# Fundamentos de Cartografia

Licenciatura em Engenharia Geoespacial 2024/2025



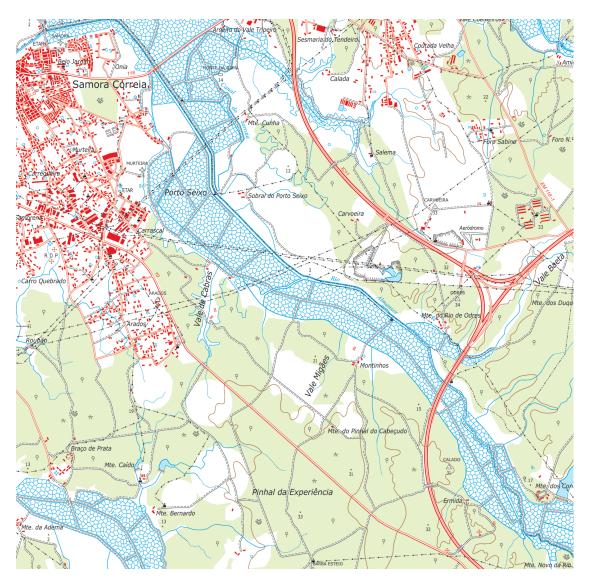
# **Agenda**

- 1. CONCEITOS FUNDAMENTAIS
- 2. FIGURA DA TERRA E SUPERFÍCIES DE REFERÊNCIA USADAS EM CARTOGRAFIA
- 3. SISTEMAS DE COORDENADAS NO PLANO
- 4. SISTEMAS DE COORDENADAS NA ESFERA
- 5. GEOMETRIA DO ELIPSOIDE
- 6. FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS DAS PROJEÇÕES CARTOGRÁFICAS
- 7. ELIPSE DE DISTORÇÃO
- 8. POSIÇÃO, CLASSIFICAÇÃO E DENOMINAÇÃO DAS PROJEÇÕES CARTOGRÁFICAS
- 9. DERIVAÇÃO ANALÍTICA DE UMA PROJEÇÃO CARTOGRÁFICA
- 10. PROJEÇÕES CONFORMES ADOTADAS NA CARTOGRAFIA DE PORTUGAL

# **CONCEITOS FUNDAMENTAIS**

#### **CARTA**

Qualquer representação plana da superfície da Terra, ou de outro corpo celeste, na qual são representadas as posições relativas dos vários objetos, numa determinada escala e numa determinada projeção cartográfica.



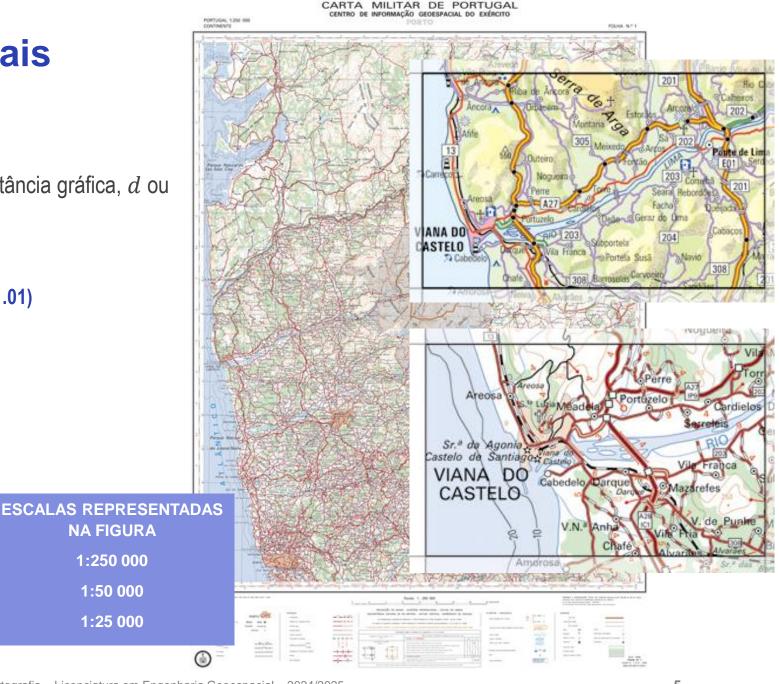
#### **ESCALA DA CARTA**

A **escala de uma carta**, **E**, é a razão entre a distância gráfica, d ou  $\overline{ab}$ , e a distância real, D ou  $\overline{AB}$ :

$$E = \frac{\overline{ab}}{\overline{AB}} = \frac{d}{D} = \frac{1}{N}$$
 (1.01)

$$D = d \times N \qquad (1.02)$$

sendo N é o módulo da escala da carta.



**NA FIGURA** 

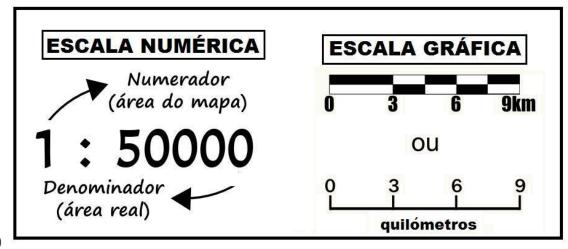
1:250 000

1:50 000

1:25 000

#### **ESCALA DA CARTA**

- A escala pode ser apresentada na forma de **fração** (por exemplo, 1/50 000) ou então na forma de **proporção** (por exemplo, 1:50 000).
- Independentemente da forma como é representada a escala numérica, uma escala de 1:50 000 indica que as dimensões do terreno foram reduzidas 50 000 vezes para serem representadas na carta.
- A escala gráfica de uma carta consiste na relação entre a dimensão dos objetos representados na carta, comparada com o tamanho real do objeto.



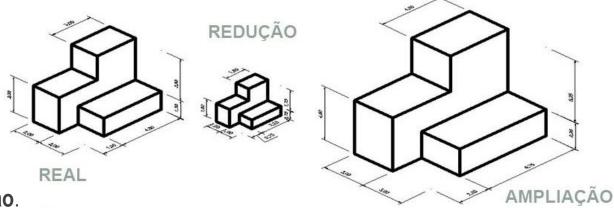
1 cm no mapa equivale a 50 000 cm no terreno

#### **ESCALA**

As escalas podem ser de:

- **Ampliação**, quando E > 1 (por exemplo, 2:1);
- **Cópia natural**, quando E = 1 (1:1);
- **Redução**, quando E < 1 (por exemplo, 1:2 500);

sendo que em cartografia são utilizadas escalas de redução.



#### **ESCALA**

PEQUENA	inferior a 1:500 000	Realidade mais reduzida, maior área representada e menor grau de pormenor.	Cartas Geográficas
INTERMÉDIA	entre 1:500 000 e 1:50 000	Situação intermédia em termos de realidade, superfície representada e grau de pormenor.	Cartas Corográficas
GRANDE	superior a 1:50 000	Realidade menos reduzida, menor área representada e maior grau de pormenor.	Cartas Topográficas ou Plantas*

<sup>\*</sup> O termo **planta** é utilizado para designar as cartas topográficas de **escala superior a 1:10 000**, representando áreas suficientemente pequenas para que a curvatura da Terra possa ser ignorada e a escala se possa considerar constante.

#### **ESCALA DA CARTA**

A escolha da escala de uma carta depende:

- do pormenor que se pretende representar;
- da **precisão** com que se pretende trabalhar na carta.

supondo que se pretendem representar elementos que distem de

0.5 m, então devemos adotar uma escala superior a 1:2 500:

$$0.5 \ m \ge \varepsilon_g \times N \ \equiv \ N \le \frac{500 \ mm}{0.2 \ mm} = 2500 \ \equiv \ E \ge \frac{1}{2500}$$

#### ERRO DE GRAFICISMO ( $\epsilon_{g}$ )

É o menor intervalo que a vista humana pode avaliar sobre um desenho; ou seja, é a distância mínima entre dois pontos (0.1 mm), de forma a que estes possam ser distinguidos como dois, sem se confundirem num só.

É uma função da acuidade visual, e inclui ainda a habilidade manual do operador e a qualidade do equipamento de impressão, sendo o erro de graficismo admissível na elaboração de uma carta topográfica para pontos e linhas igual a 0.2 mm, equivalente a 2 vezes a acuidade visual.

O erro de gaficismo é independente da escala, logo toda a distância ou pormenor do terreno cuja dimensão reduzida à escala seja igual, ou menor ao erro de graficismo, não é representada na carta ou é representada com simbologia convencional.

#### **ESCALA**

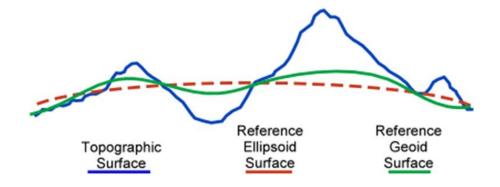
Embora a escala seja tradicionalmente entendida como um conceito relacionado com a representação dos elementos da superfície terrestre, estes possuem uma escala inerente não relacionada com a sua representação, mas com o nível de detalhe com que os dados são capturados em levantamentos de campo, pelo que é mais correto entender a escala como algo relacionado com a **resolução dos dados**, ou seja, relacionado com o **tamanho mínimo que se consegue mapear**.

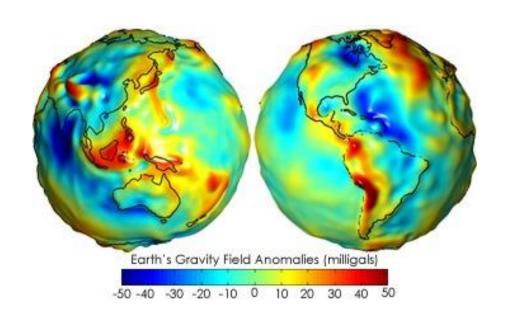
Dado o **erro de graficismo** e a **escala** a adotar numa carta, podemos saber o **nível de detalhe** que precisamos usar ao recolher dados no terreno para a produção dessa carta.

Num **Sistema de Informação Geográfica (SIG)** podemos vizualizar a informação a uma qualquer escala, recorrendo às ferramentas de zoom in e zoom out, no entanto, ampliar a informação recolhida com um determinado nível de detalhe, não faz aumentar o pormenor com que se representou o terreno, pelo que para representar esse terreno a uma escala maior é necessário recolher informação mais detalhada no terreno.

