Ciências ULisboa | Engenharia Geográfica, Geofísica e Energia

1ª época de Topografia

11 de Junho de 2017

O exame é sem consulta e tem a duração de 2.5 horas

Cotação: (1.5+1.5+1.5+1.5), (4+1), (3), (2+2+2)

1 a) Supondo que foram efectuadas as observações azimutais seguintes, determine as coordenadas do ponto X, sendo conhecidas as coordenadas planimétricas dos geodésicos A, B e C:

Pontos visados / Estacao	A	B	C
X	261^g.4403	373^g.8103	112^g.5467

M_A=-1892.347 m	P_A=-3109.654 m
M_B=-2238.727 m	P_B=3123.593 m
M_C=4342.500 m	P_C=2231.474 m

b) Calcule o valor do R0 no ponto estação.

c) Supondo que a cota do ponto A é igual a 387.022 m e que a distância zenital observada de X para A é igual a 101^g.2255, determine a cota do ponto X sabendo que a altura do instrumento é igual a 1.670 m.

d) Confirme as coordenadas do ponto X utilizando as observações seguintes.

Pontos visados / Estacao	X	A	B
A	347^g.6459	---	313^g.1872
B	346^g.8287	0^g.0000	---

2. Calcule o erro de fecho angular da poligonal seguinte e classifique-a (justifique).

Estação	Ponto visado	Leituras azimutais	Distâncias
A	B	236^g.3280	
	C	176^g.8618	153.30 m
C	A	314^g.1802	153.34 m
	D	181^g.3486	147.64 m
D	C	112^g.9323	147.66 m
	B	397^g.2090	106.39 m
B	D	149^g.2736	106.45 m
	A	57^g.2969	

	M	P
A	7282.08 m	-3642.32 m
B	7188.68 m	-3875.39 m

Tipo de poligonal	Corrente	Precisão	Alta precisão
Tolerância para o erro de fecho angular (minutos de grado)	<4√n	<2√n	<√n

3. Para a construção de uma estrada, tendo sido efectuadas as observações seguintes, determine o declive do troço AB, sabendo que a_i=1.73 m, a_{vA}=1.56 m e a_{vB}=1.45 m.

Estação: E	Pontos visados	Leituras azimutais	Leituras zenitais	Distâncias inclinadas
	A	$68^g.60$	$103^g.28$	91.96 m
	B	$206^g.00$	$92^g.64$	145.24 m

4.Tendo estacionado dois níveis nas posições E_1 e E_2, obtiveram-se as leituras seguintes numa mira vertical colocada nos pontos A, B e C.

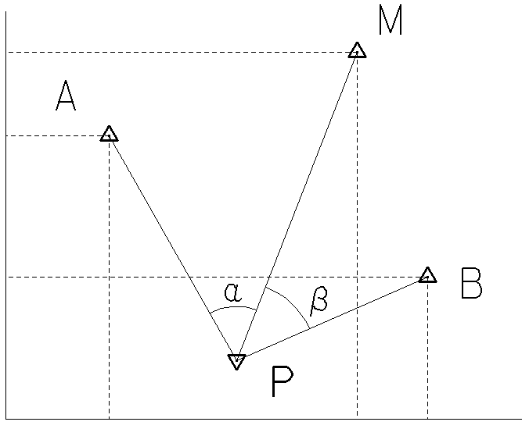
a) Utilizando as leituras obtidas pelo nível colocado em E_1 determine o desnível entre os pontos A e B. É possível afirmar que este nível está afectado por um erro de colimação (justifique)?

b) Determine o erro de colimação do nível colocado em E_2.

c) Sabendo que a cota do ponto A é igual a 246.548 m, determine a cota do ponto C.

