

1. Com o objectivo de determinar as altitudes ortométricas de pontos do terreno, utilizou-se nivelamento geométrico ao longo do percurso representado em planta na figura 1.

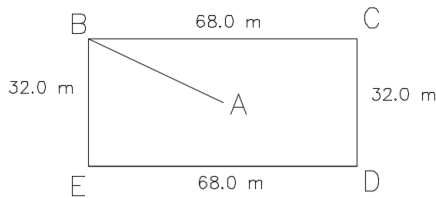


figura 1

	LR	LF
A	1.966	
B	2.601	1.452
C	1.233	1.766
D	1.420	1.945
E	2.736	3.147
B		1.136

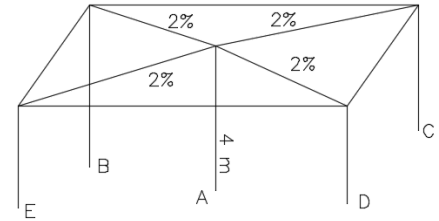


figura 2

- Usando os dados da tabela, calcule as altitudes ajustadas dos pontos B, C, D e E sabendo que  $H_A=205.000\text{m}$  (o ajustamento só se justificará se o módulo do erro de fecho altimétrico  $\epsilon_a$  for inferior à tolerância  $T_a^{\text{mm}}=12\sqrt{L}$ , onde L é o desenvolvimento da linha a ajustar em km), utilizando para o cálculo dos pesos a atribuir aos desníveis o quadrado da distância entre miras.
- Calcule os declives e as inclinações dos lados BC, CD, DE e EB.
- Vai ser instalada uma cobertura apoiada em pilares colocados nos pontos A, B, C, D e E. No ponto A o pilar tem altura igual a 4 m e o declive da cobertura deste ponto para os restantes pontos é igual a 2%, conforme indicado na figura 2. Calcule a altura dos pilares nos pontos B, C, D e E.

2. a) Supondo que foram efectuadas as observações azimutais seguintes, determine as coordenadas do ponto X, sendo conhecidas coordenadas planimétricas dos pontos A, B e C:

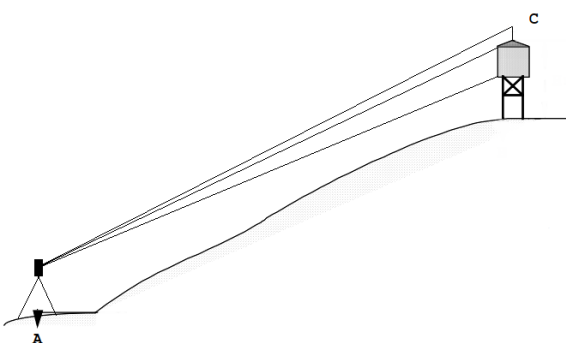
Pontos visados Estacao	A	B	C
X	261 <sup>g</sup> .4403	373 <sup>g</sup> .8103	112 <sup>g</sup> .5467

$M_A=-1892.347\text{ m}$	$P_A=-3109.654\text{ m}$
$M_B=-2238.727\text{ m}$	$P_B=3123.593\text{ m}$
$M_C=4342.500\text{ m}$	$P_C=2231.474\text{ m}$

- Calcule o valor do R0 no ponto estação.
- Supondo que a cota do ponto A é igual a 387.022 m e que a distância zenital observada de X para A é igual a 101<sup>g</sup>.2255, determine a cota do ponto X sabendo que a altura do instrumento é igual a 1.670 m.
- Confirme as coordenadas do ponto X utilizando as observações seguintes.

Pontos visados Estacao	X	A	B
A	347 <sup>g</sup> .6459	---	313 <sup>g</sup> .1872
B	346 <sup>g</sup> .8287	0 <sup>g</sup> .0000	---

3. A figura representa, em corte, um depósito cilíndrico suspenso e uma estação total equipada com distanciómetro laser estacionada no ponto A. Tendo sido efectuadas pontarias para o ponto C e para o topo e base do depósito, determine a respectiva capacidade.



	base	topo	C
Distância zenital	66 <sup>o</sup> .152	65 <sup>o</sup> .352	64 <sup>o</sup> .997
Distância inclinada	227.740 m	229.180 m	232.042 m