#### **GEOIDE**

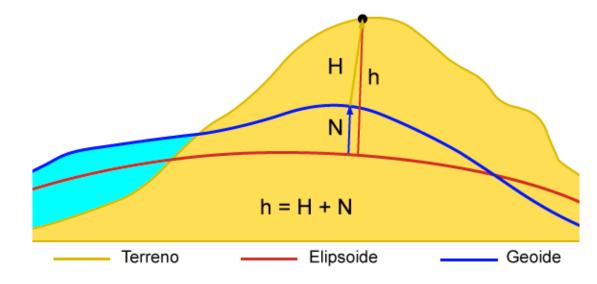
- A superfície que melhor se aproxima da forma da Terra é o geoide, que é uma superfície equipotencial do campo gravítico da Terra que que melhor se ajusta ao nível médio das águas do mar.
- É uma superfície ondulatória, suave e contínua e que ficticiamente se estende sob os continentes ao mesmo nível e que, por definição, é perpendicular em cada ponto à direção da gravidade.
- Esta superfície não é simétrica em relação ao eixo de rotação, sendo irregular a distribuição de densidades no interior da Terra (o Monte Everest tem cerca de 9 km de altitude e a Fossa das Marianas tem cerca de 11 km de profundidade).





### **DATUM VERTICAL OU ALTIMÉTRICO**

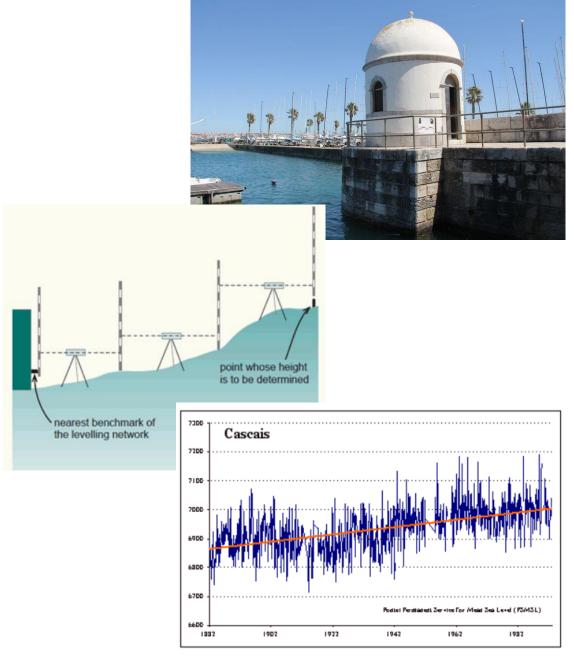
- Um datum vertical refere-se à superfície de referência utilizada para definir as altitudes de pontos da superfície terrestre.
- O geoide é a superfície tomada como referência para a medição da coordenada altimétrica (cota ou altitude ortométrica, H) de cada ponto; mas podem-se também considerar altitudes relativas ao elipsoide (altitude elipsoidal, h).
- A **ondulação do geoide**, *N* é a diferença entre a altitude elipsoidal e a altitude ortométrica.
- Com base num **modelo do geoide** e em altitudes elipsoidais resultantes de observações GNSS (Global Navigation Satellite Systems), é possível deduzir valores para as altitudes ortométricas a partir da expressão: H = h N.



- O GeodPT08 é um modelo local do geoide para Portugal Continental, elaborado pela FCUL em parceria com a Direção-Geral do Território (DGT), que permite uma melhoria da precisão na determinação das altitudes ortométricas em Portugal Continental em relação a outros modelos globais, nomeadamente no posicionamento em tempo real com sistemas GNSS.
- O GeodPT08 consiste numa grelha de 1',5 em 1',5 de **ondulações do geoide referentes ao elipsoide GRS80**, por ser este o utilizado no sistema de referência PT-TM06/ETRS89.
- Os serviços de visualização e descarregamento WMS e WFS/ATOM podem ser acedidos na área de dados abertos do Portal da DGT (Sistema Nacional de Informação Geográfica – SNIG – <a href="https://snig.dgterritorio.gov.pt/">https://snig.dgterritorio.gov.pt/</a>)

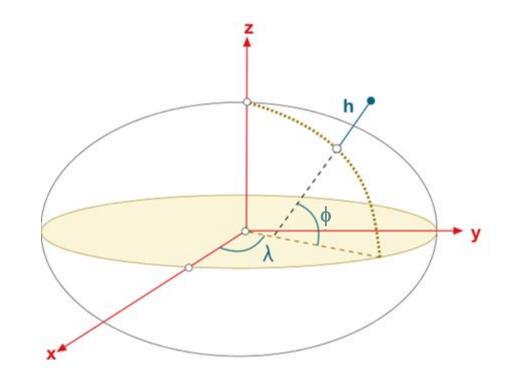
#### DATUM VERTICAL OU ALTIMÉTRICO

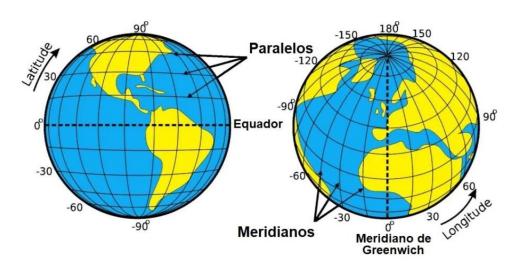
- O marégrafo de Cascais, a funcionar desde 1882, é a referência altimétrica para Portugal Continental.
- A marca fundamental da rede de nivelamento geométrico situa-se junto a este marégrafo, de modo a assegurar a ligação entre o nivelamento e o **datum altimétrico**.
- O sistema de referência vertical oficial do Continente é denominado por Cascais Helmert 1938, uma vez que o datum foi definido a partir da média dos níveis médios das águas do mar em Cascais para o período entre 1882 e o último dia do ano de 1938.



#### DATUM HORIZONTAL OU PLANIMÉTRICO

- Um datum horizontal refere-se a um sistema de coordenadas, determinadas a partir de um elipsoide de referência, orientado em relação a uma origem.
- Foi anteriormente definida uma superfície física, o geoide, como superfície de referência altimétrica. É ainda necessária uma superfície de referência para a descrição das coordenadas geodésicas ou geográficas (latitude, φ; longitude, λ), sendo o elipsoide a mais conveniente.
- O elipsoide constitui uma figura relativamente simples que ajusta o geoide a uma aproximação de primeira ordem, embora para fins de mapeamento em pequena escala, a esfera possa ser usada.

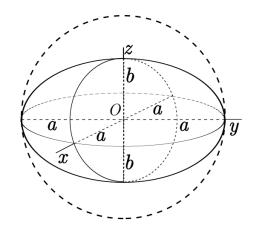


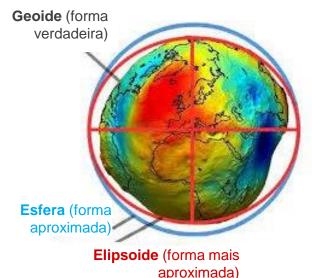


### DATUM HORIZONTAL OU PLANIMÉTRICO

- O elipsoide de revolução é formado pela rotação de uma elipse em torno do seu semieixo menor (raio polar, b), constituindo a forma definida matematicamente que mais se aproxima da forma verdadeira da Terra.
- Comparativamente a uma esfera com um raio igual ao semieixo maior (raio equatorial, a), do elipsoide, é a forma que permite maior precisão na representação da terra.
- O achatamento do elipsoide, f, depende do semieixo maior, a, e do semieixo menor, b.

Elipsoide de referência	Raio equatorial, $a$	Raio polar, $b$	Achatamento, $f$
Hayford (ou Internacional 1924)	6 378 388.0 m	6 356 911.946 m	1/297
Geodetic Reference System 1980 (GRS80)	6 378 137.0 m	≈ 6 356 752.314 140 348 m	1/298.257 222 100 882 711 243
World Geodetic System 1984 (WGS84)	6 378 137.0 m	≈ 6 356 752.314 245 m	1/298.257 223 563





#### DATUM HORIZONTAL OU PLANIMÉTRICO

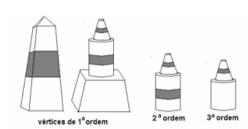
- Atualmente, em Portugal Continental são utilizados o datum ETRS89, que utiliza o elipsoide GRS80, e o datum WGS84.
- Estes vieram substituir o datum Lisboa (mais antigo), com a sua origem situada no Castelo de São Jorge, em Lisboa, e o datum 73, com a sua origem mais central à Rede Geodésica Nacional (RGN), no vértice geodésico Melriça; sendo que ambos os data (plural de datum) utilizam o elipsoide de Hayford.
- Um outro datum horizontal que surge na cartografia nacional é o datum Europeu 1950, conhecido pelo acrónimo ED50, que também utiliza o elipsoide de Hayford, mas posicionado na Torre de Helmert em Potsdam, na Alemanha.

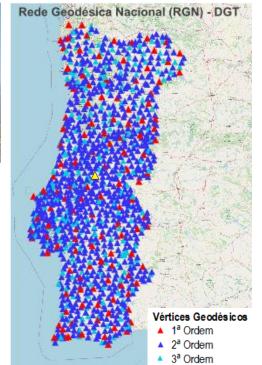
#### Data geodésicos utilizados em Portugal Continental

Designação comum	Elipsoide	Ponto de fixação	Observações	
Datum Lisboa	Hayford	Castelo de S. Jorge	Obsoleto	
Datum 73	Hayford	Melriça	Obsoleto	
Datum Europeu (ED50)	Hayford	Potsdam (Alemanha)	Obsoleto	
Datum WGS84	WGS84	-	Geodesia, sistemas de posicionamento globais	
Datum ETRS89	GRS80	-	Geodesia, sistemas de posicionamento globais	



Vértice Geodésico Melriça perto de Vila de Rei (a amarelo na figura da direta)





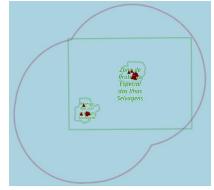
# DATUM HORIZONTAL OU PLANIMÉTRICO

- Atualmente, nas regiões autónomas da Madeira e dos Açores são utilizados o datum ITRF93, que utiliza o elipsoide GRS80, e o datum WGS84.
- Estes vieram substituir o datum São Bráz utilizado no grupo oriental dos Açores (São Miguel e Santa Maria), o datum Base SW utilizado no grupo central dos Açores (Graciosa, Terceira, São Jorge, Pico e Faial), o datum Observatório (Flores e Corvo), o datum Porto Santo (Madeira, Porto Santo e Desertas) e o datum Selvagens (Selvagens).

