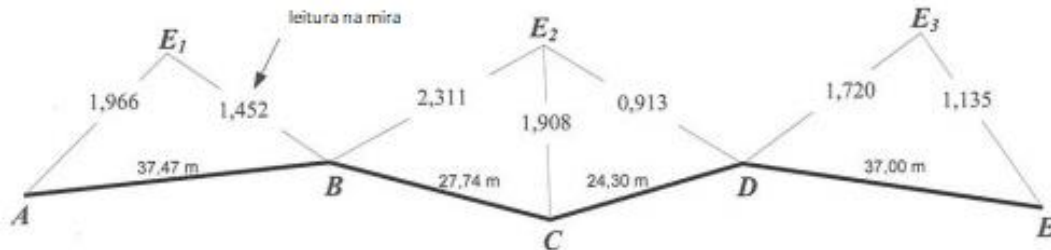


1. Com o objectivo de determinar as cotas dos pontos B, C e D pertencentes à linha indicada na figura sobre a qual se pretende implantar um canal de rega, efectuou-se um percurso de nivelamento geométrico cuja representação em planta está indicada na figura.



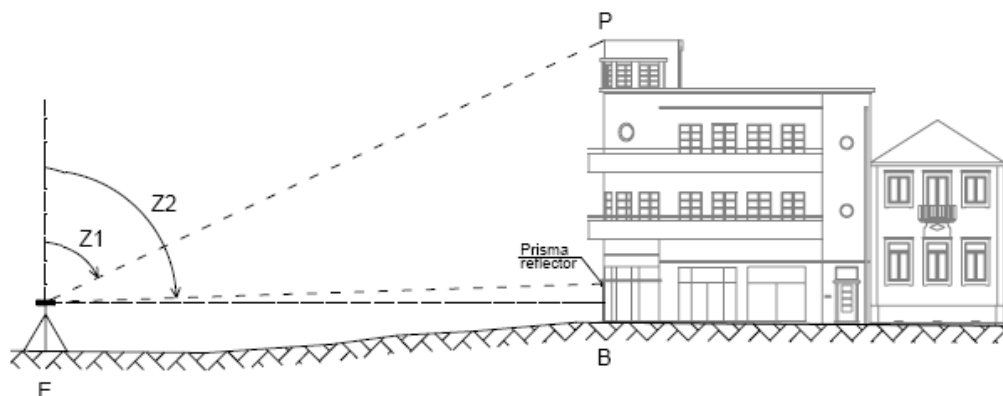
- Calcule os desníveis ao longo da linha de nivelamento observada. Admitindo a expressão  $12\sqrt{L}$  mm para a tolerância do erro de fecho altimétrico, onde L representa o desenvolvimento da linha em km, verifique se o resultado do nivelamento é aceitável, sabendo que as cotas dos pontos A e E são, respectivamente, 205.000 m e 207.499 m e que as distâncias horizontais medidas à fita entre as miras estão indicadas na figura.
- Obtenha as cotas ajustadas dos pontos B, C e D utilizando pesos para os desníveis dependendo linearmente da distância entre miras.
- Calcule os declives de cada troço da linha de nivelamento.
- Considerando que o escoamento livre da água entre os pontos A e B necessita de um declive constante da ordem de 2%, esboçe a localização dos pontos no plano vertical antes e após a implantação deste desnível e calcule as cotas dos pontos intermédios para que isso aconteça.

2. Atendendo às tabelas seguintes: a) obtenha as coordenadas planimétricas e a cota do ponto P desprezando as reduções da distância ao elipsóide e ao plano cartográfico, assim como a refração atmosférica b) calcule o valor do  $R_0$  no ponto estação c) calcule o erro de índice vertical do aparelho.