4. Calcule o erro de fecho angular da poligonal seguinte e classifique-a.

Estação	Ponto visado	Leituras azimutais
A	B	236 <sup>o</sup> .3280
	C	176 <sup>o</sup> .8618
C	A	314 <sup>o</sup> .1802
	D	181 <sup>o</sup> .3486
D	C	112 <sup>o</sup> .9323
	B	397 <sup>o</sup> .2090
B	D	149 <sup>o</sup> .2736
	A	57 <sup>o</sup> .2969

	M	P
A	7282.08 m	-3642.32 m
B	7188.68 m	-3875.39 m

Formulário:

$$M_C = \frac{(P_B - P_A) + M_A \cotg R_{AC} - M_B \cotg R_{BC}}{\cotg R_{AC} - \cotg R_{BC}}$$

$$P_C = \frac{P_B \cotg R_{AC} - P_A \cotg R_{BC} + (M_A - M_B) \cotg R_{AC} \cotg R_{BC}}{\cotg R_{AC} - \cotg R_{BC}}$$

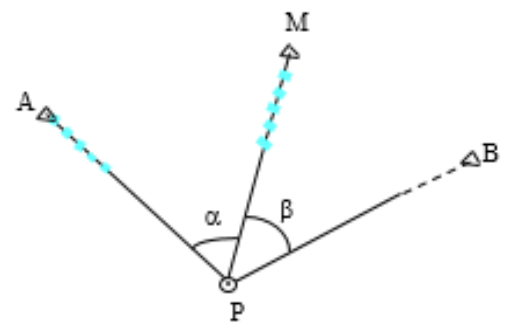
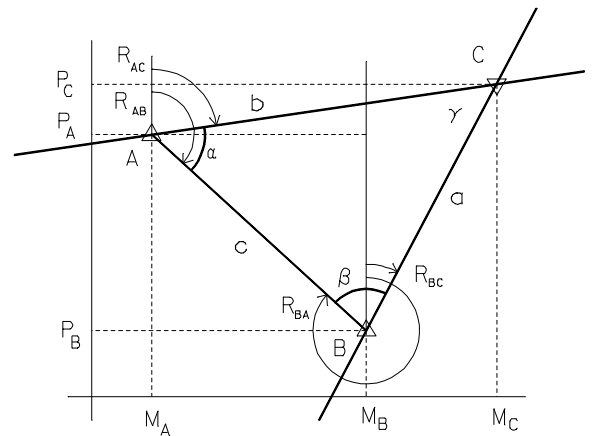
$$T_M = \frac{(P_B - P_A) + (M_M - M_A) \cotg \alpha + (M_M - M_B) \cotg \beta}{(M_A - M_B) + (P_M - P_A) \cotg \alpha + (P_M - P_B) \cotg \beta}$$

$$T_A = \frac{T_M - \operatorname{tg} \alpha}{1 + T_M \operatorname{tg} \alpha}$$

$$T_B = \frac{T_M + \operatorname{tg} \beta}{1 - T_M \operatorname{tg} \beta}$$

$$P_P = \frac{M_M - M_A - P_M T_M + P_A T_A}{T_A - T_M}$$

$$M_P = M_A - (P_A - P_P) T_A$$



Tipo de poligonal	Tolerância para o erro de fecho angular (minutos de grau)
Corrente	$4\sqrt{n}$
Precisão	$2\sqrt{n}$
Alta precisão	$\sqrt{n}$

1.a) Do percurso ABCDEB efectuado, apenas pode ser ajustado o percurso BCDEB (por ser fechado).

$$\Delta_{AB} = 1.966 - 1.452 = 0.514 \text{ m} \Rightarrow H_B = H_A + \Delta_{AB} = 205.514 \text{ m}$$

$$\Delta_{BC} = 2.601 - 1.766 = 0.835 \text{ m}$$

$$\Delta_{CD} = 1.233 - 1.945 = -0.712 \text{ m}$$

$$\Delta_{DE} = 1.420 - 3.147 = -1.727 \text{ m}$$

$$\Delta_{EB} = 2.736 - 1.136 = 1.600 \text{ m}$$

$$\sum L^{\uparrow} = 7.990 - \sum L^{\downarrow} = 7.994 = \sum \Delta = -0.004 = \epsilon_a$$