#### Data geodésicos utilizados nas Regiões Autónomas

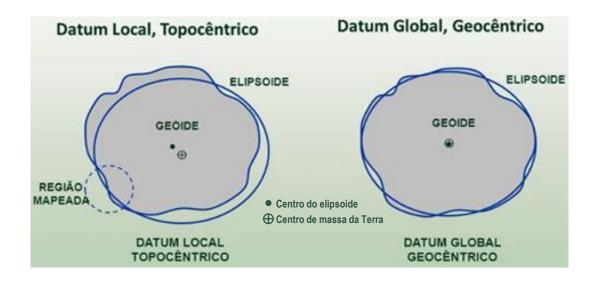
Designação comum	Elipsoide	Ponto de fixação	Observações
Datum Porto Santo	Hayford	Porto Santo	Obsoleto
Datum Selvagens	Clarke	Marco astronómico (Selvagem Grande)	Obsoleto
Datum S. Braz	Hayford	S. Braz (Ilha de S. Miguel)	Obsoleto
Datum Base SW	Hayford	Base SW (Ilha Graciosa)	Obsoleto
Datum Observatório	Hayford	Observatório (Ilha das Flores)	Obsoleto
Datum WGS84	WGS84	-	Geodesia, sistemas de posicionamento globais
Datum ITRF93	GRS80	-	Geodesia, sistemas de posicionamento globais





#### DATUM GLOBAL vs DATUM LOCAL

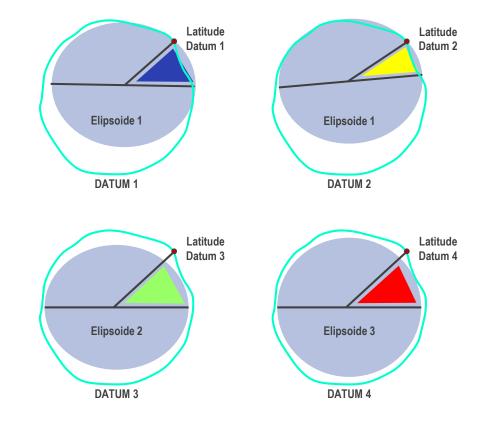
- Um datum local, caracteriza-se pelo facto de se ajustar a uma pequena região (normalmente a sua determinação é feita por entidades nacionais) e tem como ponto fundamental um ponto de fixação, onde as coordenadas geodésicas (referidas ao elipsoide) são coincidentes com as coordenadas astronómicas.
- Em contraste com os data locais, um **datum global** caracteriza-se pelo facto de ajustar o geoide no seu todo (normalmente a sua determinação é feita internacionalmente) e tem como ponto fundamental o centro do elipsoide, que terá que ser tão próximo quanto possível do centro da Terra (centro de massa), e o coincidir do semieixo menor do elipsoide com o eixo de rotação da Terra.





### DATUM HORIZONTAL OU PLANIMÉTRICO

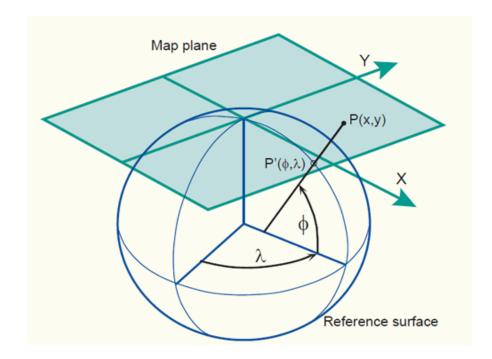
- Um mesmo elipsoide pode dar origem a dois data distintos, consoante o ponto de fixação adotado face à superfície terrestre (no caso de um datum local); e a utilização de diferentes elipsoides dá origem a data distintos.
- Estas duas situações fazem com que um dado ponto P da superfície terreste (X, Y, Z), tenha coordenadas geodésicas  $(\phi, \lambda, h)$  distintas de acordo com o datum adotado.



Vértice Geodésico ALPIARÇA (Santarém)	Cartesianas tridimensionais (X, Y, Z)	Geodésicas ou geográficas (φ, λ, h)
Datum Lisboa	X= 4 890 791.711 m, Y= -737 337.627 m e Z= 4 013 992.186 m	$\phi$ = 39° 15' 01.4678" N; $\lambda$ = 08° 34' 24.1279" WGr; $h$ = 67.307 m
Datum 73	X= 4 890 710.486 m; Y= -737 508.443 m; Z= 4 014 059.649 m	$\phi$ = 39° 15' 04.2871" N; $\lambda$ = 08° 34' 31.6768" WGr; $h$ = 67.518 m
Datum ETRS89	X= 4 890 487.595 m; Y= -737 398.270 m; Z= 4 014 096.079 m	$\phi$ = 39° 15' 07.1594" N; $\lambda$ = 08° 34' 28.5195" WGr; $h$ = 121.67 m

# PROJEÇÃO CARTOGRÁFICA

- Um projeção cartográfica consiste maioritariamente numa transformação efetuada através de uma função matemática que permite representar a superfície curva da Terra num plano.
- Como já mencionado, a superfície de referência para mapeamento em grande escala é geralmente um elipsoide e, para mapeamento em pequena escala, uma esfera.
- Este mapeamento consiste em transformar cada ponto na superfície de referência, com coordenadas geográficas  $(\phi, \lambda)$ , num conjunto de coordenadas cartesianas planas (x, y) que represente a posição desses mesmos pontos num plano.



As projeções cartográficas são maioritariamente efetuadas através de uma função matemática, que no caso de transformar coordenadas geográficas (φ, λ) em coordenadas cartesianas planas (x, y) assume a designação de **transformação direta**:

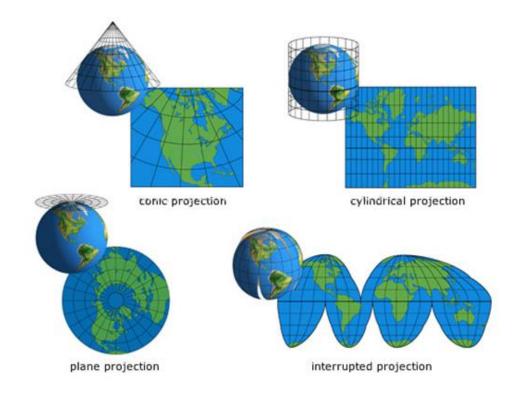
$$(x, y) = f(\phi, \lambda)$$

e, no caso contrário, a designação de transformação inversa:

$$(\phi,\lambda)=f(x,y)$$

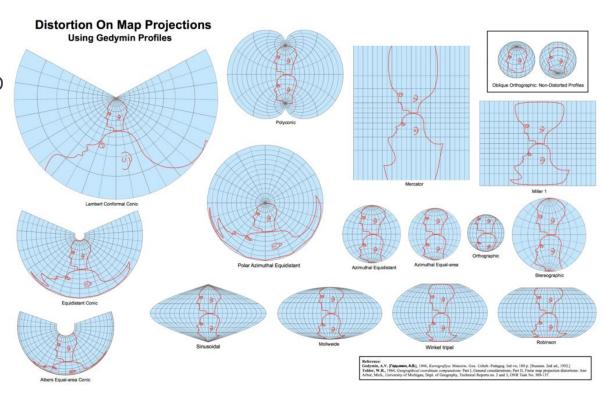
# PROJEÇÃO CARTOGRÁFICA

- As projeções cartográficas podem ser tipicamente classificadas de acordo com a superfície geométrica a partir da qual são derivadas, cilindro, cone ou plano, dando origem a três tipos de classes de projeções:
  - CILÍNDRICAS
  - CÓNICAS
  - AZIMUTAIS



### PROJEÇÃO CARTOGRÁFICA

- Existem centenas de projeções cartográficas distintas que foram desenvolvidas consoante a utilização pretendida, as quais representam a superfície terrestre de diferentes maneiras e com o seu próprio nível de distorção:
  - Cartas usadas para diferentes atividades, algumas usadas na navegação outras para a representação de países ou continentes.
  - Cada projeção apresenta distorções distintas, mantendo algumas áreas precisas e outras altamente distorcidas.
  - Uma única projeção não é suficiente, dado que é quase impossível projetar com precisão o mundo inteiro numa carta.



#### **DIFERENTES TIPOS DE COORDENADAS**

- **Coordenadas cartesianas tridimensionais** (X, Y, Z).
- Coordenadas geodésicas ou geográficas (latitude,  $\phi$ , longitude,  $\lambda$ , e altitude elipsoidal, h).
- Coordenadas cartesianas retangulares ou planas (distância à meridiana central, M, e distância ao paralelo central, P), sendo a altimetria representada nas cartas por curvas de nível e pontos cotados relativos ao geoide (altitude ortométrica, H).



COORDENADAS	V.G. ALPIARÇA (Santarém – 31A) PT-TM06-ETRS89
Cartesianas tridimensionais $(X, Y, Z)$	X = 4890487.595 m $Y = -737398.270 m$ $Z = 4014096.079 m$
Geodésicas ou geográficas $(\phi, \lambda, h)$	$\phi = 39^{\circ} 15' 07.1594" N$ $\lambda = 08^{\circ} 34' 28.5195" WGr$ $h = 121.67 m$
Retangulares (M,P) + H	$M = -38\ 107.92\ m$ $P = -46\ 123.14\ m$ $H = 67.85\ m$

# PRODUÇÃO CARTOGRÁFICA

Resumindo, a transformação da superfície terrestre (superfície curva) numa superfície plana é uma operação complexa que pressupõe:

- a projeção da superfície física da Terra sobre um elipsoide de referência por meio de projetantes normais ao elipsoide em cada um dos seus pontos (método de projeção de Helmert) **GEODESIA**;
- a projeção dos pontos sobre o elipsoide num plano obedecendo a uma determinada lei (sistema de projeção ou representação), geométrica ou analítica, que traduza a posição de cada um dos pontos numa carta, em função da correspondente posição sobre essa superfície **CARTOGRAFIA**.

A International Association of Geodesy (IAG) define a **GEODESIA** como a ciência que estuda a forma, dimensão e o campo gravítico da Terra.

A International Cartographic Association (ICA) define a CARTOGRAFIA como sendo a disciplina que está relacionada com a conceção, produção, disseminação e estudo de cartas; estando também relacionada com a representação, ou seja, com a própria carta.