Ponto estação: P	Ponto visado	az	Z	di	av
$a_i=1.64$ m	P2	199 <sup>o</sup> .9996	304 <sup>o</sup> .1403	311.712 m	1.80 m
	P1	340 <sup>o</sup> .2521	302 <sup>o</sup> .1498		
	P1	140 <sup>o</sup> .2526	97 <sup>o</sup> .8506		
	P2	0 <sup>o</sup> .0000	95 <sup>o</sup> .8601		

	M (m)	P (m)	H (m)
P1	26296.79	181280.73	
P2	33090.10	179558.67	472.85

3. Pretendendo-se determinar a altura do edifício figurado, estacionou-se uma estação total no ponto E, mediu-se a altura do instrumento ( $a_i=1.90$  m) e visou-se o ponto P no topo do edifício, registando-se o valor do ângulo zenital  $z_1=71.982$  gon. Em seguida, encostou-se o bastão com o prisma reflector à fachada do edifício no ponto B (altura visada=1.70 m), na vertical de P, obtendo-se os valores seguintes na pontaria para o prisma a partir de E:  $d_1=38.000$  m,  $z_2=97.496$  gon. Sabendo que a cota do ponto estação é igual a 250.00 m, determine a altura do edifício e a cota do ponto P.



4. Entre os pontos A e B estabeleceu-se uma poligonal. Sendo conhecidas as coordenadas dos pontos A, A<sub>1</sub>, B, B<sub>1</sub>, determine o erro de fecho angular e classifique a poligonal. Calcule os rumos compensados para a frente.

	M	P
A	-18662.13 m	64132.46 m
A'	-18268.28 m	63752.15 m
B	-18906.72 m	63986.75 m
B'	-18803.67 m	63494.98 m

Estação	Ponto visado	Leituras azimutais	Distâncias
A	A'	247 <sup>g</sup> .73	
	1	349 <sup>g</sup> .88	90.24 m
1	A	146 <sup>g</sup> .25	90.18 m
	2	16 <sup>g</sup> .60	52.40 m
2	1	369 <sup>g</sup> .72	52.46 m
	3	100 <sup>g</sup> .12	64.84 m
3	2	15 <sup>g</sup> .94	64.80 m
	B	226 <sup>g</sup> .62	100.08 m
B	3	386 <sup>g</sup> .36	99.96 m
	B'	110 <sup>g</sup> .79	

Formulário:

$$M_C = \frac{(P_B - P_A) + M_A \cotg R_{AC} - M_B \cotg R_{BC}}{\cotg R_{AC} - \cotg R_{BC}}$$

$$P_C = \frac{P_B \cotg R_{AC} - P_A \cotg R_{BC} + (M_A - M_B) \cotg R_{AC} \cotg R_{BC}}{\cotg R_{AC} - \cotg R_{BC}}$$

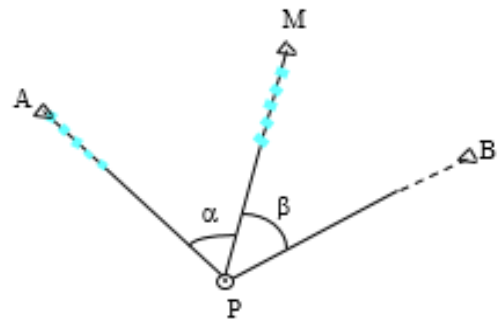
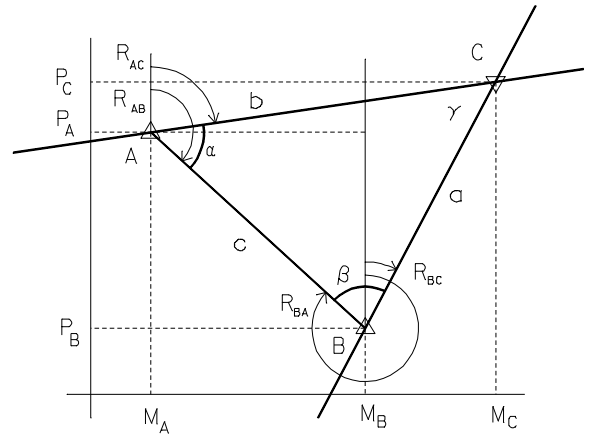
$$T_M = \frac{(P_B - P_A) + (M_M - M_A) \cotg \alpha + (M_M - M_B) \cotg \beta}{(M_A - M_B) + (P_M - P_A) \cotg \alpha + (P_M - P_B) \cotg \beta}$$

$$T_A = \frac{T_M - \operatorname{tg} \alpha}{1 + T_M \operatorname{tg} \alpha}$$

$$T_B = \frac{T_M + \operatorname{tg} \beta}{1 - T_M \operatorname{tg} \beta}$$

$$P_P = \frac{M_M - M_A - P_M T_M + P_A T_A}{T_A - T_M}$$

$$M_P = M_A - (P_A - P_P) T_A$$



Tipo de poligonal	Tolerância para o erro de fecho angular (minutos de grado)
Corrente	$4\sqrt{n}$
Precisão	$2\sqrt{n}$
Alta precisão	$\sqrt{n}$