$$\epsilon_a = 0.835 - 0.712 - 1.727 + 1.600 = -0.004 \text{ m} = -4 \text{ mm}$$

$$T_a = 12 \sqrt{2 \times 0.068 + 2 \times 0.032} \approx 5.37 \text{ mm}$$

$|\epsilon_a| \leq T_a \Rightarrow$  aceitar observações, efectuar ajustamento

$$\bar{\Delta}_{BC} = \Delta_{BC} - \frac{68.0^2}{2 \times 68.0^2 + 2 \times 32.0^2} \epsilon_a = 0.837 \text{ m}$$

$$\bar{\Delta}_{CD} = \Delta_{CD} - \frac{32.0^2}{11296} \epsilon_a = -0.712 \text{ m}$$

$$\bar{\Delta}_{DE} = \Delta_{DE} - \frac{68.0^2}{11296} \epsilon_a = -1.725 \text{ m}$$

$$\bar{\Delta}_{EB} = \Delta_{EB} - \frac{32.0^2}{11296} \epsilon_a = 1.600 \text{ m}$$

$$\epsilon_a = 0$$

$$H_C = H_B + \bar{\Delta}_{BC} = 206.351 \text{ m}$$

$$H_D = H_C + \bar{\Delta}_{CD} = 205.639 \text{ m}$$

$$H_E = H_D + \bar{\Delta}_{DE} = 203.914 \text{ m}$$

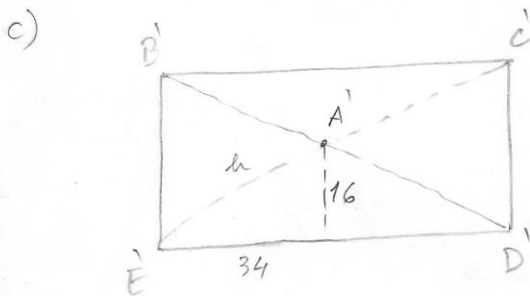
$$(H_B = H_E + \bar{\Delta}_{EB} = 205.514 \text{ m})$$

$$b) \quad d_{BC} = \frac{\bar{\Delta}_{BC}}{68} = \frac{0.837}{68} = 1.23\% = \tan i_{BC} \Rightarrow i_{BC} = 0.705$$

$$d_{CD} = \frac{\bar{\Delta}_{CD}}{32} = \frac{-0.712}{32} = -2.23\% = \tan i_{CD} \Rightarrow i_{CD} = -1.275$$

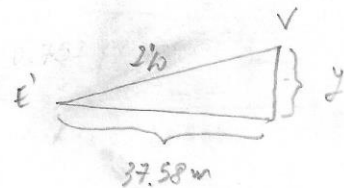
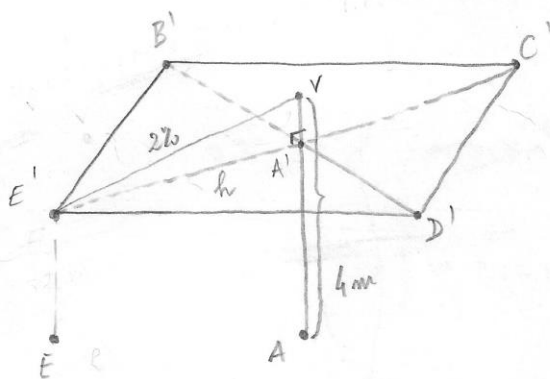
$$d_{DE} = \frac{\bar{\Delta}_{DE}}{68} = \frac{-1.725}{68} = -2.54\% = \tan i_{DE} \Rightarrow i_{DE} = -1.453$$

$$d_{EB} = \frac{\bar{\Delta}_{EB}}{32} = \frac{1.600}{32} = 5\% = \tan i_{EB} \Rightarrow i_{EB} = 2.682$$



$$h = \sqrt{34^2 + 16^2} = 37.58 \text{ m}$$

(dist. horizontal entre A e os restantes pontos)



$$\frac{2}{100} = \frac{y}{37.58} \Rightarrow y = 0.752 \text{ m}$$

$$H_V = H_A + 4 \text{ m} = 209.000 \text{ m}$$

$$H_{E'} = H_{B'} = H_{C'} = H_{D'} = H_V - 0.752 = 208.248 \text{ m}$$

(altitude do plano horizontal que contém os pontos B', C', D', E')