	A	B	C
E_1	1.694	2.293	
	1.493	2.092	
	1.292	1.891	
E_2	1.923	2.372	1.455
	1.626	2.199	1.184
	1.329	2.026	0.913

Formulário:



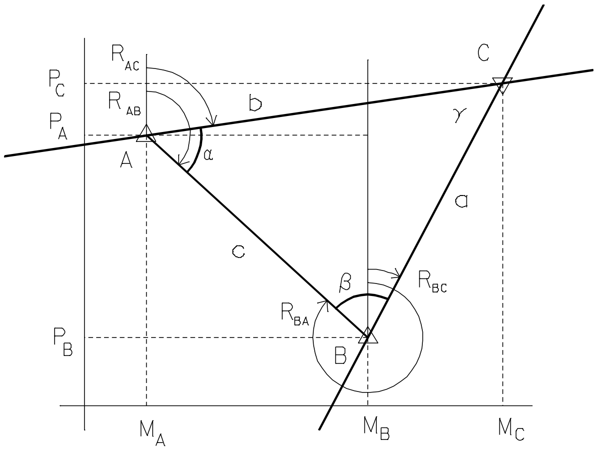
$$T_M = \frac{(P_B - P_A) + (M_M - M_A)\cot g\alpha + (M_M - M_B)\cot g\beta}{(M_A - M_B) + (P_M - P_A)\cot g\alpha + (P_M - P_B)\cot g\beta}$$

$$T_A = \frac{T_M - tg\alpha}{1 + T_M tg\alpha}$$

$$T_B = \frac{T_M + tg\beta}{1 - T_M tg\beta}$$

$$P_P = \frac{M_M - M_A - P_M T_M + P_A T_A}{T_A - T_M}$$

$$M_P = M_A - (P_A - P_P)T_A$$

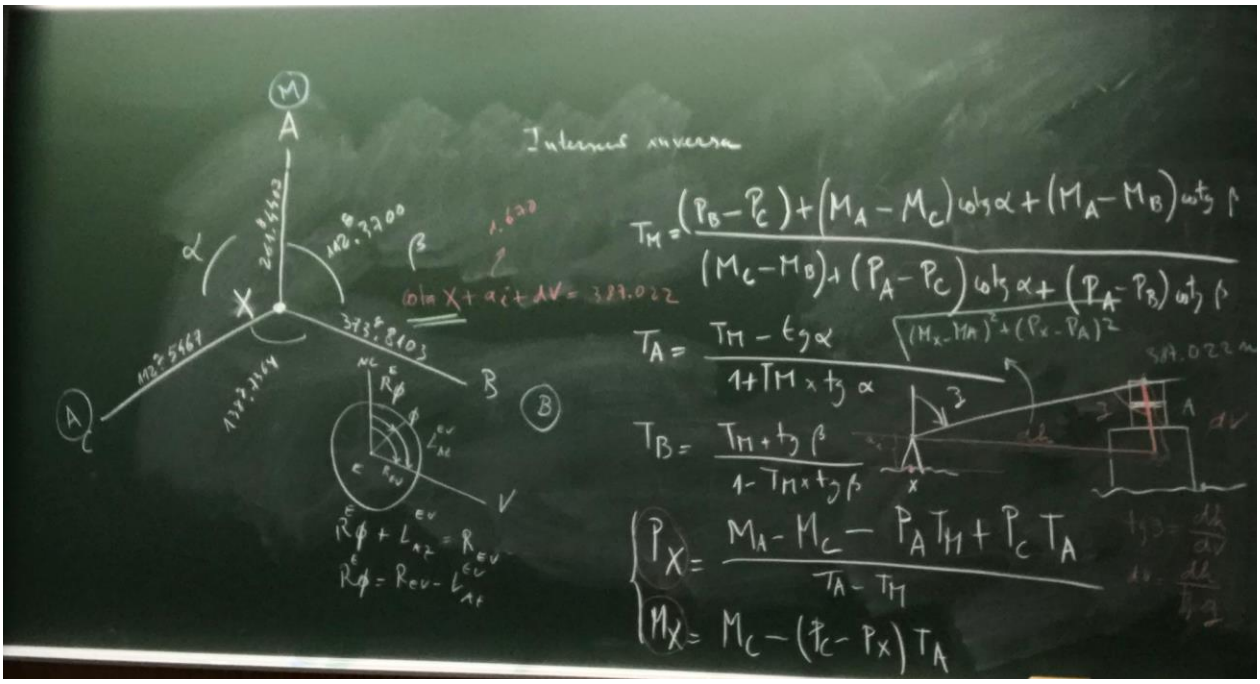


$$M_C = \frac{(P_B - P_A) + M_A \cot g\, R_{AC} - M_B \cot g\, R_{BC}}{\cot g\, R_{AC} - \cot g\, R_{BC}}$$

$$P_C = \frac{P_B \cot g\, R_{AC} - P_A \cot g\, R_{BC} + (M_A - M_B)\cot g\, R_{AC} \cot g\, R_{BC}}{\cot g\, R_{AC} - \cot g\, R_{BC}}$$