Cotação: **1:** 1+1+1+2; **2:** 3+1+1; **3:** 5; **4:** 5

$$a) \Delta_{AB} = 1.966 - 1.452 = 0.514 \text{ m}$$

$$(1) \Delta_{BC} = 2.311 - 1.908 = 0.403 \text{ m}$$

$$\Delta_{CD} = 1.998 - 0.993 = 0.995 \text{ m}$$

$$\Delta_{DE} = 1.720 - 1.185 = 0.535 \text{ m}$$

$$E_a = 207.499 - 205.000 - (0.514 + 0.403 + 0.995 + 0.535) + 0.002 \text{ m} = 2 \text{ mm}$$

$$T_a = 12 \sqrt{(37.47 + 27.74 + 24.30 + 37.00) / 4300} = 12 \sqrt{0.12651} = 4.3 \text{ mm}$$

$$|E_a| \leq T_a \rightarrow \text{aditan observação}$$

$$b) \bar{\Delta}_{AB} = \Delta_{AB} + E_a \frac{37.47}{126.51} = 0.515 \text{ m}$$

$$(1) \bar{\Delta}_{BC} = \Delta_{BC} + E_a \frac{27.74}{126.51} = 0.403 \text{ m}$$

$$\bar{\Delta}_{CD} = \Delta_{CD} + E_a \frac{24.30}{126.51} = 0.995 \text{ m}$$

$$\bar{\Delta}_{DE} = \Delta_{DE} + E_a \frac{37.00}{126.51} = 0.536 \text{ m}$$

$$\sum \Delta = 2.499 = \text{cot}_E - \text{cot}_A$$

$$\Rightarrow E_a = 0$$

$$\text{cot}_B = \text{cot}_A + 0.515 = 205.515 \text{ m}$$

$$\text{cot}_C = \text{cot}_B + 0.403 = 205.918 \text{ m}$$

$$\text{cot}_D = \text{cot}_C + 0.995 = 206.913 \text{ m}$$

$$(\text{cot}_E = \text{cot}_D + 0.536 = 207.449 \text{ m})$$

$$c) d_{AB} = \frac{\bar{\Delta}_{AB}}{37.47} = 1.37\%$$

$$(1) d_{BC} = \frac{\bar{\Delta}_{BC}}{27.74} = 1.45\%$$

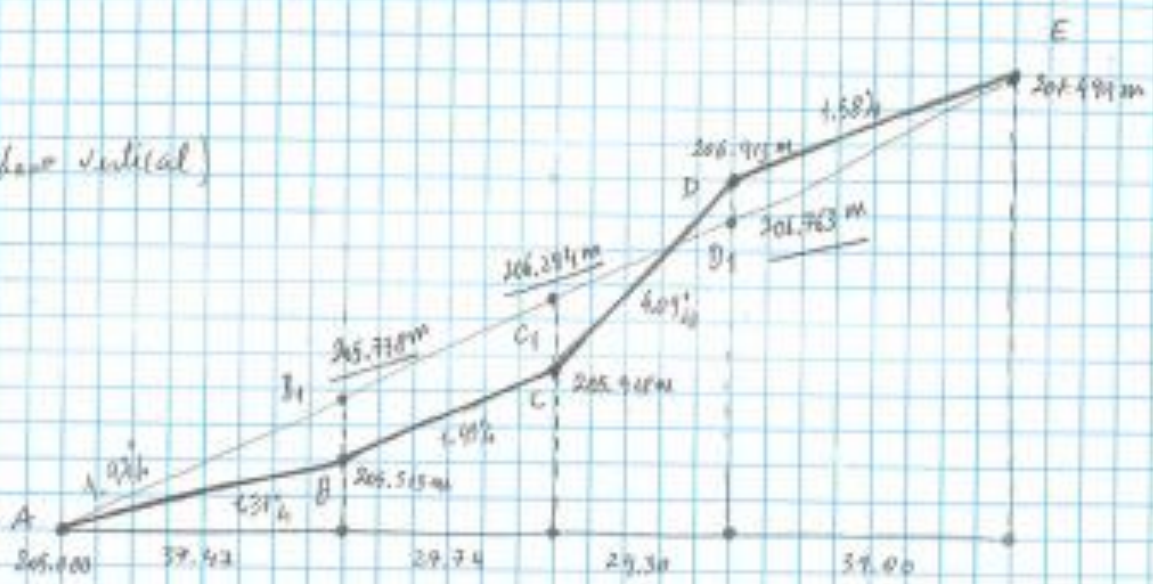
$$d_{CD} = \frac{\bar{\Delta}_{CD}}{24.30} = 4.09\%$$