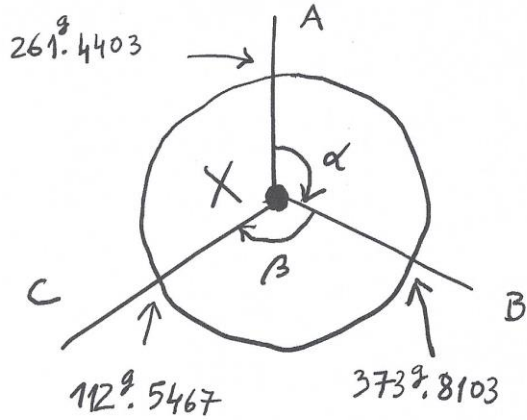
$$\text{altura do p'den em B: } H_{B'} - H_B = 2.734 \text{ m}$$

$$\text{" em C: } H_{C'} - H_C = 1.897 \text{ m}$$

$$\text{" em D: } H_{D'} - H_D = 2.609 \text{ m}$$

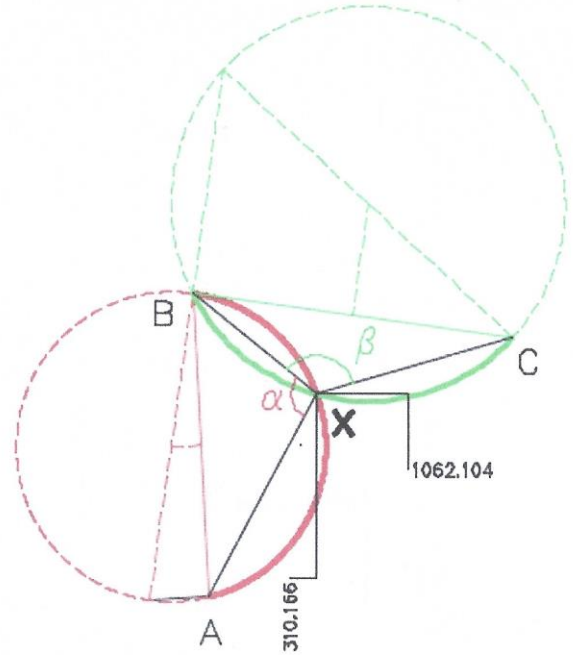
$$\text{" em E: } H_{E'} - H_E = 4.334 \text{ m}$$

2 a)



$$\alpha = \hat{A}XB = L_B^{AZ} - L_A^{AZ} = 112.3700$$

$$\beta = \hat{B}XC = L_C^{AZ} - L_B^{AZ} = 138.7364$$



Para utilizar as expressões que constam no formulário: A -> A, M -> B, B -> C, P -> X

```

> pi:=evalf(Pi);
pi := 3.141592654

> MA:=-1892.347;
MA := -1892.347

> PA:=-3109.654;
PA := -3109.654

> MM:=-2238.727;
MM := -2238.727

> PM:=3123.593;
PM := 3123.593

> MB:=4342.500;
MB := 4342.500

> PB:=2231.474;
PB := 2231.474

> alfa:=112.3700*pi/200;
alfa := 1.765103833

> beta:=138.7364*pi/200;
beta := 2.179266275

> TM:=((PB-PA)+(MM-MA)/tan(alfa)+(MM-MB)/tan(beta))/((MA-MB)+(PM-PA)/tan(alfa)+(PM-PB)/tan(beta));
TM := -1.236433129

> TA:=(TM-tan(alfa))/(1+TM*tan(alfa));
TA := .5279580060

> TB:=(TM+tan(beta))/(1+TM*tan(beta));
TB := -.9628967445

> PP:=(MM-MA-PM*TM+PA*TA)/(TA-TM);
PP := 1062.104147

> MP:=MA-(PA-PP)*TA;
MP := 310.166113