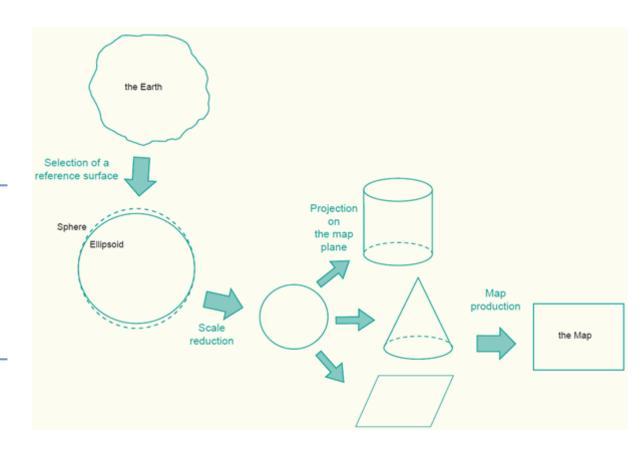




# PRODUÇÃO CARTOGRÁFICA

A produção de cartografia pressupõe as seguintes etapas:

- 1. Utilização de uma superfície de referência elipsoidal ou esférica para a representação da superfície da Terra.
- 2. Aplicação de um determinado **fator de redução** (escala natural ou escala principal) à superfície de referência curva, uma vez que uma carta é uma representação de pequena escala da superfície da Terra.
- 3. **Projeção** desta superfície reduzida numa carta, recorrendo a um cilindro, um cone, ou um plano.



### SISTEMAS DE REFERÊNCIA GEO-CARTOGRÁFICOS NACIONAIS

#### PORTUGAL CONTINENTAL – DGT

- O atual sistema de referência é o PT-TM06/ETRS89, sendo o ETRS89 um sistema global de referência recomendado pela EUREF (European Reference Frame, subcomissão da IAG) estabelecido através de técnicas espaciais de observação.
- O ETRS89 (European Terrestrial Reference System 1989) é coincidente com o ITRS (International Terrestrial Reference System) na época de 1989.0 e fixado à parte estável da Placa Euro-Asiática.
- Este sistema, adotado em 2006, deverá substituir completamente os anteriormente usados, que se consideram obsoletos Datum Lisboa, Datum 73, e Datum ED50.

	PT-TM06/ETRS89			
Elipsoide de revolução	GRS80	a= 6 378 137 m f= 1/298.257 222 100 882		
Projeção cartográfica	Transversa de Mercator (Gauss-Krüger)			
Latitude e longitude da origem das coordenadas retangulares	39° 40' 05".73 N 08° 07' 59".19 W			
Falsa origem das coordenadas retangulares	Em $M$ (distância à Meridiana): 0 m Em $P$ (distância à Perpendicular): 0 m			
Coeficiente de redução de escala no meridiano central	k <sub>0</sub> = 1			
Orientação dos eixos coordenados (Quadrante I)		NE (+, +)		

# SISTEMAS DE REFERÊNCIA GEO-CARTOGRÁFICOS NACIONAIS

	Bessel-Bo	onne Datum Lisboa	Hayford-Gauss Datum Lisboa		Hayford-Gauss Datum 73		ED50 - European Datum 1950	
Portugal Continental – DG1	– Sistemas	de Referência Obso	letos					
Elipsoide de revolução	Bessel	a= 6 377 397.155 m f= 1/299.152 812 85	Hayford (ou Internacional 1924)	a= 6 378 388 m f= 1/297	Hayford (ou Internacional 1924)	a= 6 378 388 m f= 1/297	Hayford (ou Internacional 1924)	a= 6 378 388 m f= 1/297
Ponto origem das coordenadas geodésicas	Antigo Vértice Geodésico do Castelo de S. Jorge em Lisboa		Antigo Vértice Geodésico do Castelo de S. Jorge em Lisboa		Vértice Geodésico Melriça TF4 (centro do País)		Potsdam, Alemanha	
Projeção cartográfica	Cónica Equivalente de Bonne		Transversa de Mercator (Gauss-Krüger)		Transversa de Mercator (Gauss-Krüger)		Universal Transversa de Mercator (UTM)	
Latitude e longitude da origem das coordenadas retangulares	39° 40' 00" N 08° 07' 54".863 W		39° 40' 00" N 08° 07' 54".863 W		39° 40' 00" N 08° 07' 54".863 W		0° N 9° W (fuso 29)	
Falsa origem das coordenadas retangulares	Em <i>M</i> : 0 m Em <i>P</i> : 0 m		Em <i>M</i> : 0 m Em <i>P</i> : 0 m		Em <i>M</i> : 180.598 m Em <i>P</i> : - 86.99 m		Em $E$ (Easting): 500 000 m Em $N$ (Northing): 0 m	
Coeficiente de redução de escala no meridiano central	k <sub>0</sub> = 1		k₀= 1		$k_0$ = 1		k <sub>0</sub> = 0.9996	
Orientação dos eixos coordenados (Quadrante I)	<b>▼</b> SW (+, +	-)	NE (+, +)		NE (+, +	·)	NE (+,	, +) <b>→</b>

### SISTEMAS DE REFERÊNCIA GEO-CARTOGRÁFICOS NACIONAIS

### REGIÕES AUTÓNOMAS DOS AÇORES E DA MADEIRA - DGT

- O atual sistema de referência, o PTRA08-UTM/ITRF93, baseia-se na ligação das redes geodésicas ao sistema ITRF93 (International Terrestrial Reference Frame 1993), suportada pela solução da campanha internacional TANGO 1994 (Trans-Atlantic Network for Geodynamics and Oceanography) onde foram observados com GPS pelo menos um vértice geodésico de cada ilha.
- A projeção cartográfica recomendada é a Universal Transversa de Mercator (UTM) segundo os fusos em que se encontra cada região.
- Este sistema deverá substituir completamente os anteriormente usados, que se consideram obsoletos - Datum S. Braz (S. Miguel, Grupo Oriental), Datum Base SW (Graciosa, Grupo Central), e Datum Observatório (Flores, Grupo Ocidental) na região autónoma dos Açores e Datum Base SE (Porto Santo) na região autónoma da Madeira.

	PTRA08-UTM/ITRF93		
Elipsoide de revolução	GRS80	a= 6 378 137 m f= 1/298.257 222 100 882	
Projeção cartográfica	Universal Tra	ansversa de Mercator (UTM)	
Latitude e longitude da origem das coordenadas retangulares	0° N 15° W (fuso 28) - Arquipélago da Madeira 27° W (fuso 26) - Arquipélago dos Açores - Grupo Oriental e Central 33° W (fuso 25) - Arquipélago dos Açores - Grupo Ocidental		
Falsa origem das coordenadas retangulares	Em $E$ (Easting): 500 000 m Em $N$ (Northing): 0 m		
Coeficiente de redução de escala no meridiano central	k <sub>0</sub> = 0.9996		
Orientação dos eixos coordenados (Quadrante I)		NE (+, +)	

### SISTEMAS DE REFERÊNCIA GEO-CARTOGRÁFICOS NACIONAIS

#### PORTUGAL CONTINENTAL - CIGeoE

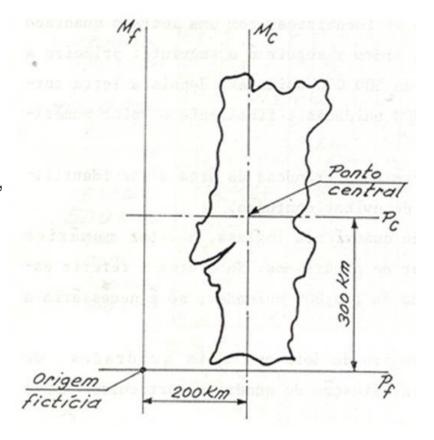
- O atual atual sistema de referência é o TM/WGS84, sendo o WGS 84 um sistema global de referência definido e mantido pela NGA (United States National Geospatial-Intelligence Agency) através de técnicas espaciais de observação.
- O WGS84 (World Geodetic System 1984) é um datum que considera coordenadas que vão sendo alteradas no tempo, sendo consistente, até cerca de 1 cm, com o ITRF (International Terrestrial Reference Frame).
- Desde 1 de maio de 2001, é adotado o datum WGS84, sendo que este sistema deverá substituir completamente os anteriormente usados, que se consideram obsoletos.

		TM/WGS84	
Elipsoide de revolução	WGS84	a= 6 378 137 m f= 1/298.257 223 563	
Projeção cartográfica	Transversa de Mercator (Gauss)		
Latitude e longitude da origem das coordenadas retangulares	39° 40' 05".73 N 08° 07' 59".19 W		
Falsa origem das coordenadas retangulares	Em <i>M</i> : 200 000 m Em <i>P</i> : 300 000 m		
Coeficiente de redução de escala no meridiano central	k <sub>0</sub> = 1		
Orientação dos eixos coordenados (Quadrante I)	NE (+, +)		

#### SISTEMA TM/WGS84

- Este sistema de referência foi adotado pelo CIGeoE, desde 1 de maio de 2001, para substituir o sistema de coordenadas Hayford-Gauss militares utilizado na Carta Militar de Portugal na escala 1:25 000 (série M888).
- As coordenadas de um dado ponto, relativas ao **Ponto Fictício**  $(M_{PF}, P_{PF})$ , são obtidas das coordenadas relativas ao Ponto Central  $(M_{PC}, P_{PC})$ , somando a estas 200 km em M e 300 km em P:

$$M_{PF} = M_{PC} + 200 \ km$$
 (1.03)  $P_{PF} = P_{PC} + 300 \ km$ 



Fonte: CIGeoE (2024)

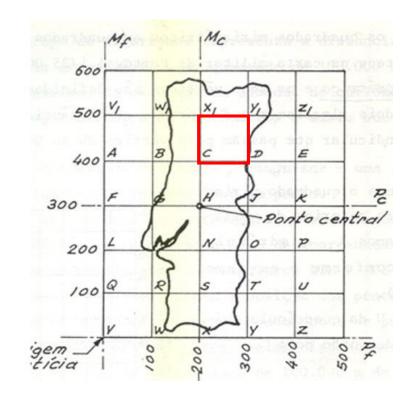
#### SISTEMA TM/WGS84

Com base neste novo referencial, criou-se uma quadrícula constituída por quadrados de 100 km de lado, cada um dos quais é designado por uma letra. Criou-se assim uma notação alfanumérica, constituída pela letra correspondente ao quadrado onde se localiza o ponto, e dois grupos de algarismos indicando os valores de M e P, começando na dezena de quilómetro. Assim, teremos, por exemplo:

C 357.042 (para coordenadas conhecidas até ao hectómetro)

C 3574624.0423816 (para coordenadas conhecidas até ao centímetro)

As coordenadas relativas ao Ponto Fictício, apresentadas segundo esta notação, recebem a designação de "Coordenadas Militares".