$$d_{DE} = \frac{\bar{\Delta}_{DE}}{37.00} = 1.58\%$$

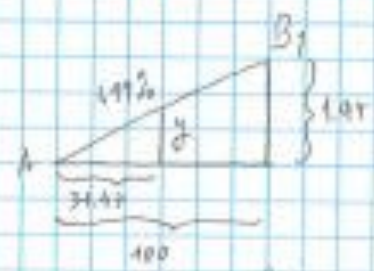


d)  
(2)

(plane vertical)



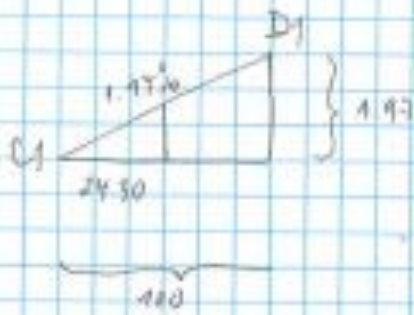
$$\Delta_{AE} = \frac{207.499 - 205.000}{126.51} = 1.97\% \quad (= 2\%)$$



$$\frac{1.97}{100} = \frac{y}{39.43} \rightarrow y = 0.778 \text{ m} \rightarrow \text{elev } B_1 = 205.565 + 0.778 = 206.343 \text{ m}$$

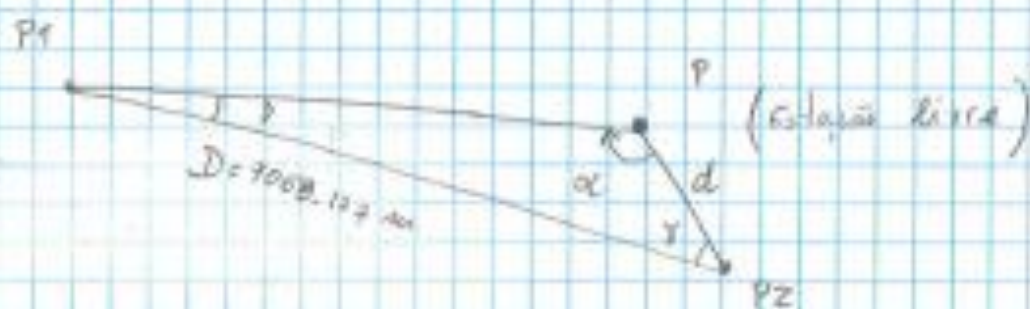
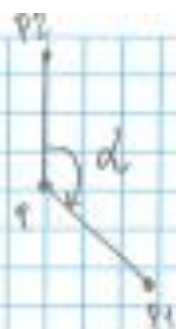


$$\frac{1.97}{100} = \frac{y}{29.74} \rightarrow y = 0.586 \text{ m} \rightarrow \text{elev } C_1 = 205.945 + 0.586 = 206.284 \text{ m}$$



$$\frac{1.97}{100} = \frac{y}{29.30} \rightarrow y = 0.579 \text{ m} \rightarrow \text{elev } D_1 = 206.284 + 0.579 = 206.763 \text{ m}$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{x}_{P_1} &= \frac{0^2 + 100^2 + 1996 - 100}{2} = 379^{\circ} 9998 \\ \bar{x}_{P_2} &= \frac{140^2 + 2526 + 740^2 + 7521 - 100}{2} = 140^{\circ} 25235 \end{aligned} \right\} \angle \bar{a}_{P_1} - \bar{a}_{P_2} = 140^{\circ} 25235$$



$$\bar{x}_{P_{12}} = \frac{95^{\circ} 2601 + 400 - 304.163}{2} = 95^{\circ} 2599$$

$$dh_{P_1} = d_{P_2} \sin \bar{x}_{P_{12}} = 311.853 \text{ m} = d$$

$$D = \sqrt{(M_{P_1} - M_{P_2})^2 + (P_{P_1} - P_{P_2})^2} = 7000.177 \text{ m}$$

