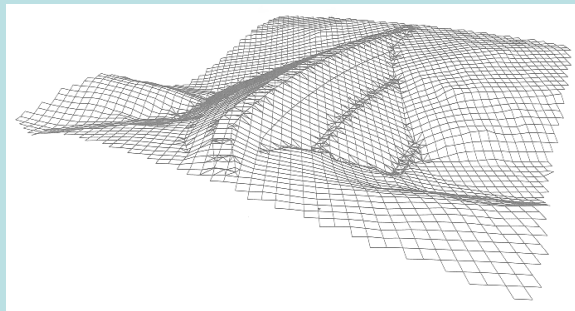
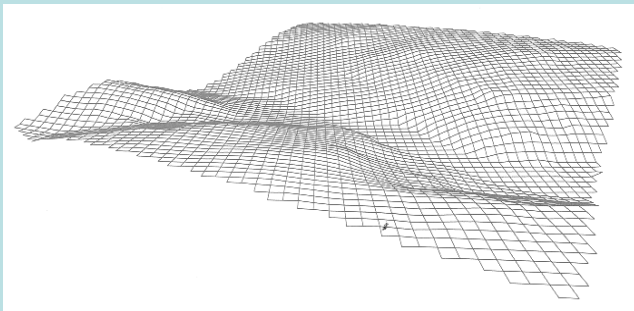


## Topografia Aplicada – movimento de terras

A **terraplenagem** consiste na modelação do terreno, tirando material de um local e pondo-o noutro, de modo a realizar a superfície de projecto relativamente uniforme com a melhor qualidade possível e dentro de adequados limites económicos.



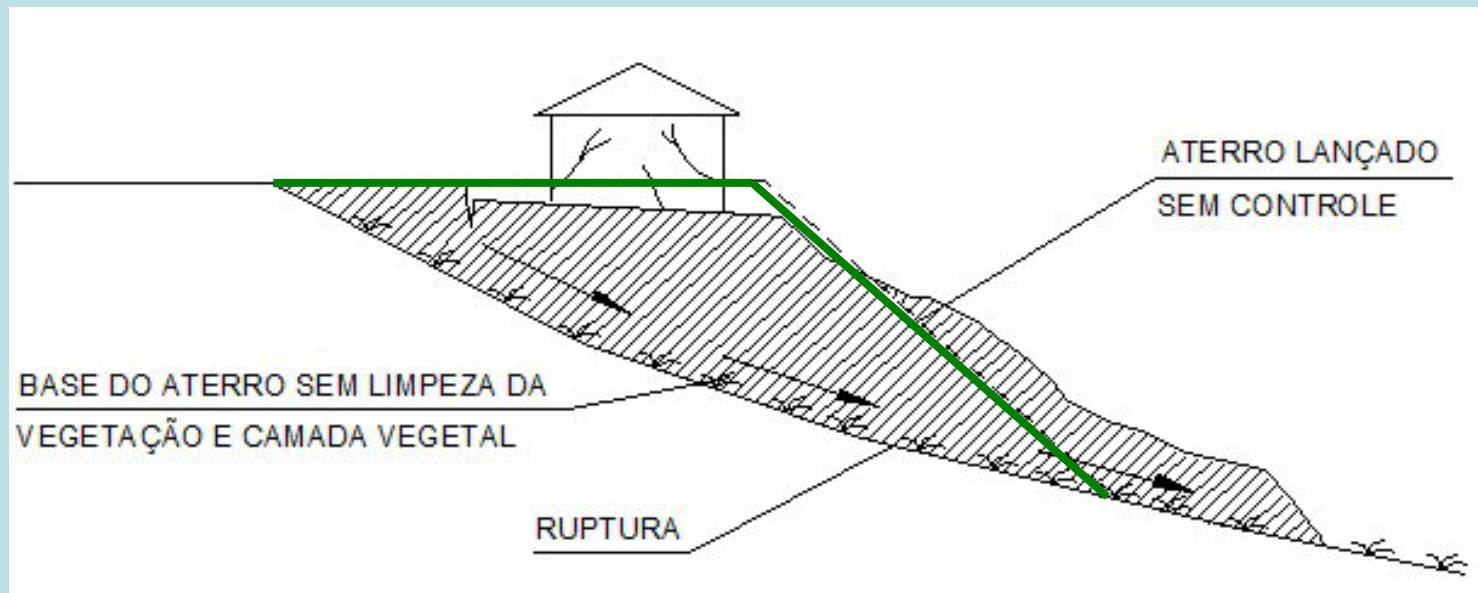
Para o efeito, a **estimação de áreas e volumes** tem grande importância em muitos trabalhos de engenharia civil tais como construção de vias de comunicação, de túneis, etc. A escavação e transporte do material resultante desses trabalhos são, geralmente, **a parte mais onerosa** do projecto, da qual o eventual lucro ou prejuízo pode depender.

## Topografia Aplicada – movimento de terras

**Trabalhos preparatórios:** as superfícies dos terrenos a escavar ou a aterrar devem ser previamente **limpas** de pedra grossa, detritos e vegetação lenhosa (arbustos e árvores) – **desmatação** -, conservando todavia a vegetação subarbustiva e herbácea, a remover com a **decapagem**, que deve ser feita exclusivamente nas áreas sujeitas a terraplenagem.



O objectivo da **compactação** do terreno é o melhoramento das propriedades dos solos usados na construção rodoviária, proporcionando-lhes elevada **resistência ao corte**, **baixa sensibilidade à água** e **baixa tendência para sofrer assentamentos** sob acção de cargas repetidas.



# Topografia Aplicada – movimento de terras

## Veículos de transporte de terras



Bulldozer: distâncias pequenas



Scraper: distâncias médias



Dumper: distâncias grandes

## Veículos de apoio, de acabamento e de compactação



Escavadora giratória

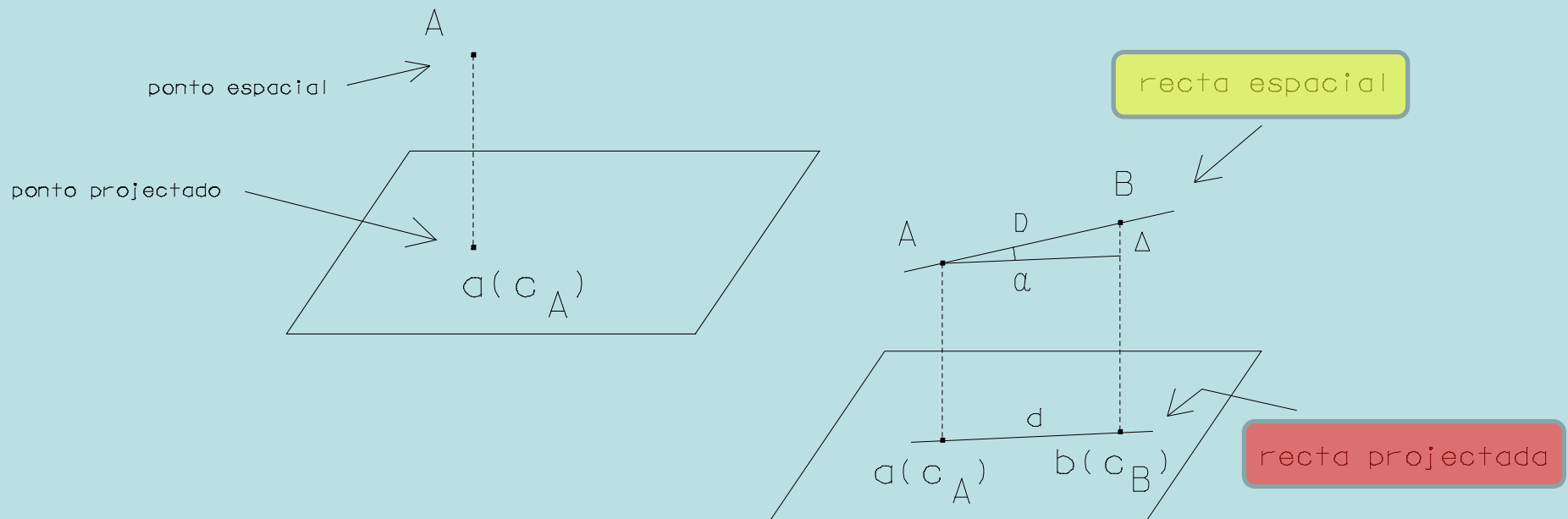


Moto-niveladora



Cilindro

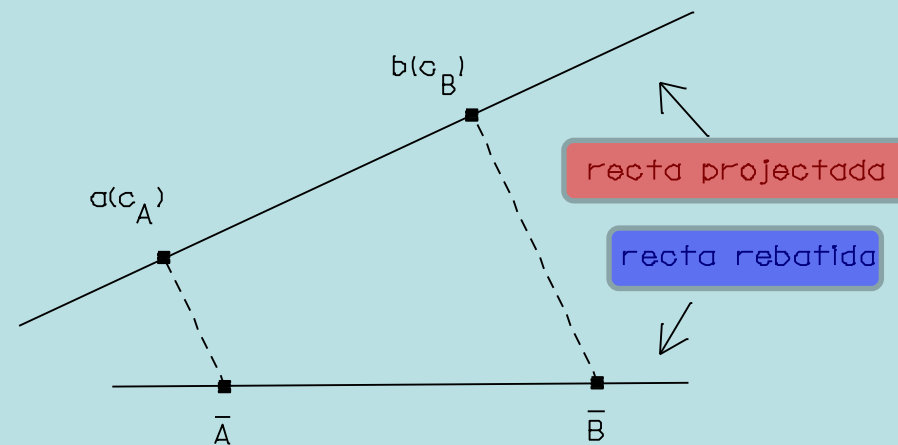
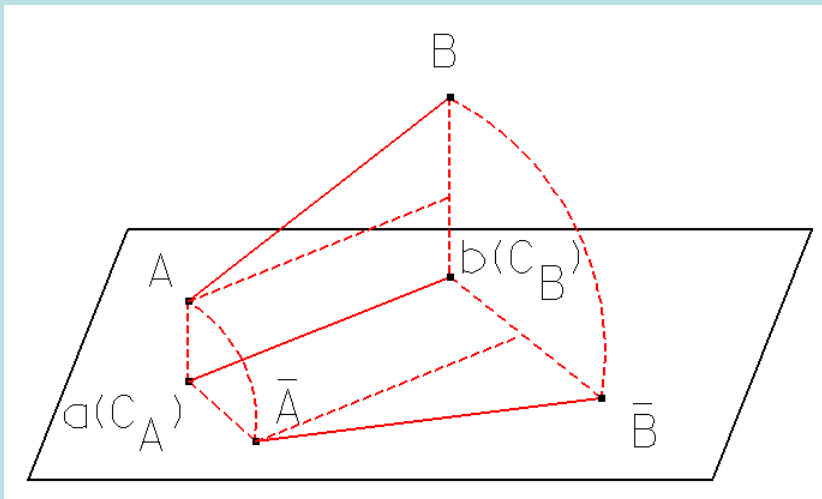
**Geometria cotada:** um **ponto A** do espaço de cota conhecida é representado pela sua projecção ortogonal **a** num **plano horizontal de referência** e pela sua cota  **$c_A$**  em relação a esse plano, isto é, por  **$a(c_A)$** .



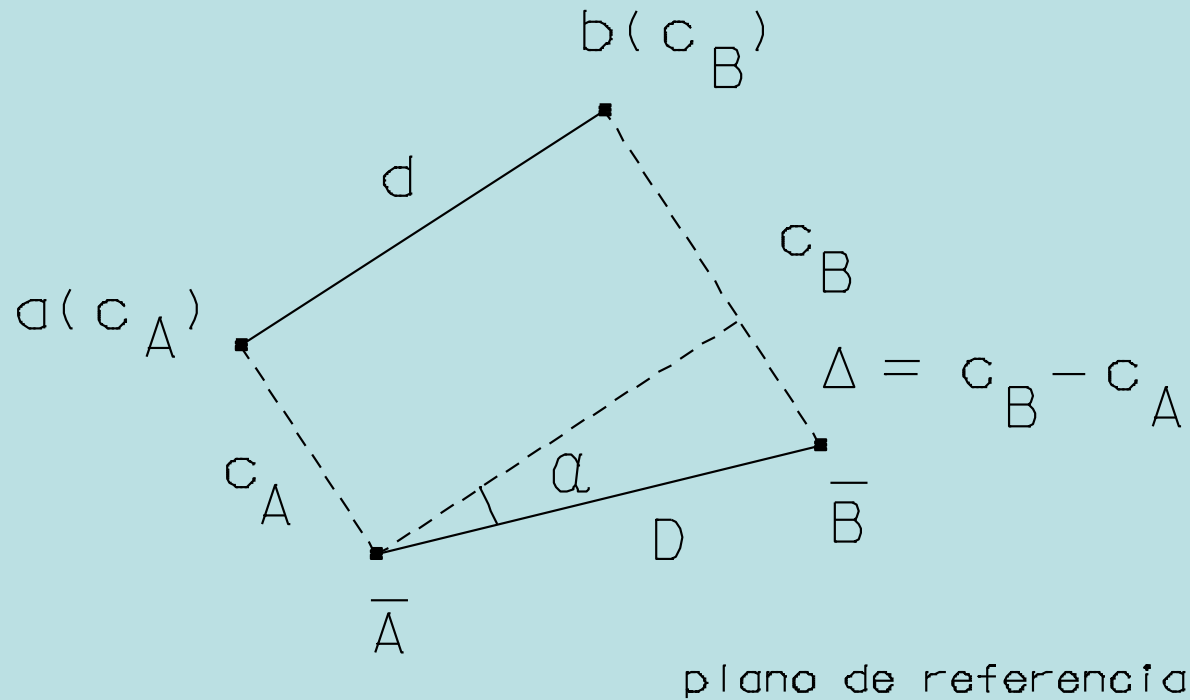
Uma **recta** do espaço que contém os pontos **A** e **B** de cota conhecida é representada pela recta do plano horizontal de referência que contém as respectivas projecções ortogonais  **$a(c_A)$**  e  **$b(c_B)$** .

## Topografia Aplicada – movimento de terras

Para a resolução de alguns problemas em geometria cotada é necessário efectuar o **rebatimento** da recta espacial **AB** (ou mais exactamente, do plano vertical que contém AB) sobre o plano horizontal de referência, tomando a projecção **ab** como eixo de rotação (ou **charneira**); desta forma, os segmentos **Aa** e **Bb** mantêm-se perpendiculares a essa charneira, obtendo-se os pontos rebatidos no plano de referência, representados com uma barra. Na **recta rebatida**, ao contrário da **recta projectada**, é possível medir distâncias verdadeiras.



# Topografia Aplicada – movimento de terras



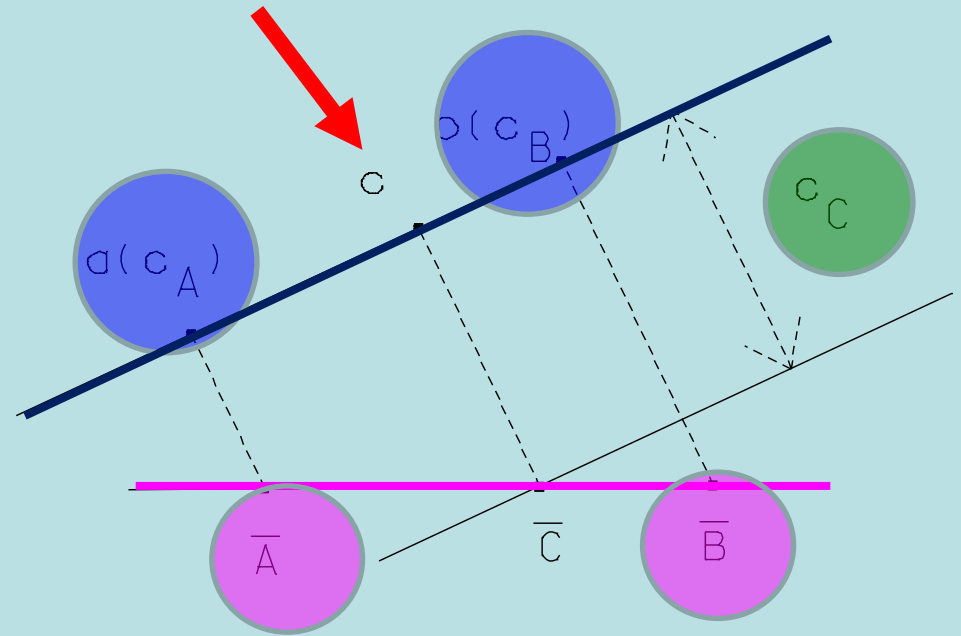
$d$  é a distância horizontal entre A e B

$\Delta = c_B - c_A$  é a distância vertical entre A e B (desnível)

$D = \sqrt{d^2 + \Delta^2}$  é a distância espacial entre A e B (verdadeira grandeza da distância  $ab$ ,  $\alpha$  é a inclinação da recta  $AB$ , isto é, o ângulo que  $AB$  forma com a sua projecção  $ab$ )

## Topografia Aplicada – movimento de terras

Dada uma recta espacial definida pelos pontos A e B de cota conhecida, desenhar no plano horizontal a **recta projectada**, definida pelos pontos  $a(c_A)$  e  $b(c_B)$ . Para determinar a **cota  $c_C$  de um ponto C** dessa recta, executa-se o respectivo rebatimento (**recta rebatida**) em torno da charneira  $ab$  e **mede-se o comprimento do segmento  $c\bar{C}$** .

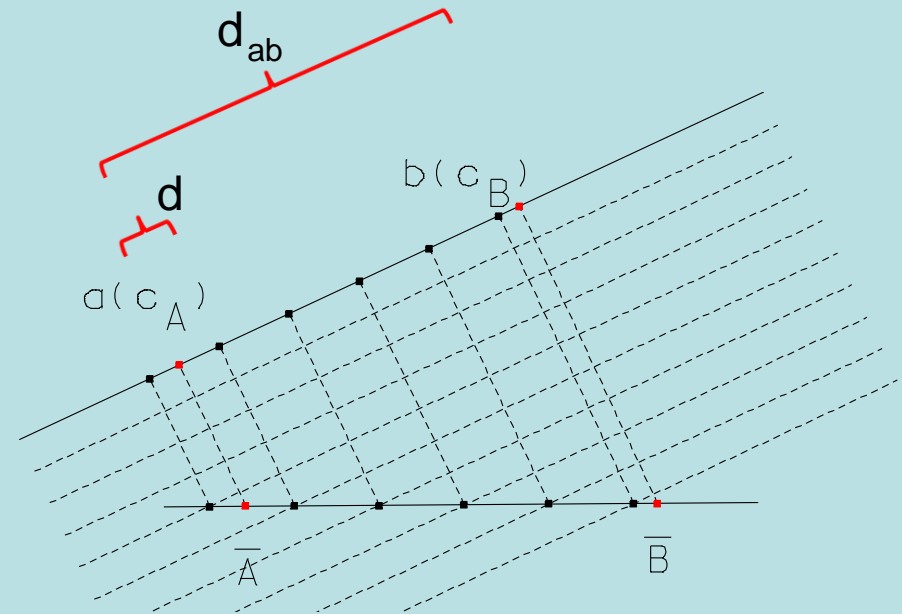
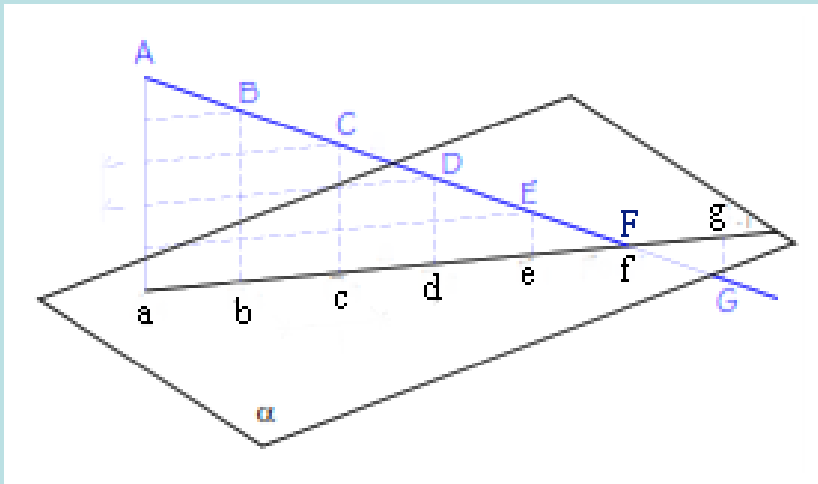


Da mesma forma, dada a recta  $AB$  no espaço, pode determinar-se a posição do **ponto C** dessa recta cuja cota é  $c_C$ , efectuando a intersecção de uma recta paralela à charneira à distância  $c_C$  com a recta  $\bar{A}\bar{B}$  obtida por rebatimento da recta espacial  $AB$  e projectando o ponto  $c$  no espaço.



## Topografia Aplicada – movimento de terras

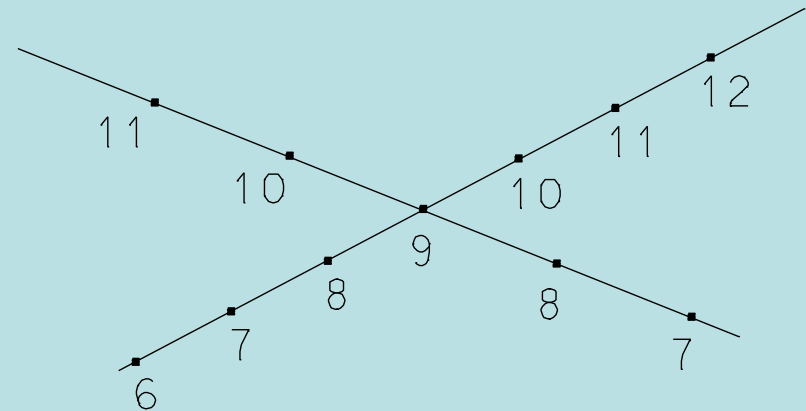
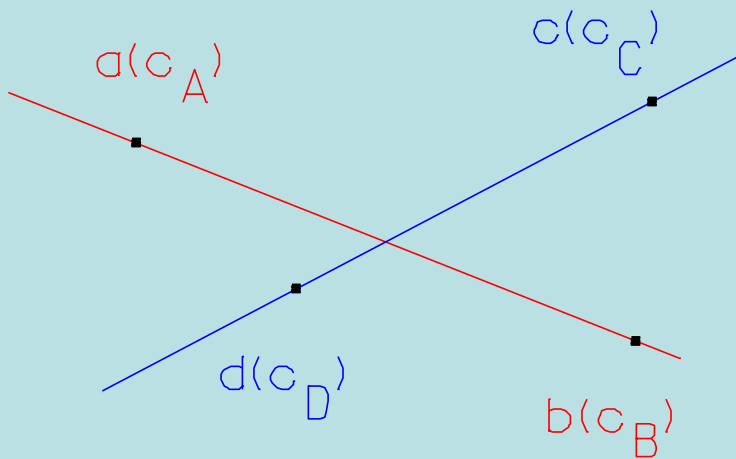
**Graduar uma recta AB** significa determinar sobre ela **pontos de cotas inteiras**, o que pode ser obtido rebatendo AB no plano de referência  $\alpha$  em torno de ab, traçando paralelas à charneira a distâncias correspondentes às cotas inteiras (obtidas por interpolação a partir de  $c_A$  e de  $c_B$ , não necessariamente inteiras) e traçando pelas intersecções dessas paralelas com a recta rebatida segmentos perpendiculares à charneira; os pontos resultantes da intersecção destes segmentos com a charneira são projectados ortogonalmente no espaço na cota respectiva, definindo os pontos pretendidos sobre AB:



$$\frac{c_B - c_A}{d_{ab}} = \frac{c}{d} \Rightarrow c = (c_B - c_A) \frac{d}{d_{ab}} \Rightarrow c_A + c = 1^{\text{a}} \text{ cota inteira}$$

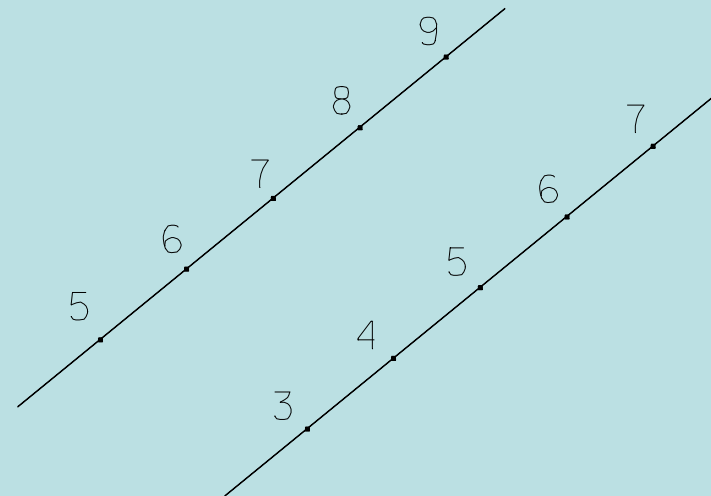
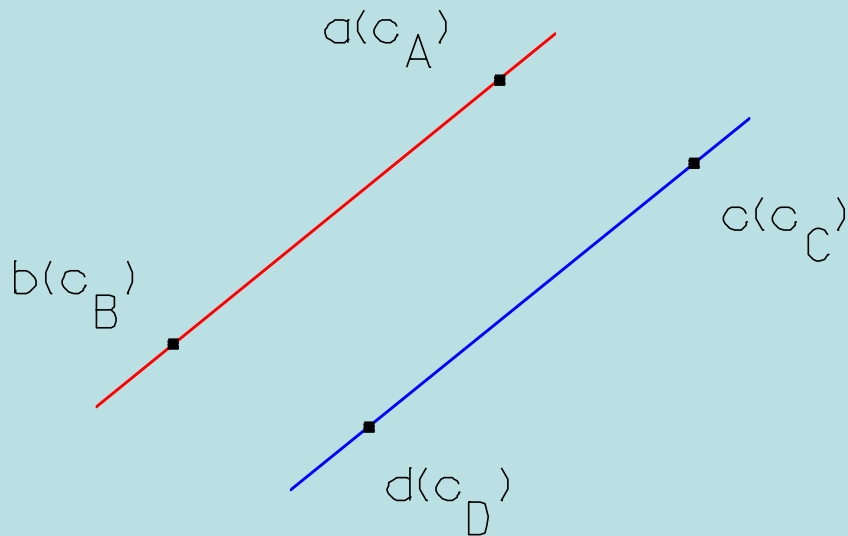
## Topografia Aplicada – movimento de terras

Para que as duas rectas definidas pelos pontos ab e cd, **que se cruzam no plano de referência**, sejam **concorrentes** (isto é, que se cruzem no espaço), é necessário e suficiente que **o ponto de cruzamento tenha a mesma cota em ambas as projecções**, o que implica graduar ambas as rectas projectadas e verificar se o ponto comum tem a mesma cota:



## Topografia Aplicada – movimento de terras

Para que as duas rectas AB e CD no espaço sejam **paralelas** é necessário e suficiente que **as suas projecções sejam paralelas e os respectivos declives sejam iguais e do mesmo sentido**, o que implica graduar as rectas:



## Topografia Aplicada – movimento de terras

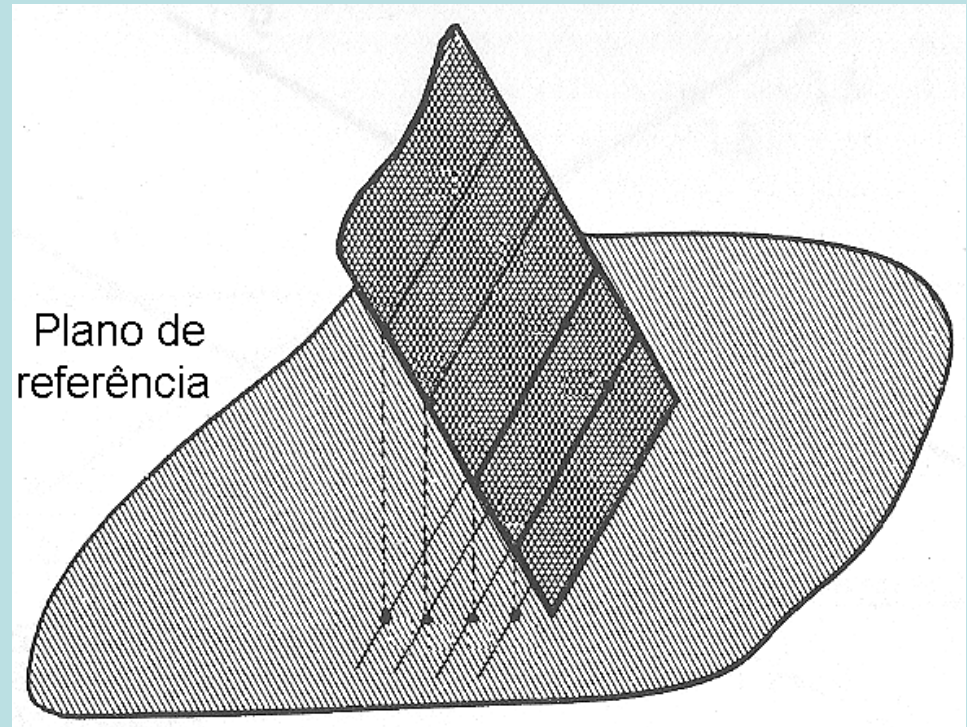
Representa-se um **plano** pelas **projeções cotadas** de:

- **um ponto e de uma recta** (que não contenha o ponto) desse plano,
- **duas rectas concorrentes** desse plano,
- **duas rectas paralelas** desse plano.

Se o plano for **vertical**, é representado pelo seu traço no plano horizontal de referência, se o plano for **horizontal** é representado pela sua cota.

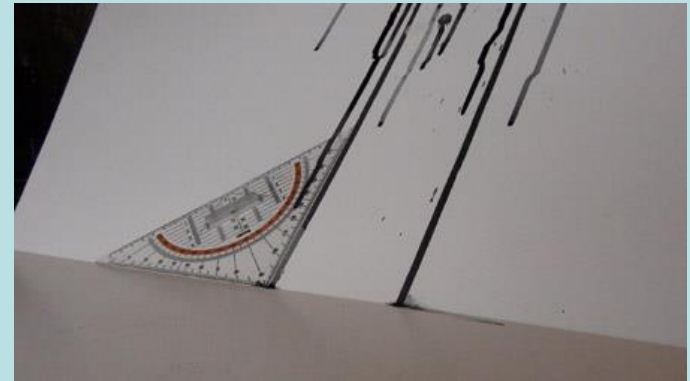
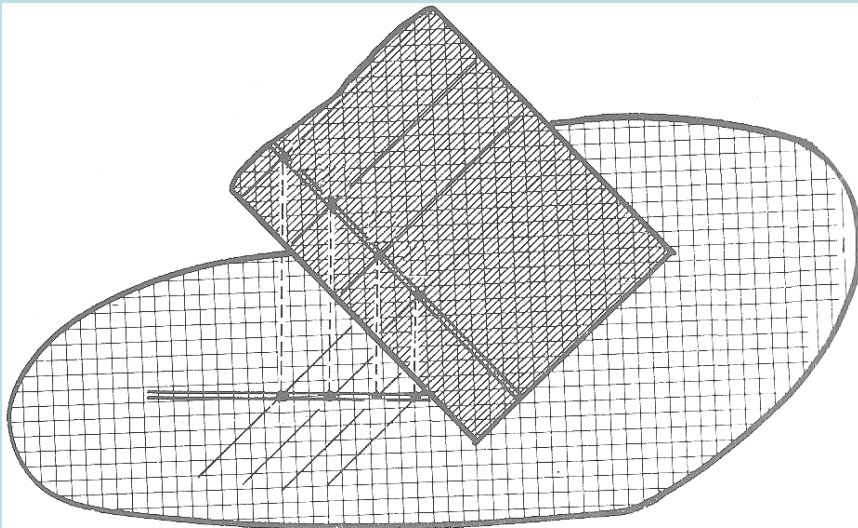
Para que uma recta pertença a um plano,  
é suficiente que esta seja concorrente  
com duas outras rectas desse plano.