1. a) Calcular as coordenadas do ponto X por intersecção inversa: para utilizar as expressões que constam do formulário, designe-se o ponto A por A, o ponto B por M, o ponto C por B e o ponto X por P, sendo então:

   i) Considerando o ponto A do problema o ponto intermédio (ponto M das fórmulas), à esquerda está o ponto C do problema (ponto A das fórmulas) e à direita está o ponto B do problema (ponto B das fórmulas), sendo o ponto X do problema o ponto P das fórmulas. Efectuando as substituições, tem-se:



e portanto:

```
> MA:=-1892.347;
```

$$MA := -1892.347$$

```
> PA:=-3109.654;
```

$$PA := -3109.654$$

```
> MB:=-2238.727;
```

$$MB := -2238.727$$

```
> PB:=3123.593;
```

$$PB := 3123.593$$

```
> MC:=4342.500;
```

$$MC := 4342.500$$

```
> PC:=2231.474;
```

$$PC := 2231.474$$

```
> alfa:=(261.4403-112.5467)*evalf(Pi)/200;
```

$$alfa := 2.338815200$$

```
> beta:=(373.8103-261.4403)*evalf(Pi)/200;
```

$$\beta := 1.765103833$$

```
> TM:=((PB-PC)+(MA-MC)*cot(alfa)+(MA-MB)*cot(beta))/((MC-MB)+(PA-PC)*cot(alfa)+(PA-
PB)*cot(beta));
```

$$TM := .5279580064$$

```
> TA:=(TM-tan(alfa))/(1+TM*tan(alfa));
```

$$TA := 3.448296422$$

```
> TB:=(TM+tan(beta))/(1-TM*tan(beta));
```

$$TB := -1.236433128$$

```
> PX:=(MA-MC-PA*TM+PC*TA)/(TA-TM);
```

$$PX := 1062.104145$$

```
> MX:=MC-(PC-PX)*TA;
```

$$MX := 310.166113$$

ii) Como alternativa, considerando o ponto B do problema o ponto intermédio (ponto M das fórmulas), à esquerda está o ponto A do problema (ponto A das fórmulas) e à direita está o ponto C do problema (ponto B das fórmulas), sendo o ponto X do problema o ponto P das fórmulas. Efectuando as substituições, tem-se:

Pontos visados / Estacao	A **A**	B **M**	C **B**
X **P**	$261^g.4403$	$373^g.8103$	$112^g.5467$

```
> MA:=-1892.347;
```

$$MA := -1892.347$$

```
> PA:=-3109.654;
```

$$PA := -3109.654$$

```
> MB:=-2238.727;
```

$$MB := -2238.727$$

```
> PB:=3123.593;
```

$$PB := 3123.593$$

```
> MC:=4342.500;
```

$$MC := 4342.500$$

```
> PC:=2231.474;
```

$$PC := 2231.474$$

```
> alfa:=(373.8103-261.4403)*evalf(Pi)/200;
```

$$alfa := 1.765103833$$

```
> beta:=(400+112.5467-373.8103)*evalf(Pi)/200;
```

$$\beta := 2.179266275$$

```
> TM:=((PC-PA)+(MB-MA)/tan(alfa)+(MB-MC)/tan(beta))/((MA-MC)+(PB-PA)/tan(alfa)+(PB-
PC)/tan(beta));
```

$$TM := -1.236433129$$

```
> TA:=(TM-tan(alfa))/(1+TM*tan(alfa));
```

$$TA := .5279580060$$

```
> TB:=(TM+tan(beta))/(1-TM*tan(beta));
```

$$TB := 3.448296429$$

```
> PX:=(MB-MA-PB*TM+PA*TA)/(TA-TM);
```

$$PX := 1062.104147$$

```
> MX:=MA-(PA-PX)*TA;
```

$$MX := 310.166113$$

b) Sendo E o ponto estação e V um ponto visado, ambos de coordenadas conhecidas, tem-se: $R0 = R^{EV} - L^{EV}_{AZ}$;