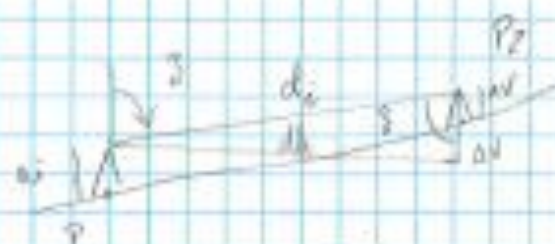
$$\frac{\sin \alpha}{D} = \frac{\sin \beta}{d} \Rightarrow \beta = \arcsin \left( \frac{d \sin \alpha}{D} \right) = 20^{\circ} 2798$$

$$\gamma = 200 - (\alpha + \beta) = 57^{\circ} 4676$$

$$R_{P_2-P_1} = \arctan \frac{M_1 - M_2}{P_1 - P_2} = 315^{\circ} 8050$$

$$R_{P_2-P} = R_{P_2-P_1} + \gamma = 373^{\circ} 2726$$

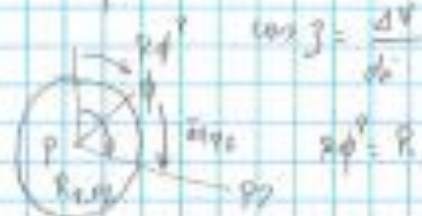
$$\left\{ \begin{aligned} M_P &= M_{P_2} + dh_{P_2} + \sin R_{P_2-P} = 32.163.21 \text{ m} \\ P_P &= P_{P_2} + dh_{P_2} + \cos R_{P_2-P} = 179.842.31 \text{ m} \end{aligned} \right.$$



$$\sin \beta + \sin \alpha + \Delta V - \Delta r = \cos \beta$$

$$\sin \beta = 432.75 - 1.64 - 20.72 \cos 35^{\circ} 2599 + 1.81$$

$$= 432.75 \text{ m}$$



$$R_{P_2} = R_{P_2} - \bar{a}_{P_2} = 173^{\circ} 2276 - 399^{\circ} 9998 = 173^{\circ} 2328$$

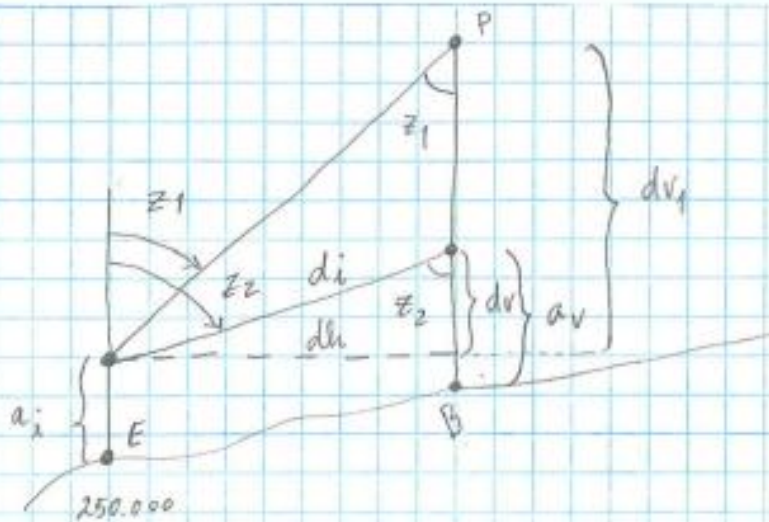


$$c) \quad s_{\text{indice}} = \frac{3^D - (400^D - 3^D)}{2}$$

$$P2: \quad f_{\text{indice}} = \frac{95^{\circ} 8609 - 400^{\circ} + 304^{\circ} 1403}{2} = 0^{\circ} 0002$$

$$P1: \quad f_{\text{indice}} = \frac{97^{\circ} 5506 - 400^{\circ} + 302^{\circ} 1498}{2} = 0^{\circ} 0002$$