```

b) Sendo E o ponto estação e V um ponto visado, ambos de coordenadas conhecidas, tem-se:  $R_0 = R^{EV} - L_{AZ}^{EV}$ ;

$$\left\{ \begin{array}{l} R^{XA} = a \tan \frac{M_A - M_X}{P_A - P_X} = a \tan \frac{-1892.347 - 310.166}{-3109.654 - 1062.104} = a \tan \frac{-2\,202,513}{-4\,171,758} = 230^g.9246 \\ \\ R_0 = R^{XA} - L_{AZ}^{XA} = 230^g.9246 - 261^g.4403 = 369^g.4843 \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} R^{XB} = a \tan \frac{M_B - M_X}{P_B - P_X} = a \tan \frac{-2238.727 - 310.166}{3123.593 - 1062.104} = a \tan \frac{-2\,548,893}{2\,061,489} = 343^g.2946 \\ \\ R_0 = R^{XB} - L_{AZ}^{XB} = 343^g.2946 - 373^g.8103 = 369^g.4843 \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} R^{XC} = a \tan \frac{M_C - M_X}{P_C - P_X} = a \tan \frac{4342.500 - 310.166}{2231.474 - 1062.104} = a \tan \frac{4\,032,334}{1\,169,370} = 82^g.0310 \\ \\ R_0 = R^{XC} - L_{AZ}^{XC} = 82^g.0310 - 112^g.5467 = 369^g.4843 \end{array} \right\}$$

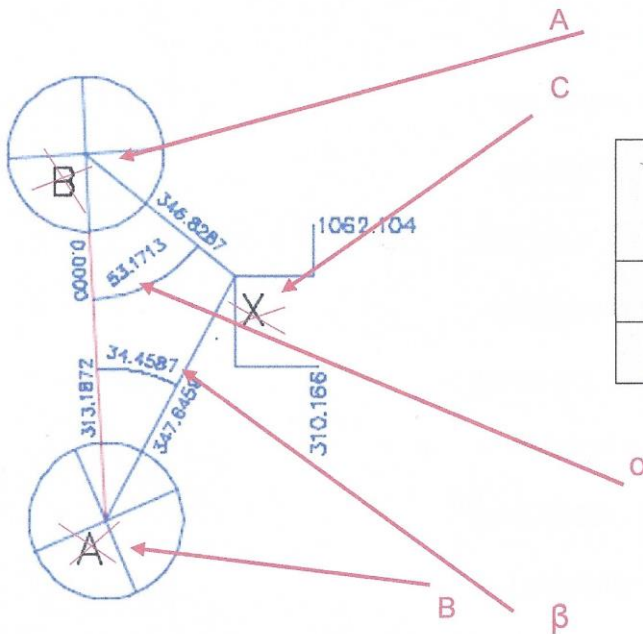
c)

$$dh^{XA} = \sqrt{(M_X - M_A)^2 + (P_X - P_A)^2} = \sqrt{(310.166 + 1892.347)^2 + (1062.104 + 3109.654)^2} = \sqrt{2\,202,513^2 + 4\,171,758^2} = 4\,717,481 \text{ m}$$

$$\cot a_x + 1.670 + \frac{dh^{XA}}{\tan(101^g.2255)} = 387.022 \Rightarrow \cot a_x = 476,175 \text{ m}$$

(atendendo às distâncias envolvidas, o efeito conjunto da refração e da esfericidade terrestre deveria ser considerado)

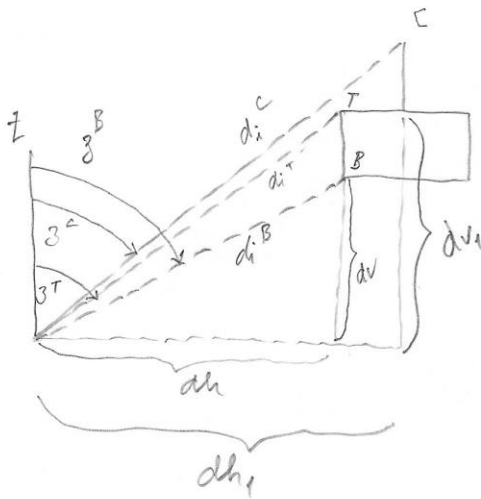
d) Calcular as coordenadas do ponto X por intersecção directa, estacionando em A e em B. Adaptando a figura do formulário à figura pretendida, tem-se: B->A, A->B, X->C,  $\alpha=53^g.1713$ ,  $\beta=34^g.6459$ :