Neste caso, o ponto estação é o ponto X e o R0 nesse ponto pode ser obtido a partir de pontarias para A, B e C:

R_{XA} = atan((M_A-M_X)/(P_A-P_X)) = atan((-1892.347-310.166)/(-3109.654-1062.104)) = atan(-2202.513/-4171.758) = atan(0.52795)= 230.9246 gon

R_0 = R_{XA}-AZ_{XA} = 230.9246-261.4403 = 369.4843 gon

R_{XB} = atan((M_B-M_X)/(P_B-P_X)) = atan((-2238.727-310.166)/(3123.593-1062.104)) = atan(-2548.893/2 061.489) = atan(-1.23643) = 343.2946 gon

R_0 = R_{XB}-AZ_{XB} = 343.2946-373.8103 = 369.4843 gon

R_{XA} = atan((M_A-M_X)/(P_A-P_X)) = atan((4342.500-310.166)/(2231.474-1062.104)) = atan(4032.334/1169.370) = atan(3.4483) = 82.0310 gon

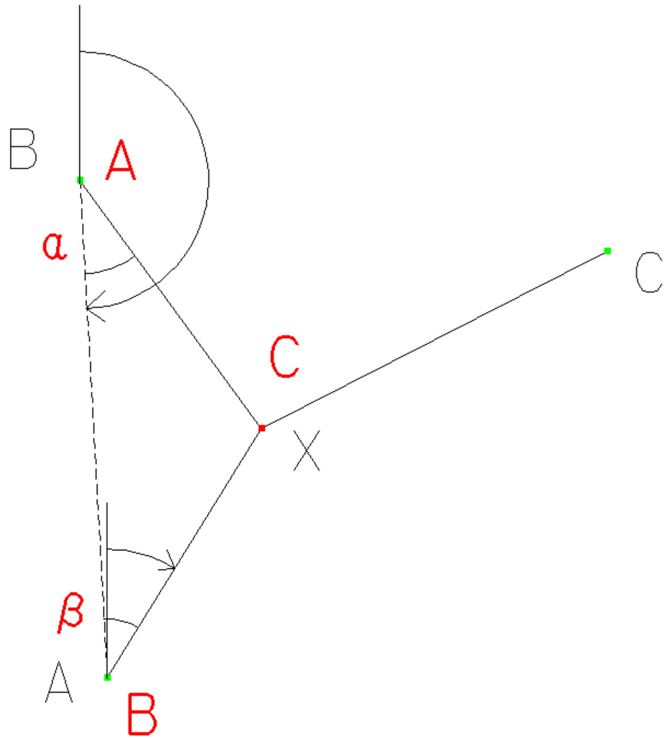
R_0 = R_{XA}-AZ_{XA} = 82.0310-112.5467 = 369.4843 gon

c)

$dh^{XA}=\sqrt{((M_X-M_A)^2+(P_X-P_A)^2)} = \sqrt{((310.166+1892.347)^2+(1062.104+3109.654)^2)} = \sqrt{(2202.513^2+4171.758^2)}$ = 4717.481 m

$cota_X+1.670+dh^{XA}/\tan(101^g.2255)=387.022$ => $cota_X$=476.175 m (atendendo às distâncias envolvidas, o efeito conjunto da refracção e da esfericidade terrestre deveria ser considerado)

d) Calcular as coordenadas do ponto X por intersecção directa, estacionando em A e em B. Adaptando a figura do formulário à figura pretendida, tem-se: A->B, B->A, X->C



Pontos visados / Estacao	X	A	B
A	$347^g.9907$	---	$313^g.1872$
B	$327^g.1734$	$0^g.0000$	---