As **rectas horizontais de um plano** são determinadas pelas suas projecções (paralelas entre si no plano de referência) e pelas respectivas cotas (todos os pontos de uma mesma recta têm a mesma cota).



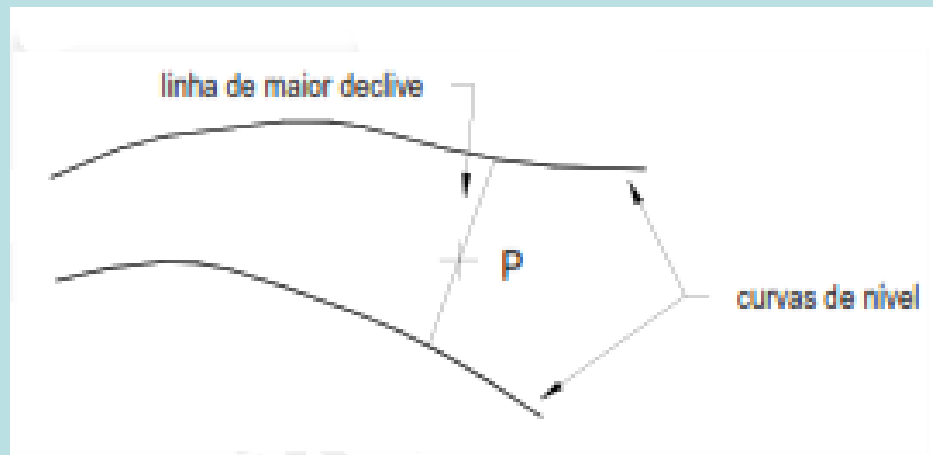
## Topografia Aplicada – movimento de terras

Dá-se o nome de **rectas de maior declive de um plano** (representadas normalmente com traço duplo) às rectas perpendiculares às rectas horizontais desse plano (são aquelas que fazem o maior ângulo com o plano horizontal de projecção), sendo portanto paralelas entre si; as projecções das rectas de maior declive de um plano são paralelas entre si e **perpendiculares às projecções das rectas horizontais** desse plano.



## Topografia Aplicada – movimento de terras

Exemplo1: define-se **linha de maior declive que passa pelo ponto P** como a linha de projecção horizontal recta que tendo os seus extremos apoiados sobre curvas de nível consecutivas e passando pela projecção do ponto, tem comprimento minimo.

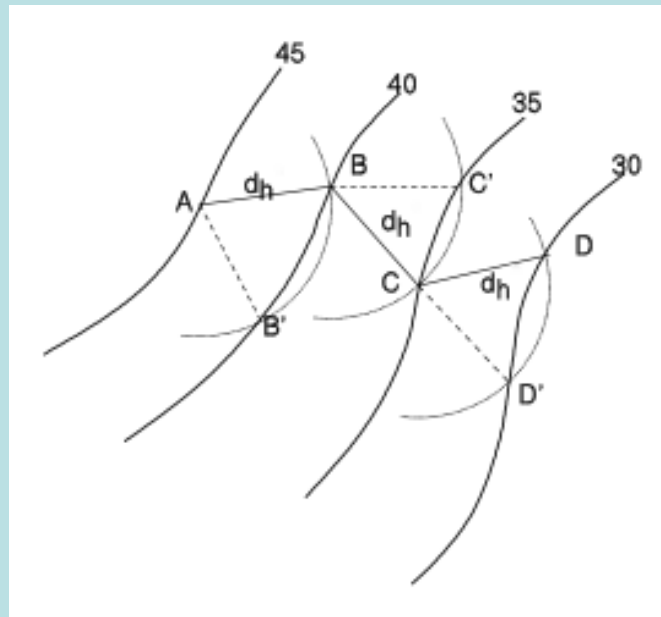


## Topografia Aplicada – movimento de terras

Exemplo2: para o traçado de uma **linha de declive constante**, uma vez que a equidistância  $e$  entre curvas de nível é sempre igual, para um **declive  $p$**  ser constante é necessário que a distância horizontal seja constante, ou seja,

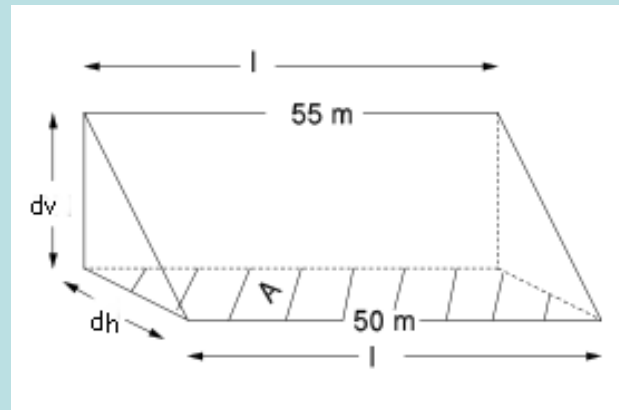
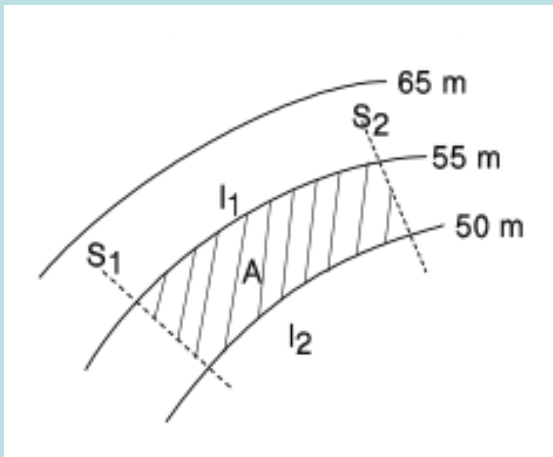
$$\frac{e}{d_h} = p = \text{constante} \Rightarrow d_h = \frac{e}{p} = \text{constante}$$

onde  $d_h$  é a projecção horizontal do segmento de recta com aquele declive entre duas curvas de nível.



## Topografia Aplicada – movimento de terras

Exemplo3: considere-se a figura, em que se pretende conhecer o **declive médio** do terreno limitado pelas curvas de nível de 55 m e 50 m e pelas secções S1 e S2, indicado pela área A a tracejado. Considerando que o afastamento entre elas é constante, o que significa que o declive é também constante entre as secções S1 e S2, neste caso o declive médio é dado por



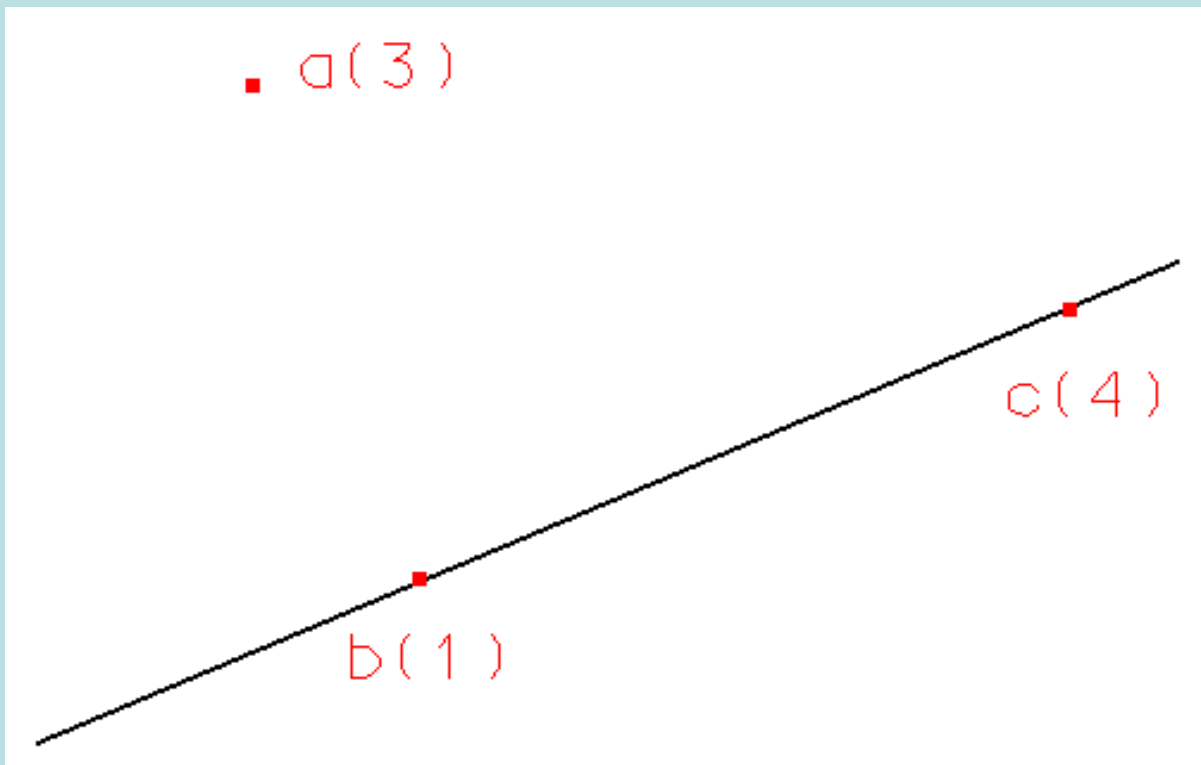
$$\text{declive médio} = \frac{dv}{dh} = \frac{dv \times l}{dh \times l} = \frac{dv \times l}{A}$$



## Topografia Aplicada – movimento de terras

Exemplo4: determine a partir da projecção  $a(3)$  de um ponto A de um **plano  $\alpha$  definido por A e pela recta BC** tal que  $c_B=1$  e  $c_C=4$ :

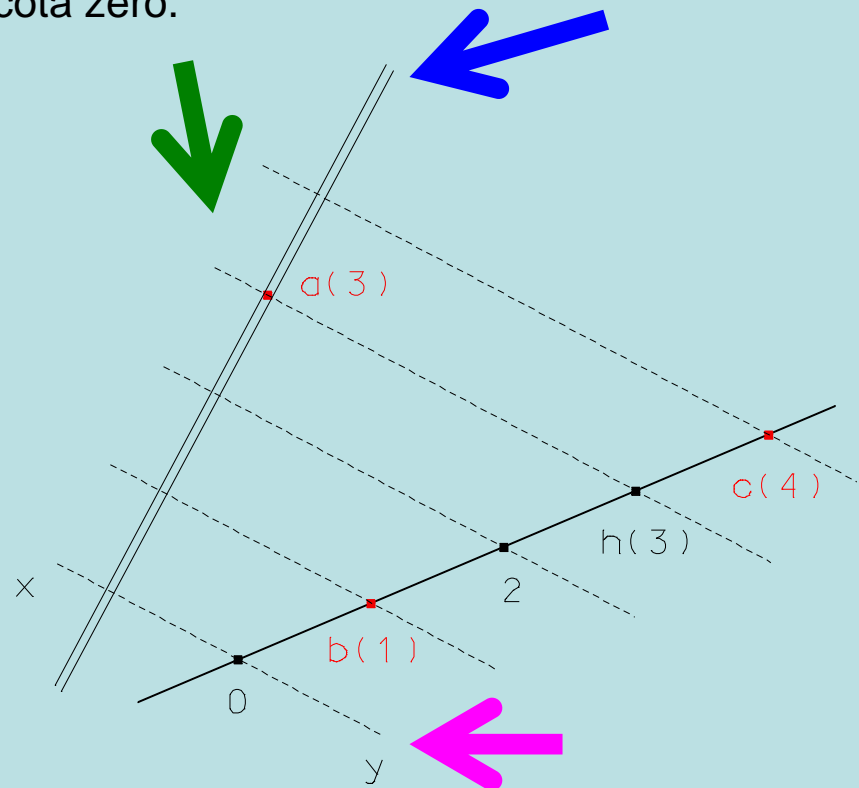
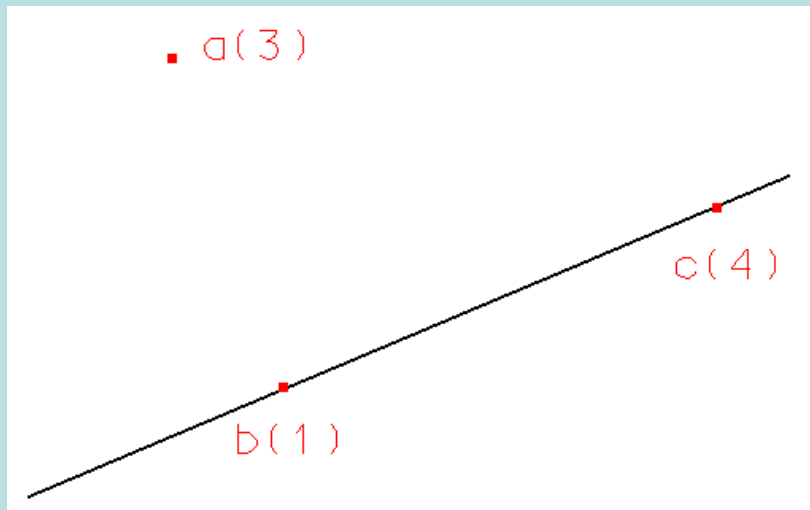
- a recta horizontal do plano que contém A,
- a recta de maior declive do plano passando por A,
- o traço  $xy$  do plano  $\alpha$  no plano de referência horizontal.



## Topografia Aplicada – movimento de terras

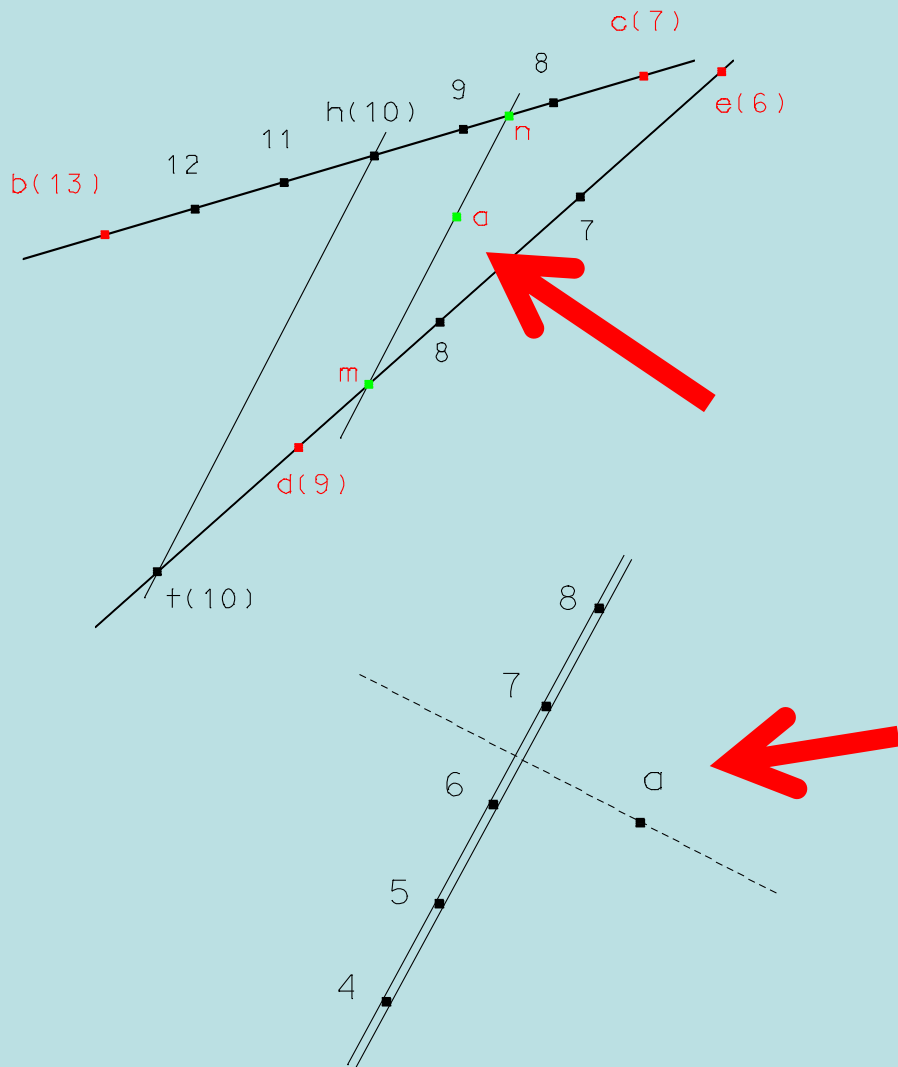
Sendo conhecidos  $a(3)$ ,  $b(1)$  e  $c(4)$ :

- 1) determina-se sobre  $bc$  o ponto  $h$  de cota igual a 3, efectuando a graduação esta recta, sendo a recta  $ah$  a recta horizontal do plano procurado
- 2) a recta de maior declive terá a direcção perpendicular à recta horizontal e será definida por quaisquer dois pontos que lhe pertençam, obtidos traçando paralelas a  $ah$  pelos pontos da graduação
- 3) o traço  $xy$  do plano  $\alpha$  é a recta horizontal de cota zero.



## Topografia Aplicada – movimento de terras

Exemplo5: Determine a **cota de um ponto a** de um **plano  $\alpha$**  a partir das projecções das suas rectas **bc** e **de**, sabendo-se que b(13), c(7), d(9), e(6).



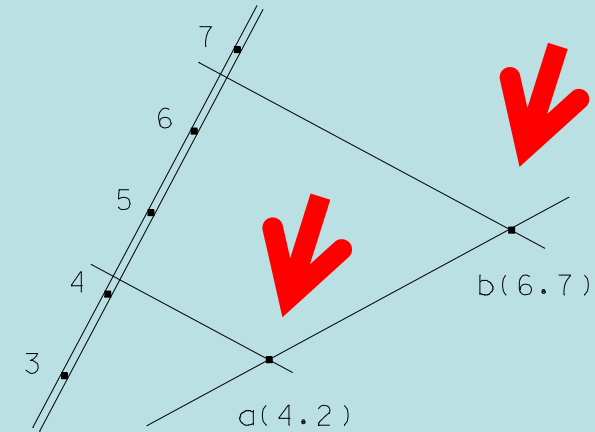
Definidas as projecções **bc** e **de**, graduam-se ambas as rectas e traça-se uma horizontal **th** do plano unindo dois pontos de igual cota de **bc** e **de**. A paralela **mn** a **th** que contém o ponto **a** determina em **bc** ou **de** a cota pretendida, neste caso 8.5.

Caso o plano seja representado pela sua recta de maior declive, a perpendicular a esta recta que passa por **a** é horizontal, o que determina imediatamente a cota de **a**, neste caso 6.5.

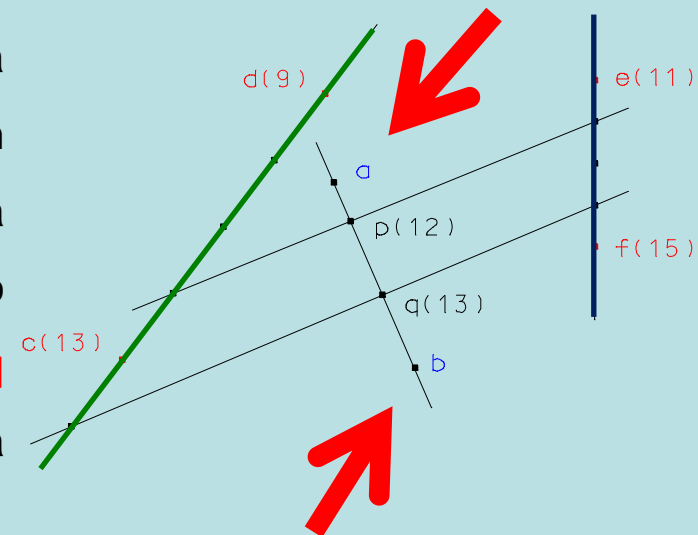
## Topografia Aplicada – movimento de terras

Exemplo6: **determine a recta ab** pertencente a um **plano  $\alpha$**  conhecendo-se a **posição das projecções a e b de A e B** (e não as respectivas cotas).

1. Se o **plano  $\alpha$**  for dado pela sua recta de maior declive, pelos pontos **a** e **b** traçam-se rectas horizontais desse plano, que são perpendiculares à recta de maior declive. As cotas dessas horizontais são as cotas dos pontos a e b.



2. Se o **plano  $\alpha$**  for dado por duas rectas quaisquer **cd** (verde) e **ef** (azul), unem-se pontos destas rectas que tenham a mesma cota, obtendo-se assim uma recta horizontal. O ponto **p** do cruzamento dessa horizontal com a projecção **ab** da recta tem a mesma cota dessa recta horizontal (12); procedendo-se da mesma forma para outro par de pontos de igual cota de **cd** e **ef** obtém-se o ponto **q** da projecção **ab** que tem a mesma cota dessa recta horizontal (13), podendo assim obter-se a cotas de a e b.

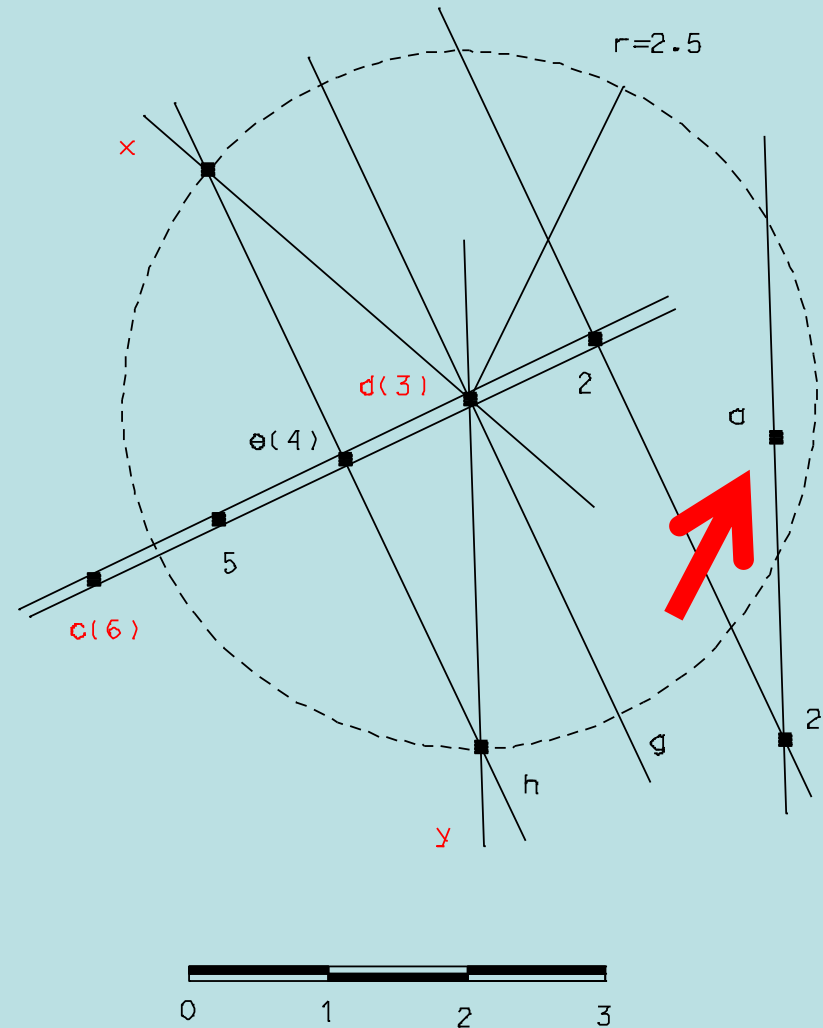


## Topografia Aplicada – movimento de terras

Exemplo7: determine, a partir de um ponto  $a$  de **um plano  $\alpha$  definido pela sua recta de maior declive**, uma recta desse plano com declive  $\delta$  dado.

Seja  $cd$  a projecção da recta de maior declive (em que  $c(6)$ ,  $d(3)$ ) e seja  $\delta=2/5$ , por exemplo, o declive pretendido. Traçando duas rectas horizontais  $g$  e  $h$  de cotas inteiras e consecutivas do plano em questão (perpendiculares à recta de maior declive por pontos de cotas consecutivas), a circunferência com centro em  $d$  e de raio  $t=2.5=5/2$  irá intersectar a recta  $h$  nos pontos  $x$  e  $y$ : as rectas  $dx$  e  $dy$  têm o declive procurado

$$\delta=dy/dx=2/5=1/2.5$$

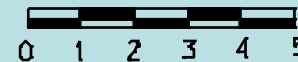
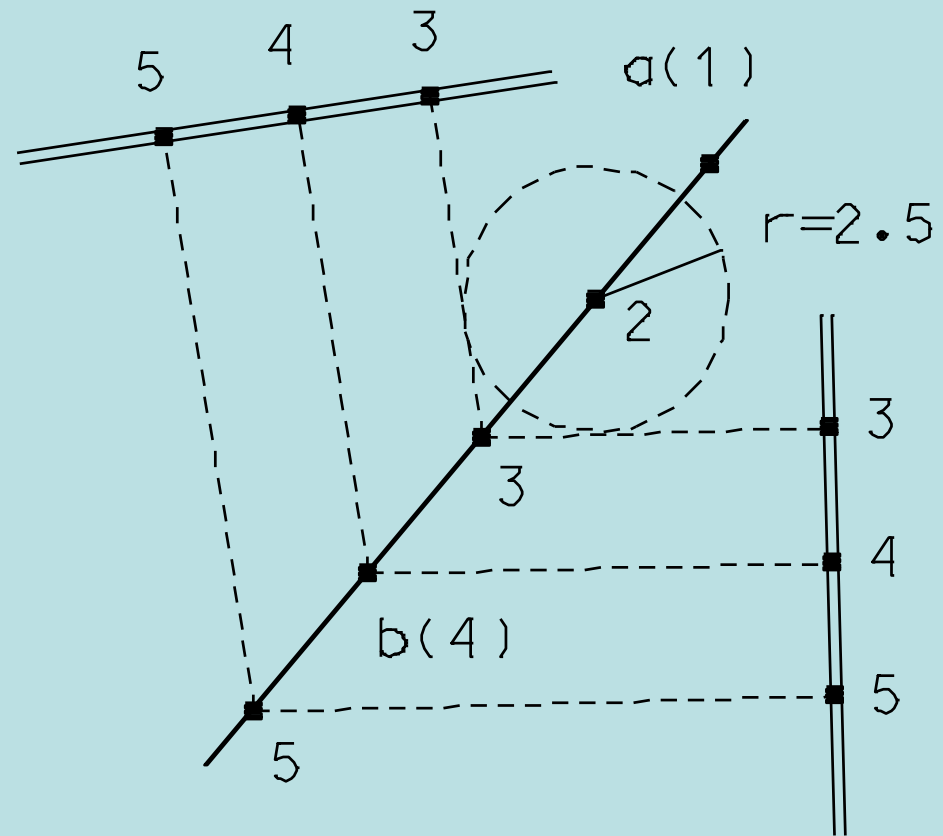


## Topografia Aplicada – movimento de terras

Exemplo8: determine **um plano de declive  $\delta$**  de forma a que esse plano contenha uma **recta AB** dada.

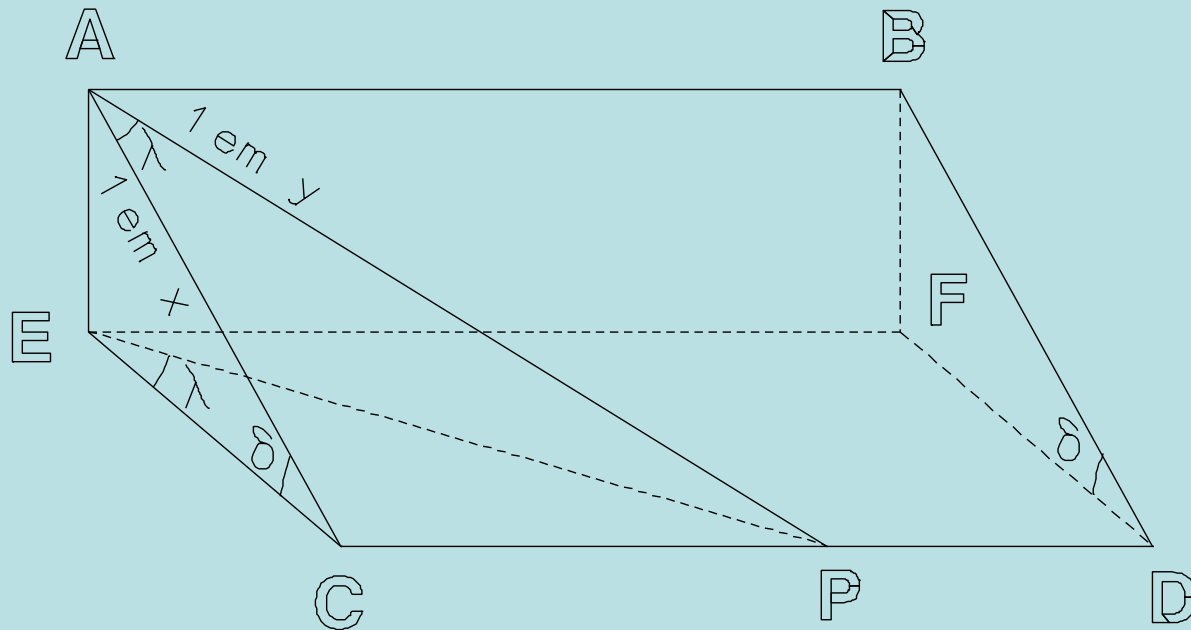
Seja  $ab$  a recta projectada.

Sendo, por exemplo,  **$\delta=1/2.5$**  o declive do plano, isto é, da recta de maior declive desse plano, com centro num ponto  $c$  de cota inteira de  $ab$  (cota=2, por hipótese), trace-se uma circunferência de raio 2.5; do ponto  $d$  de cota inteira seguinte, trace-se a tangente a essa circunferência.



O plano ABCD está **inclinado** relativamente ao plano horizontal EFCD  $\delta^\circ$  (ou, em termos de **taludação**, **1 em x**, isto é, 1 unidade na vertical corresponde a x unidades na horizontal).

A relação entre a taludação e a inclinação do plano ABCD, isto é, entre  $\delta$  e x (definida pela linha de maior declive desse mesmo plano) é:  $\delta = \cot^{-1} x$ .



Para as linhas de maior declive do plano ABCD, a respectiva inclinação é máxima, igual a  $\delta^{\circ}$ , correspondentes à direcção ortogonal às linhas de declive nulo (linhas horizontais do plano ABCD, como por exemplo, a linha AB);

Para qualquer outra direcção do plano ABCD que não seja a do maior declive, como por exemplo a linha AP, fazendo um ângulo  $\lambda$  com a direcção AC, a respectiva taludação é **1 em y**.

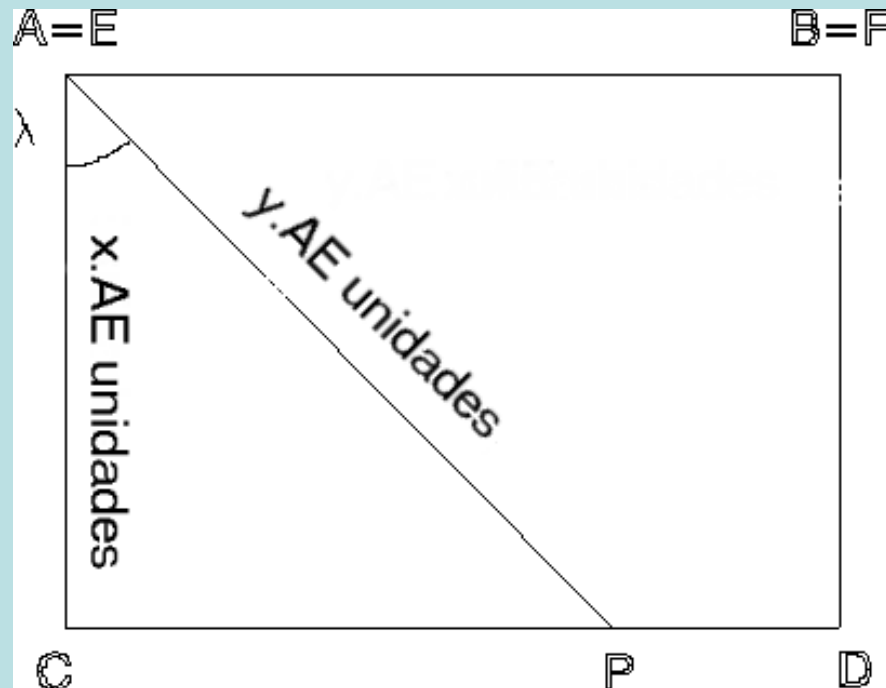
$$t_{AC} = \frac{AE}{EC} = \frac{1}{\frac{EC}{AE}} = \frac{1}{x}$$

$$t_{AP} = \frac{AE}{EP} = \frac{1}{\frac{EP}{AE}} = \frac{1}{y}$$



## Topografia Aplicada – movimento de terras

Projectando ortogonalmente o plano inclinado ABCD sobre o plano horizontal CDEF, se a taludação da linha de maior declive AC do plano ABCD for igual a 1 em x então  $AC = x.AE$  unidades; da mesma forma, sendo 1 em y a taludação da linha AP, então  $AP = y.AE$ .