 $M_{\text{Ponto}}(\text{TM/WGS84}) = \frac{2}{3}5.7 \text{ km} = 235.746.24 \text{ m}$ 

 $P_{\text{Ponto}}(\text{TM/WGS84}) = \frac{404.2 \text{ km} = 404.238.16 \text{ m}}{204.2 \text{ km}}$ 

#### SISTEMA TM/WGS84

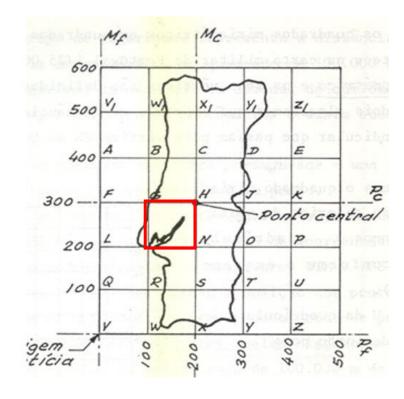
Por exemplo, para o vértice geodésico MARTELEIRA com as seguintes coordenadas TM/WGS84:

$$M_{\text{Marteleira}}(\text{TM/WGS84}) = \frac{1}{1}01.40 \text{ km}$$

$$P_{\text{Marteleira}}(\text{TM/WGS84}) = \frac{2}{5}0.83 \text{ km}$$

As correspondentes coordenadas militares são:

M 014.508



### SISTEMAS DE REFERÊNCIA GEO-CARTOGRÁFICOS NACIONAIS

### REGIÕES AUTÓNOMAS DOS AÇORES E DA MADEIRA – CIGeoE

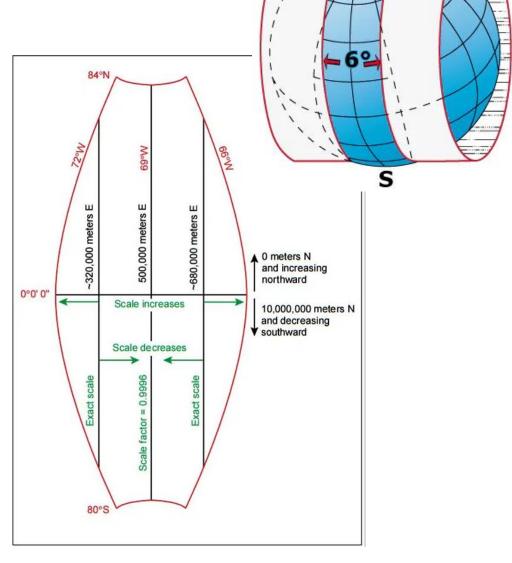
- O atual atual sistema de referência é o UTM/WGS84, sendo o WGS 84 um sistema global de referência definido e mantido pela NGA como já mencionado anteriormente.
- A projeção cartográfica recomendada é a Universal Transversa de Mercator (UTM) segundo os fusos em que se encontra cada região.
- Desde 1 de maio de 2001, é adotado o datum WGS84, sendo que este sistema deverá substituir completamente os anteriormente usados, que se consideram obsoletos Datum S. Braz (S. Miguel, Grupo Oriental), Datum Base SW (Graciosa, Grupo Central), e Datum Observatório (Flores, Grupo Ocidental) na região autónoma dos Açores e Datum Base SE (Porto Santo) na região autónoma da Madeira.

	UTM/WGS84		
Elipsoide de revolução	WGS84	a= 6 378 137 m f= 1/298.257 223 563	
Projeção cartográfica	Universal	Transversa de Mercator (UTM)	
Latitude e longitude da origem das coordenadas retangulares	0° N 15° W (fuso 28) - Arquipélago da Madeira 27° W (fuso 26) - Arquipélago dos Açores - Grupo Oriental e Central 33° W (fuso 25) - Arquipélago dos Açores - Grupo Ocidental		
Falsa origem das coordenadas retangulares	Em $E$ (Easting): 500 000 m Em $N$ (Northing): 0 m		
Coeficiente de redução de escala no meridiano central	k <sub>0</sub> = 0.9996		
Orientação dos eixos coordenados (Quadrante I)		NE (+, +)	

#### SISTEMA UNIVERSAL TRANSVERSA DE MERCATOR (UTM)

### PROJEÇÃO UTM

- A projeção UTM é utilizada na cartografia das Regiões Autónomas da Madeira e dos Açores. A quadrícula UTM/WGS84 encontra-se também impressa (a preto) na Carta Militar de Portugal à escala 1:25 000, juntamente com a quadrícula TM/WGS84 (impressa a castanho) e a quadrícula UTM/ED50 (impressa a azul).
- O sistema UTM deve a sua importância ao facto de, como o seu nome indica, ser um sistema que abrange toda a superfície terrestre, apenas com a exceção das regiões polares.



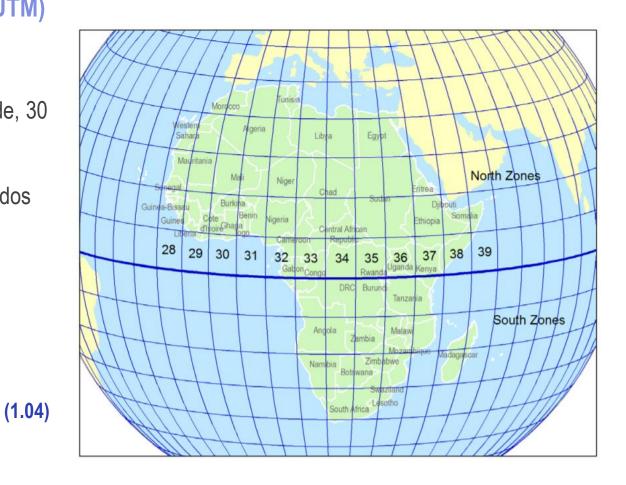
### SISTEMA UNIVERSAL TRANSVERSA DE MERCATOR (UTM)

#### FUSOS (ZONES)

- A Terra é dividida em **60 fusos de 6º de amplitude** em longitude, 30 fusos a Oeste de Greenwich e outros 30 a Este.
- Os fusos são numerados de 1 a 60, a partir do semimeridiano dos antípodas de Greenwich, de Oeste para Leste.
- Cada fuso tem assim o seu meridiano central:

$$\lambda_{WGr} \Rightarrow Fuso = Int\left(\frac{180^{\circ} - \lambda}{6^{\circ}}\right) + 1$$

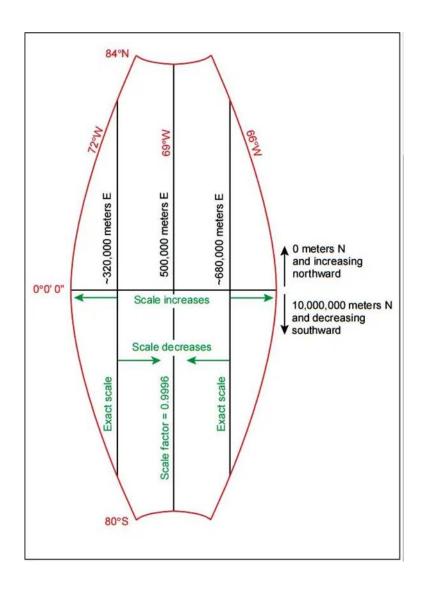
$$\lambda_{EGr} \Rightarrow Fuso = Int\left(\frac{180^{\circ} + \lambda}{6^{\circ}}\right) + 1 = Int\left(\frac{\lambda}{6^{\circ}}\right) + 31$$



### SISTEMA UNIVERSAL TRANSVERSA DE MERCATOR (UTM)

#### **LIMITES**

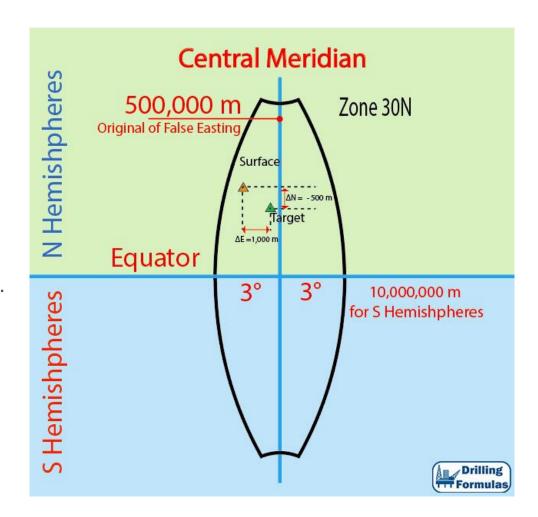
Todas as regiões compreendidas entre as **latitudes 84º N e 80º S** estão cobertas pelo sistema de coordenadas retangulares UTM.



#### SISTEMA UNIVERSAL TRANSVERSA DE MERCATOR (UTM)

#### **EIXOS COORDENADOS**

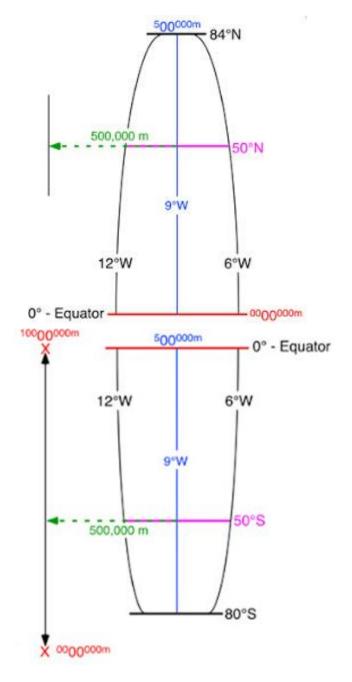
- Cada fuso tem uma **Meridiana**, que é a transformada do meridiano central ( $\lambda_0$  varia de acordo com o fuso relativamente ao meridiano de Greenwich que corresponde ao limite direito da zona de projeção no fuso 30).
- A **Perpendicular** coincide com a transformada do Equador ( $\phi_0 = 0^{\circ}$ ).
- As coordenadas crescem de Sul para Norte, e de Oeste para Leste.