$\beta = 0^g.0000 - 346^g.8287 + 400^g = 53^g.1713$

$\alpha = 347^g.6459 - 313^g.1872 = 34^g.4587$

$R_{BA} = atan((M_A - M_B)/(P_A - P_B)) = atan((-1892.347+2238.727)/(-3109.654-3123.593)) = atan(346.380/-6233.247) = 196^g.4660$

$R_{BX} = R_{BA} - \beta = 143^g.2947$

$R_{AX} = R_{AB} + \alpha - 400^g = R_{BA} + 200^g + \alpha - 400^g = 30^g.9247$

Adaptando a figura à figura do formulário, onde está B->A, A->B, C->X:

```
> MA:=-1892.347;
```
$$MA := -1892.347$$

```
> PA:=-3109.654;
```
$$PA := -3109.654$$

```
> MB:=-2238.727;
```
$$MB := -2238.727$$

```
> PB:=3123.593;
```
$$PB := 3123.593$$

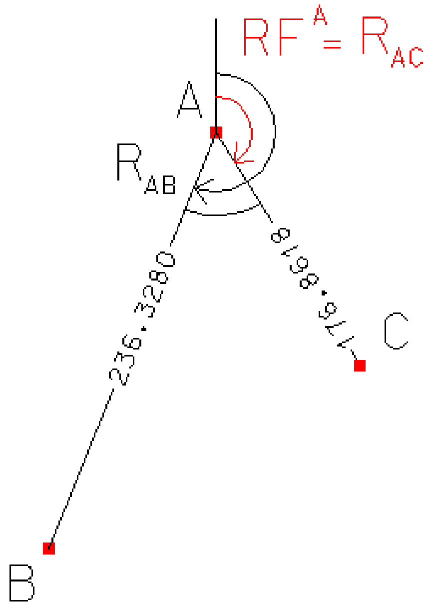
```
> RBX:=143.2947*evalf(Pi)/200;
```
$$RBX := 2.250867884$$

```
> RAX:=30.9247*evalf(Pi)/200;
```
$$RAX := .4857640517$$

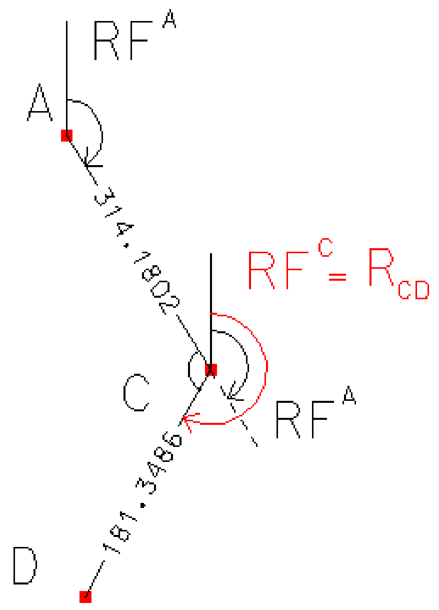
```
> MX:=((PA-PB)+MB*cot(RBX)-MA*cot(RAX))/(cot(RBX)-cot(RAX));
```
$$MX := 310.1683052$$

```
> PX:=(PA*cot(RBX)-PB*cot(RAX)+(MB-MA)*cot(RBX)*cot(RAX))/(cot(RBX)-cot(RAX));
```
$$PX := 1062.098136$$