Pontos visados Estação	X	A	B
A	347 <sup>g</sup> .6459	---	313 <sup>g</sup> .1872
B	346 <sup>g</sup> .8287	0 <sup>g</sup> .0000	---



3.



$$\left\{ \begin{aligned} \sin 3^B &= \frac{dh}{d_i^B} \Rightarrow dh = d_i^B \sin 3^B = 227.740 \times \sin 66^\circ.152 = 208.296 \text{ m} \\ \sin 3^C &= \frac{dh_1}{d_i^C} \Rightarrow dh_1 = d_i^C \sin 3^C = 232.042 \times \sin 64^\circ.997 = 210.296 \text{ m} \\ \text{raio do cilindro} &= \frac{1}{2} (210.296 - 208.296) = 1.000 \text{ m} \end{aligned} \right.$$

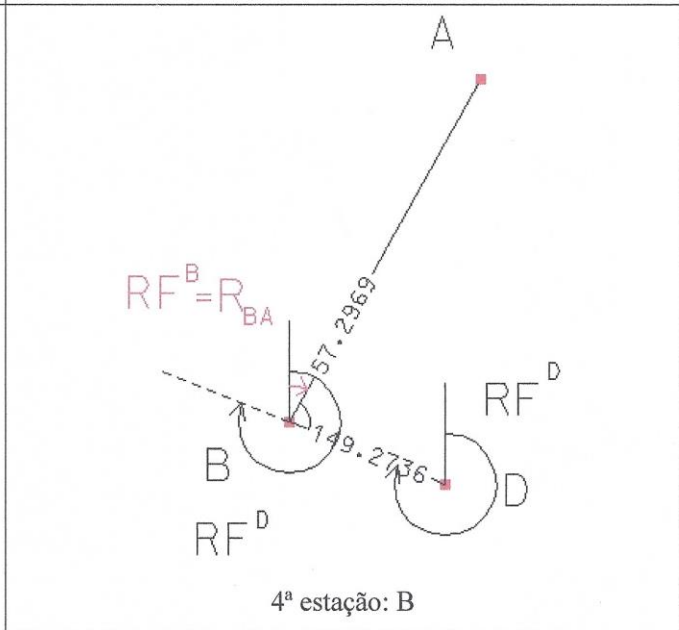
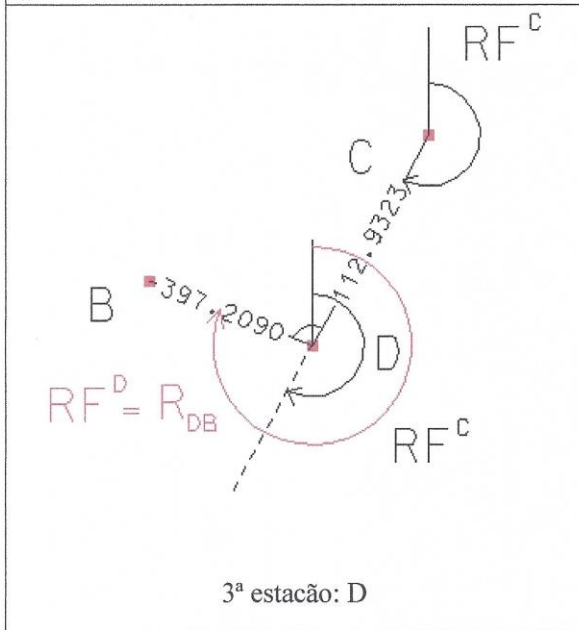
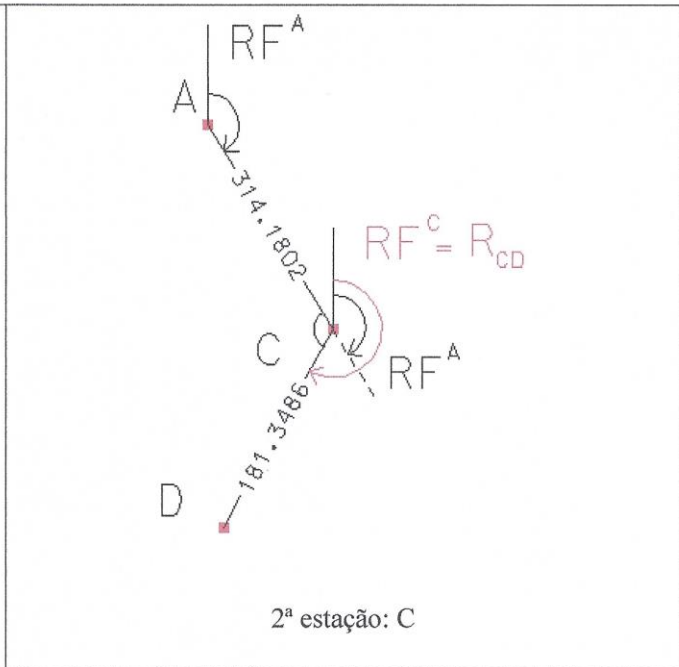
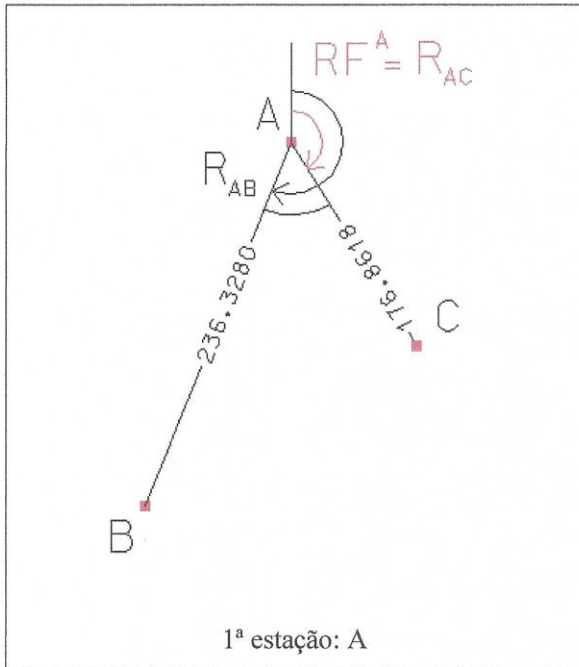
$$\left\{ \begin{aligned} \cos 3^B &= \frac{dv}{d_i^B} \Rightarrow dv = d_i^B \cos 3^B = 227.740 \times \cos 66^\circ.152 = 92.078 \text{ m} \\ \cos 3^T &= \frac{dv_1}{d_i^T} \Rightarrow dv_1 = d_i^T \cos 3^T = 229.180 \times \cos 65^\circ.352 = 95.572 \text{ m} \\ \text{altura do cilindro} &= 95.572 - 92.078 = 3.500 \text{ m} \end{aligned} \right.$$