#### SISTEMA UNIVERSAL TRANSVERSA DE MERCATOR (UTM)

#### **ORIGEM FICTÍCIA**

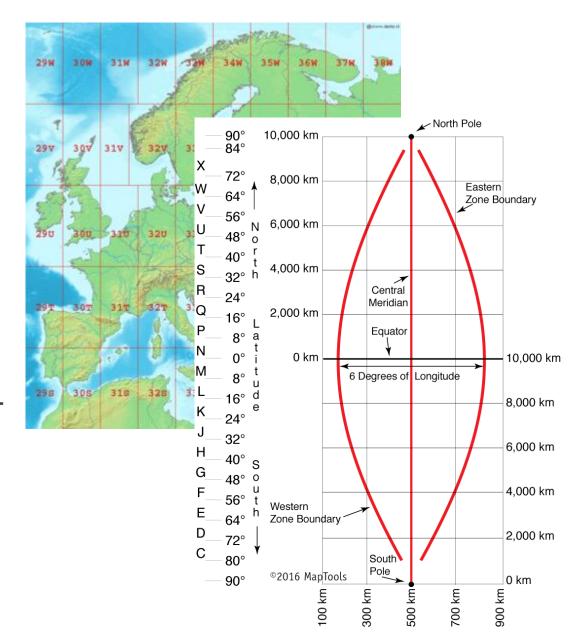
- Os eixos coordenados sofrem uma translação que os posiciona em origens fictícias.
- No **hemisfério Norte**, e para cada fuso, a origem situa-se 500 km a Oeste do meridiano central, e sobre o Equador.
- No hemisfério Sul, e para cada fuso, a origem situa-se 500 km a Oeste do meridiano central, e 10 000 km a sul do Equador.
- Como resultado, as coordenadas UTM são sempre positivas.



#### SISTEMA UNIVERSAL TRANSVERSA DE MERCATOR (UTM)

#### **ZONAS (LATITUDE BANDS)**

- Cada fuso é dividido em 20 zonas de 8º de amplitude em latitude, exceto a zona mais a Norte, que tem 12º de amplitude.
- Dentro de cada fuso, as zonas são identificadas por letras, de C a X (excetuando-se I e O), de Sul para Norte.
- A identificação de uma zona é feita através de um par número-letra, sendo que o território de Portugal Continental se situa nas zonas 29T e 29S.



#### SISTEMA UNIVERSAL TRANSVERSA DE MERCATOR (UTM)

#### QUADRADOS ( SQUARES )

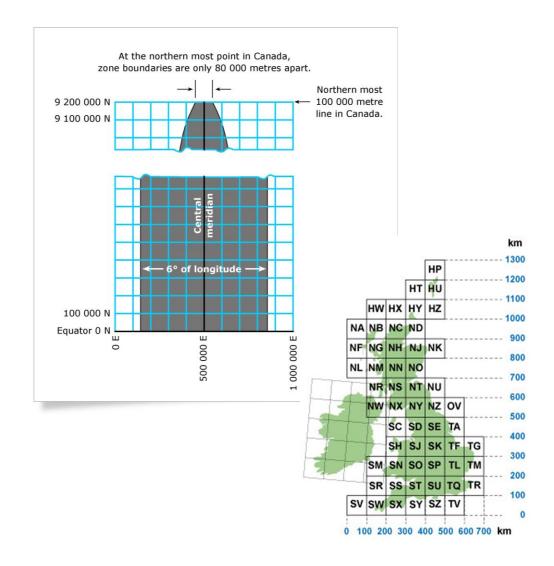
Sobreposta à rede de zonas existe uma malha constituída por **quadrados de 100 km** de lado. Cada quadrado é identificado por duas letras, a primeira relativa à coluna e a segunda relativa à linha em que o quadrado se situa.

#### **COLUNAS**

As colunas são identificadas por **letras da A a Z** (excetuando-se I e O), num total de 24 letras, distribuídas de Oeste para Leste. Cada fuso tem, sobre o Equador, 8 colunas, pelo que cada alfabeto se repete de 3 em 3 fusos.

#### **LINHAS**

As linhas são identificadas por **letras da A a V** (excetuando-se I e O), num total de 20 letras, distribuídas de Sul para Norte. Cada alfabeto repete-se assim a cada 2 000 km. A linha A começa sobre o Equador nos fusos ímpares, e 500 km a Sul do Equador nos fusos pares.



#### SISTEMA UNIVERSAL TRANSVERSA DE MERCATOR (UTM)

#### **COORDENADAS UTM**

#### RETANGULARES

As coordenadas UTM de um ponto podem ser dadas através das simples distâncias desse ponto aos eixos coordenados (Meridiana e Perpendicular Fictícias). Para que o ponto fique univocamente determinado, há ainda que indicar o fuso e o hemisfério -Norte ou Sul - em que ele se situa; esta indicação pode ser feita através da indicação da zona.

#### **MILITARES**

As coordenadas UTM de um ponto podem ainda ser dadas fazendo referência ao quadrado de 100 km de lado em que o ponto se situa, sendo depois apenas necessário indicar as coordenadas  $M \in P$  a partir da dezena de km. As coordenadas UTM militares são então constituídas por: identificação da zona, identificação do quadrado, dígitos respeitantes à coordenada M, dígitos respeitantes à coordenada P.

Exemplo: Zona 29S

M = 6 173 hm

P = 41 258 hm

29 S PB 173 258

#### SISTEMA UNIVERSAL TRANSVERSA DE MERCATOR (UTM)

Por exemplo, para o vértice geodésico MARTELEIRA com as seguintes coordenadas UTM/WGS84:

Zona 29S

$$M_{\text{Marteleira}}(\text{UTM/WGS84}) = \frac{476.25 \text{ km}}{100}$$

$$P_{\text{Marteleira}}(\text{UTM/WGS84}) = \frac{4.3}{4.20} \text{ km}$$

As correspondentes coordenadas militares são:

29 S MD 762.412

#### **COLUNA**

Fuso 1: ABCD|EFGH (a linha ao alto corresponde a uma distância à meridiana de M= 500 km)

Fuso 2: JKLM | NPQR

Fuso 3: STUV | WXYZ

Fuso 4: ABCD | EFGH

...

Fuso 28: ABCD | EFGH

Fuso 29: JKLM | NPQR (a letra M compreende as distâncias à meridiana 400 km ≤ M < 500 km)

. . .

#### LINHA

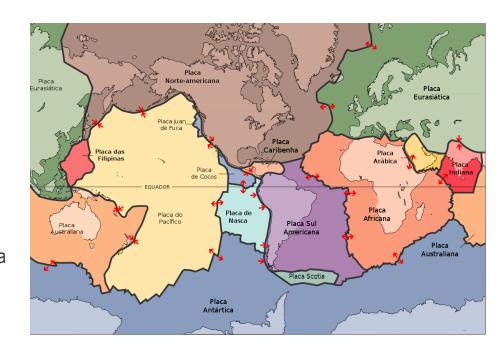
Fuso ímpar, logo a 1ª linha acima do equador é a A.

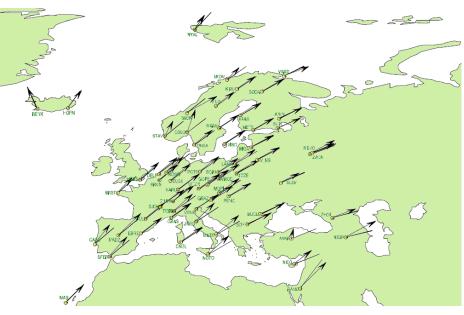
A, B, C, ..., V (2 000 km); 2 repetições; inicia de novo na letra A (4 000 km); B (4 100 km); C (4 200 km); D (4 300 km); E (4 400 km); F (4 500 km); ...

# SISTEMAS DE REFERÊNCIA GEO-CARTOGRÁFICOS NACIONAIS

#### Diferenças entre o ETRS89 e o WGS84

- O WGS84 é um sistema geocêntrico de referência, usado nas medições GPS, baseado no ITRS global que é fixado no centro de massa da Terra, sendo a sua mais recente revisão feita com base na versão estabelecida em 1984. Devido à tectónica de placas, o continente Euroasiático está a mover-se no ITRS muito lentamente, relativamente à superfície terrestre, na direção Nordeste.
- O ETRS89 é um sistema geocêntrico de referência desenvolvido para a Europa com base no estado do ITRS no dia 1 de Janeiro de 1989, constituíndo um sistema uniforme e independente do tempo, uma vez que a placa continental Euroasiática é em grande parte estática.
- O WGS84/ITRS e o ETRS89 diferem na ordem dos 50 a 60 cm (< 1 m), dependendo a diferença da localização na placa Euroasiática, dado que o continente gira lenta mas continuamente em torno do centro de massa da Terra. Os vetores e os ângulos que representam, respetivamente, os deslocamentos e as rotações, estão representados graficamente na figura à direita em baixo.</p>







Código EPSG	Designação	Sistema coordenadas	Unidades	Link	Entidade
Portugal Continental – Sistemas Globais					
4258	ETRS89		Graus (°)	https://epsg.io/4258	DGT
4326	WGS84 - World Geodetic System 1984, used in GPS	Coordenadas geográficas 2D		https://epsg.io/4326	CIGeoE
3763	ETRS89 / Portugal TM06	Coordenadas cartesianas planas 2D		https://epsg.io/3763	DOT
25829	ETRS89 / UTM zone 29N		Metro (m)	https://epsg.io/25829	DGT
32629	WGS 84 / UTM zone 29N			https://epsg.io/32629	CIGeoE



Código EPSG	Designação	Sistema coordenadas	Unidades	Link	Entidade	
Portugal Contin	Portugal Continental – Sistemas Locais					
4274	Datum 73		Graus (°)	https://epsg.io/4274	DGT	
4207	Lisbon	Coordenadas geográficas 2D		https://epsg.io/4207		
4230	ED50			https://epsg.io/4230		
27493	Datum 73 / Modified Portuguese Grid		Metro (m)	https://epsg.io/27493		
5018	Lisbon / Portuguese Grid New	Coordenadas cartesianas planas 2D		https://epsg.io/5018		
23029	ED50 / UTM zone 29N			https://epsg.io/23029		
20790	Lisbon (Lisbon) / Portuguese National Grid			https://epsg.io/20790	CIGeoE	



Código EPSG	Designação	Sistema coordenadas	Unidades	Link	Entidade
Regiões Autónomas dos Açores e da Madeira – Sistemas Globais					
5013	PTRA08			https://epsg.io/5013	DGT
4326	WGS84 - World Geodetic System 1984, used in GPS	Coordenadas geográficas 2D	Graus (°)	https://epsg.io/4326	CIGeoE
5014	PTRA08 / UTM zone 25N		Metro (m)	https://epsg.io/5014	
5015	PTRA08 / UTM zone 26N			https://epsg.io/5015	DGT
5016	PTRA08 / UTM zone 28N	Coordenadas cartesianas		https://epsg.io/5016	
32625	WGS 84 / UTM zone 25N	planas 2D		https://epsg.io/32625	
32626	WGS 84 / UTM zone 26N			https://epsg.io/32626	CIGeoE
32628	WGS 84 / UTM zone 28N			https://epsg.io/32628	