Considerando o triângulo ACP, tem-se: .

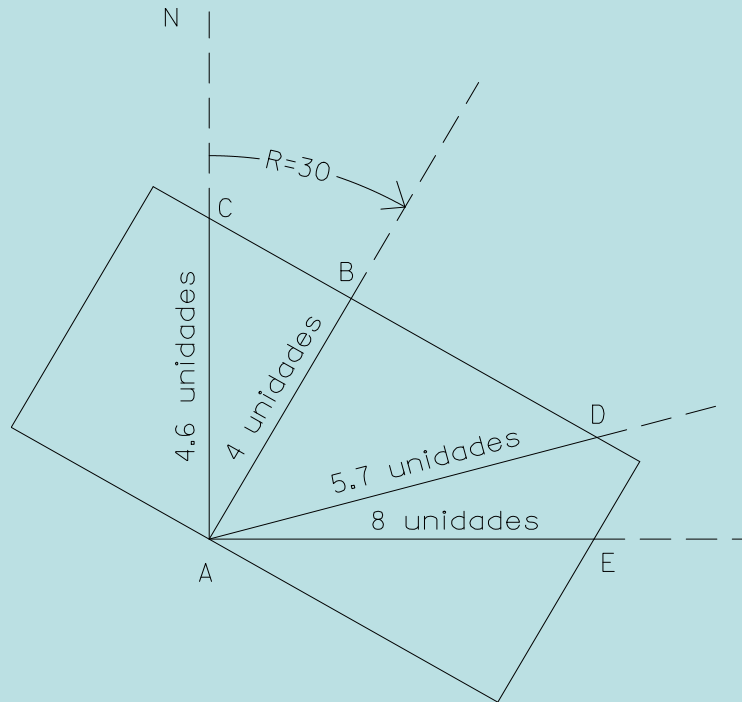
$$AP = y = \frac{x}{\cos \lambda}$$

$$AC = x = y \cos \lambda$$

$$\lambda = \cos^{-1} \frac{x}{y}$$

**Dito de outra forma, a taludação da linha de maior declive AC é igual ao produto da taludação da linha AP pelo coseno do ângulo entre essas linhas.**

## Topografia Aplicada – movimento de terras



**Exemplo9: a taludação da linha de maior declive de um plano inclinado é de 1 em 4, segundo o rumo 30°; qual é taludação da linha desse plano (a) segundo a direcção N, (b) segundo o rumo 75°, (c) segundo a direcção E?**

**Da figura, tem-se:**

$$CAB = \lambda_C = 30^\circ$$

$$AC = \frac{4}{\cos 30^\circ} = 4.62$$

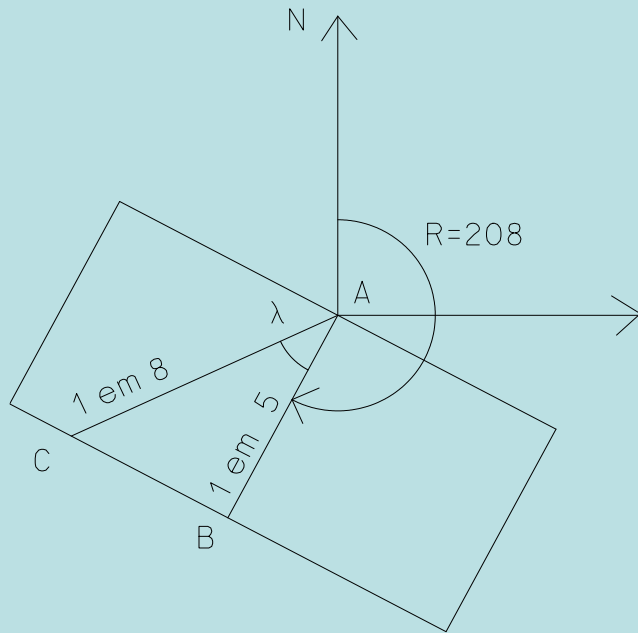
$$BAD = \lambda_D = 45^\circ$$

$$AD = \frac{4}{\cos 45^\circ} = 5.66$$

$$BAE = \lambda_E = 60^\circ$$

$$AE = \frac{4}{\cos 60^\circ} = 8.00$$

## Topografia Aplicada – movimento de terras



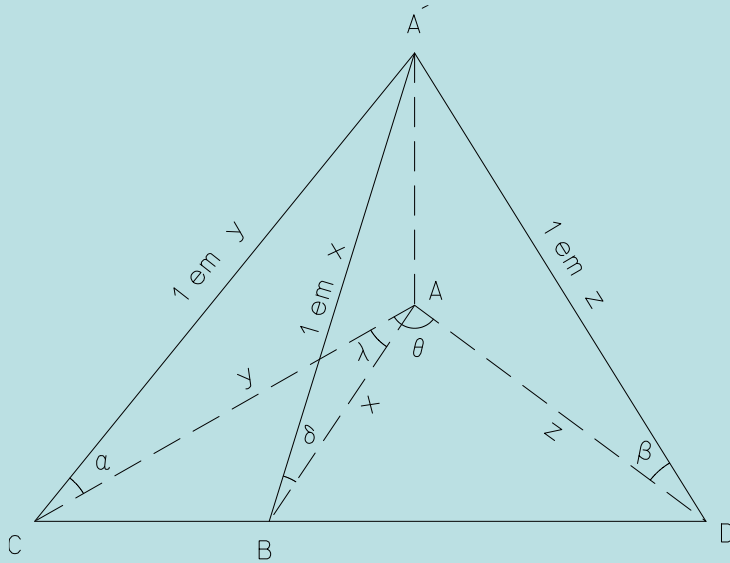
**Exemplo10:** a linha de maior declive de um plano inclinado é igual a 1 em 5 segundo o rumo  $208^{\circ}$ ; em que direcção se poderá construir uma estrada com taludação 1 em 8?

Da figura tem-se  $\lambda = \cos^{-1} \frac{5}{8} = 51^{\circ} 19'$

então, tem-se  $R_{AC} = R_{AB} + \lambda = 259^{\circ} 19'$

ou  $R_{AC} = R_{AB} - \lambda = 156^{\circ} 19'$

## Topografia Aplicada – movimento de terras

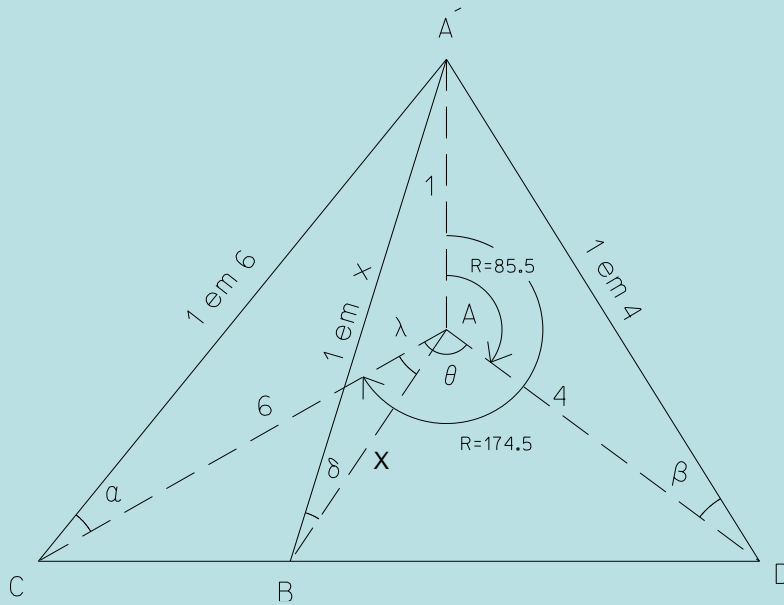


Dadas as taludações e os rumos de duas linhas quaisquer A'C e A'D de um plano inclinado (com AA'=1), a taludação e o rumo da linha de maior declive A'B obtêm-se projectando ortogonalmente as linhas no plano horizontal:

$$\lambda = \tan^{-1} \left( \frac{\cot \alpha}{\cot \beta \sin \theta} - \cot \theta \right) = \tan^{-1} (\cot \alpha \tan \beta \operatorname{cosec} \theta - \cot \theta)$$

$$x = \cot \alpha \cos \lambda$$

## Topografia Aplicada – movimento de terras



**Exemplo11:** num dado plano inclinado, um troço de uma estrada tem taludação igual a 1 em 4 segundo o rumo  $85^{\circ} 30'$  e intersecta um troço de uma outra estrada cuja taludação é igual a 1 em 6, segundo o rumo  $174^{\circ} 30'$ ; qual é taludação da linha de maior declive desse plano? e qual é o rumo dessa direcção?

$$\tan \alpha = \frac{1}{6}, \quad \cot \beta = \frac{4}{1} = 4, \quad \theta = R_{AC} - R_{AD} = 89^{\circ}, \quad \lambda = \tan^{-1} \left( \frac{6}{4 \sin 89^{\circ}} - \cot 89^{\circ} \right) = 56^{\circ}$$

$$\frac{\cos \lambda}{x} = \frac{\sin 90^{\circ}}{6} \Rightarrow x = 6 \cos 56^{\circ} = 3.35$$

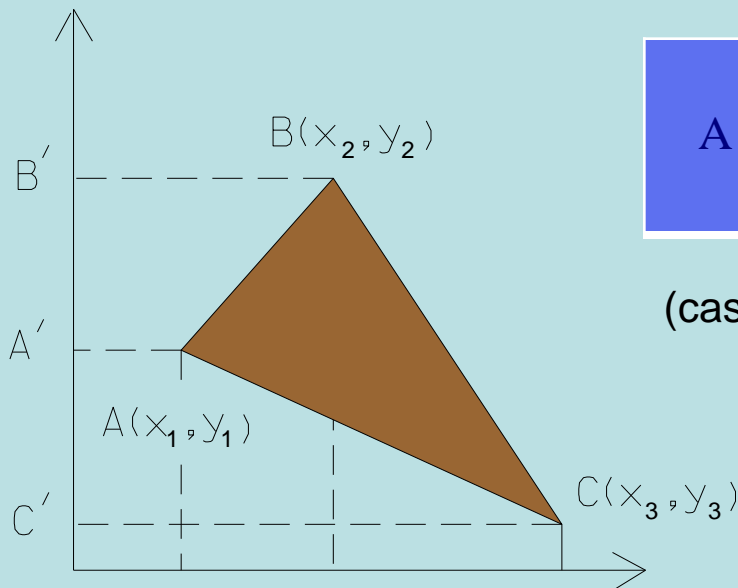
## Topografia Aplicada – movimento de terras

$$A = \text{area } ABC = \text{area } B'BCC' - \text{area } B'BAA' - \text{area } A'ACC' =$$

$$= \frac{(x_2 + x_3)(y_2 - y_3)}{2} - \frac{(x_2 + x_1)(y_2 - y_1)}{2} - \frac{(x_1 + x_3)(y_1 - y_3)}{2}$$

$$= (x_2y_2 - x_3y_3 + x_3y_2 - x_2y_3 - x_2y_2 + x_1y_1 - x_1y_2 + x_2y_1 - x_1y_1 + x_3y_3 - x_3y_1 + x_1y_3) / 2$$

$$= (x_2y_1 + x_3y_2 + x_1y_3 - x_1y_3 - x_2y_3 - x_3y_1) / 2$$



$$A = \frac{1}{2} \sum y_i (x_{i+1} - x_{i-1}) = \frac{1}{2} \sum x_i (y_{i+1} - y_{i-1})$$

(caso a área obtida seja negativa, ignora-se o sinal).

## Topografia Aplicada – movimento de terras

**Exemplo: qual é a área da parcela de terreno cujos vértices têm as seguintes coordenadas?**

	M	P
A	1000	1000
B	1200	840
C	1630	795
D	2000	1070
E	1720	1400
F	1310	1540
G	905	1135

$$A = \frac{1}{2} (1000 * 840 + 1200 * 795 + 1630 * 1070 + 2000 * 1400 + 1720 * 1540 + 1310 * 1135 + 905 * 1000) =$$

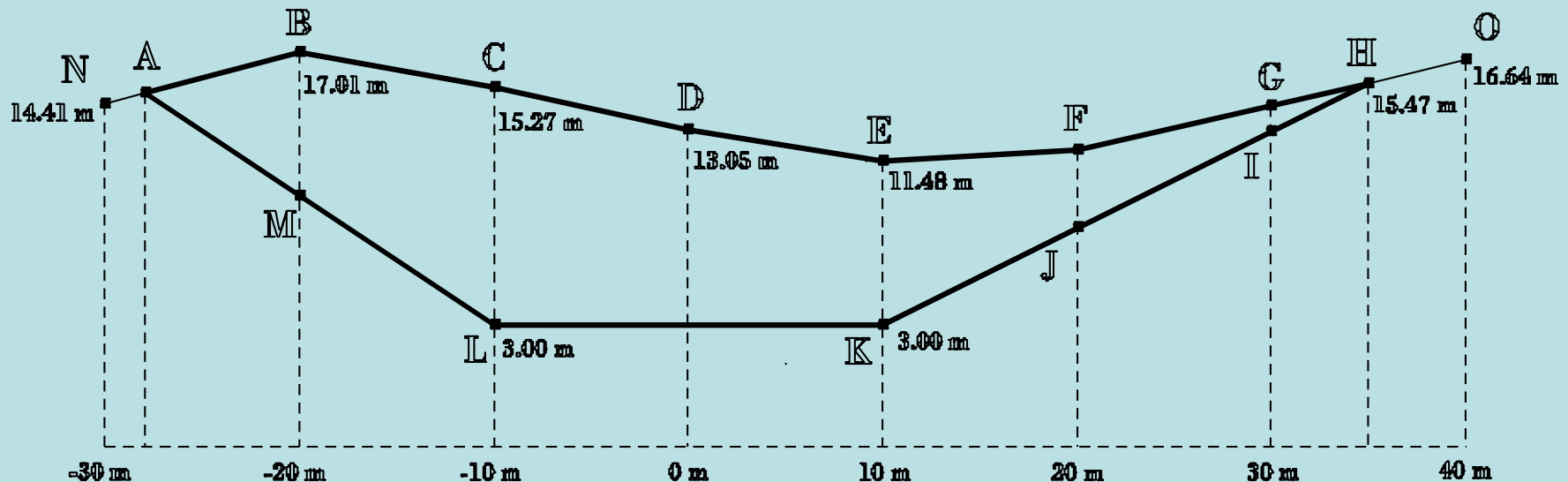
$$= \frac{1}{2} (1000 * 1135 + 1200 * 1000 + 1630 * 840 + 2000 * 795 + 1720 * 1070 + 1310 * 1400 + 905 * 1540) =$$

$$= \frac{11378750}{2} - \frac{10362300}{2} = 508225 \text{ m}^2 = 50.8225 \text{ ha}$$



## Topografia Aplicada – movimento de terras

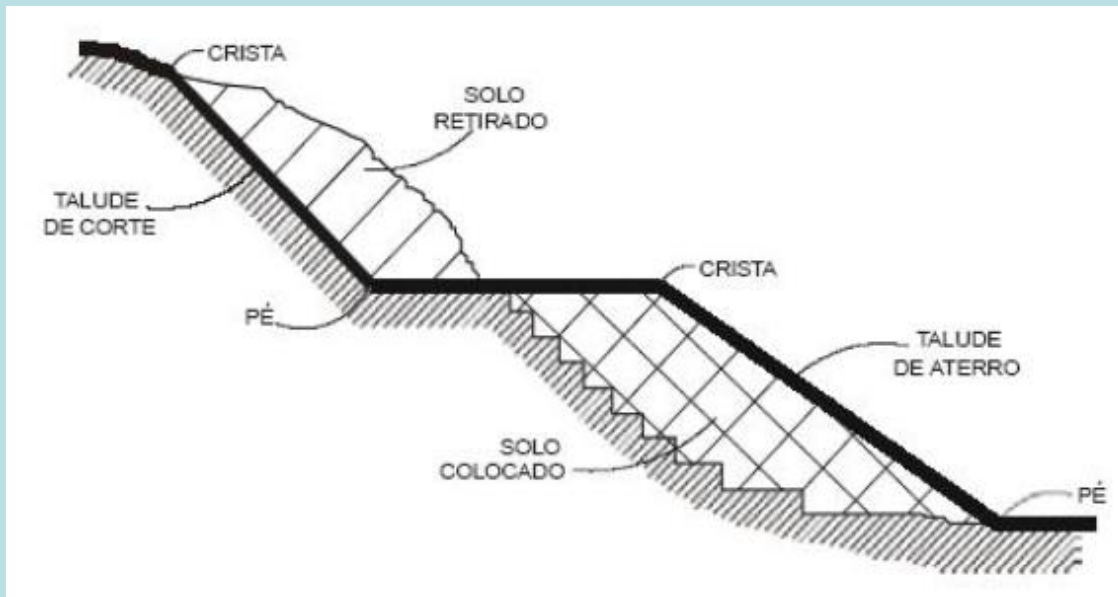
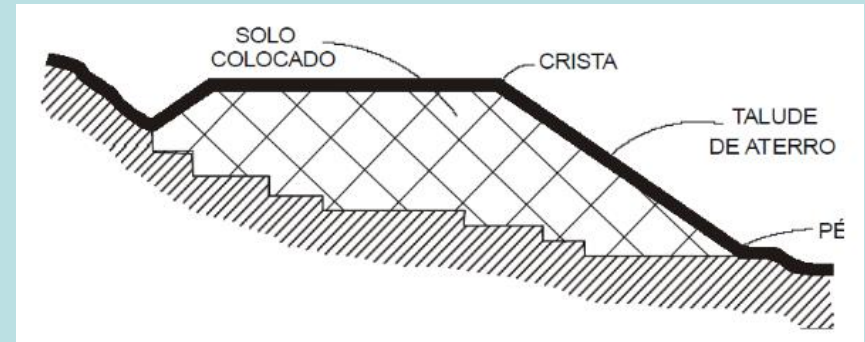
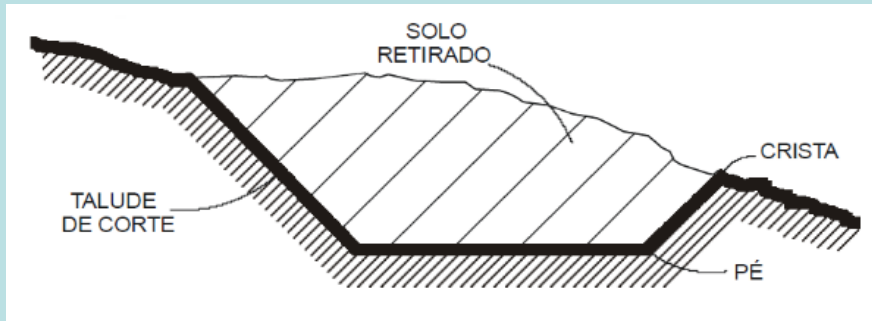
Considere a seção transversal de uma auto-estrada definida pelos pontos A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L e M da figura; sendo as taludações laterais iguais a 1 em 1½ do lado esquerdo e 1 em 2 do lado direito, calcule a área dessa seção.



Nem sempre é possível utilizar o terreno com a configuração original, sendo então necessário **adequar a superfície existente à superfície desejada** (de projecto). Entre o terreno original e a superfície de projecto forma-se assim um **talude ou superfície de ligação**.

Quando a superfície natural se encontrar acima da superfície de projecto é necessário efectuar uma **escavação**; quando a superfície natural se encontrar abaixo da superfície de projecto é necessário efectuar um **aterro**; quando for possível um melhor aproveitamento do perfil natural, minimizando-se o transporte de material, utiliza-se um **perfil misto**.

# Topografia Aplicada – movimento de terras



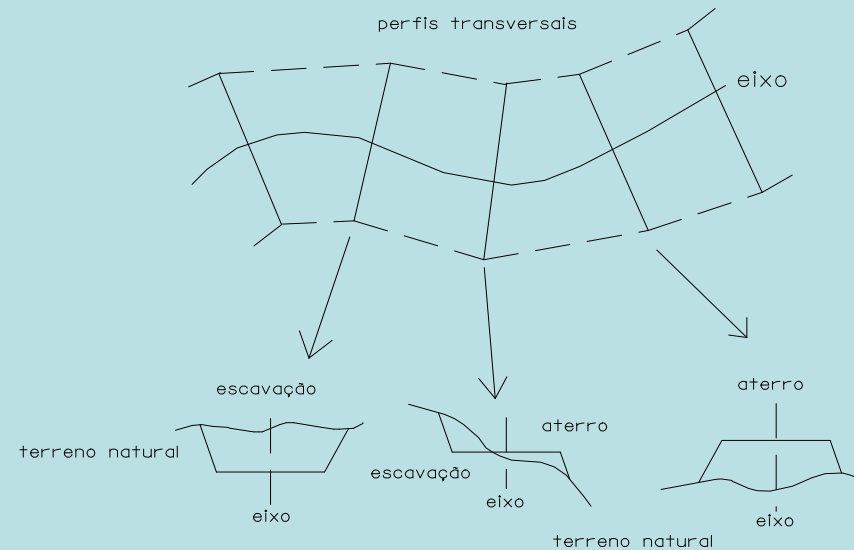
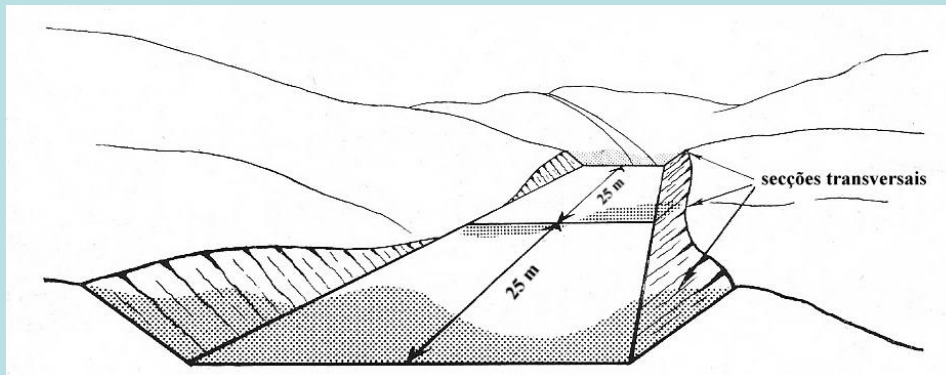
Os valores usuais para a taludação para os **taludes de escavação** (V/H) são:

- rocha:  $90^\circ$
- seixo:  $1/1 = 45^\circ$
- argila:  $4/5 = 39^\circ$
- terra vegetal:  $1/2 = 27^\circ$
- areia:  $3/5 = 31^\circ$

Normalmente os **taludes de aterro** devem ser menos inclinados que os taludes de escavação, utilizando-se as taludações  $1/4$ ,  $1/3$ ,  $1/2$ ,  $2/3$  conforme o tipo de terreno.

## Topografia Aplicada – movimento de terras

Uma **secção transversal** resulta da intersecção de um plano vertical perpendicular ao eixo da via com o terreno natural. Para cada secção transversal, define-se  **$b$**  como a **largura da estrada**,  **$h$**  como a **altura** (diferença no eixo entre a cota do terreno natural e a cota de projecto para o pavimento da estrada),  **$w = w_L + w_R$**  como a **abertura** e  **$m$**  como a **taludação** das bermas.

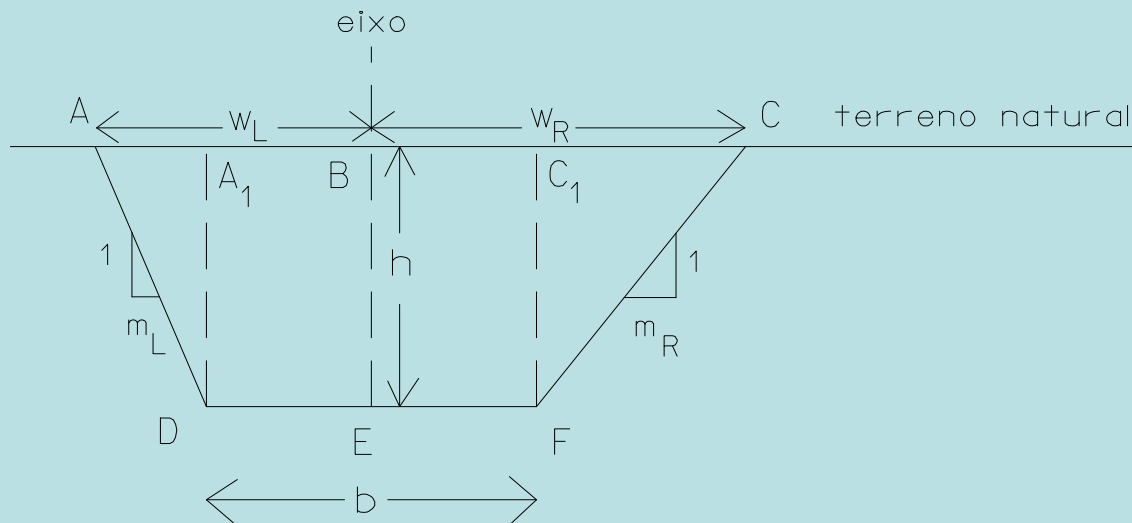


Há três tipos possíveis de configuração para uma secção transversal:

- a) o terreno natural é **plano e horizontal**
- b) o terreno natural é **plano e inclinado**
- c) o terreno natural é **irregular**

## Topografia Aplicada – movimento de terras

No **primeiro caso**, com o **terreno plano e horizontal** tem-se, sendo A a área da secção considerada (neste caso área de escavação):



$$\Delta CC_1F: \frac{CC_1}{m_R} = \frac{h}{1} \Rightarrow CC_1 = m_R h$$

$$\Rightarrow w_R = \frac{b}{2} + m_R h$$

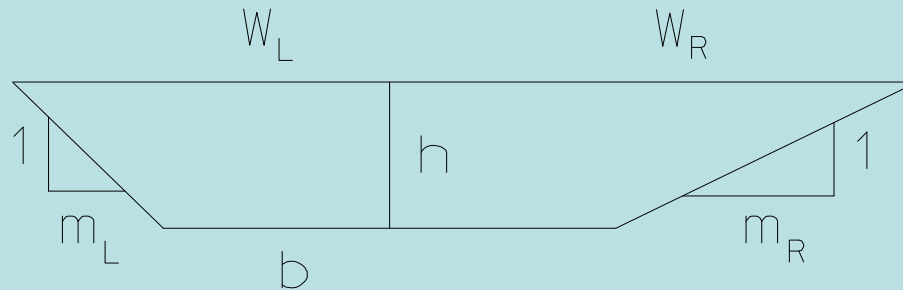
$$\Delta AA_1D: \frac{AA_1}{m_L} = \frac{h}{1} \Rightarrow AA_1 = m_L h$$

$$\Rightarrow w_L = \frac{b}{2} + m_L h$$

$$A_e = bh + \frac{1}{2} m_L h^2 + \frac{1}{2} m_R h^2 = h \left( b + m_L \frac{h}{2} + m_R \frac{h}{2} \right)$$

Se  $m_L = m_R = m$  tem-se  $A_e = h(b + mh)$

**Exemplo: considere a secção efectuada num terreno plano e horizontal, em que  $h=2$  m e  $b=6$  m. Sabendo que a área desse secção é  $A=18$  m<sup>2</sup>, qual é a relação entre as taludações  $n$  e  $m$  de cada uma das bermas?**



$$A = \frac{1}{2} h m_L h + b h + \frac{1}{2} h m_R h = (m_L + m_R) \frac{h^2}{2} + b h \Rightarrow m_L + m_R = 2 \frac{A - b h}{h^2} = 3$$

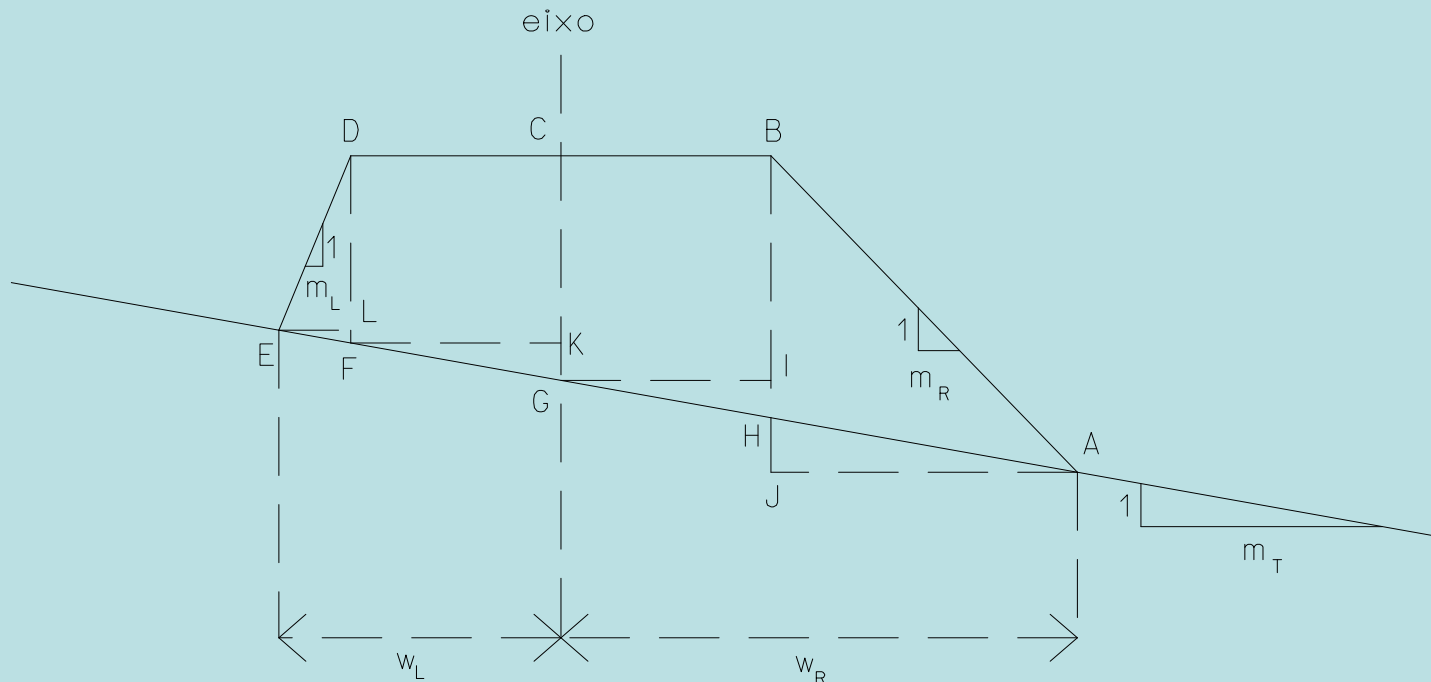
**Pode concluir-se que, mantendo-se os valores de  $h$  e de  $b$ , qualquer combinação de  $m_L$  e  $m_R$  que verifique a relação  $m_L + m_R = 3$  dá origem a uma secção de área igual a 18 m<sup>2</sup>.**