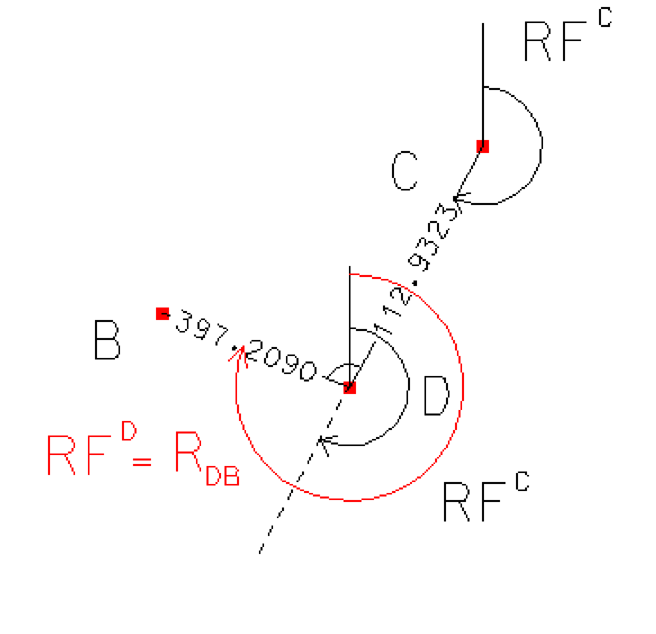
2. $R_{AB} = atan\frac{M_B - M_A}{P_B - P_A} = atan\frac{7188.68 - 7282.08}{-3875.39 + 3642.32} = atan\frac{-93.40}{-233.07} = 224^g.2643$



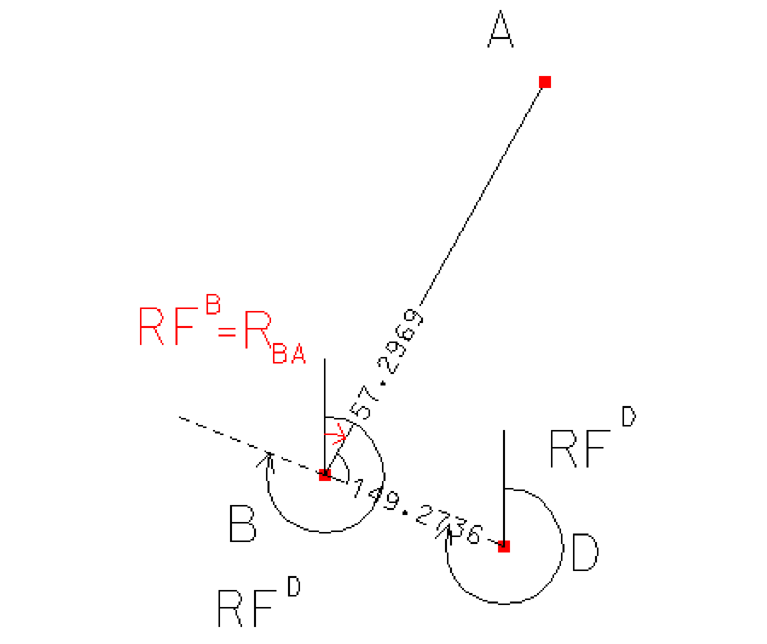
1ª estação: A



2ª estação: C



3ª estacão: D



4ª estação: B

$$RF^A = R_{AC} = R_{AB} - (L^B_{AZ} - L^C_{AZ}) = 224.2643 - (236.3280 - 176.8618) = 164.7981$$

$$RF^C = R_{CD} = RF^A + 200 - (L^A_{AZ} - L^D_{AZ}) = 164.7981 + 200 - (314.1802 - 181.3486) = 231.9665$$

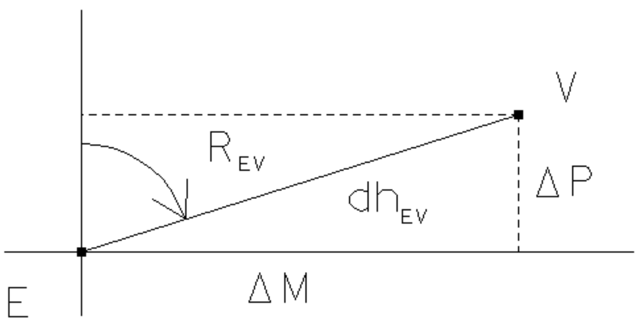
$$RF^D = R_{DB} = RF^C + 200 - (L^C_{AZ} - L^B_{AZ}) = 231.9665 + 200 - (112.9323 - 397.2090) = 316.2432$$