Código EPSG	Designação	Sistema coordenadas	Unidades	Link	Entidade	
Regiões Autóno	Regiões Autónomas dos Açores e da Madeira – Sistemas Locais					
4182	Azores Occidental 1939		Graus (°)	https://epsg.io/4182	DGT e CIGeoE	
4183	Azores Central 1948	Coordenadas geográficas 2D		https://epsg.io/4183		
4184	Azores Oriental 1940			https://epsg.io/4184		
4663	Porto Santo 1995			https://epsg.io/4663		
2188	Azores Occidental 1939 / UTM zone 25N		Mater (m)	https://epsg.io/2188		
2189	Azores Central 1948 / UTM zone 26N	Coordenadas cartesianas planas 2D		https://epsg.io/2189		
2190	Azores Oriental 1940 / UTM zone 26N		Metro (m)	https://epsg.io/2190		
3061	Porto Santo 1995 / UTM zone 28N			https://epsg.io/3061		



# CÓDIGOS EPSG DOS SISTEMAS DE REFERÊNCIA VERTICAIS

Código EPSG	Designação	Sistema coordenadas	Unidades	Link	Entidade		
Portugal Contin	Portugal Continental e Regiões Autónomas dos Açores e da Madeira						
5780	Cascais height			https://epsg.io/5780			
6179	Cais da Vila - Porto Santo height			https://epsg.io/6179			
6180	Cais das Velas height			https://epsg.io/6180			
6181	Horta height	Altitude ortométrica	Metro (m)	https://epsg.io/6181	DGT e CIGeoE		
6182	Cais da Madalena height			https://epsg.io/6182			
6183	Santa Cruz da Graciosa height			https://epsg.io/6183			
6184	Cais da Figueirinha - Angra do Heroismo height			https://epsg.io/6184			
6185	Santa Cruz das Flores height			https://epsg.io/6185			
6186	Cais da Vila do Porto height			https://epsg.io/6186			
6187	Ponta Delgada height			https://epsg.io/6187			

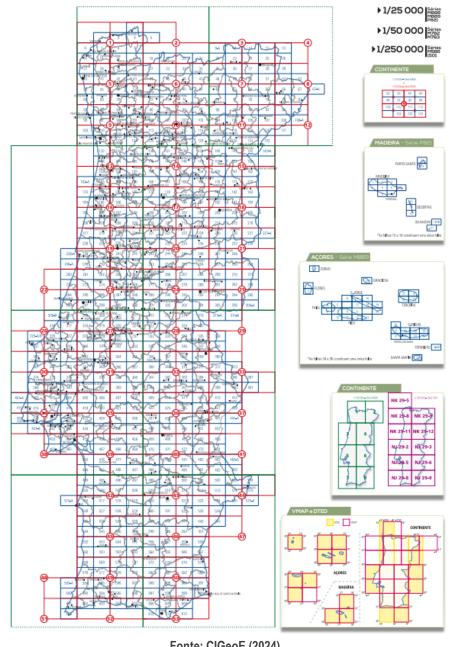
#### SISTEMA CARTOGRÁFICO PORTUGUÊS

#### SÉRIE CARTOGRÁFICA

- Conjunto de folhas de uma mesma carta que possuem as mesmas caraterísticas: as mesmas dimensões, o mesmo sistema de numeração e o mesmo conjunto de sinais convencionais.
- Para além destes elementos, são também comuns às diversas folhas os parâmetros de definição da carta: os mesmos data (planimétrico e altimétrico), a mesma projeção cartográfica (com os mesmos parâmetros), o mesmo sistema de coordenadas planas e a mesma escala.

#### SISTEMA CARTOGRÁFICO

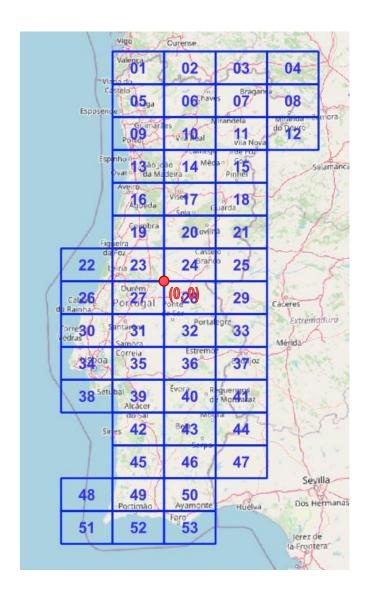
Conjunto das séries cartográficas que cobrem o território de um país.



Fonte: CIGeoE (2024)

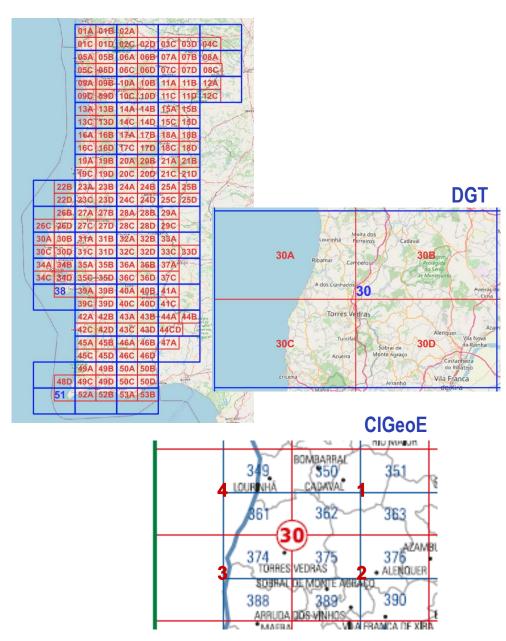
# CARTA COROGRÁFICA 1:100 000 – DGT (Série M684)

- Dimensões das folhas:  $a = 64 \times 40 \text{ cm}^2$  (A = 64 x 40 km<sup>2</sup>).
- Numeração das folhas: As folhas são numeradas de 1 a 53, conforme a sequência indicada na figura.
- A origem das coordenadas retangulares (0 m, 0 m) correspondente à origem da projeção ( $\phi_0$ = 39° 40′ 05.73″ N,  $\lambda_0$ = 08° 07′ 59.19″ W), encontra-se no canto inferior direito da folha 23.
- Exemplo: Carta Corográfica de Portugal à escala 1:100 000 folha n.º 30.



# CARTOGRAFIA À ESCALA 1:50 000 - DGT (Série M7810) e CIGeoE (Série M783)

- Dimensões das folhas:  $a = 64 \times 40 \text{ cm}^2$  (A = 32 x 20 km<sup>2</sup>).
- Numeração das folhas: A numeração das folhas é feita com base na subdivisão, em quatro, das folhas da carta 1:100 000; cada uma dessas quatro folhas recebe um número que é constituído pelo número da folha da carta 1:100 000 a que pertence, seguido de uma letra, no caso da carta da DGT, ou de um número (romano), no caso da carta do CIGeoE, como se ilustra na figura (175 folhas).
- Exemplo: Carta Corográfica de Portugal à escala 1:50 000 folha 30-A
   e Carta Militar de Portugal à escala 1:50 000 folha 30-4.

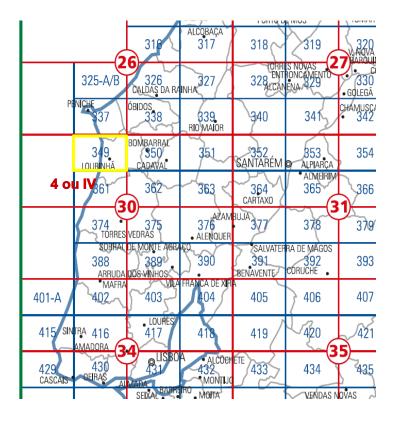


#### CARTA MILITAR 1:25 000 – CIGeoE (Série M888)

Dimensões das folhas:  $a = 64 \times 40 \text{ cm}^2$  (A = 16 x 10 km<sup>2</sup>).

- Numeração das folhas: A numeração das folhas é feita com base na subdivisão, em quatro, das folhas da carta 1:50 000 do CIGeoE; cada uma dessas quatro folhas recebe um número que é constituído pelo número da folha da carta 1:50 000 a que pertence, seguido da designação NW, NE, SW, ou SE (632 folhas).
- Exemplo: Carta Militar de Portugal à escala 1:25 000 folha n.º 30-IV-NE ou folha n.º 349.

NW	NE		
SW	SE		

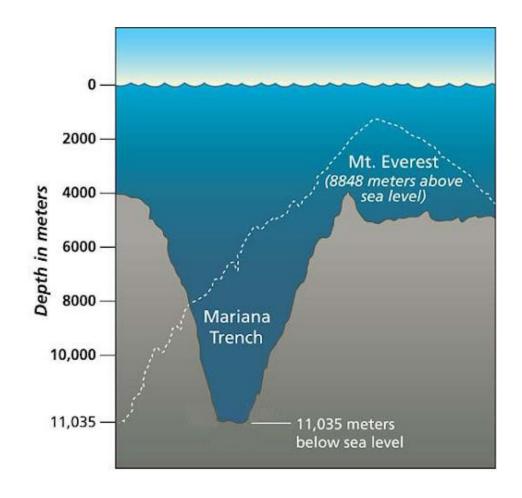


2

# FIGURA DA TERRA E SUPERFÍCIES DE REFERÊNCIA USADAS EM CARTOGRAFIA

#### TAMANHO E FORMA DA TERRA

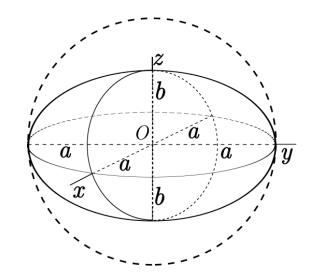
- O conhecimento sobre o tamanho e a forma da Terra é indispensável para fazer mapas da sua superfície a uma determinada escala.
- Sabemos que a Terra é um planeta quase esférico cuja superfície apresenta irregularidades criadas pela terra e pelo mar, zonas elevadas e zonas planas, montanhas e vales, não passando estas de uma pequena rugosidade da superfície dado que o raio da Terra é de cerca de 6 371 km.
- Reduzindo a Terra a um círculo de raio igual a 6 cm, a variação na espessura da linha da circunferência, correspondente à variação entre a altitude do Monte Everest (~ 9 km) e a profundidade da Fossa das Marianas (~11 km), é inferior a 0.2 mm.