# Topografia Aplicada – movimento de terras

No **segundo caso**, com o **terreno plano e inclinado**, pode existir apenas **escavação (ou aterro)** ou escavação e aterro; a figura representa o caso em que existe aterro ( $h > 0$ ), tendo-se:

$$A_a = \text{area AHB} + \text{area BHFD} + \text{area DFE} = \frac{1}{2} h_R d_R + bh + \frac{1}{2} h_L d_L$$



$$h_R = BH$$

$$d_R = AJ$$

$$h_L = DF$$

$$d_L = EF$$

$$h = CG$$

$$b = BD$$

$$w_L = \frac{b}{2} + d_L$$

$$w_R = \frac{b}{2} + d_R$$

## Topografia Aplicada – movimento de terras

**Do triângulo GHI tem-se**  $\frac{\frac{b}{2}}{m_T} = \frac{h_R - h}{1} \Rightarrow h_R = h + \frac{b}{2m_T}$

**Do triângulo FGK tem-se**  $\frac{\frac{b}{2}}{m_T} = \frac{h - h_L}{1} \Rightarrow h_L = h - \frac{b}{2m_T}$

**De**  $\frac{d_R}{m_T} = \frac{HJ}{1} \Rightarrow HJ = \frac{d_R}{m_T}$

**De**  $\frac{d_L}{m_T} = \frac{LF}{1} \Rightarrow LF = \frac{d_L}{m_T}$

**e de**  $\frac{h_R + HJ}{1} = \frac{d_R}{m_R} \Rightarrow h_R + HJ = \frac{d_R}{m_R}$

**e de**  $\frac{h_L - LF}{1} = \frac{d_L}{m_L} \Rightarrow h_L - LF = \frac{d_L}{m_L}$

**tem-se**  $d_R = \frac{h_R}{\frac{1}{m_R} - \frac{1}{m_T}}$

**tem-se**  $d_L = \frac{h_L}{\frac{1}{m_L} + \frac{1}{m_T}}$

## Topografia Aplicada – movimento de terras

Então

$$A_a = \frac{1}{2} \left( h + \frac{b}{2m_T} \right)^2 \frac{1}{\frac{1}{m_R} - \frac{1}{m_T}} + hb + \frac{1}{2} \left( h - \frac{b}{2m_T} \right)^2 \frac{1}{\frac{1}{m_L} + \frac{1}{m_T}} = \frac{1}{8m_T} \left( \frac{(2hm_T + b)^2 m_R}{m_T - m_R} + \frac{(b - 2hm_T)^2 m_L}{m_T + m_L} \right) + hb$$

**No caso de  $m = m_R = m_L$  tem-se:**

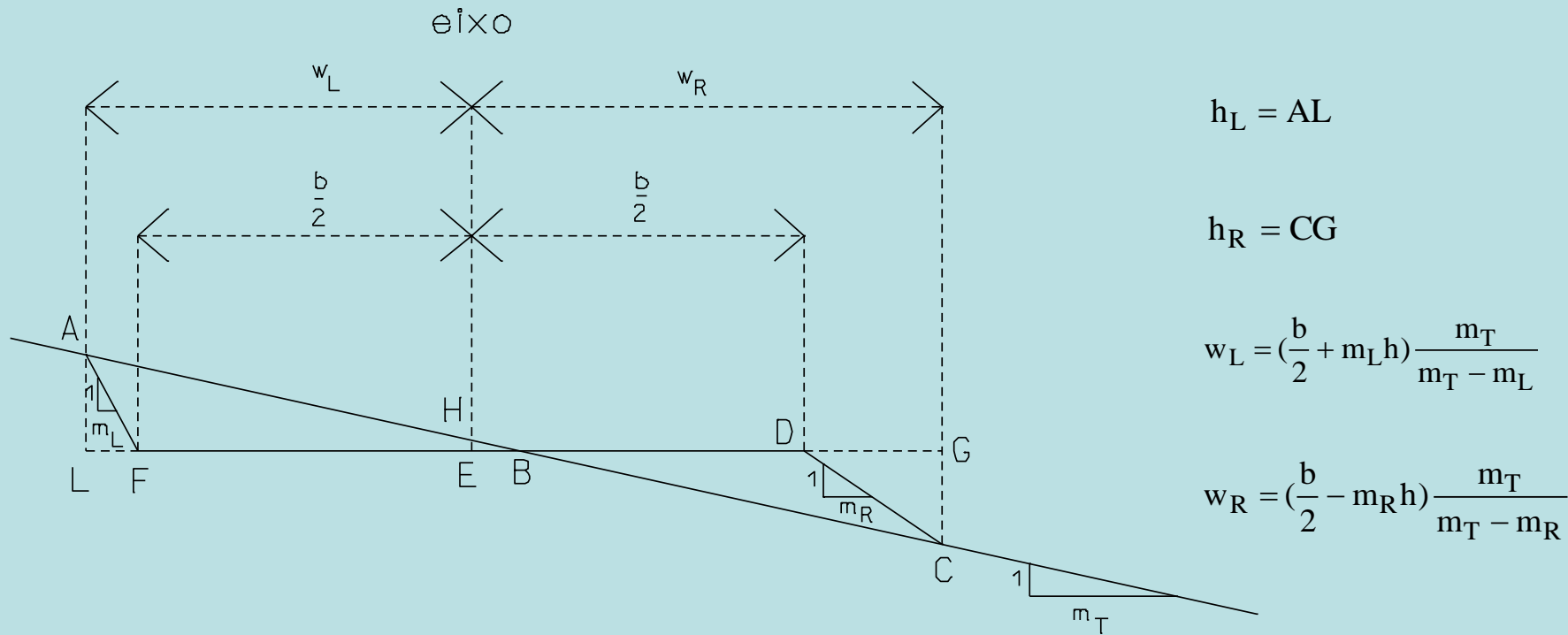
$$A_a = \frac{m(h^2 m_T^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 + bhm)}{m_T^2 - m^2} + bh = \frac{1}{2m} \left( \left(\frac{b}{2} + mh\right) (w_L + w_R) - \frac{b^2}{2} \right)$$

$$w_R = \left( \frac{b}{2} + mh \right) \frac{m_T}{m_T - m}$$

$$w_L = \left( \frac{b}{2} + mh \right) \frac{m_T}{m_T + m}$$

## Topografia Aplicada – movimento de terras

A figura representa o caso em que **numa mesma secção existe aterro e escavação**, em terreno plano e inclinado, **taludações das bermas diferentes**:



Neste caso tem-se, no eixo,  $h > 0$ .

**Do triângulo ALF tem-se**  $\frac{h_L}{1} = \frac{LF}{m_L} \Rightarrow h_L = \frac{w_L - \frac{b}{2}}{m_L} = \frac{2w_L - b}{2m_L}$

**Do triângulo BEH tem-se**  $\frac{BE}{m_T} = \frac{h}{1} \Rightarrow BE = m_T h$

**Do triângulo CDG tem-se**  $\frac{h_R}{1} = \frac{DG}{m_R} \Rightarrow h_R = \frac{w_R - \frac{b}{2}}{m_R} = \frac{2w_R - b}{2m_R}$

## Topografia Aplicada – movimento de terras

Então, para as áreas de escavação e aterro tem-se:

$$A_e = \frac{1}{2}BLh_L - \frac{1}{2}FLh_L = \frac{1}{2}h_L(BL - FL) = \frac{1}{2}h_LBF = \frac{1}{2}h_L(EF + EB) = \frac{1}{2} \frac{2w_L - b}{2m_L} \left(\frac{b}{2} + hm_T\right)$$

$$\frac{1}{2} \frac{\left(m_L + \frac{b}{2}\right) \frac{2m_T}{m_T - m_L} - b}{2m_L} \left(\frac{b}{2} + hm_T\right) = \frac{1}{2} \frac{\left(hm_L + \frac{b}{2}\right) 2m_T - bm_T + bm_L}{2m_L(m_T - m_L)} \left(\frac{b}{2} + hm_T\right) = \frac{1}{2} \frac{2m_T m_L + bm_T + bm_L}{2m_L(m_T - m_L)} \left(\frac{b}{2} + hm_T\right) =$$

$$\frac{1}{2} \frac{m_L(2hm_T + b)}{2m_L(m_T - m_L)} \left(\frac{b}{2} + hm_T\right) = \frac{1}{2} \frac{2hm_T + b}{2(m_T - m_L)} \frac{b + 2hm_T}{2} = \frac{1}{2} \frac{(2km_T + b)^2}{4(m_T - m_L)} = \frac{1}{2} \frac{\left(hm_T + \frac{b}{2}\right)^2}{m_T - m_L}$$

## Topografia Aplicada – movimento de terras

$$\boxed{A_a} = \frac{1}{2} BG h_R - \frac{1}{2} DG h_R = \frac{1}{2} h_R (BG - DG) = \frac{1}{2} h_R BD = \frac{1}{2} h_R (ED - EB) = \frac{1}{2} \frac{2w_R - b}{2m_R} \left(\frac{b}{2} - hm_T\right)$$

$$\frac{1}{2} \frac{\left(\frac{b}{2} - hm_R\right) \frac{2m_T}{m_T - m_R} - b}{2m_R} \left(\frac{b}{2} - hm_T\right) = \frac{1}{2} \frac{\left(\frac{b}{2} - hm_R\right) 2m_T - bm_T + bm_R}{2m_R (m_T - m_R)} \left(\frac{b}{2} - hm_T\right) = \frac{1}{2} \frac{-2hm_R m_T + bm_T - bm_T + bm_R}{2m_R (m_T - m_R)} \left(\frac{b}{2} - hm_T\right) =$$

$$\frac{1}{2} \frac{m_R (b - 2hm_T)}{2m_R (m_T - m_R)} \left(\frac{b}{2} - hm_T\right) = \frac{1}{2} \frac{b - 2hm_T}{2(m_T - m_R)} \frac{b - 2hm_T}{2} = \frac{1}{2} \frac{(b - 2hm_T)^2}{4(m_T - m_R)} = \boxed{\frac{1}{2} \frac{\left(\frac{b}{2} - hm_T\right)^2}{m_T - m_R}}$$

## Topografia Aplicada – movimento de terras

Se ocorrer o caso de existir aterro no eixo ( $h < 0$ ), as expressões para as áreas de escavação e aterro são

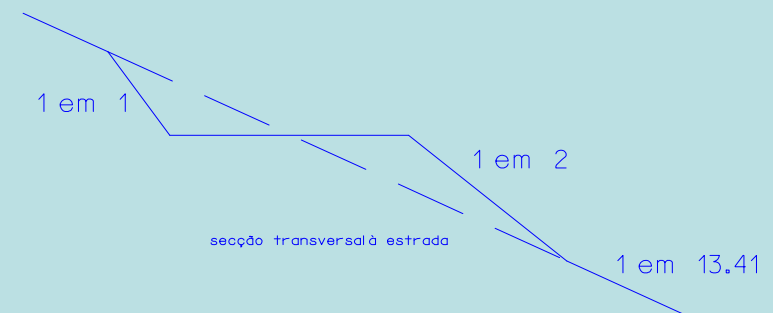
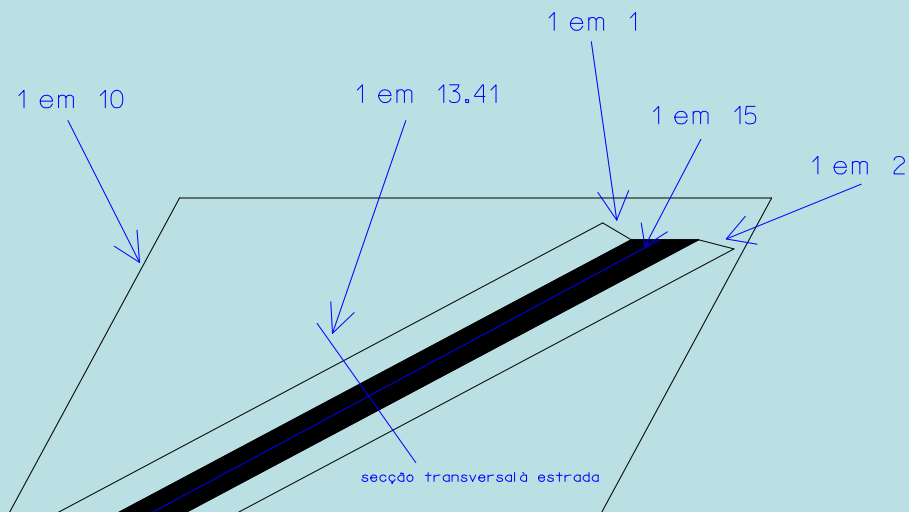
$$A_e = \frac{1}{2} \frac{\left(\frac{b}{2} - hm_T\right)^2}{m_T - m_L}$$

$$A_a = \frac{1}{2} \frac{\left(\frac{b}{2} + hm_T\right)^2}{m_T - m_R}$$



## Topografia Aplicada – movimento de terras

**Exemplo:** A estrada de acesso a uma antena, com uma largura igual a 5 metros e com comprimento igual a 50 m, deve subir com uma taludação igual a 1 em 15, ao longo de uma encosta cuja taludação é igual a 1 em 10. Supondo que as áreas de escavação e aterro devem equivaler-se, determine a abertura do lado da escavação e o volume de escavação, supondo que as taludações são iguais a 1 em 1 na berma em escavação e 1 em 2 na berma em aterro (no eixo  $h > 0$ ).



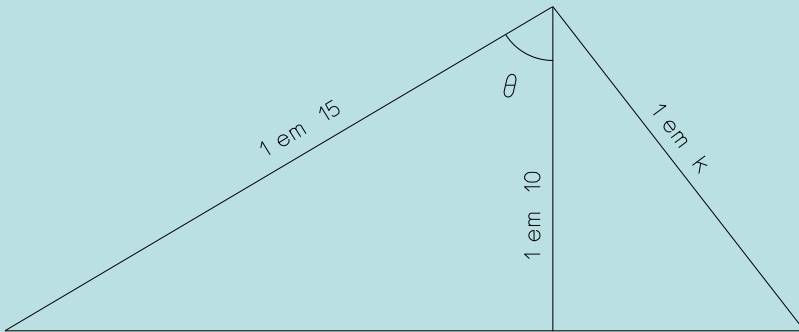
## Topografia Aplicada – movimento de terras

A taludação da encosta é igual à taludação da linha de maior declive desse plano: 1 em 10; a taludação da estrada (do respectivo eixo) é igual a 1 em 15, de forma a que o declive da encosta seja mais fácil de vencer; pretende-se determinar a taludação da secção transversal à estrada:

Da figura tem-se:

$$\cos\theta = \frac{10}{15} \Rightarrow \theta = 48.1897$$

$$\cos(90^\circ - \theta) = \sin\theta = \frac{10}{k} \Rightarrow k = 13.41$$



Se  $h > 0$  então há escavação no eixo, donde, de  $A_e = A_a$ , tem-se:

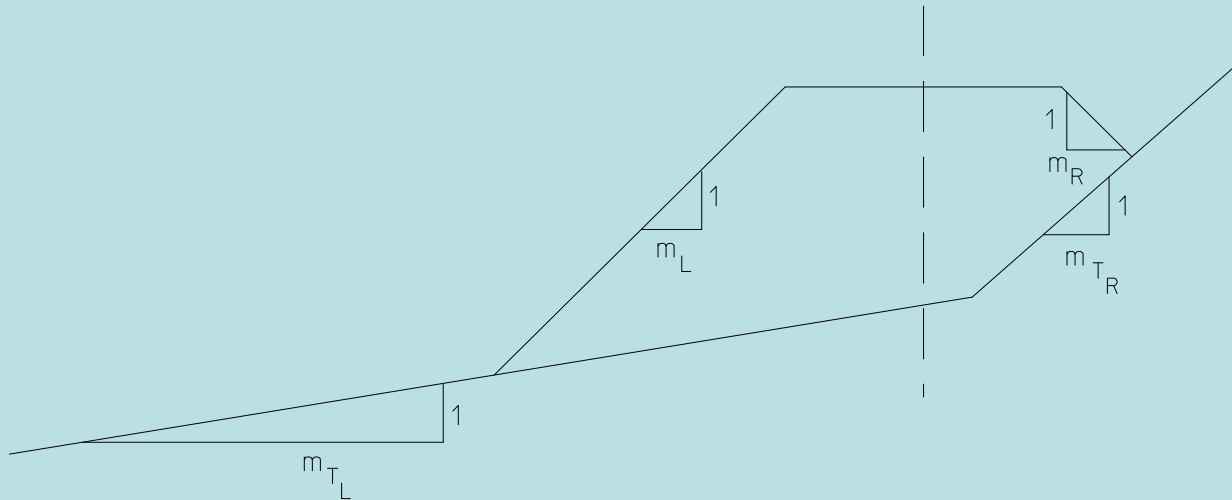
$$h = \frac{\frac{b}{2} \left( \sqrt{\frac{m_T - m_L}{m_T - m_R}} - 1 \right)}{m_T \left( 1 + \sqrt{\frac{m_T - m_L}{m_T - m_R}} \right)} = 0.004 \text{ m}$$

Pode assim calcular-se  $W_L = \left( \frac{b}{2} + m_L h \right) \frac{m_T}{m_T - m_L} = 2.706 \text{ m}$

Daqui tem-se  $A_e = 0.263 \text{ m}^2$  ,  $V_e = 50 * A_e = 13.150 \text{ m}^3$

## Topografia Aplicada – movimento de terras

No **terceiro caso**, o terreno é irregular, isto é, tem taludações diferentes. No caso de as taludações das duas bermas serem iguais, ( $m_L = m_R$ ) tem-se:



$$w_L = \left(\frac{b}{2} + mh\right) \frac{m_{T_R}}{m_{T_L} - m}$$

$$w_R = \left(\frac{b}{2} + mh\right) \frac{m_{T_L}}{m_{T_L} - m}$$

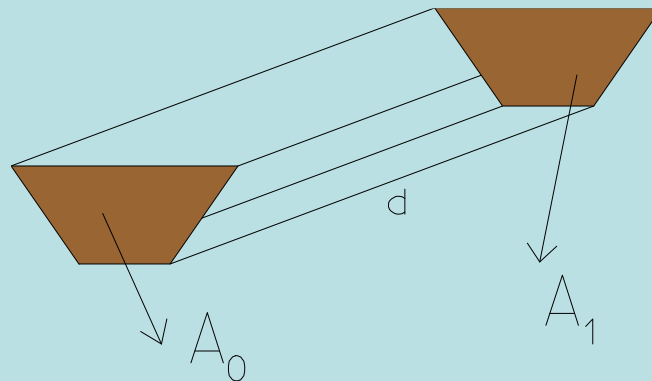
$$A = \frac{1}{2m} \left[ (w_R + w_L) \left(mh + \frac{b}{2}\right) - \frac{b^2}{2} \right]$$

## Topografia Aplicada – movimento de terras

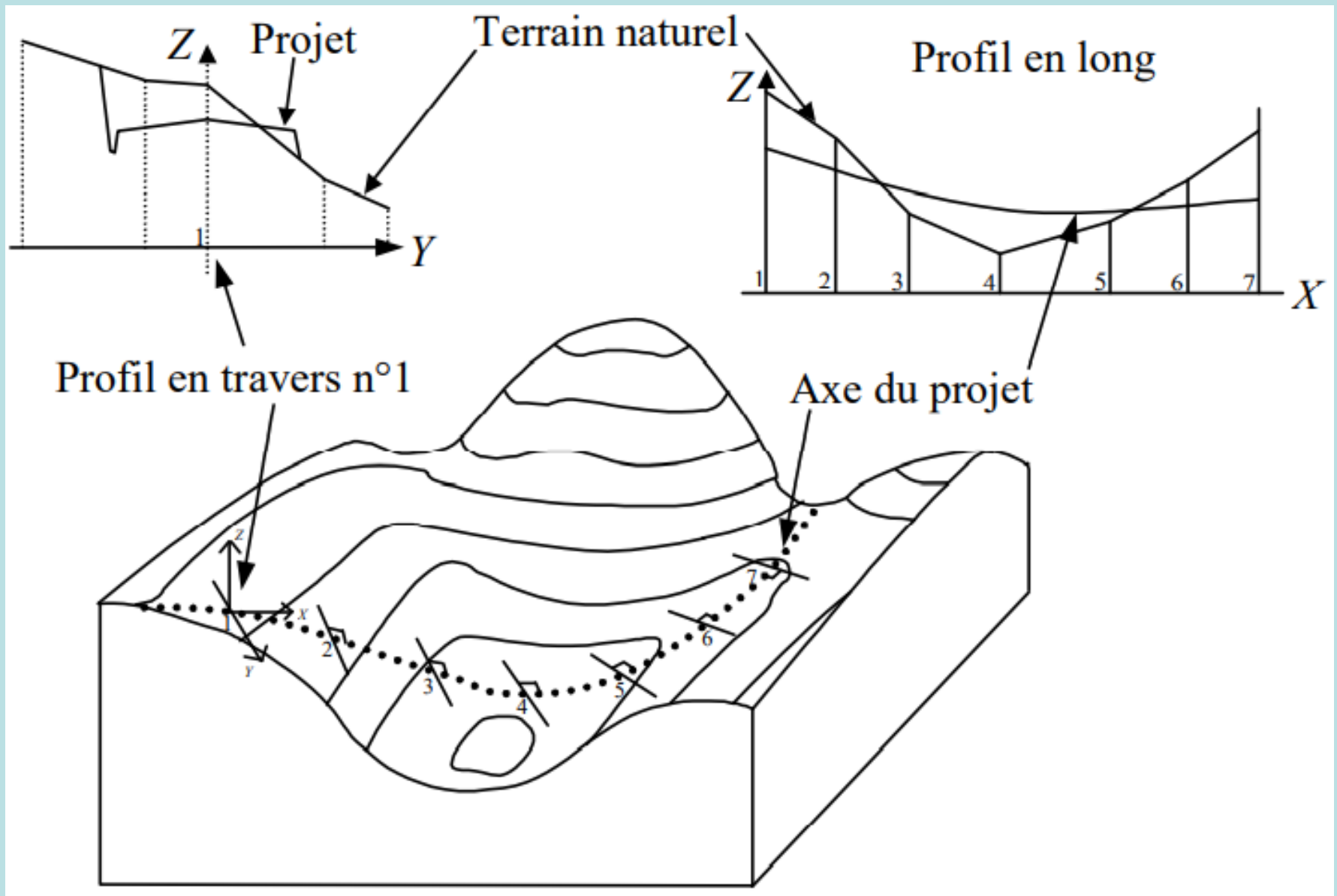
Para o cálculo de **volumes** através das áreas das secções extremas, quando ambas são do mesmo tipo (aterro ou escavação) pode utilizar-se a expressão aproximada

$$V = \frac{A_0 + A_1}{2} d$$

segundo a qual o volume entre cada duas secções é igual à média das áreas  $A_0$  e  $A_1$  dessas secções multiplicado pela distância  $d$  entre elas:



# Topografia Aplicada – movimento de terras



## Topografia Aplicada – movimento de terras

**Exemplo: em planta, uma vala para irrigação mede 7.5 m de largura por 13.5 m de comprimento. Utilizando a tabela seguinte, que traduz a profundidade, em metros, nos pontos indicados, estime o volume de escavação que foi necessário efectuar (supondo naturalmente o terreno original horizontal).**

<b>m/ m</b>	<b>0</b>	<b>3.0</b>	<b>5.0</b>	<b>7.5</b>	<b>10.0</b>	<b>11.5</b>	<b>13.5</b>
<b>0</b>	<b>0.0</b>	<b>1.5</b>	<b>0.0</b>	<b>4.5</b>	<b>6.2</b>	<b>4.7</b>	<b>0.0</b>
<b>2.5</b>	<b>1.2</b>	<b>2.9</b>	<b>10.6</b>	<b>9.7</b>	<b>7.9</b>	<b>8.4</b>	<b>2.5</b>
<b>5.0</b>	<b>2.5</b>	<b>3.7</b>	<b>8.7</b>	<b>8.7</b>	<b>9.4</b>	<b>8.4</b>	<b>3.6</b>
<b>7.5</b>	<b>0.0</b>	<b>0.0</b>	<b>1.9</b>	<b>7.6</b>	<b>6.8</b>	<b>6.3</b>	<b>0.0</b>

# Topografia Aplicada – movimento de terras

Considerando os 7 perfis transversais seguintes, tem-se:

Perfil 0 m

$$A=9.25 \text{ m}^2$$

Perfil 3.0 m

$$A=18.375 \text{ m}^2$$

Perfil 5.0 m

$$A=50.625 \text{ m}^2$$

Perfil 7.5 m

$$A=61.125 \text{ m}^2$$

Perfil 10.0 m

$$A=59.5 \text{ m}^2$$

Perfil 11.5 m

$$A=55.75 \text{ m}^2$$

Perfil 13.5 m

$$A=15.25 \text{ m}^2$$

$$A_1 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 2.5 & 5.0 & 7.5 & 5.0 & 2.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2.5 & 1.2 & 0 \end{bmatrix} = 9.25 \text{ m}^2$$

$$A_2 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 2.5 & 5.0 & 7.5 & 5.0 & 2.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3.7 & 2.9 & 1.5 & 0 \end{bmatrix} = 18.375 \text{ m}^2$$

$$A_3 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 2.5 & 5.0 & 7.5 & 7.5 & 5.0 & 2.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.9 & 8.7 & 10.6 & 0 \end{bmatrix} = 50.625 \text{ m}^2$$

$$A_4 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 2.5 & 5.0 & 7.5 & 7.5 & 5.0 & 2.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 7.6 & 8.7 & 9.7 & 4.5 & 0 \end{bmatrix} = 61.125 \text{ m}^2$$

$$A_5 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 2.5 & 5.0 & 7.5 & 7.5 & 5.0 & 2.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6.8 & 9.4 & 7.9 & 6.2 & 0 \end{bmatrix} = 59.5 \text{ m}^2$$

$$A_6 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 2.5 & 5.0 & 7.5 & 7.5 & 5.0 & 2.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6.3 & 8.4 & 8.4 & 4.7 & 0 \end{bmatrix} = 55.75 \text{ m}^2$$

$$A_7 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 2.5 & 5.0 & 7.5 & 5.0 & 2.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3.6 & 2.5 & 0 \end{bmatrix} = 15.25 \text{ m}^2$$

$$V_1 = \frac{1}{2} (A_1 + A_2) \times 3 = 41.4375 \text{ m}^3$$

$$V_2 = \frac{1}{2} (A_2 + A_3) \times 2 = 69.0 \text{ m}^3$$

$$V_3 = \frac{1}{2} (A_3 + A_4) \times 2.5 = 139.6875 \text{ m}^3$$

$$V_4 = \frac{1}{2} (A_4 + A_5) \times 2.5 = 150.78125 \text{ m}^3$$

$$V_5 = \frac{1}{2} (A_5 + A_6) \times 1.5 = 86.4375 \text{ m}^3$$

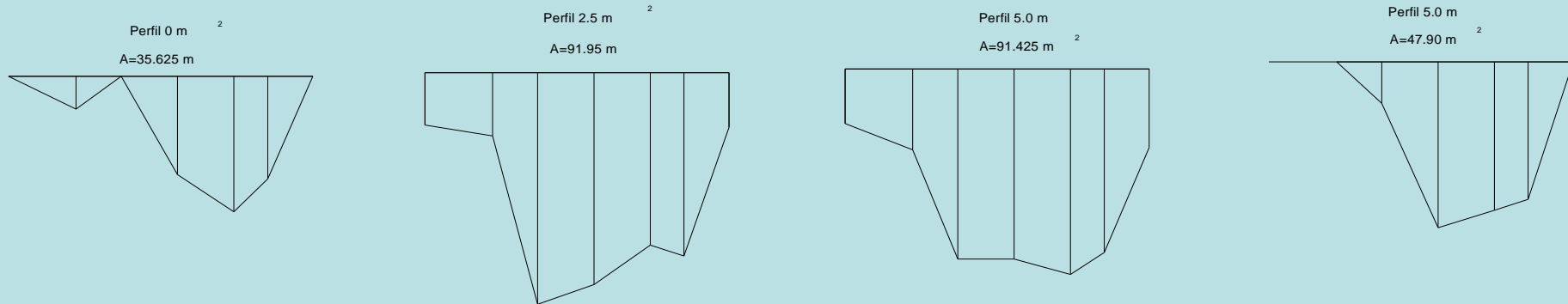
$$V_6 = \frac{1}{2} (A_6 + A_7) \times 2 = 71.0 \text{ m}^3$$

$$V_{\text{total}} = 558.34375 \text{ m}^3$$



# Topografia Aplicada – movimento de terras

**Como alternativa, podem utilizar-se os 4 perfis longitudinais seguintes:**

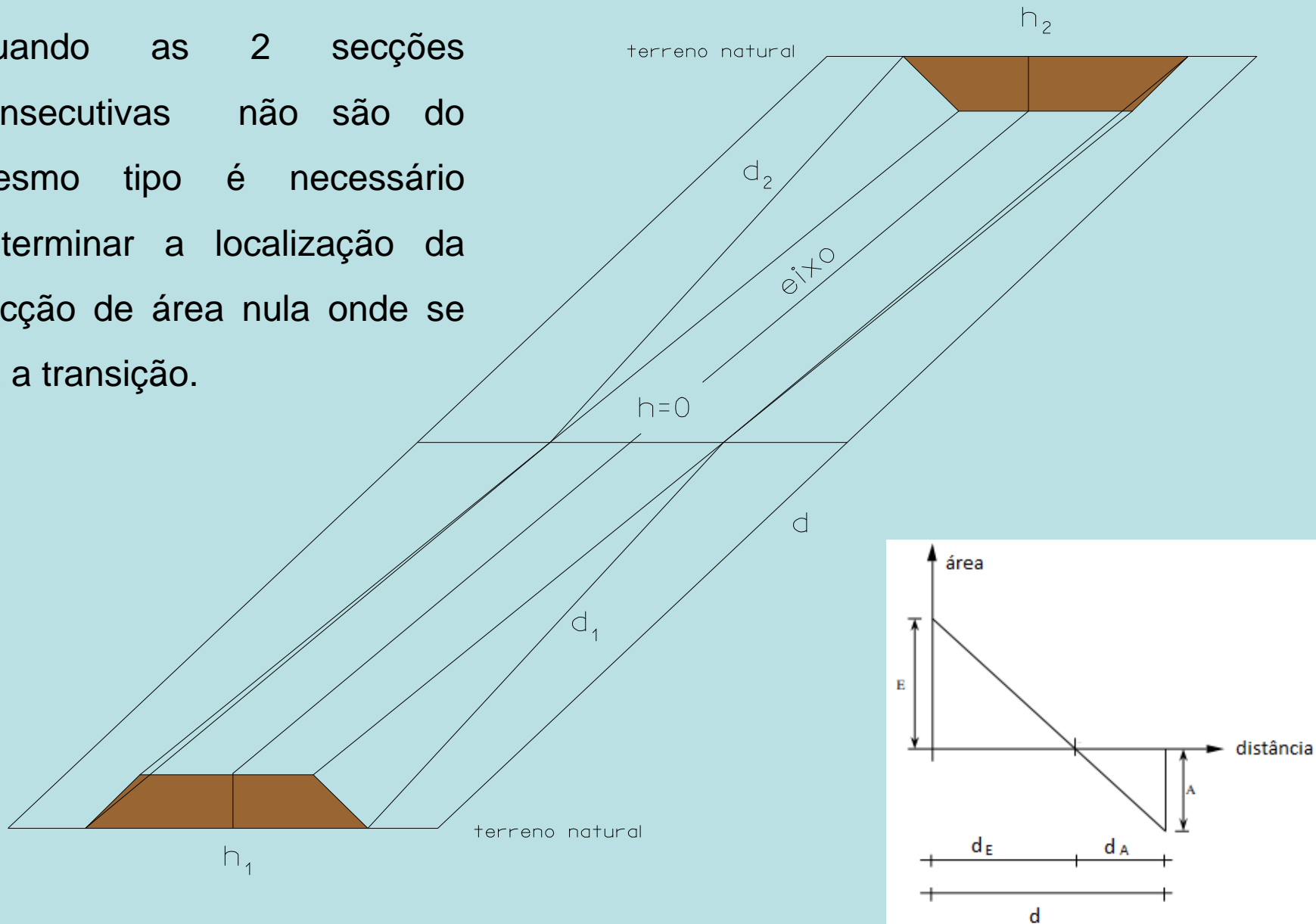


$$V_{\text{total}}=562.84375 \text{ m}^3$$

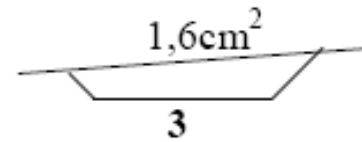
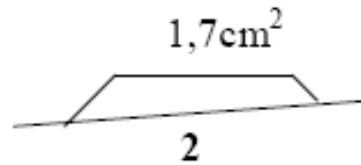
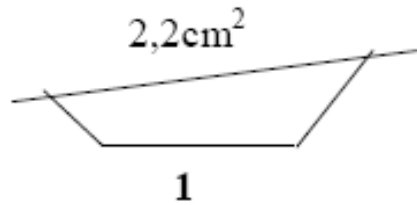
Os 2 volumes não são iguais porque a formula utilizada não é exacta.