3.



$$\sin z_2 = \frac{dh}{d_i} \Rightarrow dh = d_i \sin z_2 = 37.771 \text{ m}$$

$$\cos z_2 = \frac{dv}{d_i} \Rightarrow dv = d_i \cos z_2 = 1.486 \text{ m}$$

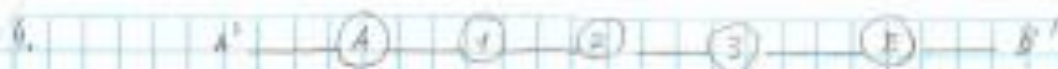
$$\tan z_1 = \frac{dh}{dV_1} \Rightarrow dV_1 = \frac{dh}{\tan z_1} = 17.787 \text{ m}$$

$$250.000 + a_i + dV_1 = \cot \alpha P = 269.605 \text{ m}$$

$$250.000 + a_i + dv - aV = \cot \alpha B = 251.605 \text{ m}$$

$$\text{altura} = \cot \alpha P - \cot \alpha B = 18.00 \text{ m}$$



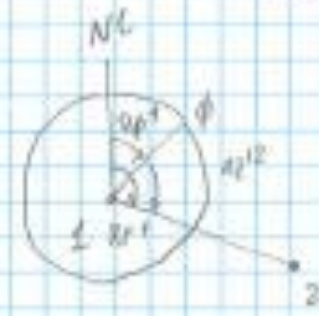


$$R\phi^A = R^{AN} = a_2^{AN} = \arctan \frac{M_A - M_A}{P_A - P_A} = \arctan \frac{-10288.28 + 10662.13}{67252.15 - 67191.96} = 242^\circ 23'$$

$$= \arctan \frac{373.85}{-360.31} = 249^\circ 33' = 168^\circ 29' - 242^\circ 23' = 301^\circ 16'$$

$$R\phi^E = R^{EN} = a_2^{EN} = \arctan \frac{M_E - M_E}{P_E - P_E} = \arctan \frac{14203.62 + 10700.12}{65797.98 - 67966.95} = 110^\circ 79'$$

$$= \arctan \frac{103.85}{-491.77} = 110^\circ 79' = 116^\circ 05' - 110^\circ 79' = 46^\circ 26'$$



estadio 1:  $R\phi^1 = R\phi^1 + a_2^{12}$



estadio i:  $R\phi^i = R\phi^{i-1} - 200 + u$   
 $= R\phi^{i-1} - 200 + a_2^{i-1}$



estadio n:  $R\phi^n = R\phi^{n-1} - 200 - R\phi^{n-1} - E_x$

$$R\phi^A = R\phi^A + 349^\circ 28' = 251^\circ 04'$$

$$\begin{cases} R\phi^B = 251^\circ 04' - 200^\circ + 16^\circ 00' - 146^\circ 25' = 321^\circ 39' \\ R\phi^C = 321^\circ 39' - 200^\circ + 100^\circ 42' - 369^\circ 72' = 251^\circ 79' \\ R\phi^D = 251^\circ 79' - 200^\circ + 226^\circ 62' - 15^\circ 99' + 262^\circ 47' \\ 76.06 + 386^\circ 37' - 200^\circ - 262^\circ 47' = E_x = -0.04 \end{cases}$$



$$\overline{R\phi}(i) = R\phi(i) + i \times E_x / n \times RC$$

$$\left. \begin{aligned} \overline{R\phi}^A &= 251^\circ 04' - 0.04/4 = 251^\circ 03' \\ \overline{R\phi}^B &= 321^\circ 39' - 2 \times 0.04/4 = 321^\circ 37' \\ \overline{R\phi}^C &= 251^\circ 79' - 3 \times 0.04/4 = 251^\circ 76' \\ \overline{R\phi}^D &= 262^\circ 47' - 4 \times 0.04/4 = 262^\circ 43' \end{aligned} \right\}$$

$$E_x = 76.06 + 386.37 - 200 - 262.43 = 0$$