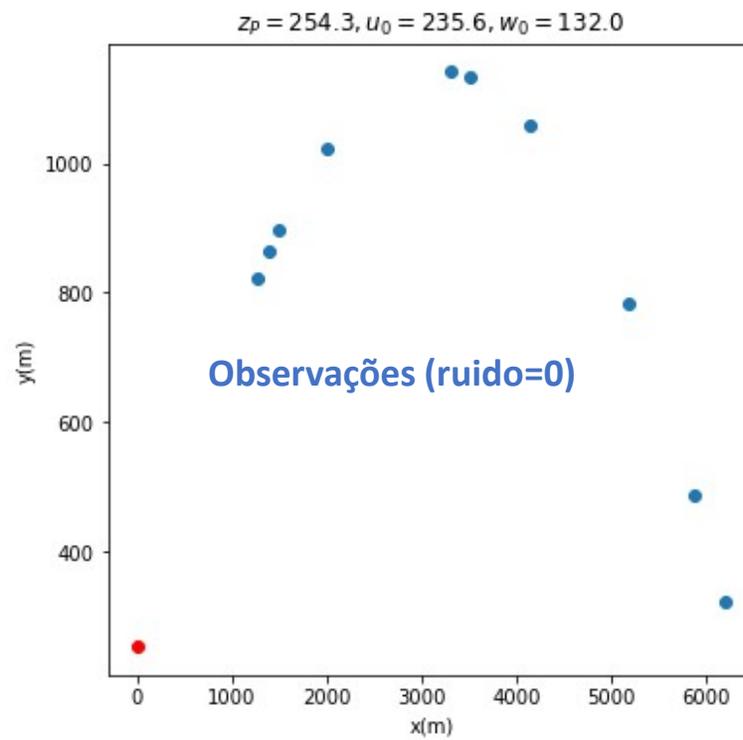
Projeto 2



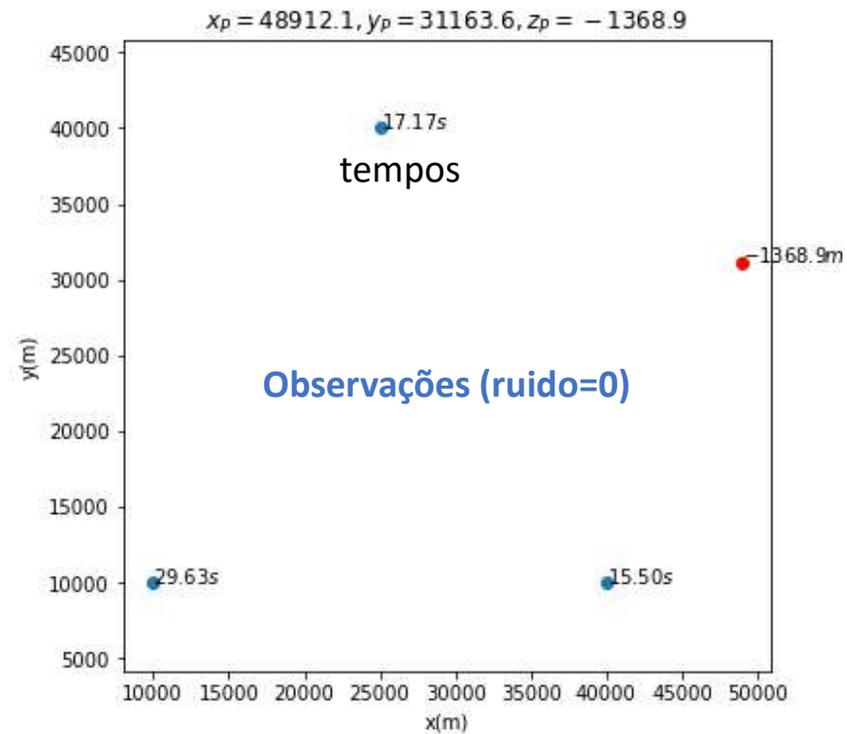
Anomalia gravimétrica
Caverna



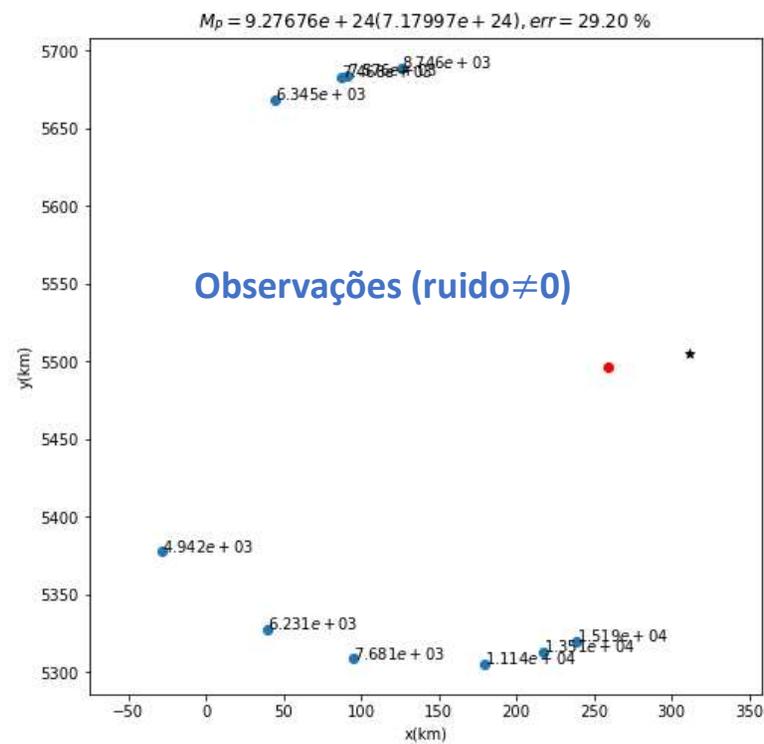