# Topografia Aplicada – movimento de terras

Quando as 2 secções consecutivas não são do mesmo tipo é necessário determinar a localização da secção de área nula onde se dá a transição.

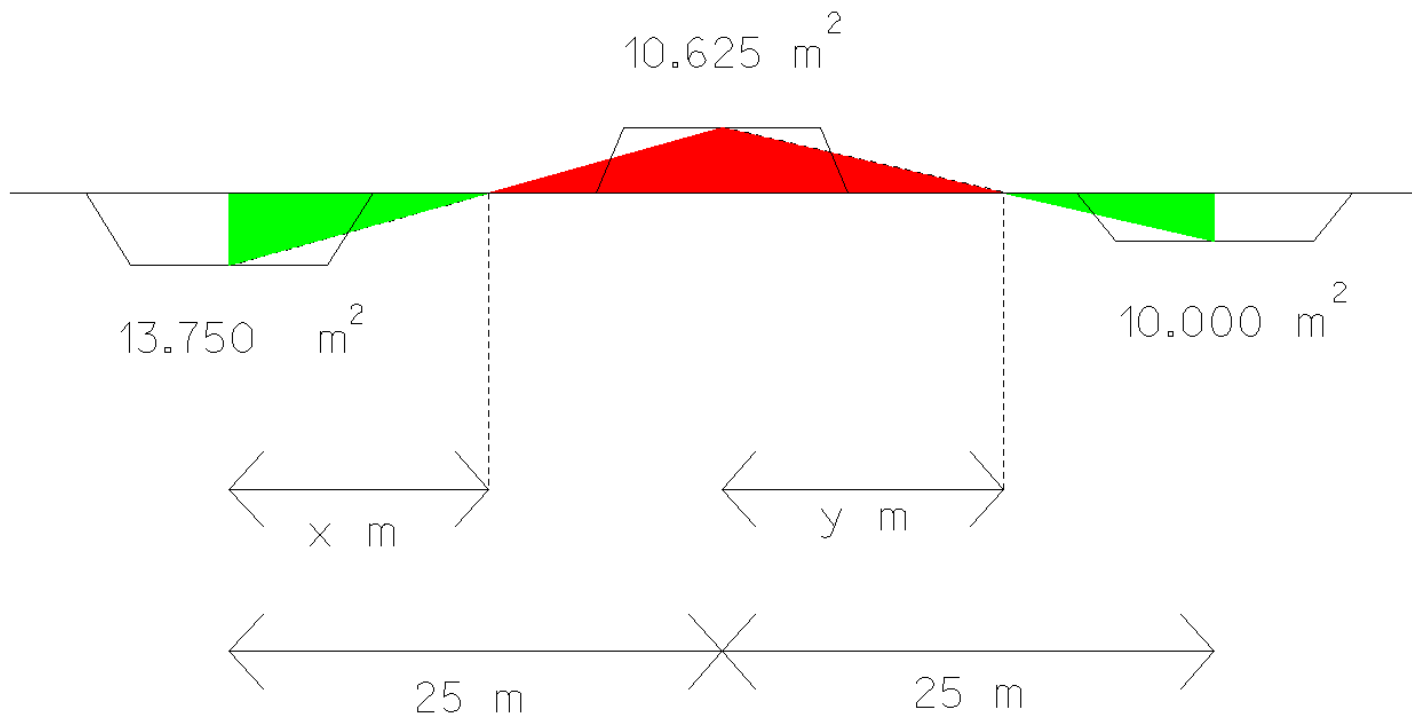


# Topografia Aplicada – movimento de terras



Escala=1/250

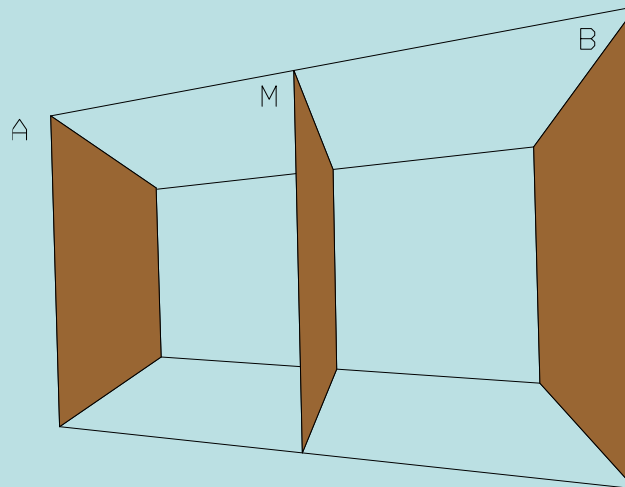
$$\frac{\text{Área Escavação}}{x} = \frac{\text{Área Aterro}}{25 - x} = \frac{\text{Área Escavação} + \text{Área Aterro}}{25}$$



Um **prismóide** é definido como um sólido tendo **duas faces paralelas**, A e B, que podem ter **qualquer configuração**, desde que as superfícies que unem os respectivos perímetros sejam **geradas por linhas rectas**. A expressão para o cálculo do volume de um prismóide é:

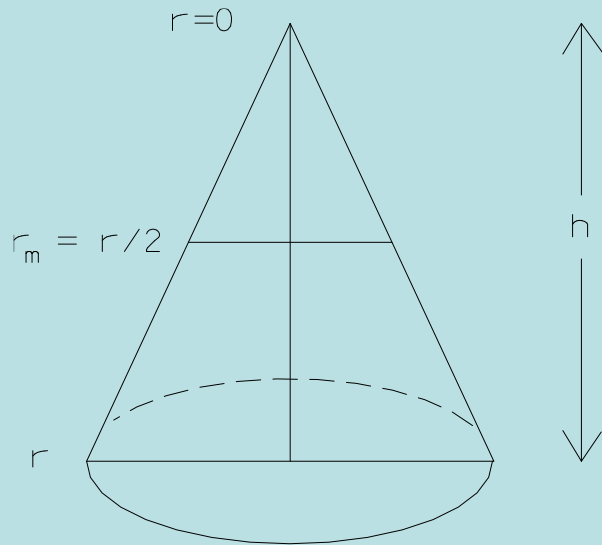
$$V_p = \frac{h(A + 4M + B)}{6}$$

onde h é a distância ortogonal entre A e B, e M é a área da secção a meia distância entre A e B.



## Topografia Aplicada – movimento de terras

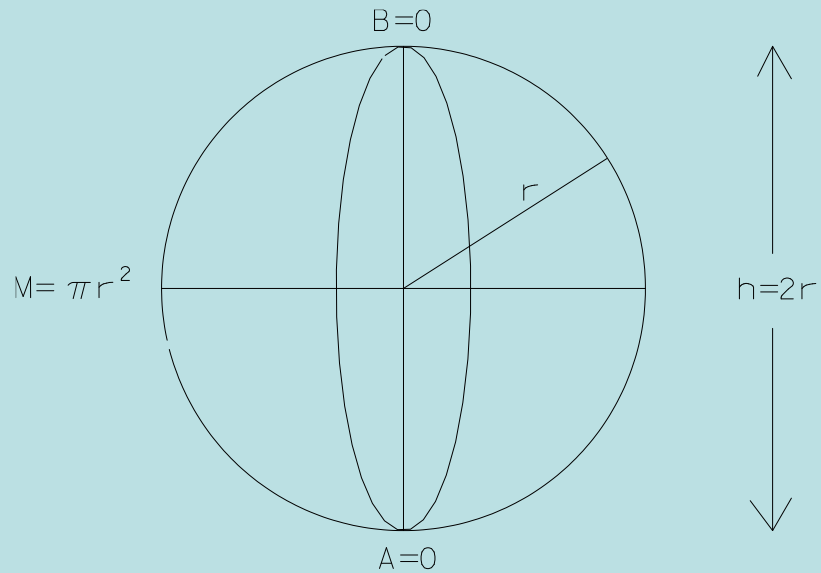
A utilidade da fórmula  $V_P = \frac{A_0 + 4A_m + A_1}{6} d$  pode verificar-se aplicando-a a sólidos simples:



cone

$$V_p = \frac{h \left( \pi r^2 + 4\pi \left( \frac{r}{2} \right)^2 + 0 \right)}{6} = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

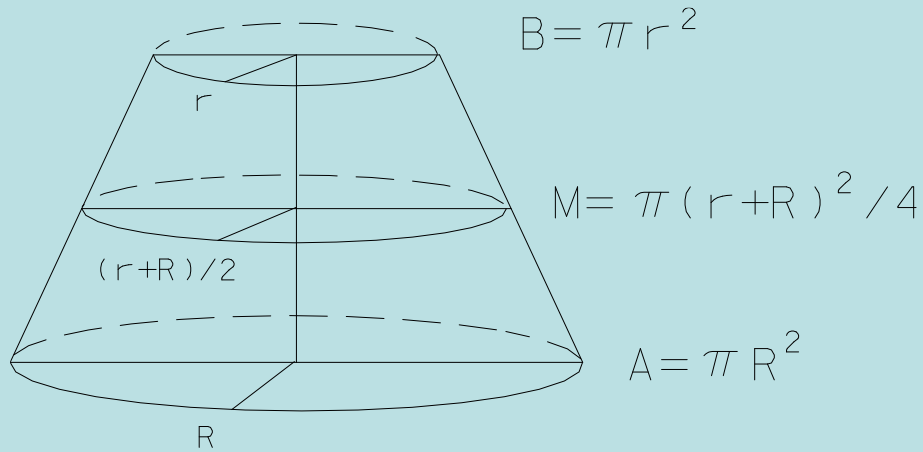
# Topografia Aplicada – movimento de terras



esfera

$$V_p = \frac{2r(0 + 4\pi r^2 + 0)}{6} = \frac{4\pi r^3}{3}$$

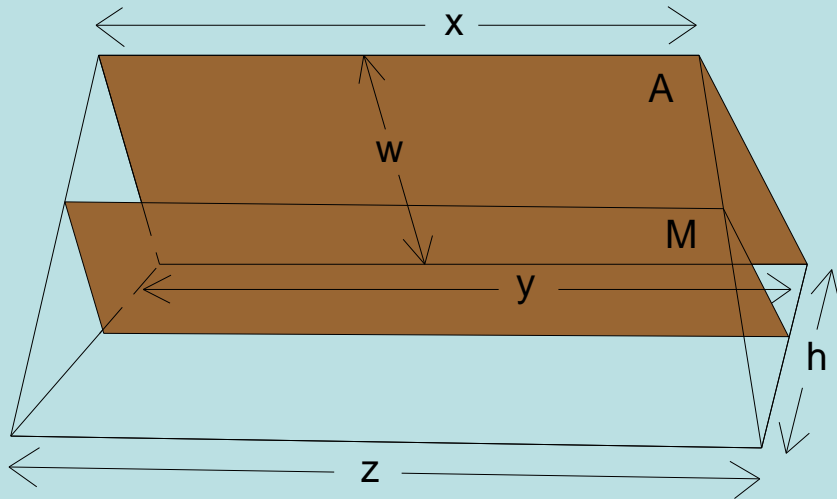
# Topografia Aplicada – movimento de terras



tronco de cone

$$V_p = \frac{h \left( \pi R^2 + \frac{4\pi(r+R)^2}{4} + \pi r^2 \right)}{6} = \frac{\pi h (R^2 + r^2 + rR)}{3}$$

## Topografia Aplicada – movimento de terras



“cunha”

$$V_p = \frac{h \left( \frac{w(x+y)}{2} + \frac{4w((x+z)+(z+y))}{8} + 0 \right)}{6} = \frac{wh(x+y+z)}{6}$$

**x é a largura do topo da secção mais afastada, y é a largura da base dessa mesma secção (w é a altura) e z é a largura da secção mais próxima; assim,  $(x+y)/2$  é a largura média da secção mais afastada e, para a secção média, as larguras do topo e da base são  $((x+z)+(z+y))/4$  e a respectiva altura é  $w/2$**



Sendo  $w_1=(w_L+w_R)_1$ ,  $b_1$  a abertura e a largura da secção A e  $w_2=(w_L+w_R)_2$ ,  $b_2$  a abertura e a largura da secção B, onde

$$A = \frac{w_1 b_1}{2} \quad , \quad B = \frac{w_2 b_2}{2} \quad , \quad M = \frac{1}{2} \frac{w_1 + w_2}{2} \frac{b_1 + b_2}{2} \quad ,$$

o volume prismoidal  $V_p$  compreendido entre A e B pode obter-se através da expressão

$$\begin{aligned} V_p &= \frac{d}{6} \left( \frac{w_1 b_1}{2} + 2 \frac{w_1 + w_2}{2} \frac{b_1 + b_2}{2} + \frac{w_2 b_2}{2} \right) = \\ &= \frac{d}{12} (w_1 b_1 + w_2 b_2 + w_1 b_1 + w_1 b_2 + w_2 b_1 + w_2 b_2) = \\ &= \frac{d}{12} (2w_1 b_1 + 2w_2 b_2 + w_1 b_2 + w_2 b_1) \end{aligned}$$

## Topografia Aplicada – movimento de terras

**Exemplo: No caso do terreno ser plano e horizontal e as taludações das bermas serem iguais, tem-se  $A_0 = h_0(b + mh_0)$  ,  $A_1 = h_1(b + mh_1)$  , onde  $h_0$  e  $h_1$  são as alturas de projecto no eixo nas 2 secções e  $m$  a taludação das bermas, donde**

**$V = \frac{d}{2}(bh_0 + mh_0^2 + bh_1 + mh_1^2)$  . Para se obter um valor mais rigoroso do volume entre as duas secções extremas consideradas, utiliza-se a expressão do volume prismoidal, em que  $A_m$  representa a área da secção à distância  $d/2$ :**

$$A_m = \frac{h_0 + h_1}{2} \left( b + m \frac{h_0 + h_1}{2} \right) = \frac{bh_0}{2} + \frac{bh_1}{2} + \frac{mh_0^2}{4} + \frac{mh_1^2}{4} + \frac{mh_0h_1}{2}$$

**Portanto** 
$$V_p = \frac{d}{6} (bh_0 + mh_0^2 + 2bh_0 + 2bh_1 + mh_0^2 + mh_1^2 + 2mh_0h_1 + bh_1 + mh_1^2)$$

$$\frac{d}{6} (3bh_0 + 2mh_0^2 + 3bh_1 + 2mh_1^2 + 2mh_0h_1) = \frac{d}{2} \left( bh_0 + \frac{2}{3}mh_0^2 + bh_1 + \frac{2}{3}mh_1^2 + \frac{2}{3}mh_0h_1 \right)$$

Pondo  $V = V_p + C_p$ , onde  $C_p$  é a **correção prismoidal** a aplicar ao volume  $V$  obtido a partir das áreas das secções extremas para se obter o volume prismoidal  $V_p$  (isto é,  $V_p = V - C_p$ ), tem-se:

$$C_p = V - V_p = \frac{d}{2} \left( \frac{mh_0^2}{3} + \frac{mh_1^2}{3} - \frac{2}{3}mh_0h_1 \right) = \frac{d}{6} (mh_0^2 + mh_1^2 - 2mh_0h_1) = \frac{d}{6} m(h_0 - h_1)^2$$

No caso mais geral de terreno inclinado, tem-se:

$$C_p = \frac{d}{6} m(h_0 - h_1)^2 \frac{m_T^2}{m_T^2 - m^2}$$

Sendo conhecidos  $w$  e  $b$ , tem-se:

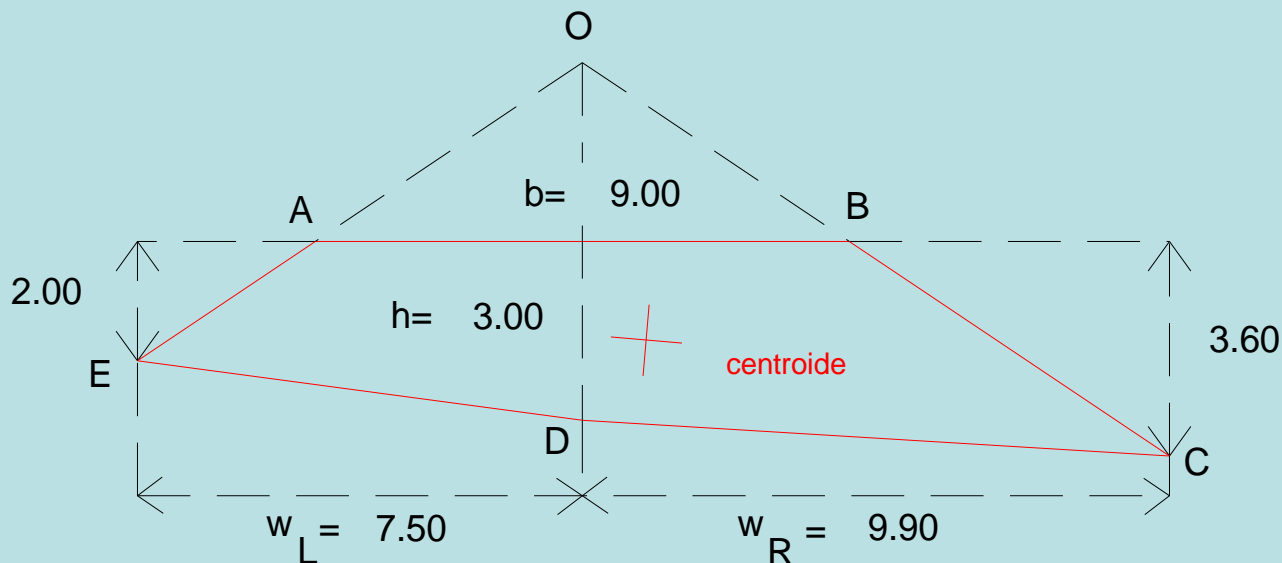
$$C_p = \frac{d}{12} (w_1 - w_2)(b_1 - b_2)$$

## Topografia Aplicada – movimento de terras

Designa-se **excentricidade e** do centróide (centro de massa) de uma secção transversal em relação ao respectivo eixo à distância horizontal entre o eixo OD da via de comunicação e o centróide da secção, tendo-se

$$e = \frac{w_L - w_R}{3} \frac{A_T}{A}$$

onde  $A$  é a área da secção ABCDE considerada e  $A_T$  é a secção OCDE (OD=6.00 m, neste caso):



$$A = 38.70 \text{ m}^2$$

$$A_T = 52.20 \text{ m}^2$$

$$e = \frac{9.90 - 7.50}{3} \frac{52.20}{38.70} = 1.08 \text{ m}$$

Para o cálculo de volumes em troços curvilíneos, as sucessivas secções transversais são radiais pelo que é necessário calcular a correcção respectiva. Uma área plana girando em torno de um eixo gera um volume igual ao produto dessa área pelo comprimento do percurso efectuado pelo centro de massa da área considerada. Sendo  $C_c$  a **correcção de curvatura**, igual à diferença entre o volume  $V_c$  correcto e o volume  $V$  obtido considerando as áreas das secções extremas  $S_0$  e  $S_1$ ,  $R$  o raio do eixo da estrada, e a excentricidade da secção transversal (distância horizontal entre o eixo e o centro de massa), tem-se

$$V_c = \frac{d}{2}(A_0 + A_1) \pm C_c$$

onde  $A_0$  e  $A_1$  têm excentricidades  $e_0$  e  $e_1$  e  $d$  é a distância horizontal, medida sobre o eixo, entre as 2 secções.

# Topografia Aplicada – movimento de terras

Sendo  $\ell_0$  o arco percorrido pelo centro de massa

da secção  $S_0$ , cujo raio é  $R+e_0$ , tem-se  $V^0 = A_0 \ell_0$

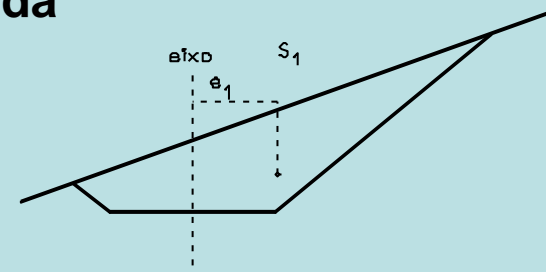
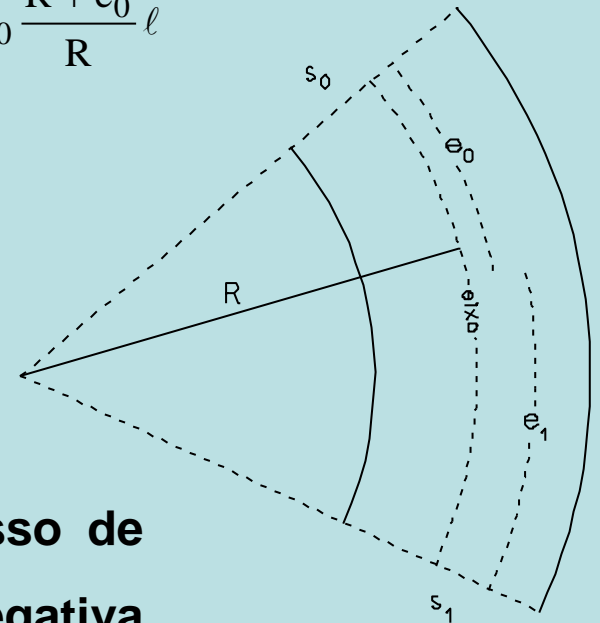
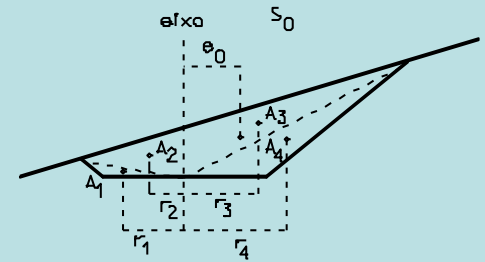
Da relação  $\frac{\ell_0}{\ell} = \frac{R+e_0}{R}$  tem-se  $\ell_0 = \frac{R+e_0}{R} \ell$  e  $V^0 = A_0 \frac{R+e_0}{R} \ell$

Da mesma forma, tem-se  $V^1 = A_1 \frac{R+e_1}{R} \ell$

Admitindo que  $V_c = V^0 + V^1$  tem-se que

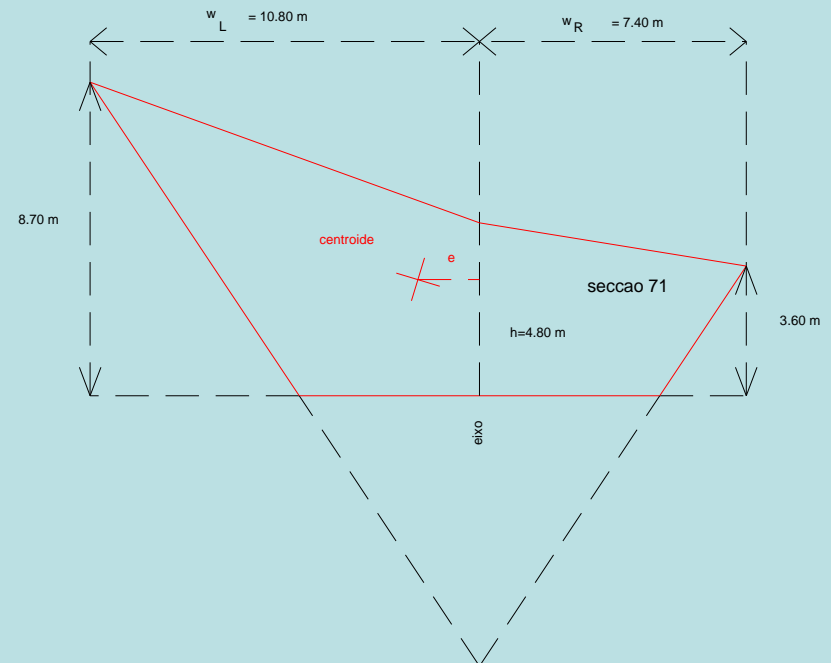
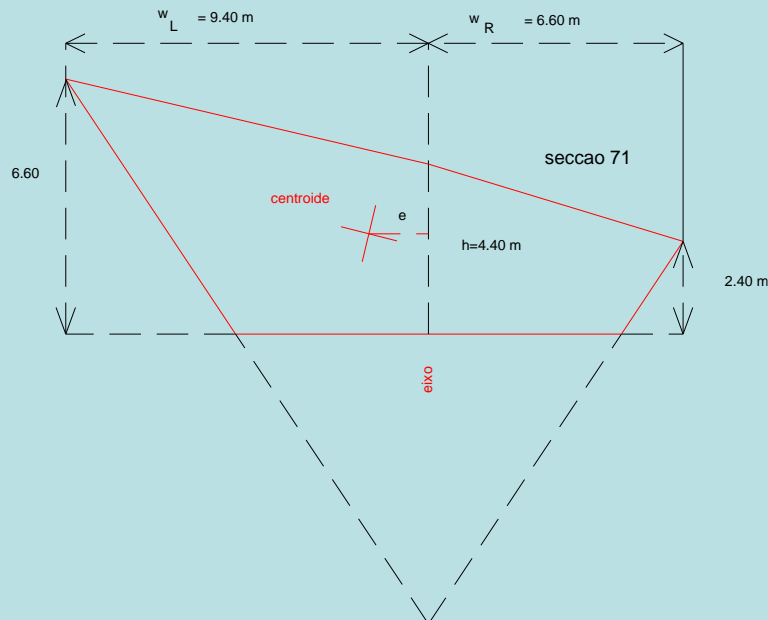
$$C_c = \frac{\ell}{2R} (e_0 A_0 + e_1 A_1)$$

sendo esta correcção positiva quando o excesso de massa se verifica no exterior da curva e negativa quando o excesso de massa se verifica no interior da curva.



## Topografia Aplicada – movimento de terras

**Exemplo: Calcular o volume corrigido entre duas secções 70 e 71 espaçadas de 25 m, cujas taludações são iguais a  $\frac{2}{3}$ , de uma estrada de largura  $b=10$  m, num trecho em curva circular à direita cujo raio é igual a 200 m, sendo: Secção 70:  $h=4.40$  m,  $w_L=9.40$  m,  $w_R=6.60$  m, Secção 71:  $h=4.80$  m,  $w_L=10.80$  m,  $w_R=7.40$  m.**



## Topografia Aplicada – movimento de terras

$$e_{70} = \frac{9.40 - 6.60}{3} \frac{95.20}{57.70} = 1.54 \text{ m}$$

$$e_{71} = \frac{10.80 - 7.40}{3} \frac{74.43}{111.93} = 1.70 \text{ m}$$

**Se não existissem excentricidades,**  $V = \frac{A_{70} + A_{71}}{2} d = \frac{57.70 + 74.43}{2} 25 = 1651.625 \text{ m}^3$

**Cálculo da correcção:**  $C = \frac{d}{2R} (A_{70} e_{70} + A_{71} e_{71}) = 13.462 \text{ m}^3$

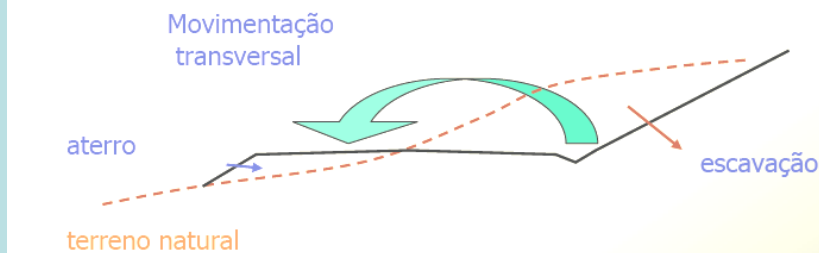
**Volume corrigido:**  $V_c = 1651.625 + 13.462 = 1665.087 \text{ m}^3$



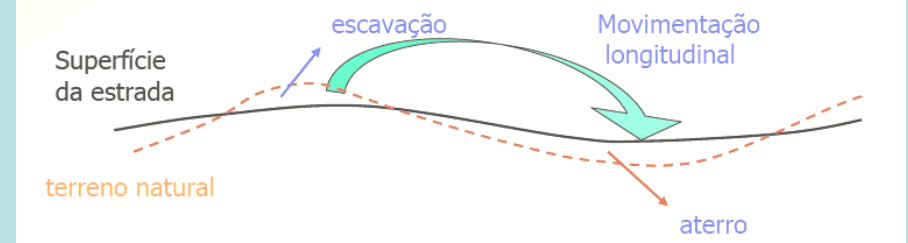
## Topografia Aplicada – movimento de terras

As operações de **movimento de terras** consistem no transporte de material de forma a ser estabelecida uma superfície pré-determinada (superfície de projecto), com a correspondente determinação do volume do material movimentado.

*Movimentação transversal de terras:*



*Movimentação longitudinal de terras:*



Num projecto de estradas, o cálculo do **volume de terras a ser escavado, movimentado (retirado) e, eventualmente, utilizado como aterro noutros locais** deve ser efectuado com rigor, por exemplo através da utilização de secções transversais ao traçado, aproveitando os perfis transversais que foram realizados após a piquetagem do eixo, em geral de 25 em 25 m.

## Topografia Aplicada – movimento de terras



O estudo pormenorizado dos trabalhos relacionados com o movimento de terras é de grande importância pois eles correspondem a **uma grande parcela do orçamento da obra.**

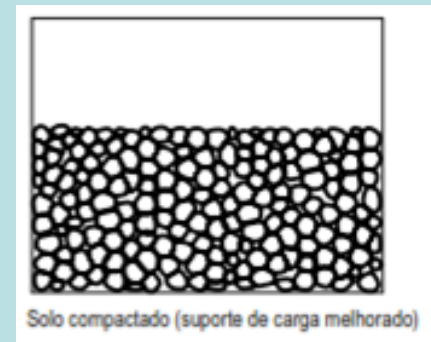
Segundo a classificação mais usada, **os materiais a escavar e para os quais são normalmente atribuídos preços distintos são a) rocha dura, b) rocha branda, c) terra dura, d) terra compacta, e) terra franca, f) areia.**

**Empolamento:** quando se escava um terreno natural, o solo que se encontrava num certo estado de compactação devido ao respectivo processo de formação, experimenta uma **expansão volumétrica** (aumenta o índice de vazios por separação ou quebra dos elementos componentes do solo natural) que pode ser considerável nalguns casos.

Sendo  $V_E$  o volume do material solto, que sofreu a expansão,  $V_N$  o volume natural medido antes da escavação e  $E$  o coeficiente de empolamento, tem-se:

$$V_E = V_N (1+E)$$

**Compactação ou redução volumétrica:** é o processo natural ou mecânico que provoca uma maior aproximação das partículas constituintes do solo, gerando um aumento da coesão e do atrito interno e, por consequência, maior resistência ao cisalhamento, maior capacidade de suporte e uma redução da absorção de água. Esta redução depende tanto do material compactado como da energia de compactação aplicada.