$$RF^B = R_{BA} = RF^D + 200 - (L^D_{AZ} - L^A_{AZ}) = 316.2432 + 200 - (149.2736 - 57.2969) = 24.2665$$

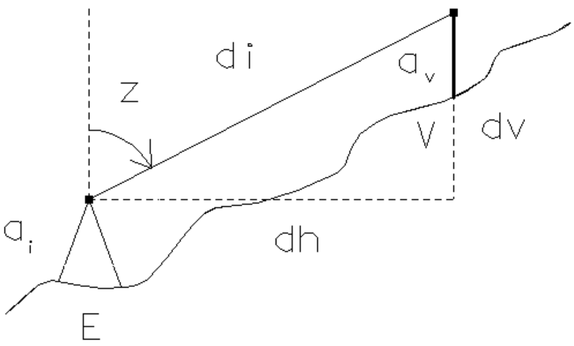
$$\varepsilon_A = R_{BA}^{\text{transporta do}} - R_{BA}^{\text{calculado}} = 24.2665 - (224.2643 - 200) = 0.0022$$

$$T_{alta} = 0.02 > |\varepsilon_A|$$

3. Supondo M_E=100.0, P_E=100.0, C_E=100.0, $R0_E$=0.0, tem-se:



(plano horizontal)



(plano vertical)

$$\sin R_{EV} = \frac{\Delta M}{dh_{EV}} \Rightarrow \Delta M = dh_{EV} \sin R_{EV}$$

$$\cos R_{EV} = \frac{\Delta P}{dh_{EV}} \Rightarrow \Delta P = dh_{EV} \cos R_{EV}$$

$$C_E + a_i + dv - a_v = C_V$$

$$\cos z = \frac{dv}{di} \Rightarrow dv = di \quad \cos z$$

$$\sin = \frac{dh}{di} \Rightarrow dh = di \quad \sin z$$

$$\begin{cases} M_A = M_E + \Delta M = 100.0 + 91.96 \times \sin(103^g.28) \times \sin(68^g.60) = 180.89 \\ P_A = P_E + \Delta P = 100.0 + 91.96 \times \sin(103^g.28) \times \cos(68^g.60) = 143.48 \\ C_A = 100.0 + 1.73 + 91.96 \times \cos(103^g.28) - 1.56 = 95.43 \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_B = M_E + \Delta M = 100.0 + 145.24 \times \sin(92^g.64) \times \sin(206^g.00) = 86.42 \\ P_B = P_E + \Delta P = 100.0 + 145.24 \times \sin(92^g.64) \times \cos(206^g.00) = -43.63 \\ C_B = 100.0 + 1.73 + 145 \times \cos(92^g.64) - 1.45 = 117.03 \end{cases}$$

$$dh_{AB} = \sqrt{(M_B - M_A)^2 + (P_B - P_A)^2} = 137.46$$

$$dv_{AB} = C_B - C_A = 21.60$$

$$\text{declive} = \tan\ i = \frac{dv}{dh} = \frac{21.60}{137.46} = 15.7\%$$

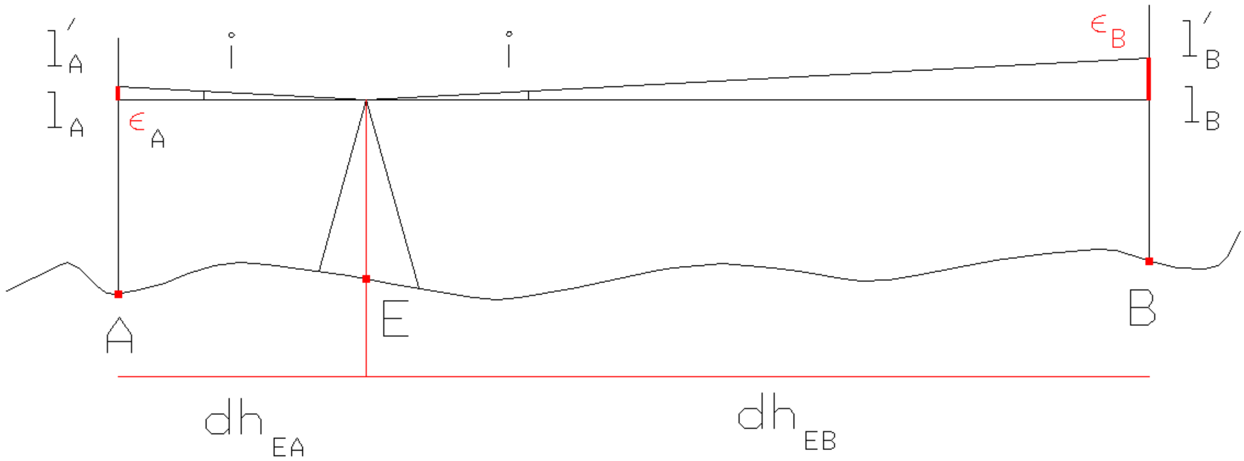
4. a) $\Delta_{AB} = 1.493 - 2.092 = \text{-}0.599 \quad \text{m}$