Localização de um canhão



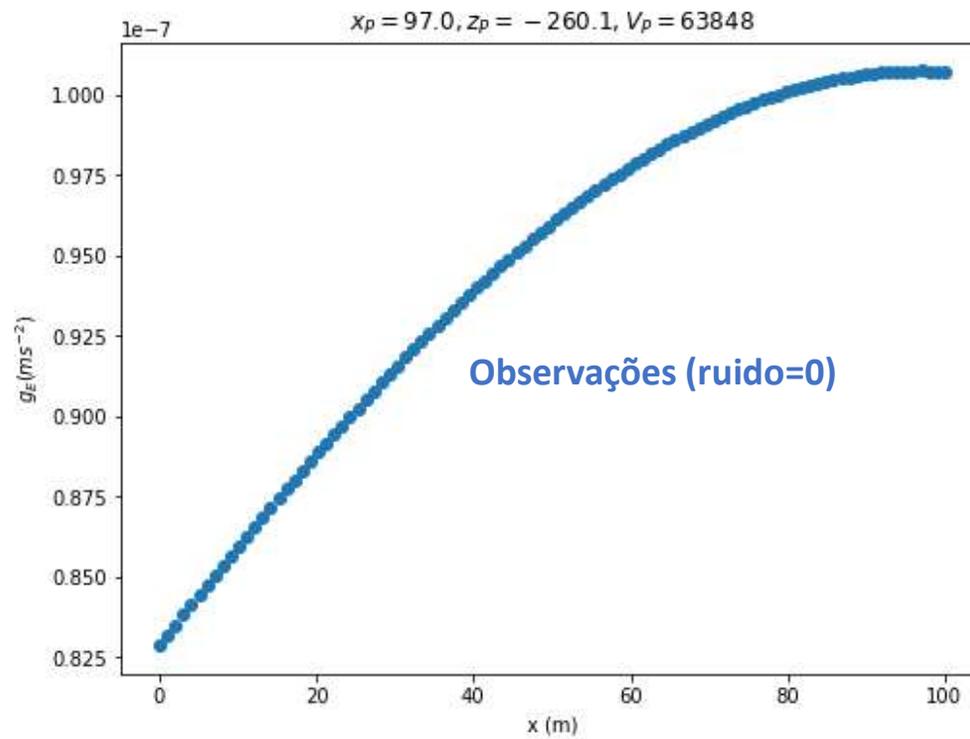
Localização de baleia



Localização de planeta (a partir de g)



Localização de lago subterrâneo



Localização de planeta