Sendo  $V_C$  o volume do material compactado,  $V_N$  o volume natural medido antes da compactação e  $C$  o coeficiente de compactação, tem-se:

$$V_C = V_N (1-C)$$

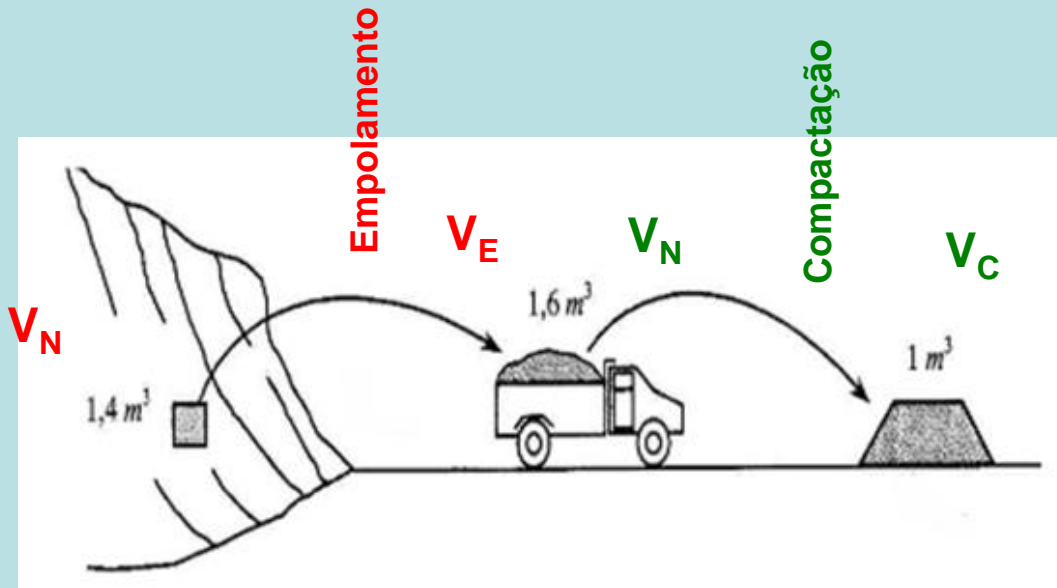
**Exemplo:** suponha-se que uma obra necessita escavar **50 m<sup>3</sup>** de material, medidos por processos topográficos. Considerando um coeficiente de empolamento igual a 0.25, que volume de material é necessário remover após a escavação?

$$V_E = V_N (1+E) = 50(1+0.25) = \mathbf{62.5 \text{ m}^3}$$

**Exemplo:** pretendendo-se construir um aterro com **50 m<sup>3</sup>**, medido por processos topográficos, que volume de material é necessário utilizar admitindo um coeficiente de compactação igual a 0.1?

$$V_N = V_C / (1-C) = 50/0.9 = \mathbf{55.56 \text{ m}^3}$$

## Topografia Aplicada – movimento de terras



**Exemplo:** calcule os coeficientes de empolamento e de compactação do material utilizado para construção do aterro da figura.

$$V_E = V_N (1+E) \Rightarrow V_E / V_N = 1+E \Rightarrow E = V_E / V_N - 1 = 1.6/1.4 - 1 = \mathbf{0.14}$$

$$V_C = V_N (1-C) \Rightarrow V_C / V_N = 1-C \Rightarrow C = 1 - V_C / V_N = 1 - 1/1.6 = \mathbf{0.375}$$

## Topografia Aplicada – movimento de terras

Nos projectos elaborados em Portugal, como por exemplo terraplenagens abrangendo a movimentação de grandes volumes de terras, nem sempre é tomado em consideração o **empolamento** das terras, que por vezes chega a ser apreciável pois que 1 m<sup>3</sup> de terreno pode ocupar depois de escavado 1.05 a 1.3 m<sup>3</sup>, segundo se trate de terras brandas e areias ou de rocha.

empolamento

Terra Branda	1,05
Terra Compacta	1,15
Terra Dura	1,20
Rocha Branda e Terra Muito Dura	1,25
Rocha Dura e Muito Dura	1,30

Efectuado o cálculo sem atender ao empolamento, verificar-se-á um excesso de terras a conduzir a depósito, pois mesmo que essas terras sejam **compactadas** convenientemente, os aterros geralmente não recebem a totalidade do volume retirado das escavações, que por não ter sido considerado, não será remunerado.

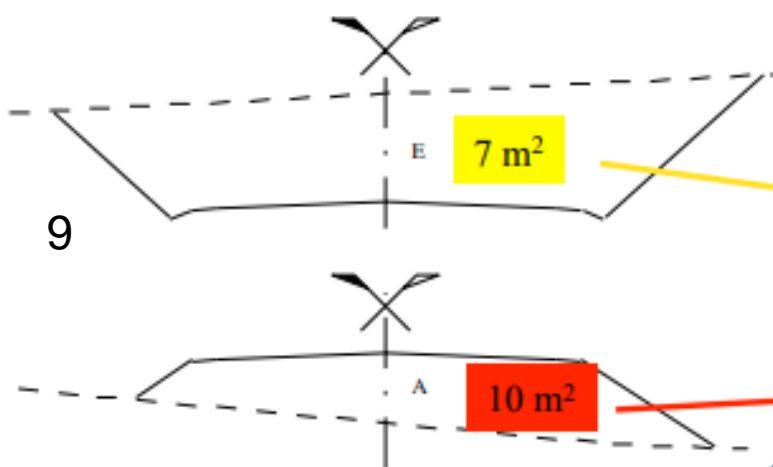


## Diagrama de distribuição de terras

Para a construção de um diagrama de distribuição de terras, procede-se da forma seguinte:

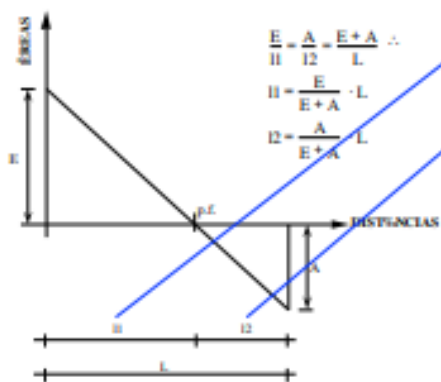
- 1) calcular as **áreas** das secções transversais regularmente espaçadas ao longo do eixo
- 2) calcular os **volumes** de escavação e aterro entre secções sucessivas relativamente ao projecto (**volumes de escavação consideram-se positivos e volumes de aterro consideram-se negativos**)
- 3) calcular o **volume acumulado** algébrico entre secções sucessivas

# Topografia Aplicada – movimento de terras



9

10



perfis	dist.	escavação		aterro			
		área	média	volume	área	média	volume
1		20,0			0,0		
	25		22,50	562,500		0,00	0,000
2		25,0			0,0		
	25		23,50	587,500		0,00	0,000
3		22,0			0,0		
	25		28,50	712,500		0,00	0,000
4		35,0			0,0		
	25		38,50	962,500		0,00	0,000
5		42,0			0,0		
	25		36,50	912,500		1,00	25,000
6		31,0			2,0		
	25		26,50	662,500		4,00	100,000
7		22,0			6,0		
	25		18,00	450,000		7,50	187,500
8		14,0			9,0		
	25		10,50	262,500		4,50	112,500
9		7,0			0,0		
	10,294		3,50	36,029		0,00	0,000
10		0,0			0,0		
	14,706		0,00	0,000		5,00	73,530
10		0,0			10,0		
	25		0,50	12,500		12,50	312,500
11		1,0			15,0		
	25		0,75	18,750		20,00	500,000
12		0,5			25,0		
	25		1,25	31,250		26,50	662,500
13		2,0			28,0		
	25		3,00	75,000		31,00	775,000
14		4,0			34,0		
	25		2,50	62,500		35,50	887,500
15		1,0			37,0		
	25		0,65	16,250		29,50	737,500
16		0,3			22,0		
	25		0,15	3,750		21,00	525,000
17		0,0			20,0		
	25		0,00	0,000		19,00	475,000
18		0,0			18,0		
	25		0,00	0,000		22,50	562,500
19		0,0			27,0		
	25		0,00	0,000		28,50	712,500
20		0,0			30,0		

# Topografia Aplicada – movimento de terras

Perfil 3 em escavação  
Perfil 4 em escavação

$$\text{área}_{\text{escavação}}^{\text{perfil 3}} = 22\text{m}^2$$

$$\text{área}_{\text{aterro}}^{\text{perfil 3}} = 0\text{m}^2$$

$$\text{área}_{\text{escavação}}^{\text{perfil 4}} = 35\text{m}^2$$

$$\text{área}_{\text{aterro}}^{\text{perfil 4}} = 0\text{m}^2$$

$$\text{volume}_{\text{escavação}}^{\text{perfil 3-perfil 4}} = \frac{22 + 35}{2} \times 25 = 712.5 \text{ m}^3$$

$$\text{volume}_{\text{aterro}}^{\text{perfil 3-perfil 4}} = \frac{0 + 0}{2} \times 25 = 0 \text{ m}^3$$

Perfil 6 em escavação e aterro  
Perfil 7 em escavação e aterro

$$\text{área}_{\text{escavação}}^{\text{perfil 6}} = 31\text{m}^2$$

$$\text{área}_{\text{aterro}}^{\text{perfil 6}} = 2\text{m}^2$$

$$\text{área}_{\text{escavação}}^{\text{perfil 7}} = 22\text{m}^2$$

$$\text{área}_{\text{aterro}}^{\text{perfil 7}} = 6\text{m}^2$$

$$\text{volume}_{\text{escavação}}^{\text{perfil 6-perfil 7}} = \frac{31 + 22}{2} \times 25 = 662.5 \text{ m}^3$$

$$\text{volume}_{\text{aterro}}^{\text{perfil 6-perfil 7}} = \frac{2 + 6}{2} \times 25 = 100 \text{ m}^3$$

Perfil 9 em escavação  
Perfil 10 em aterro

$$\text{área}_{\text{escavação}}^{\text{perfil 9}} = 7\text{m}^2$$

$$\text{área}_{\text{aterro}}^{\text{perfil 9}} = 0\text{m}^2$$

$$\text{área}_{\text{escavação}}^{\text{perfil 10}} = 0\text{m}^2$$

$$\text{área}_{\text{aterro}}^{\text{perfil 10}} = 10\text{m}^2$$

Abcissa da linha de passagem de escavação para aterro, cujo perfil tem área=0:

$$7 \text{ m}^2 \text{-----} x \text{ m}$$

$$7 \text{ m}^2 + 10 \text{ m}^2 \text{-----} 25 \text{ m}$$

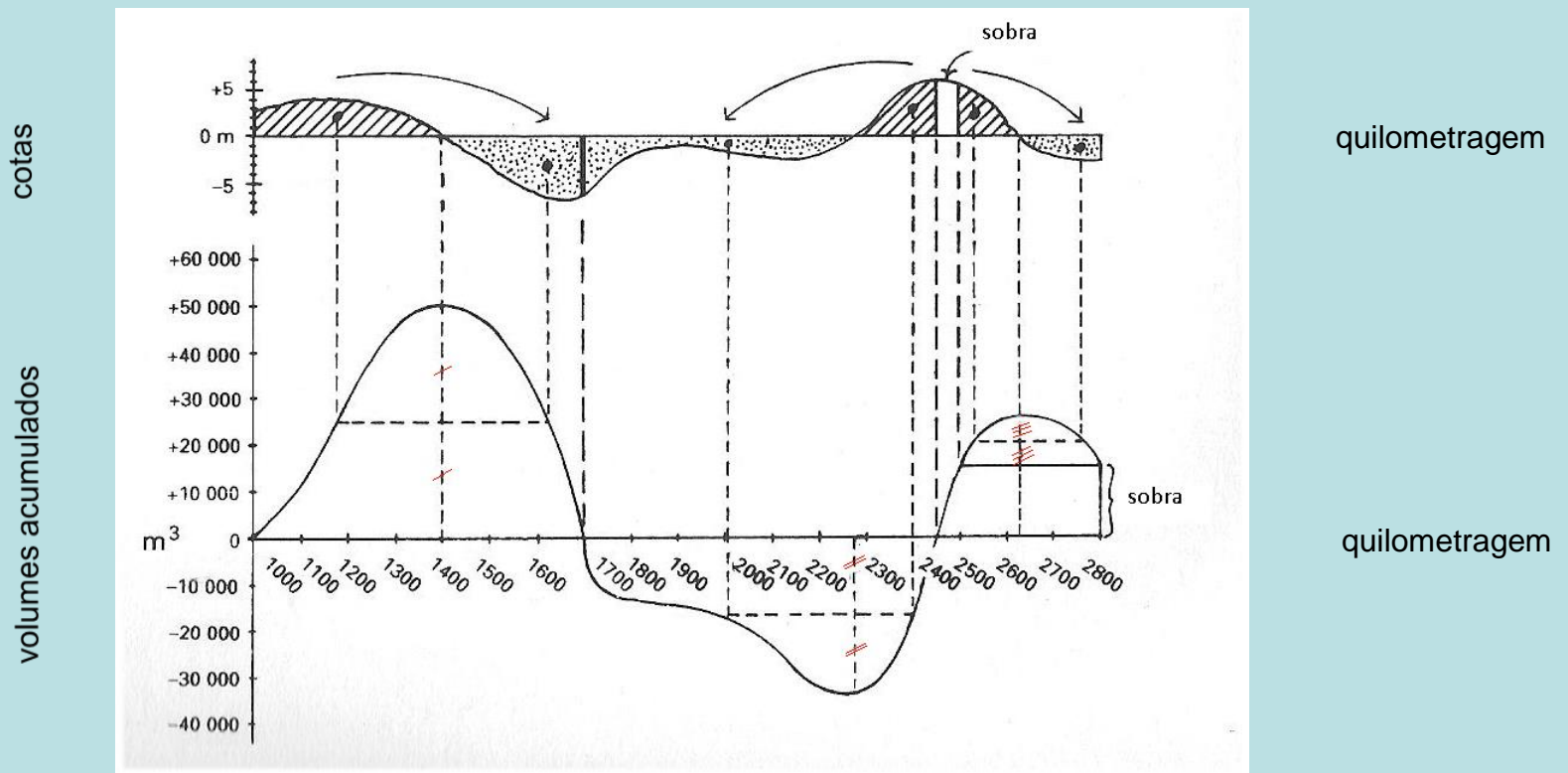
$$x = \frac{7 \times 25}{7 + 10} = 10.294 \text{ m}$$

$$\text{volume}_{\text{escavação}}^{\text{perfil 9-perfil 0}} = \frac{7 + 0}{2} \times 10.294 = 36.029 \text{ m}^3$$

$$\text{volume}_{\text{aterro}}^{\text{perfil 0-perfil 10}} = \frac{0 + 10}{2} \times (25 - 10.294) = 73.530 \text{ m}^3$$

## Topografia Aplicada – movimento de terras

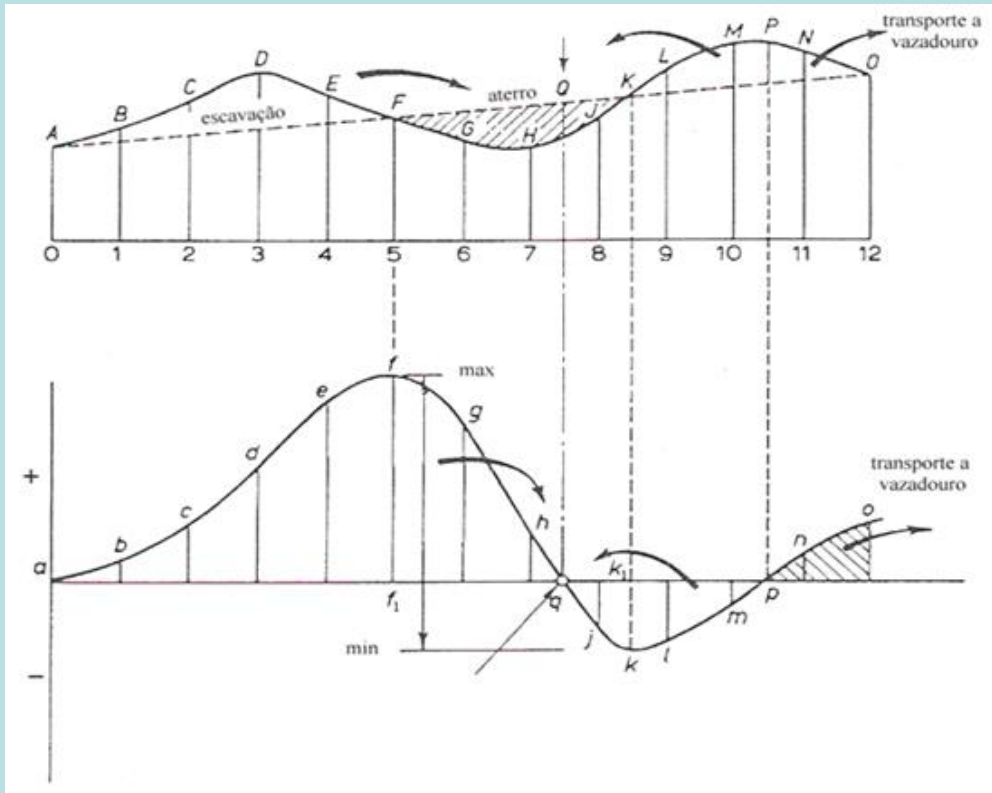
4) Representar graficamente o **perfil longitudinal terreno natural e de projecto (rasante)** e, utilizando a mesma escala horizontal, representar a **curva do volume acumulado de terras em ordenadas**.



Perfil longitudinal do terreno e rasante, indicando-se as zonas de escavação e de aterro em baixo indica-se a curva de distribuição (transporte acumulado de terras)

# Topografia Aplicada – movimento de terras

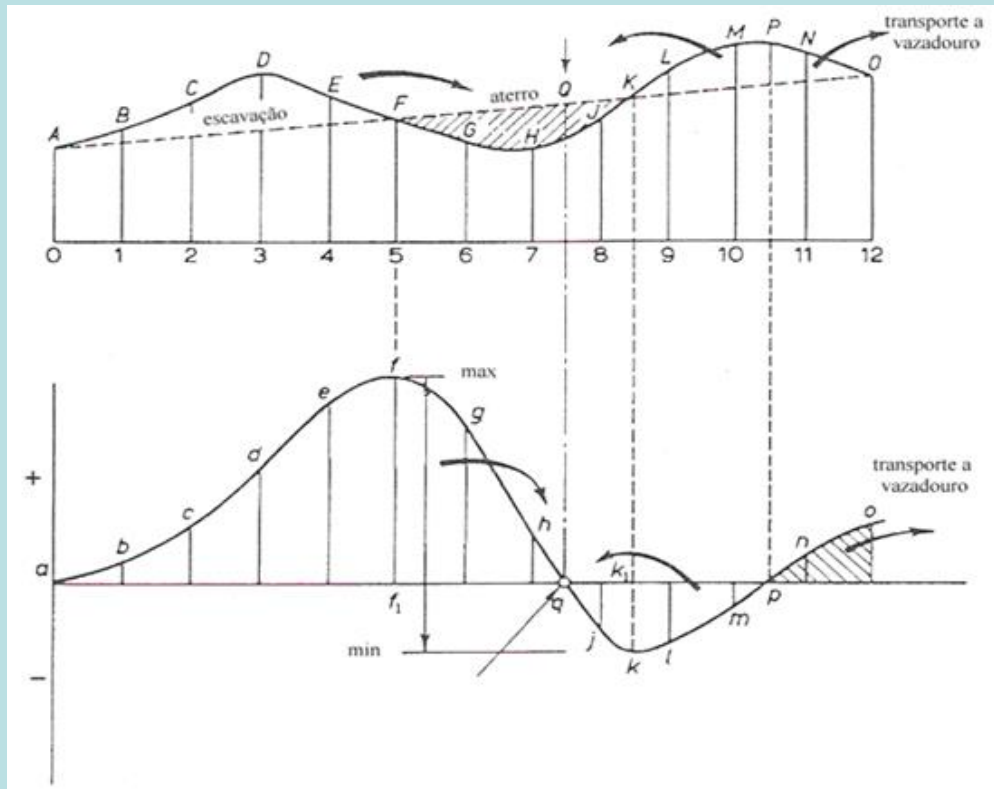
As características de um **diagrama de distribuição de terras** são:



1) uma curva de distribuição ascendente indica escavação, isto é, há um aumento do volume acumulado (os pontos **A-F** do perfil longitudinal correspondem aos pontos **a-f** da curva de distribuição)

2) um máximo da curva de distribuição corresponde ao fim de escavação (os pontos **f** e **F**)

## Topografia Aplicada – movimento de terras

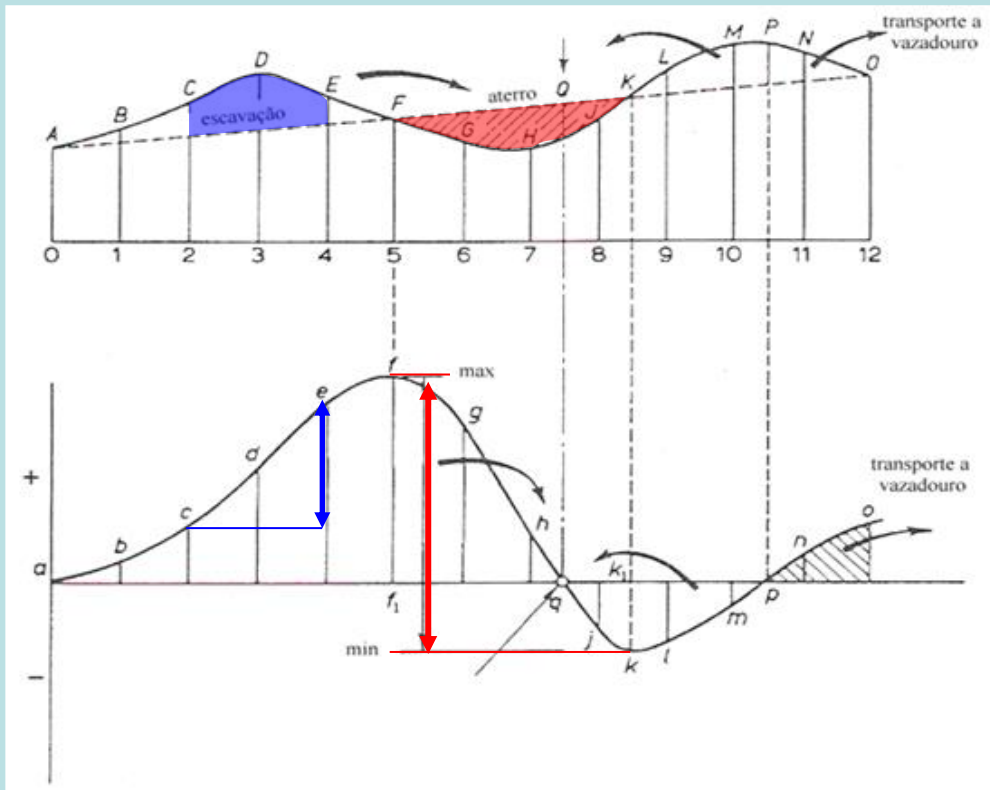


3) uma curva de distribuição **descendente** indica **aterro**, isto é, há uma **diminuição do volume acumulado** (os pontos **F-K** do perfil longitudinal correspondem aos pontos **f-k** da curva de distribuição )

4) um **mínimo** da curva de distribuição corresponde ao **fim de aterro** (os pontos **k** e **K**)

## Topografia Aplicada – movimento de terras

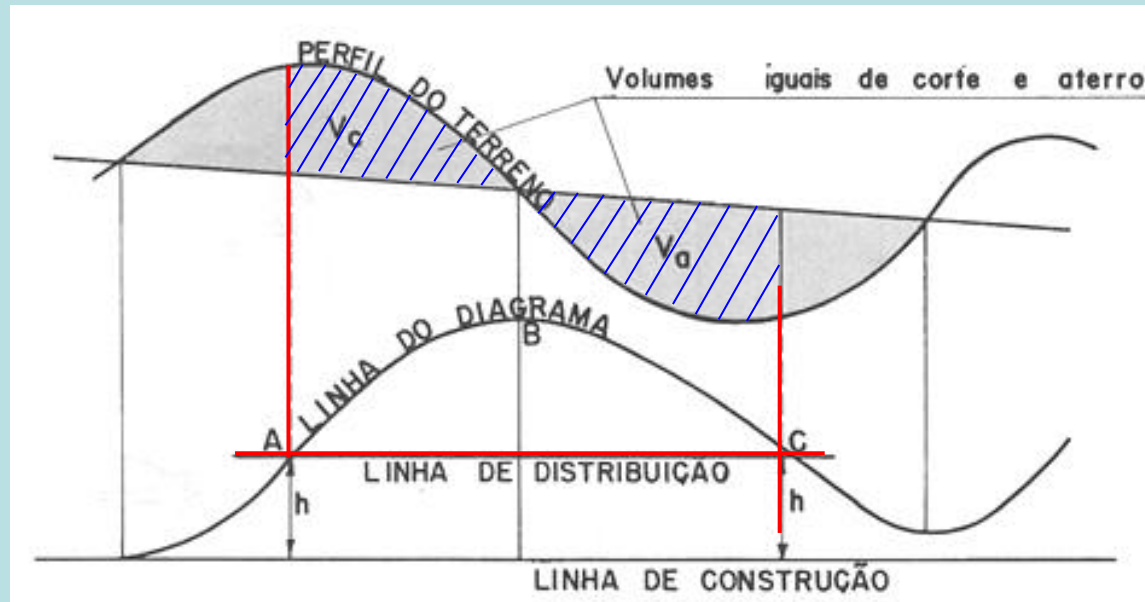
5) a **diferença vertical** entre um ponto de **máximo** e um ponto de **mínimo** da curva de distribuição representa o **volume de aterro** entre esses pontos (por exemplo, ff1-k1k); a **diferença vertical** entre um ponto de **mínimo** e um ponto de **máximo** da curva de distribuição representa o **volume de escavação** entre esses pontos;



6) mais geralmente, a **diferença vertical** entre quaisquer dois pontos **não** tendo um máximo ou um mínimo entre eles representa o **volume de movimento de terras** entre ambos

## Topografia Aplicada – movimento de terras

7) para qualquer **linha horizontal** intersectando a curva de distribuição de terras, o **volume de escavação é igual ao volume de aterro** entre esses pontos (a soma algébrica dos volumes anula-se)

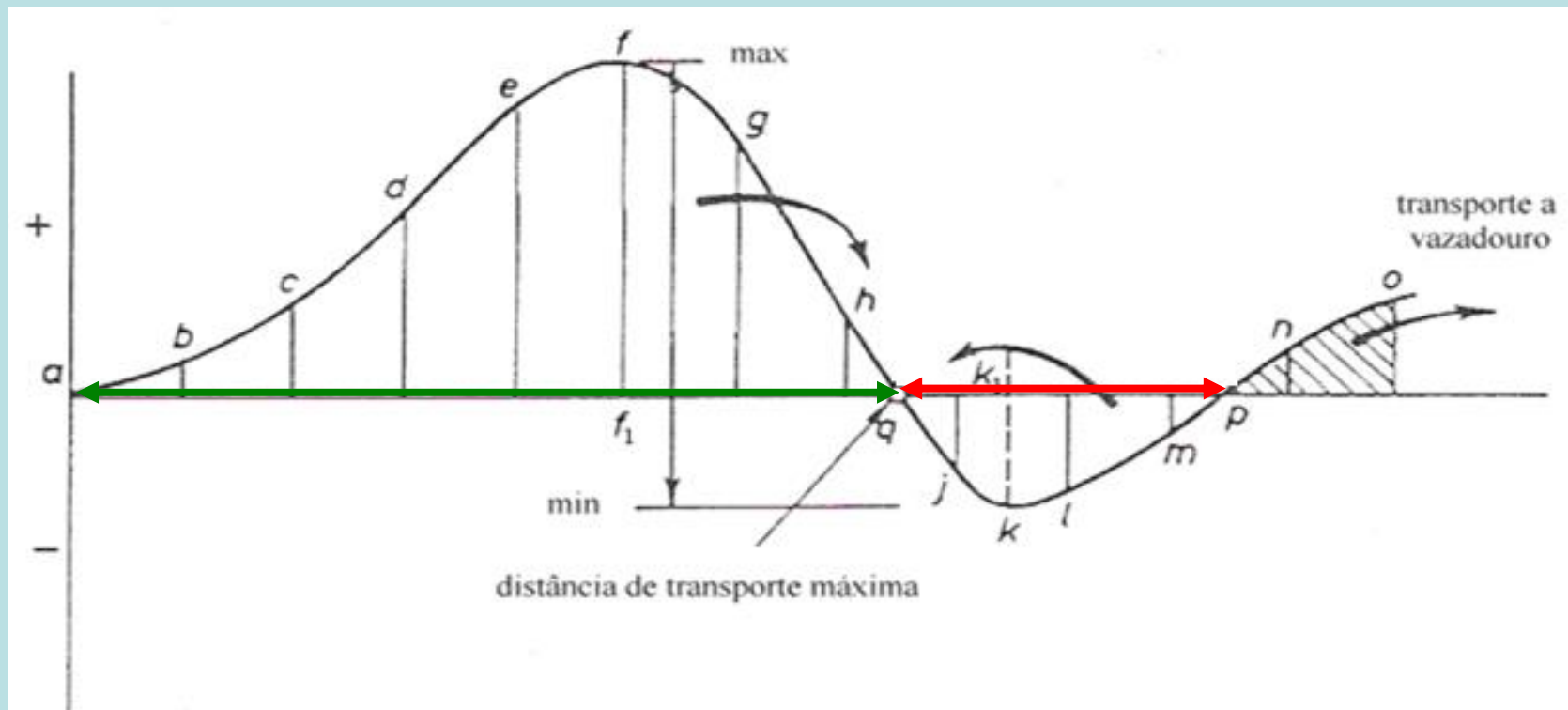


Sendo a ordenada de A igual à ordenada de C (ambas h), significa que os volumes acumulados de escavação (positivos) são iguais aos volumes acumulados de aterro (negativos)

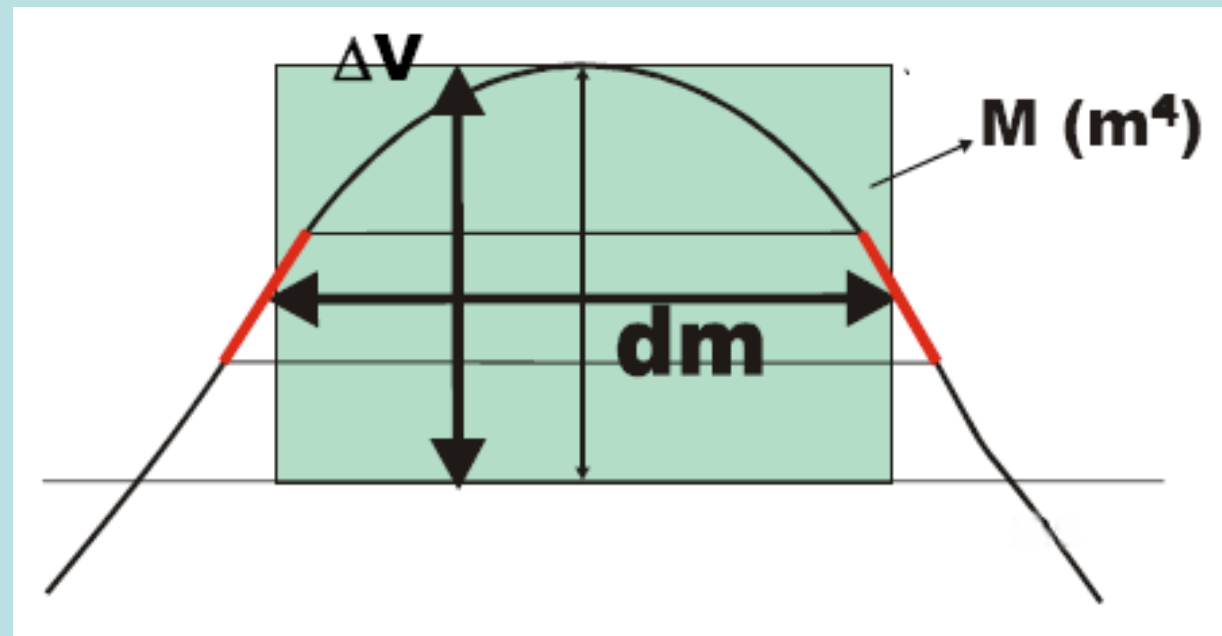


## Topografia Aplicada – movimento de terras

8) a distância sobre o **eixo das abcissas** entre pontos de intersecção da curva de distribuição (por exemplo aq, qp) representa a **distância de transporte máxima** na região considerada



9) a área entre o eixo das abcissas e a curva de distribuição numa dada secção representa o **momento de transporte** nessa secção, isto é, a quantidade de movimento de transporte a ser efectuado para promover o corte e posterior aterro ao longo da directriz da rodovia ou a execução de movimentos de depósito e empréstimo. O momento de transporte  $M$  é igual à área do gráfico de Brückner, que pode ser estimada pelo produto da altura da curva ( $\Delta V$ ) pela distância média de transporte ( $dm$ ).