$$\text{volume do cilindro} = \pi R^2 \times a = 43.982 \text{ m}^3$$





$$R_{AB} = \text{atan} \frac{M_B - M_A}{P_B - P_A} = \text{atan} \frac{7188.68 - 7282.08}{-3875.39 + 3642.32} = \text{atan} \frac{-93.40}{-233.07} = 224^{\text{g}}.2643$$



$$RF^A = R_{AC} = R_{AB} - (L_{AZ}^B - L_{AZ}^C) = 224.2643 - (236.3280 - 176.8618) = 164.7981$$

$$RF^C = R_{CD} = RF^A + 200 - (L_{AZ}^A - L_{AZ}^D) = 164.7981 + 200 - (314.1802 - 181.3486) = 231.9665$$

$$RF^D = R_{DB} = RF^C + 200 - (L_{AZ}^C - L_{AZ}^B) = 231.9665 + 200 - (112.9323 - 397.2090) = 316.2432$$

$$RF^B = R_{BA} = RF^D + 200 - (L_{AZ}^D - L_{AZ}^A) = 316.2432 + 200 - (149.2736 - 57.2969) = 24.2665$$

$$\epsilon_A = R_{BA}^{\text{transportado}} - R_{BA}^{\text{calculado}} = 24.2665 - (224.2643 - 200) = 0.0022$$

$$T_{\text{alta}} = 0.02 > |\epsilon_A|$$