$$dh_{E1-A} = (1.694 - 1.292) * 100 = 40.2 \quad \text{m}$$

$$dh_{E1-B} = (2.293 - 1.891) * 100 = 40.2 \quad \text{m}$$

Não é possível afirmar se o nível está afectado por erro de colimação mas como o aparelho foi colocado exactamente a igual distância dos pontos A e B, mesmo que exista erro de colimação, a sua influência tem igual magnitude nas 2 leituras e portanto cancela na diferença das leituras, obtendo-se assim o desnível correcto entre os 2 pontos onde a mira foi colocada.

b)
$$\begin{cases} \Delta_{AB} = 1.626 - 2.199 = \text{-}0.573 \quad \text{m} \\ dh_{E2-A} = (1.923 - 1.329) * 100 = 59.4 \quad \text{m} \\ dh_{E2-B} = (2.372 - 2.026) * 100 = 34.6 \quad \text{m} \end{cases}$$



$$\left\{ \tan\ i = \frac{\varepsilon_A}{dh_{E2-A}} = \frac{\varepsilon_B}{dh_{E2-B}} \Rightarrow \varepsilon_A = \varepsilon_B \frac{dh_{E2-A}}{dh_{E2-B}} \right.$$

$$\left\{ \Delta_{AB} = \ell_A - \ell_B = (\ell'_A - \varepsilon_A) - (\ell'_B - \varepsilon_B) = (\ell'_A - \ell'_B) - (\varepsilon_A - \varepsilon_B) \Rightarrow \varepsilon_A - \varepsilon_B = (\ell'_A - \ell'_B) - \Delta_{AB} \right.$$

$$\varepsilon_B \frac{dh_{E2-A}}{dh_{E2-B}} - \varepsilon_B = \left(\ell'_A - \ell'_B\right) - \Delta_{AB} \Rightarrow \varepsilon_B\left(\frac{dh_{E2-A}}{dh_{E2-B}} - 1\right) = \left(\ell'_A - \ell'_B\right) - \Delta_{AB} \Rightarrow \varepsilon_B = \frac{\left(\ell'_A - \ell'_B\right) - \Delta_{AB}}{\left(\frac{dh_{E2-A}}{dh_{E2-B}} - 1\right)} = \frac{1.626 - 2.199 + 0.599}{\frac{59.4}{34.6} - 1} = 0.0362741933$$

finalmente, $\tan\ i = \frac{\varepsilon_B}{dh_{E2-B}} \Rightarrow i = \operatorname{atan}\frac{0.0362741}{34.6} = 0^o.0600681339338686934914419712704 7 = 3'.60$

c) $dh_{E2-C} = (1.455 - 0.913) * 100 = 54.2 \quad m \Rightarrow \varepsilon_C = dh_{E2-C} \times \tan\ i = 0.0568 \Rightarrow \ell_C = \ell'_C - \varepsilon_C = 1.184 - 0.0568 = 1.127$

$dh_{E2-A} = 59.4 \quad m \Rightarrow \varepsilon_A = dh_{E2-A} \times \tan\ i = 0.0623 \Rightarrow \ell_A = \ell'_A - \varepsilon_A = 1.626 - 0.0623 = 1.564$

$\Delta_{AC} = 1.564 - 1.127 = 0.437 \Rightarrow cota_C = cota_A + \Delta_{AC} = 246.985$