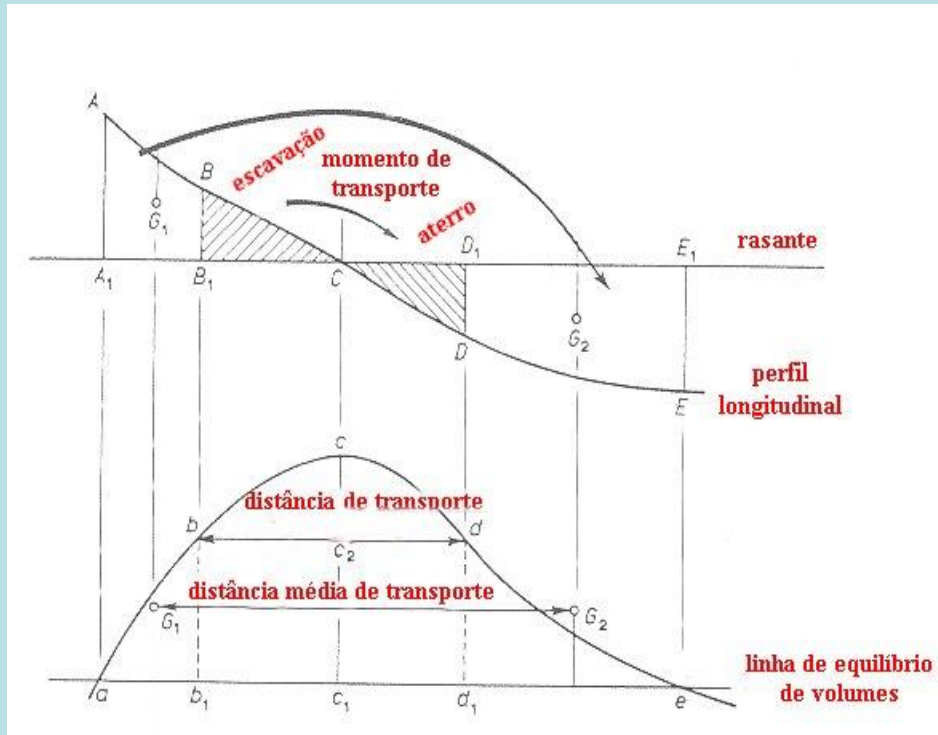
10) **DISTÂNCIA MÉDIA DE TRANSPORTE:** Sendo  $V_i$ ,  $i=1,\dots,n$  os volumes entre secções transversais a transportar às distâncias (horizontais)  $D_i$ , o **custo P do transporte total** é dado por  $P=\sum p_i V_i$ , em que  $p_i$  representa o custo do transporte por  $m^3$  à distância  $D_i$ , dado por  $p_i=kD_i+k'$ , onde  $k$  e  $k'$  são constantes que dependem do meio de transporte utilizado e do percurso realizado. Assim,  $P=k\sum D_i V_i+k'\sum V_i$ .

Admitindo a existência de uma distância média de transporte D, equivalente às distâncias parciais  $D_i$ , tem-se  $P=kDV+k'V$ , ou seja,  $D=M/V$ , com  $M=\sum D_i V_i$ , expressão que traduz a DISTÂNCIA MÉDIA DE TRANSPORTE HORIZONTAL PARA UM DETERMINADO MEIO DE TRANSPORTE.

Máquinas a utilizar para o transporte

Máquinas	Distância
Bulldozer	até 90 m
Scraper	90 a 300 m
Motoscraper	300 a 1000 m
Camião	> 1000 m

## Topografia Aplicada – movimento de terras

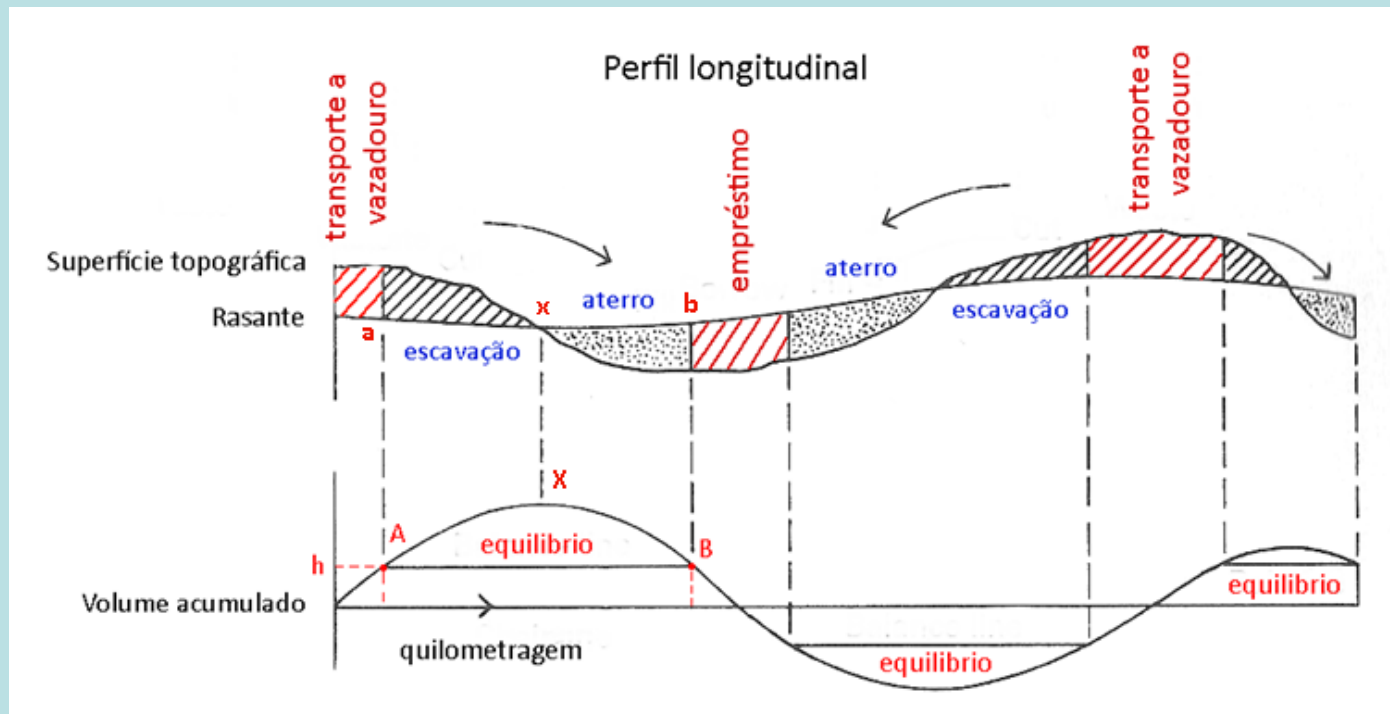


11) No cálculo do preço dos trabalhos de movimento de terras, especifica-se uma distância de transporte, até à qual o valor do movimento de terras é proporcional ao volume movimentado. Para distâncias superiores à distância de transporte é pago um valor extra, dado pelo produto do material excedente ou em falta por essa distância.

A quilometragem do centróide do volume entre secções é obtida na curva de distribuição de terras na posição média dos volumes acumulados entre as duas secções. Distância média de transporte: qualquer escavação na secção ABB<sub>1</sub>A<sub>1</sub> deve ser transportada ao longo da distância tabelada de transporte e ser depositada na secção D<sub>1</sub>E<sub>1</sub>ED.

## Topografia Aplicada – movimento de terras

12) quando o **eixo das abcissas** intersecta a curva de distribuição, a área **acima** indica que o volume deve ser transportada para a **frente**; quando a área se encontra **abaixo** do eixo, então o volume deve ser transportado para **trás**



Sendo a ordenada de A igual à ordenada de B, significa que os volumes acumulados de escavação (positivos) são iguais aos volumes acumulados de aterro (negativos), isto é, há equilíbrio entre o volume de escavação e o volume de aterro

# Topografia Aplicada – movimento de terras

Quilometragem	Altura de projecto (m)	Volume (m <sup>3</sup> )	Quilometragem	Volume acumulado (m <sup>3</sup> )
1+000	+2.9	+12000	1+000	0
1+100	+4.0	+18000	1+100	+12000
1+200	+4.0	+15750	1+200	+30000
1+300	+2.7	+4500	1+300	+45750
1+400	0.0	-5250	1+400	+50250
1+500	-3.0	-15000	1+500	+45000
1+600	-6.1	-30000	1+600	+30000
1+700	-6.0	-13500	1+700	0
1+800	-2.0	-750	1+800	-13500
1+900	-0.9	-2250	1+900	-14250
2+000	-1.8	-6750	2+000	-16500
2+100	-2.3	-9450	2+100	-23250
2+200	-2.0	0	2+200	-32700
2+300	+1.0	+16200	2+300	-32700
2+400	+5.7	+31500	2+400	-16500
2+500	+5.9	+10900	2+500	+15000
2+600	+1.1	-1500	2+600	+25900
2+700	-2.1	-9400	2+700	+24400
2+800	-2.9		2+800	+15000

Exemplo: calcule o movimento de terras associado à execução da obra.

# Topografia Aplicada – movimento de terras

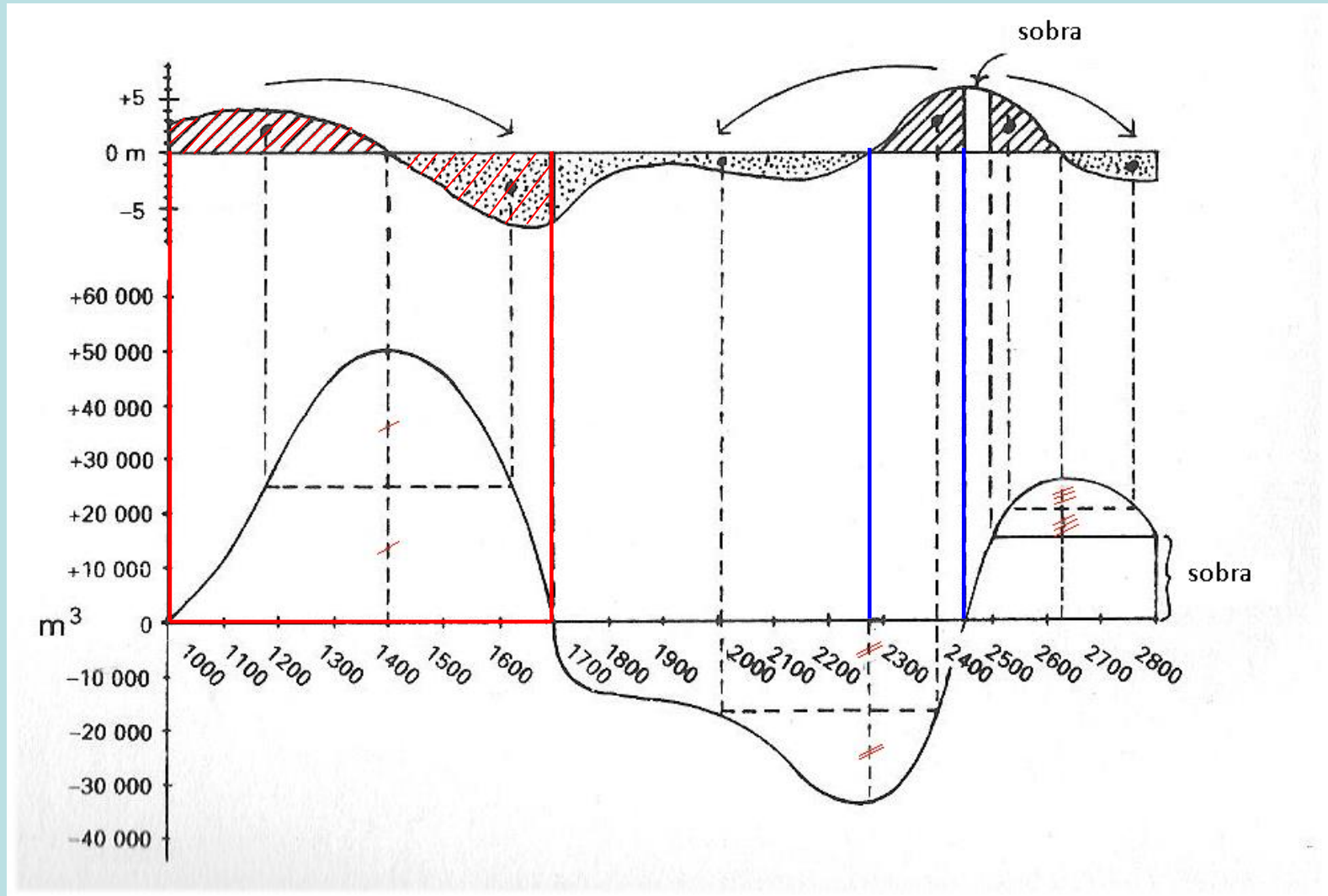
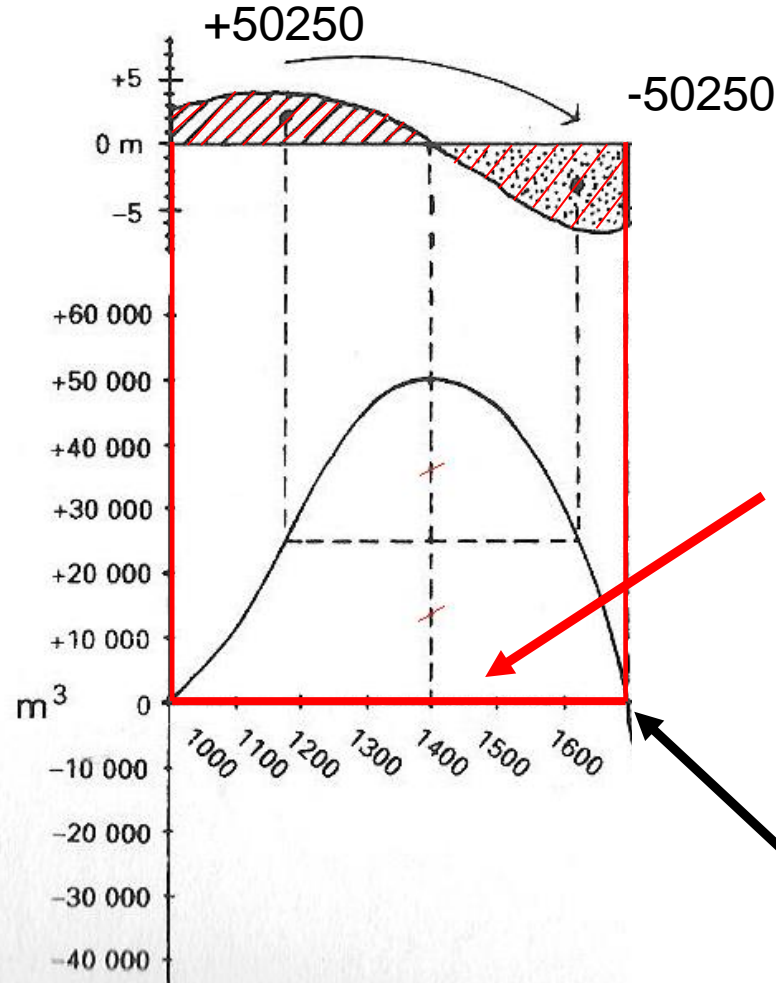


diagrama de movimento de terras

## Topografia Aplicada – movimento de terras



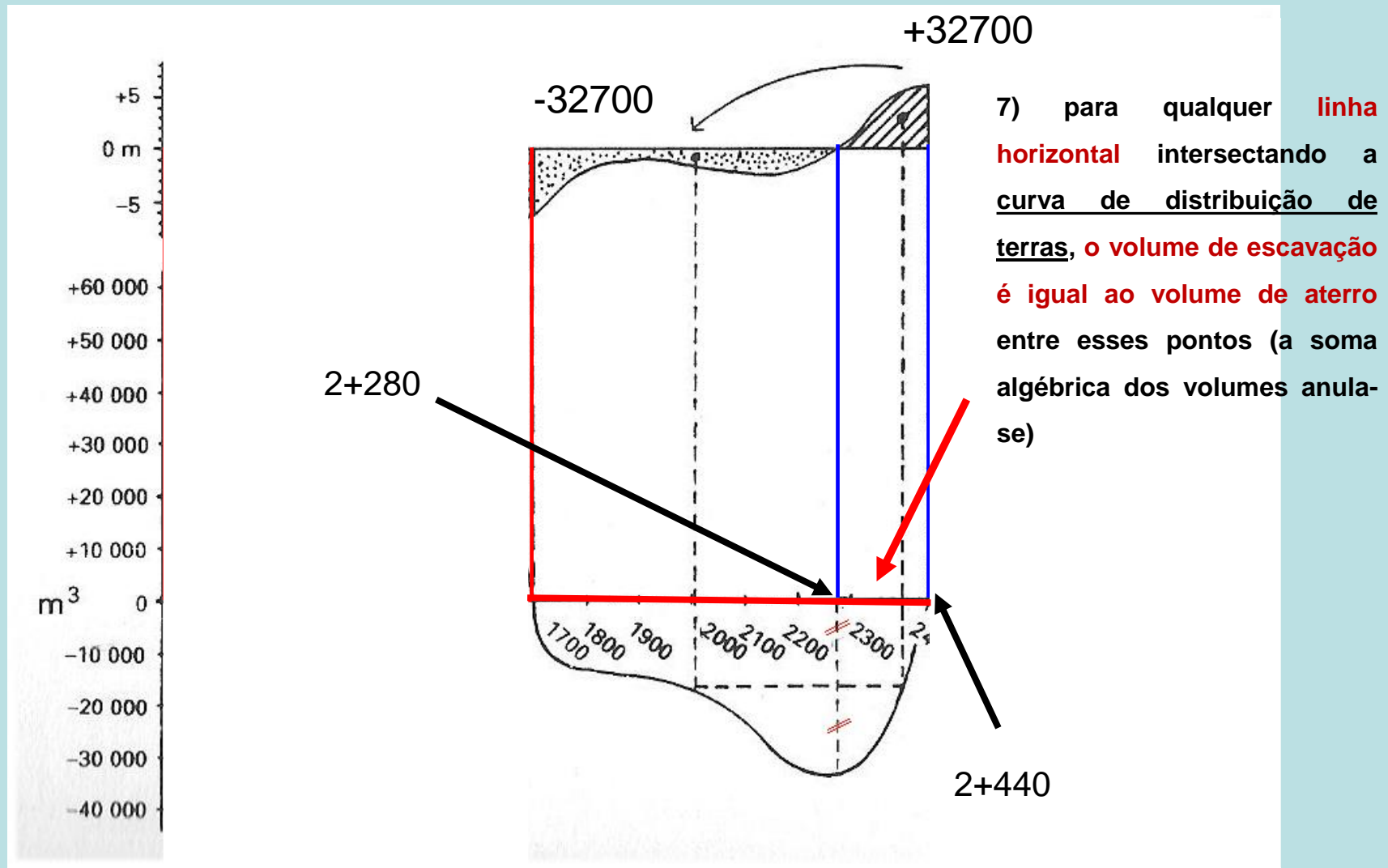
7) para qualquer **linha horizontal** intersectando a curva de distribuição de terras, o **volume de escavação** é igual ao **volume de aterro** entre esses pontos (a soma algébrica dos volumes anula-se)

1+700

A escavação entre as quilometragens **1+000** e **1+400** ( $+12000.0+18000.0+15750.0+4500.0=+50250.0 \text{ m}^3$ ) vai preencher o aterro entre as quilometragens **1+400** e **1+700** ( $-5250.0-15000.0-30000.0=-50250.0 \text{ m}^3$ )

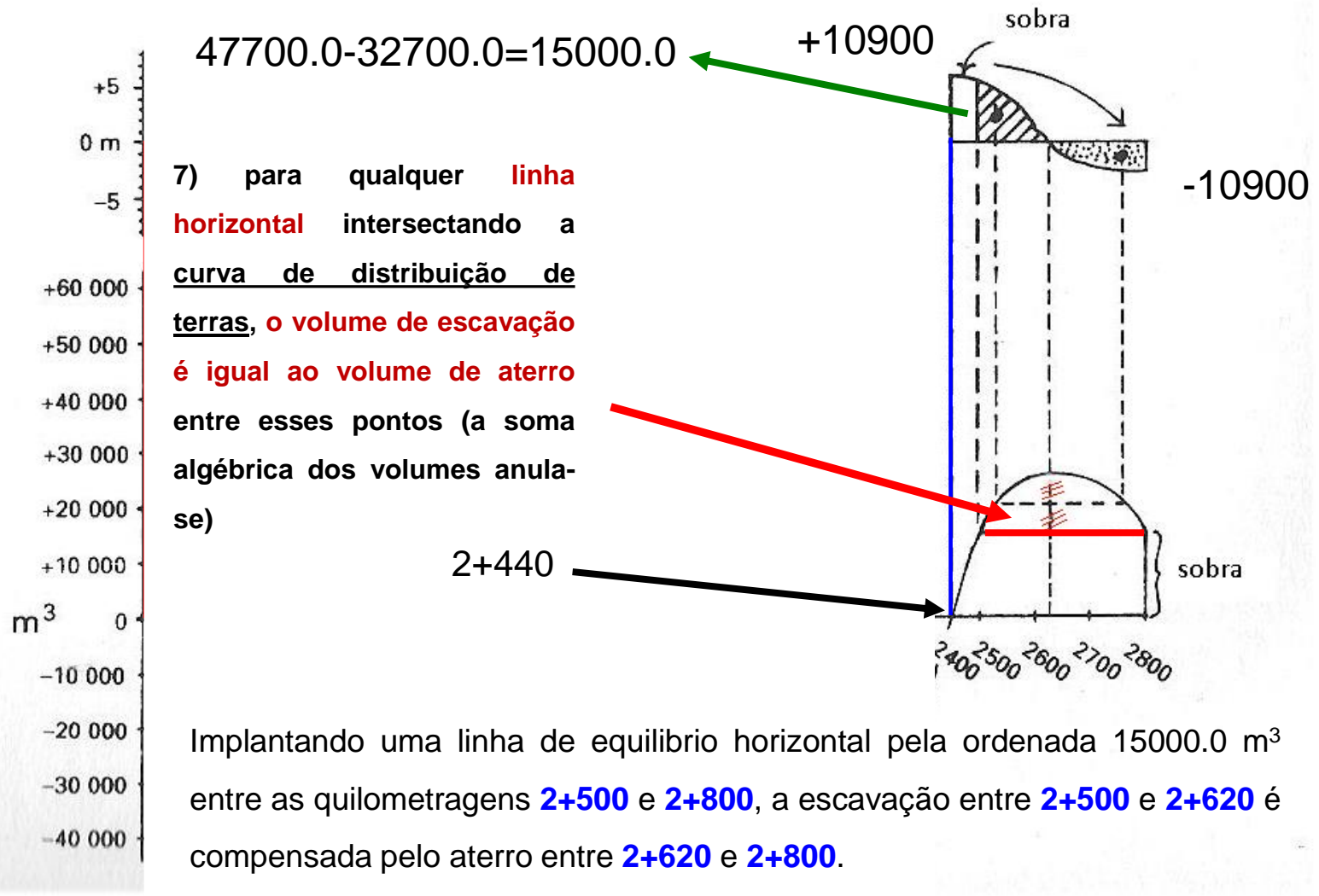


# Topografia Aplicada – movimento de terras



A escavação entre as quilometragens **2+280** e **2+440** ( $+16200.0 + (32700 - 16200) = +32700.0$   $m^3$ ) vai preencher o aterro entre as quilometragens **1+700** e **2+2280** ( $-13500.0 - 750.0 - 2250.0 - 6750.0 - 9450.0 = -32700.0$   $m^3$ ).

# Topografia Aplicada – movimento de terras



Sobram portanto  $47700-32700=15000$  m<sup>3</sup> entre as quilometragens 2+240 e 2+500, patente no facto de a curva terminar acima do eixo das abcissas, que deverá ser transportado a vazadouro (no caso de a curva terminar abaixo do eixo das abcissas, isso significaria uma falta de material (necessidade de empréstimo)).

Trata-se agora de determinar a **distância de transporte** entre os centróides das zonas de escavação e de aterro.

Entre as quilometragens **1+000** e **1+700**, a curva de distribuição de terras tem um máximo de **50250 m<sup>3</sup>** na quilometragem **1+400** (volume que deve ser distribuído entre estas quilometragens).

A intersecção do segmento horizontal cuja ordenada é dada por  $50250/2=25125$  m<sup>3</sup> com a curva de distribuição define a quilometragem dos centróides das primeiras zonas de escavação e aterro, respectivamente 1+170 e 1+620, obtendo-se o momento de transporte  $M_1=50250 \text{ m}^3 \times 450 \text{ m}=226125 \text{ m}^4$ .

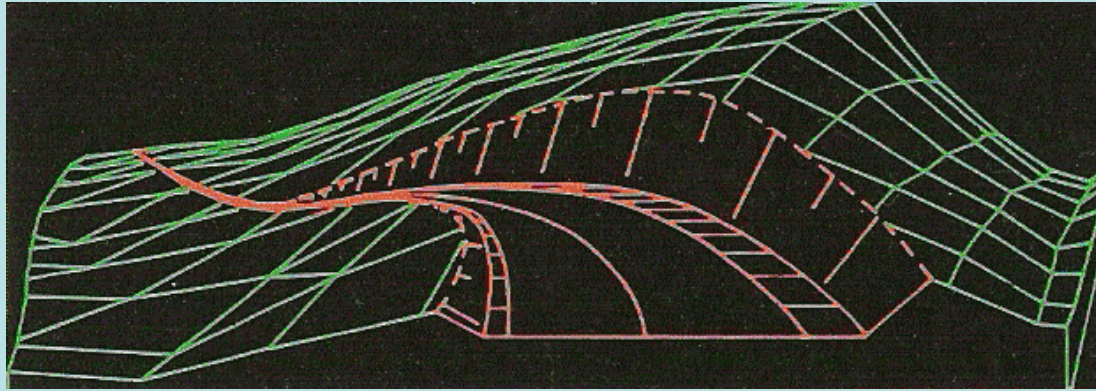
A quilometragem dos centróides das zonas de escavação e aterro seguintes são dadas por:

$$-32700/2=-16350 \text{ m}^3, \text{ ou seja, } 2+010 \text{ e } 2+400$$

$$10900/2+15000=20450 \text{ m}^3, \text{ ou seja, } 2+540 \text{ e } 2+750$$

## Topografia Aplicada – movimento de terras

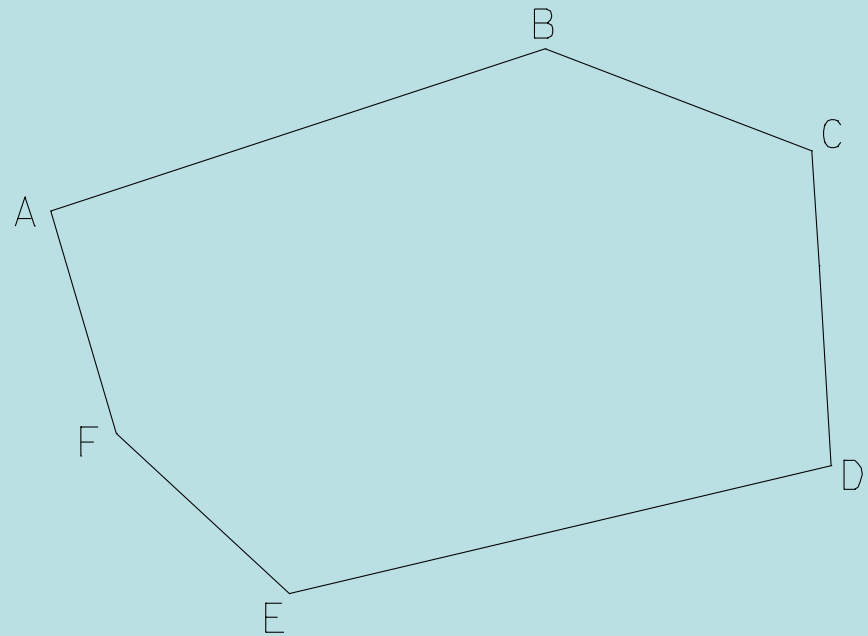
Quilometragem	Volume (m <sup>3</sup> )	Centróides (m)	Distância de transporte (m)	Momento de transporte
1+000 - 1+700	50250	1+170 – 1+620	450	226125
1+700 - 2+440	34000	2+010 – 2+400	390	132600
2+440 - 2+500	15000	-	Vazadouro	-
2+500 - 2+800	11500	2+540 – 2+750	210	24150
	110750			382875



**A parte tediosa do cálculo dos movimentos de terras é removida através da utilização de modelos digitais do terreno, nos quais as superfícies do terreno e de projecto são definidas matematicamente em termos de coordenadas tridimensionais. A partir destes elementos, é possível definir o traçado óptimo quer a nível do plano horizontal quer a nível do plano vertical. A definição de secções transversais e o cálculo de volumes são efectuadas numericamente (com base geralmente em redes de triângulos ou quadriláteros) com a precisão compatível com o levantamento de base utilizado.**

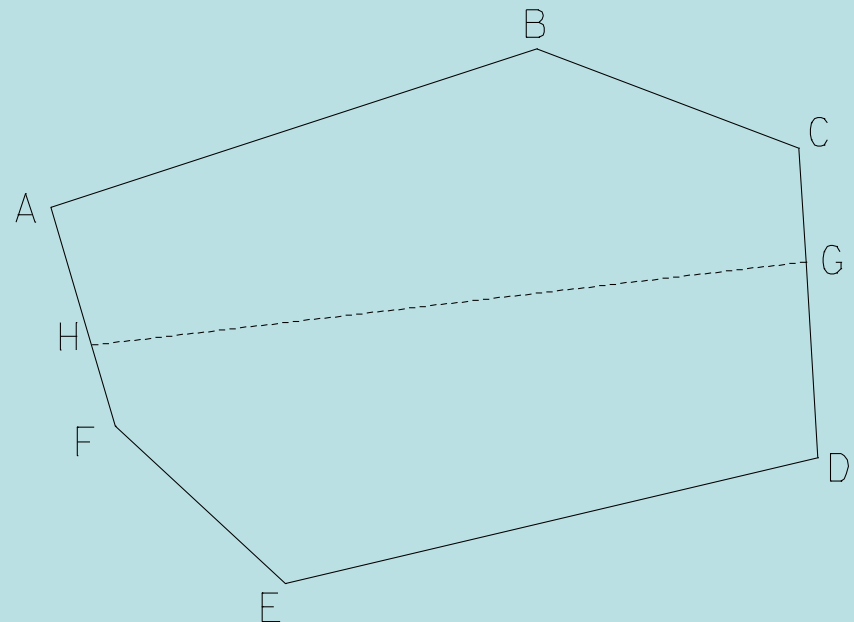
## Divisão de parcelas

Pretende-se dividir a parcela **ABCDEF** cujos vértices têm coordenadas conhecidas em duas partes de áreas previamente fixadas. Procede-se então da forma seguinte:



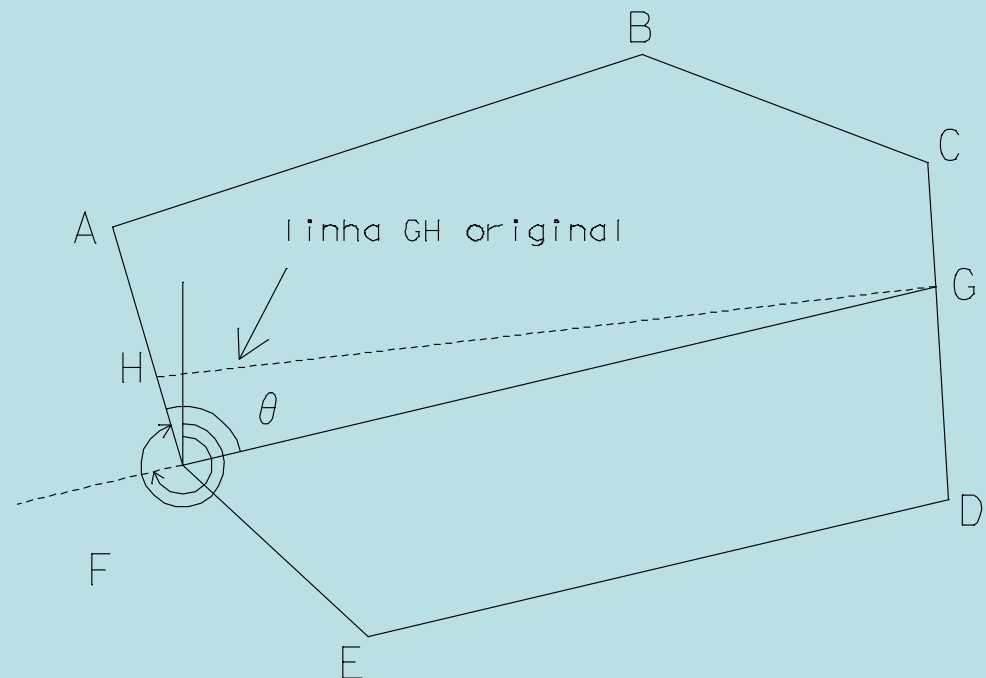
## Topografia Aplicada – movimento de terras

1. calcular a área total ABCDEFA
2. marcar os pontos G e H sobre as extremas da parcela que aproximadamente definem as áreas pretendidas
3. medir a distância CG e calcular o rumo  $R_{CD}$ , o que permite o cálculo das coordenadas do ponto G



## Topografia Aplicada – movimento de terras

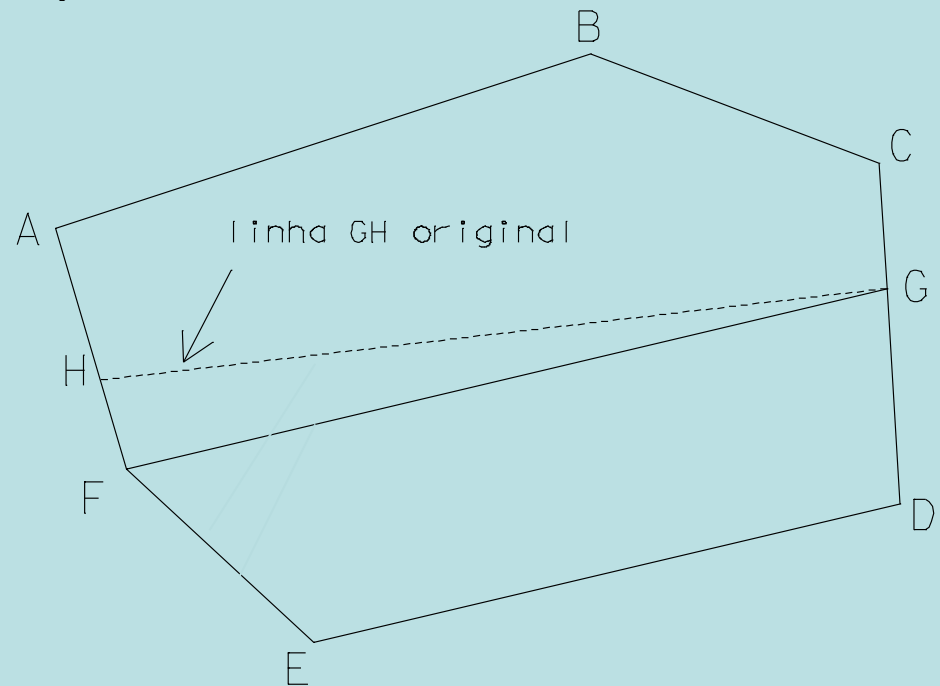
- definir a linha de G até ao vértice da parcela mais próximo de H, neste caso F
- calcular a distância GF e os rumos  $R_{FA}$  e  $R_{GF}$ , o que permite calcular o ângulo  $\theta = 180^\circ - R_{FA} - R_{GF}$





6. calcular a área DEFGD

7. calcular a área do triângulo FGHF = área DEFHGD- área DEFGD (a área DEFHGD foi definida previamente)

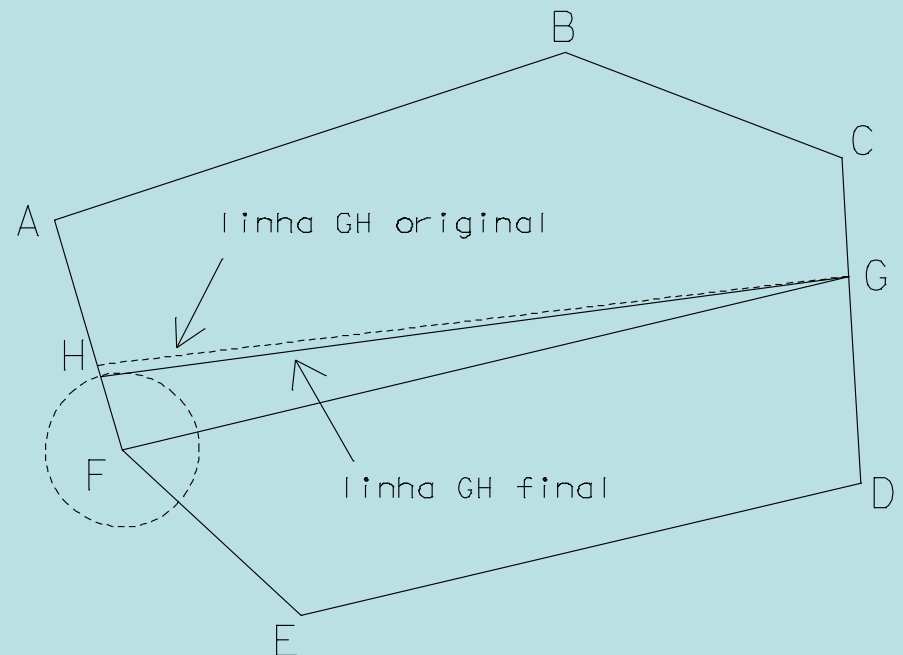


## Topografia Aplicada – movimento de terras

8. do triângulo  $FGHF$  tem-se  $\text{área } FGHF = 0.5 \times FH \times GF \times \sin \theta$ , donde  $FH = \text{área } FGHF / (0.5 \times GF \times \sin \theta)$

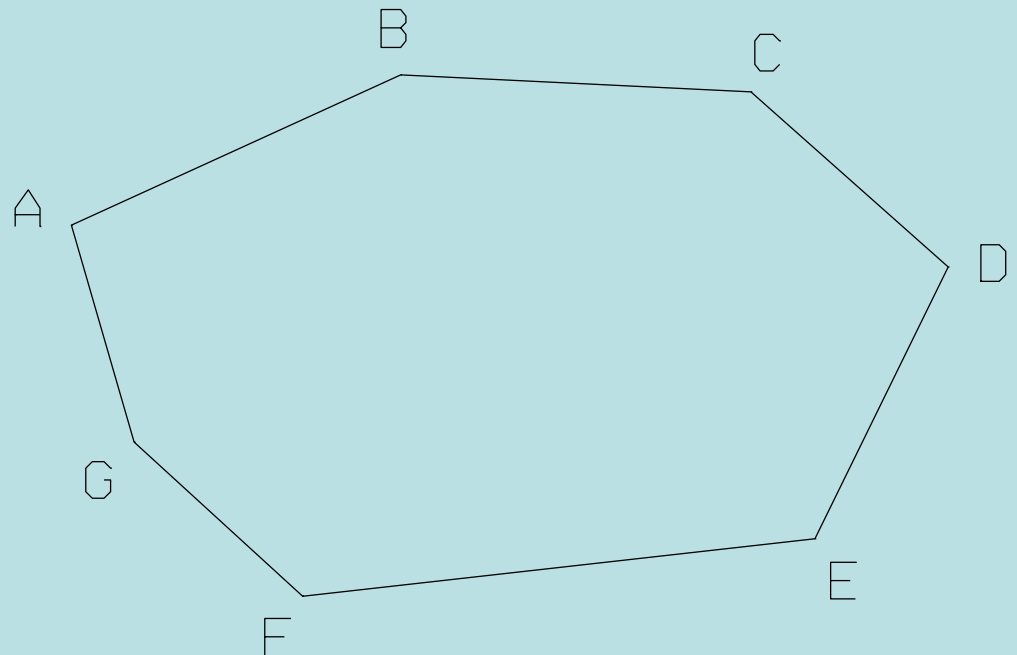
9. calcular as coordenadas do ponto H

10. a posição correcta do ponto H obtém-se medindo a distância FH a partir do ponto F



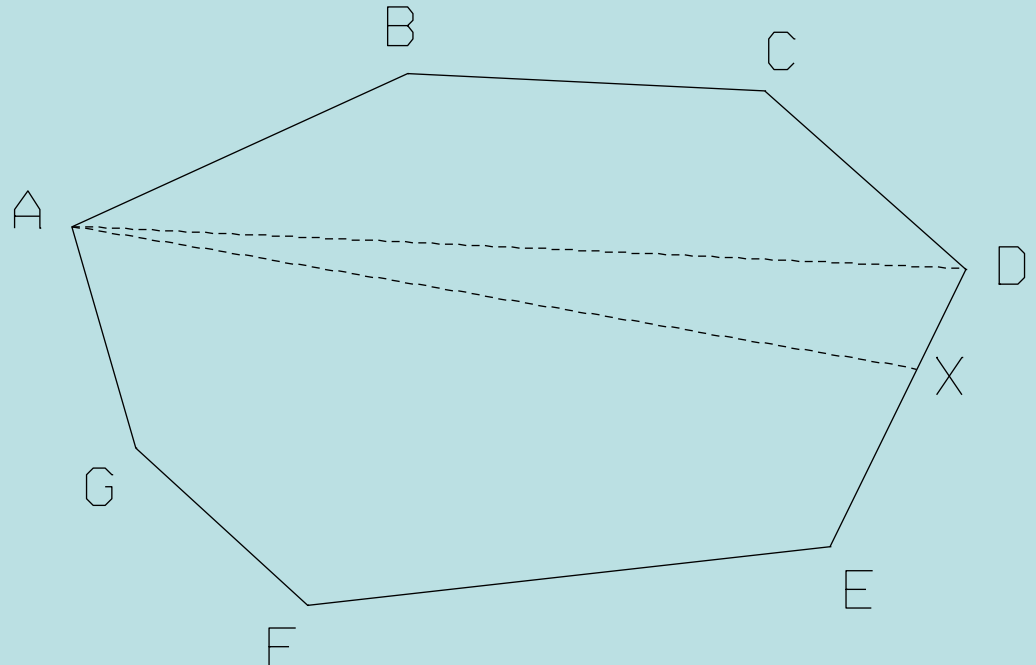
## Topografia Aplicada – movimento de terras

Uma outra situação que pode ocorrer consiste na divisão da parcela **ABCDEFGA**, cujos vértices têm coordenadas conhecidas, em duas partes de áreas previamente fixadas segundo a linha HJ, de rumo também previamente fixado. Procede-se então da forma seguinte:

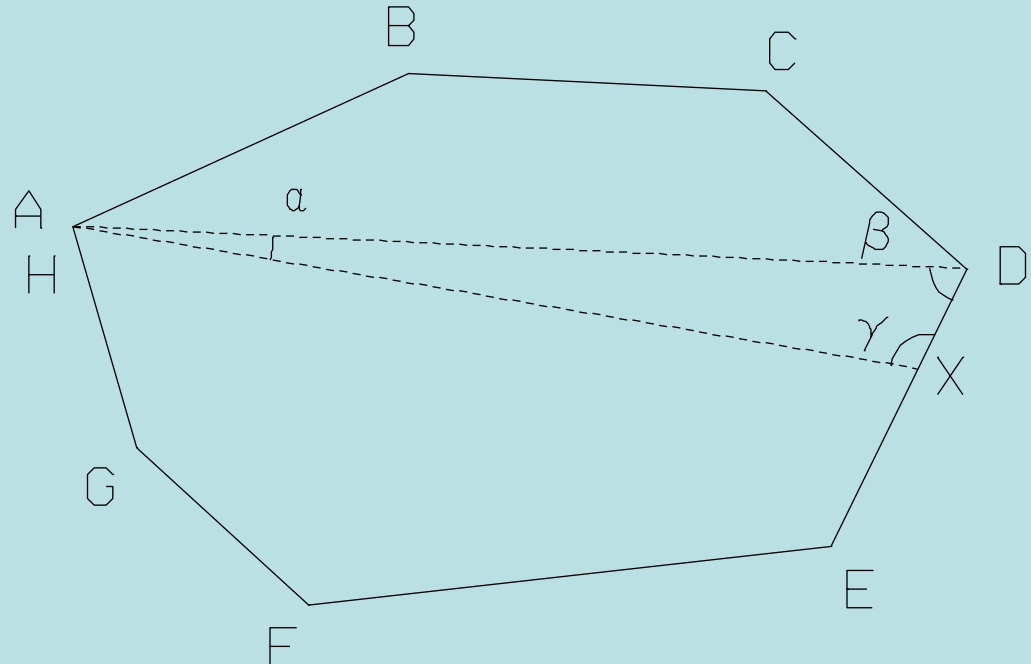


## Topografia Aplicada – movimento de terras

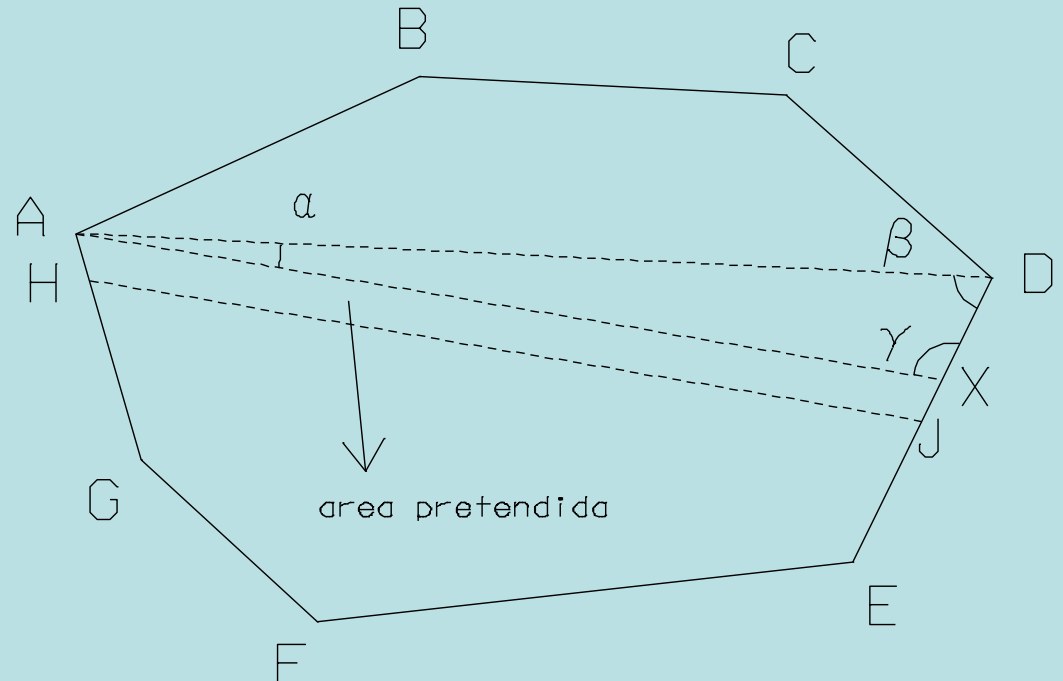
- 1) estacionar no vértice A da parcela e definir o ponto X sobre uma das extremas opostas segundo o rumo previamente fixado
- 2) calcular o rumo  $R_{AD}$  e a distância AD
- 3) calcular a área ABCDA



4) no triângulo ADX são conhecidos  $\alpha = R_{AX} - R_{AD}$ ,  $\beta = R_{DA} - R_{DE}$ ,  $\gamma = R_{XD} - R_{XA} + 360^\circ$ , onde  $R_{XD} = R_{ED}$  e a distância AD, pelo que é possível calcular a distância AX e as coordenadas do ponto X:  $AX = AD \times \sin \beta / \sin \gamma$ , assim como a área ADXA e a área ABCDXA = área ABCDA + área ADXA



5) a diferença entre a área predefinida e a área ABCDXA pode ser positiva ou negativa, pelo que deve ser somada ou subtraída uma área residual definida segundo uma linha paralela à linha AX; suponha-se que esta área é o trapézio AXJHA, cuja área é conhecida, para além do comprimento e rumo da linha AX e dos rumos dos restantes lados.

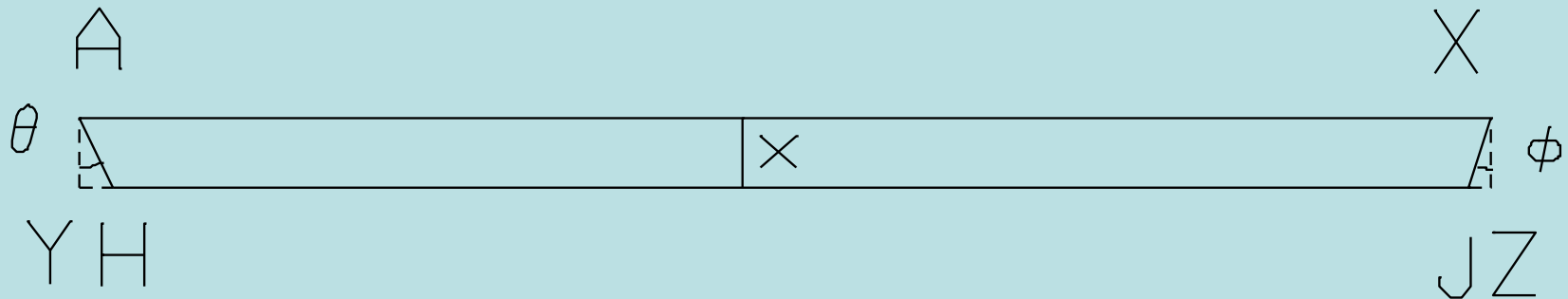


## Topografia Aplicada – movimento de terras

6) como os rumos dos lados do trapézio são conhecidos, os ângulos  $\theta$  e  $\phi$  podem ser calculados; daqui tem-se  $YH=x \tan \theta$  e  $JZ=x \tan \phi$ , donde é possível calcular o valor de  $x$  a partir de

$$\begin{aligned} \text{área AXJHA} &= \text{área AXZYA} - (\text{área AHYA} + \text{área XZJX}) = AX \times x - \left( \frac{x}{2} \times x \tan \theta + \frac{x}{2} \times x \tan \phi \right) \\ &= AX \times x - \frac{x^2}{2} (\tan \theta + \tan \phi) \end{aligned}$$

7) conhecido  $x$ , as distâncias  $AH$  e  $XJ$  podem ser calculadas de forma a implantar a  $HJ$  linha pretendida



### Terraplenagens

As **plataformas** são obras projectadas e executadas com a finalidade de tornar plana a superfície irregular de um terreno, podendo ser **horizontais ou inclinadas**. Relativamente ao tipo de movimento de terras utilizado, as plataformas podem ser classificadas em plataformas de aterro, plataformas de escavação (corte) ou plataformas de aterro e escavação.



Sempre que se executa um corte ou aterro num determinado terreno, é necessário criar planos inclinados (de corte ou aterro) para a **contenção do terreno adjacente**. Esses planos inclinados recebem o nome de taludes ou saias de corte ou aterro (ou, mais simplesmente taludes, tanto no caso de aterro como no caso de escavação).

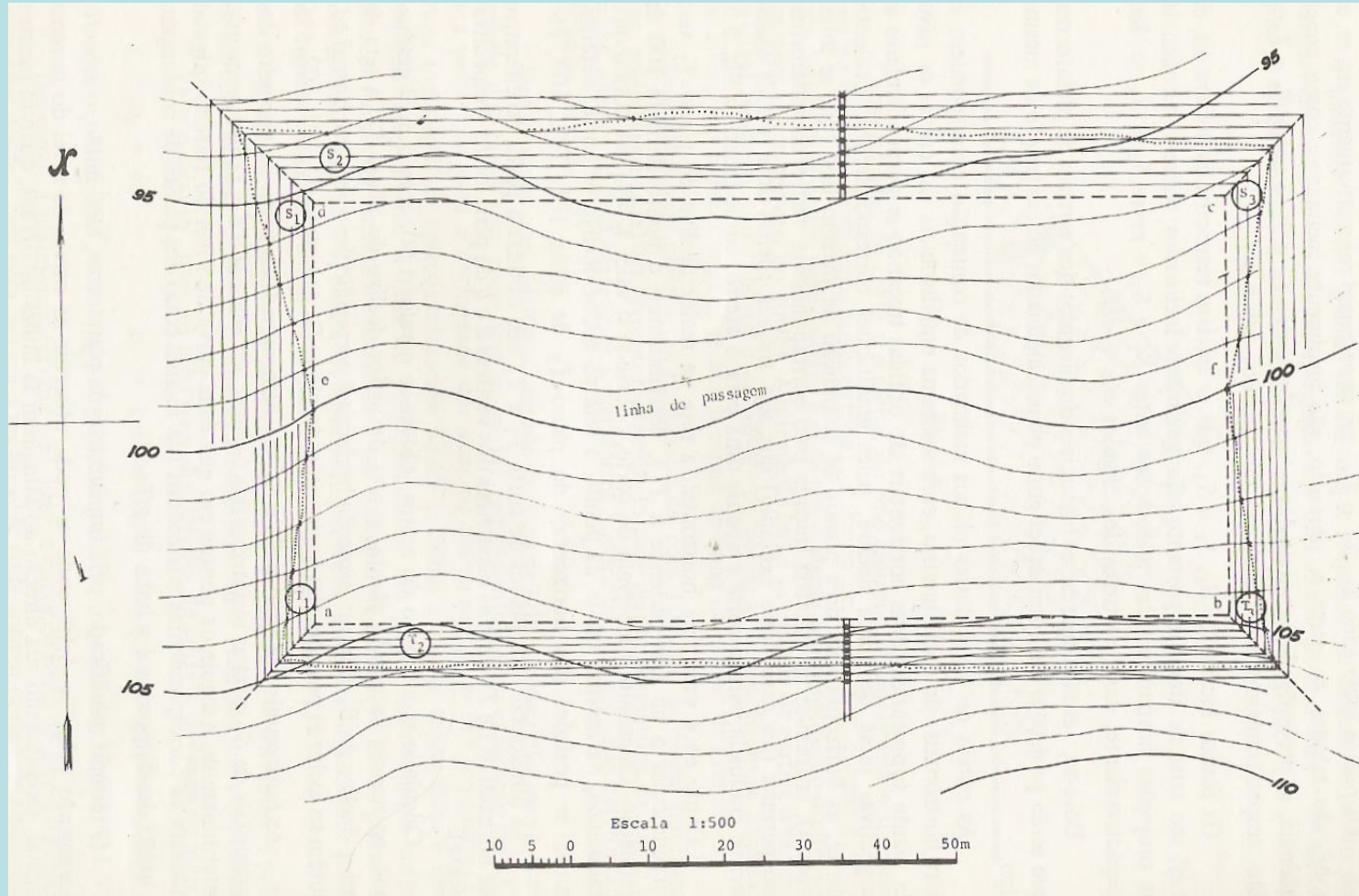
A inclinação (taludação) desses planos de contenção depende do **ângulo de atrito do material do solo** (isto é, do maior ângulo para o qual o plano se mantém estável) e do **estado de agregação em que o revestimento se encontra**.

**Como no caso de escavação o material do solo (terreno original) está mais coeso do que no caso do aterro (solo transportado), o ângulo de atrito para o caso de escavação é maior do que o ângulo de atrito para o caso de aterro (desde que o aterro seja construído do mesmo material que o terreno de escavação).**

**Seja abcd uma plataforma horizontal de cota 100 m que se deseja implantar na posição indicada na planta da figura seguinte; como os segmentos de recta ab, bc, cd e da pertencem à plataforma, são horizontais. Suponha-se que através do estudo geotécnico do terreno, se considerou uma taludação 1 para 1 para os taludes de escavação (equivalente a uma inclinação de  $45^\circ$ ) e uma taludação 1 para 1.5 para os taludes de aterro (equivalente a uma inclinação de  $33^\circ.69$ ).**

## Topografia Aplicada – movimento de terras

Terreno natural com implantação da plataforma e dos taludes



escavação:  $\alpha_e = 45^\circ$ , taludação<sub>e</sub> =  $\tan \alpha_e = 1/1$ , distância horizontal<sub>e</sub> =  $\cot \alpha_e = 1.00$

aterro:  $\alpha_a = 33.69^\circ$ , taludação<sub>a</sub> =  $\tan \alpha_a = 1/1.5$ , distância horizontal<sub>a</sub> =  $\cot \alpha_a = 1.50$

**Os taludes, de aterro e de escavação, são determinados pelas suas rectas de maior declive.**

**Como a planta é uma representação obtida por projecção ortogonal, é difícil marcar (sem rebatimento) a taludação desses planos de contenção; recorre-se então à equidistância da planta e à distância horizontal entre dois pontos cuja diferença de cotas seja uma unidade.**

Pretendendo-se a plataforma à cota 100 m, a curva de nível do terreno original correspondente a essa cota separa a região abfe, que sofrerá escavação, da região cdef, que sofrerá aterro. A curva de nível 100 m, no trecho ef recebe o nome de linha de passagem (de escavação para aterro). Os planos inclinados  $E_1$ ,  $E_2$  e  $E_3$ , limitados respectivamente por ea, ab e bf, são taludes de escavação; como consequência, as projecções horizontais das intersecções entre  $E_1$  e  $E_2$  e entre  $E_2$  e  $E_3$  são, respectivamente, as bissetrizes dos ângulos eab e abf.

**De forma idêntica, os planos inclinados  $A_1$ ,  $A_2$  e  $A_3$ , limitados respectivamente por ed, dc e cf são taludes de aterro; como consequência, as projecções horizontais das intersecções entre  $A_1$  e  $A_2$  e entre  $A_2$  e  $A_3$  são, respectivamente, as bissetrizes dos ângulos edc e dcf. Devem então marcar-se as bissetrizes dos ângulos dos vértices da plataforma, que serão projecções das intersecções entre planos inclinados de contenção do mesmo tipo.**



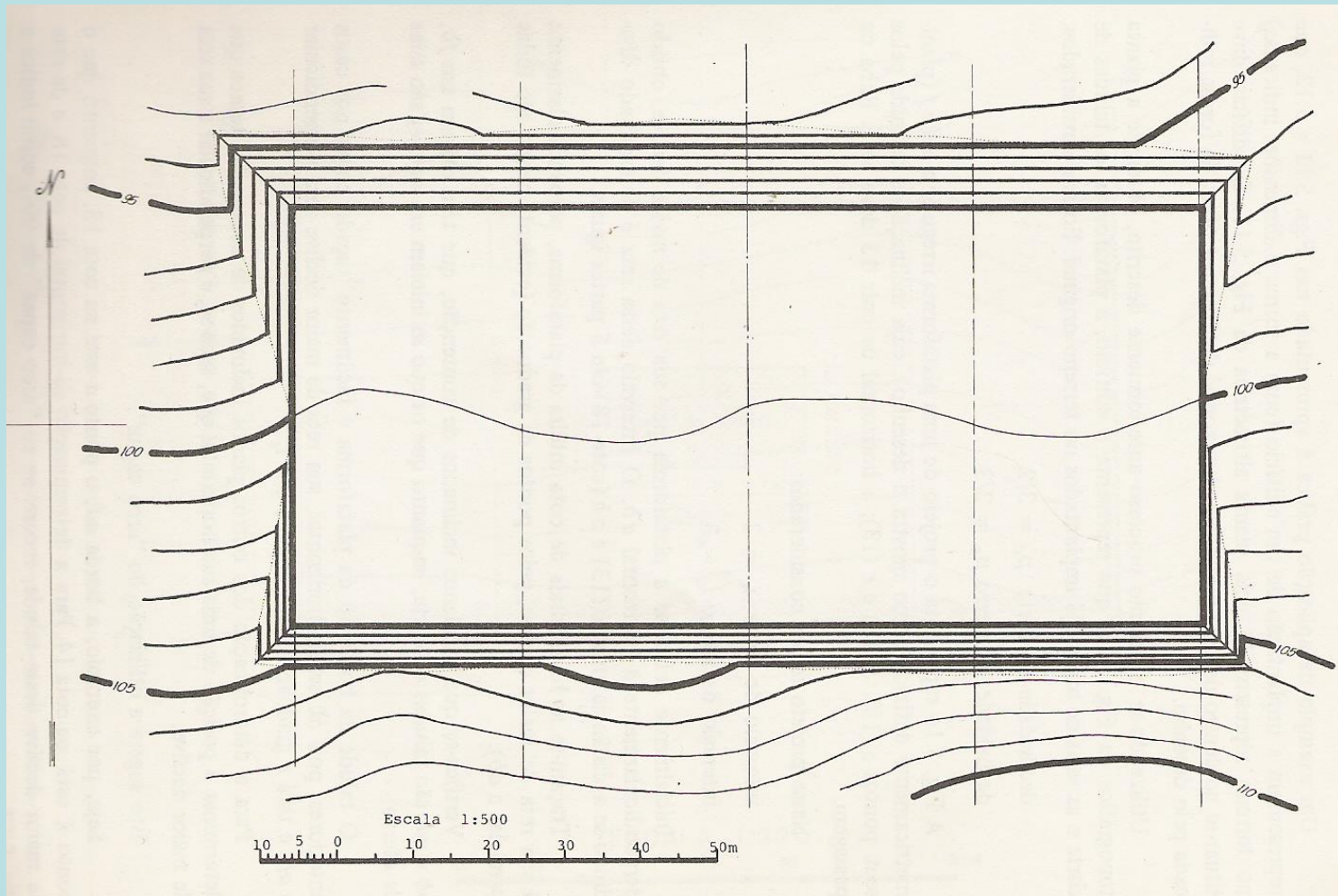
**As curvas de nível contidas nos planos inclinados de contenção são perpendiculares às rectas de maior declive desses planos inclinados e são representadas com a mesma equidistância das curvas do terreno natural; as curvas de nível de dois planos inclinados de contenção que se intersectam cruzam-se na bissectriz traçada pelo correspondente vértice da plataforma, o que permite que seja traçada apenas uma recta de maior declive para o talude de escavação e apenas uma para o talude de aterro.**

Como  $ab$  é uma recta horizontal, a recta de maior declive do plano  $E_2$  será perpendicular a  $ab$  ( $ab$  pertence a  $E_2$ ), determinando o ponto de cota 100 m. A partir do valor calculado para a distância horizontal de escavação (1.00), é possível graduar, na mesma escala da planta, a recta de maior declive do talude de escavação, determinando as posições das curvas de nível do plano  $E_2$  correspondentes às cotas 101, 102, 103, etc.. As curvas de nível dos taludes de escavação  $E_1$  e  $E_3$  são obtidas a partir da intersecção das curvas de nível do plano  $E_1$  com, respectivamente, as bissetrizes dos vértices  $a$  e  $b$  da plataforma.

A partir do valor calculado para a distância horizontal de aterro (1.50), é possível graduar, na mesma escala da planta, a recta de maior declive do talude de aterro, determinando as posições das curvas de nível do plano  $A_2$ . A recta de maior declive de  $A_2$  tem a respectiva projecção horizontal perpendicular à recta de maior declive de  $A_2$ , obtendo-se assim as curvas de nível deste plano inclinado correspondentes às cotas 97, 98, 99, etc.. As curvas de nível dos planos  $A_1$  e  $A_3$  são determinadas a partir da intersecção das curvas de nível de  $A_2$  com, respectivamente, as bissetrizes dos vértices d e c.

**Determinam-se em seguida os pontos em que cada curva de nível do terreno original encontra as correspondentes curvas da mesma cota dos taludes, cuja união se designa por linha de off-set. O terreno modificado, por implantação da plataforma, tem então o aspecto apresentado na figura, onde se podem observar que as curvas de nível do terreno natural sofrem uma alteração ao atingirem as linhas de off-set, coincidindo com as curvas de nível dos taludes até novo encontro com uma linha de off-set, quando retomam a configuração original.**

## Topografia Aplicada – movimento de terras



Terraplenagem correspondente à implantação da plataforma