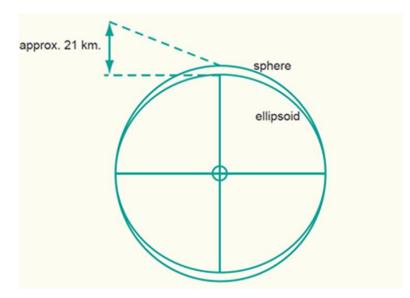


# ELIPSOIDE DE REVOLUÇÃO E ESFERA

- O elipsoide é uma superfície tridimensional que pode ser representada em secção por meio de uma elipse, sendo o seu **achatamento polar**, **f**, depende do **semieixo maior** (ou eixo equatorial), **a**, e do **semieixo menor** (ou eixo polar), **b**, da elipse.
- O valor de f, que também é conhecido como elipticidade, é sempre expresso como uma fração (para a superfície terrestre este valor é de cerca de 1/298, pelo que o eixo polar é cerca de 21 km menor do que o eixo equatorial).

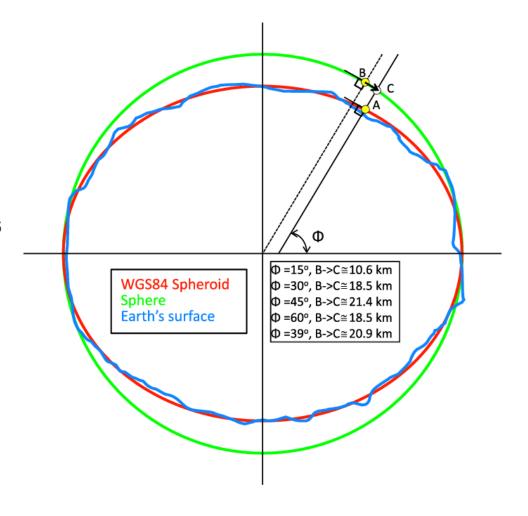
$$f = \frac{(a-b)}{a}$$
 (2.01)





# ELIPSOIDE DE REVOLUÇÃO E ESFERA

- Assim, a uma escala aproximada de 1/100 000 000, que representa a Terra como um círculo de raio igual a 6 cm, a quantidade de achatamento polar também é de cerca de 0.2 mm.
- Como 0.2 mm também é a largura da linha usada para detalhes lineares finos em cartografia analógica, tal implica que em escalas muito pequenas o achatamento da Terra seja insignificante.
- Esta é uma conclusão importante do ponto de vista cartográfico porque permite supor que a terra pode ser considerada verdadeiramente esférica para certos propósitos.



# SUPERFÍCIES DE REFERÊNCIA

Como já mencionado as variações do geoide são praticamente negligenciáveis para a maior parte dos levantamentos e na cartografia, pelo que podemos simplificar o problema e considerar 3 modos distintos para definir a forma e o tamanho da superfície terrestre:

Um **plano** tangente (ou secante) à superfície terrestre num determinado ponto

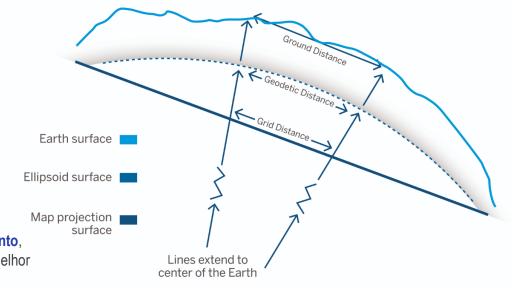
Uma esfera com um raio adequado

Um **elipsoide de revolução** com dimensões e um achatamento adequado

#### Ordem ascendente de refinamento,

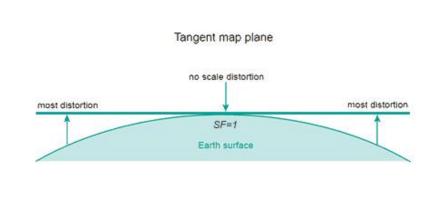
sendo que o elipsoide se ajusta melhor ao geoide do que uma esfera de tamanho equivalente, e a esfera é uma melhor aproximação do que o plano.

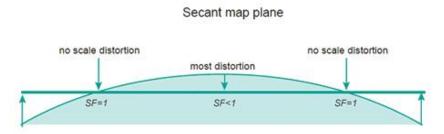
Ordem ascendente de complexidade matemática, sendo a formulação matemática necessária para definir a posição e determinar as relações entre as distâncias e os ângulos no plano mais simples no plano, sendo sucessivamente mias complexa com a adoção da esfera e do elipsoide.



#### **PLANO**

- Em algumas aplicações e em **áreas muito limitadas** (**até alguns km de raio**), pode considerar-se um **plano** tangente, ou secante, à superfície terrestre como superfície de referência, e desprezar os erros cometidos na determinação das posições relativas entre os vários lugares resultantes da **curvatura da Terra**.
- O mesmo não se verifica na determinação de altitudes, as quais são fortemente afetadas pela curvatura da Terra, mesmo em áreas pequenas.
- A vantagem do plano consiste na utilização da formulação simples da **trigonometria plana**, **dispensando o próprio processo de projeção cartográfica**, sendo a superfície de referência usada na cartografia a grande escala de áreas pequenas .





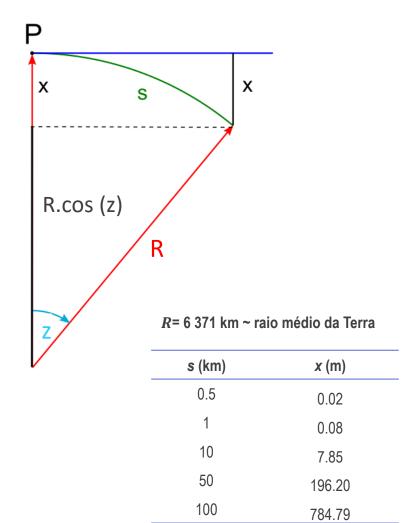
#### **PLANO**

- Na proximidade do ponto P em que o plano interseta a superfície curva da Terra, as duas superficies praticamente coincidem, no entanto, à medida que nos afastamos desse ponto, as duas superficies divergem.
- Sendo o comprimento de um arco, s, é igual ao produto da medida do ângulo central do arco em radianos, z, pelo comprimento do raio do círculo, R.

$$s = R.z$$
 (2.02)

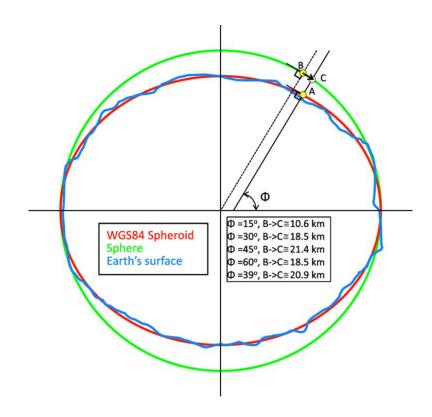
O valor desse **afastamento**, x, é calculado com:

$$x = R. (1 - \cos z) = R. \left(1 - \cos\left(\frac{s}{R}\right)\right)$$
 (2.03)



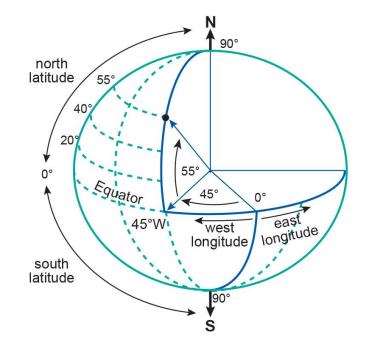
#### **ESFERA**

- Já vimos que a uma escala 1:100 000 000, o comprimento dos 2 eixos de um elipsoide difere (~ 21 km) na ordem de grandeza da largura da linha necessária para os representar (0.2 mm).
- Logo, só faz sentido substituir a esfera pelo elipsoide se a diferença resultante for percetível na escala da carta que se pretende construir, pelo que se deve utilizar a **esfera** como superfície de referência em cartografia a uma **escala igual ou inferior a 1: 5 000 000**.
- A esfera é aplicada na produção de mapas de pequeno formato que representem grandes áreas da superfície terrestre, tais como mapas mundo e atlas.



#### **ESFERA VERSUS ELIPSOIDE**

- A distância entre graus de latitude no elipsoide apresenta pequenas variações devido ao seu achatamento, aumentando ligeiramente a partir do Equador na direção dos polos (0.62 km entre as latitudes 20° e 55°).
- Pelo contrário, a **distância entre graus de longitude na esfera e no elipsoide** varia significamente, apresentando o seu maior valor ao longo do Equador e convergindo para os polos (40.66 km entre as latitudes 20° e 55°).

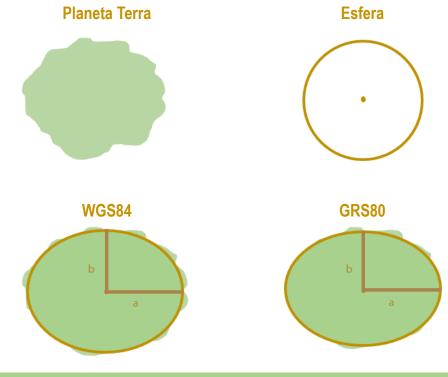


Latitude*	Comprimento de 1° de longitude na esfera (km)	Comprimento de 1° de longitude no elipsoide (km)	Diferença entre os arcos de longitude (km)	Comprimento de 1° de latitude na esfera (km)	Comprimento de 1° de latitude no elipsoide (km)	Diferença entre os arcos de latitude (km)
20° N	104.49	104.65	0.16	111.19	110.71	-0.48
40° N	85.18	85.39	0.21	111.19	111.04	-0.15
55° N	63.78	63.99	0.21	111.19	111.33	0.14

<sup>\*</sup> Considerando o elipsoide WGS84 (https://www.omnicalculator.com/math/great-circle)

#### **ELIPSOIDE**

- Na produção de **cartas topográficas** ou de outras séries cartográficas, que representem **países**, a continuidade da informação no limite entre folhas adjacentes é particularmente importante utilizar o **elipsoide** como superfície de referência.
- O elipsoide é também usado como superfície de referência na produção de cartografia náutica de maior escala e em cartas de pequena escala até um limite de ~ 1: 5 000 000.
- Atualmente, os elipsoides mais comuns são o **WGS84**, que é também usado no *Global Positioning System* (GPS), e o **GRS80**, os quais têm o mesmo raio equatorial mas diferem no achatamento, sendo o GRS80 o mais achatado.



Elipsoide de referência	Raio equatorial, a	Raio polar, b	Inverso do achatamento, 1/f
Geodetic Reference System 1980 (GRS80)	6 378 137.0 m	≈ 6 356 752.314 140 348 m	298.257 222 100 882 711 243
World Geodetic System 1984 (WGS84)	6 378 137.0 m	≈ 6 356 752.314 245 m	298.257 223 563