

MECÂNICA/FÍSICA DOS MEIOS CONTÍNUOS

14 de Julho 2021

Consulta de um número limitado de páginas A4 com fórmulas

1. a) Quais das seguintes são condições necessárias para a aplicação da equação de Bernoulli, $p/\rho + \frac{1}{2}u^2 + gz = \text{constante}$: i) escoamento estacionário, ii) viscosidade nula, iii) fluido incompressível, iv) escoamento irrotacional e v) escoamento ao longo de uma linha de corrente.
b) Discuta em que condições a equação de Bernoulli da alínea a) pode ser generalizada.
c) Por integração da equação de Euler, ou de outra forma, derive uma dessas equações. Indique qual ou quais das condições referidas em a) são necessárias neste caso.
d) Defina o que é a camada limite. Em que região se pode usar a equação de Bernoulli? Discuta.
2. a) Discuta em que condições podemos usar a técnica do potencial de escoamento e mostre que este satisfaz a equação de Laplace, $\nabla^2\phi = 0$.
b) Calcule a função de corrente e o potencial de escoamento para um escoamento uniforme com velocidade V na direção x . Que ângulo formam as linhas de potencial constante com as linhas de corrente?
c) Calcule a função corrente para um escoamento composto por uma fonte e um sumidouro, cujas taxas de escoamento por comprimento são Q , separados por uma distância d e obtenha o limite para um dupletto ($d \rightarrow 0$).
d) Considere um escoamento com velocidade uniforme U no infinito através de um cilindro de raio a . Discuta como podemos combinar os escoamentos das alíneas anteriores para encontrar o campo de velocidades resultante (não é necessário calculá-lo)? Defina as condições de fronteira.
3. Considere um escoamento viscoso na vertical, num tubo de seção transversal circular com $r = a$, sob a ação da gravidade.
a) Escreva a equação de Navier-Stokes e a partir daí, ou de outra forma, deduza a equação para o balanço das forças no tubo.
b) Use as condições de fronteira para calcular o campo de velocidades.
c) Calcule a taxa de escoamento no tubo e discuta como podemos prever se o escoamento é laminar ou turbulento.
d) Calcule o raio necessário para o escoamento deixar de ser laminar, supondo que a viscosidade cinemática é $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$.
4. a) Defina o número de Euler, Eu , e explique o seu significado.
b) O coeficiente de arrasto é definido como a razão entre a força de arrasto e a energia cinética por unidade de comprimento do fluido, $c_a = \frac{2F_a}{\rho v^2 A}$, onde A é a área de referência do objecto sobre o qual o fluido escoar (em geometrias simples como a de uma esfera, A é a área de secção transversal do objeto). Use a força de arrasto sobre uma esfera no regime de Stokes e mostre que, neste caso, o coeficiente de arrasto da esfera depende apenas do número de Reynolds.
c) Qual é a razão entre as forças de arrasto sobre duas esferas com diâmetros diferentes e o mesmo número de Reynolds, quando uma se move no ar e a outra em água? A razão entre

as densidades do ar e da água é 0.125×10^{-2} e entre as viscosidades absolutas é 1.875×10^{-2} . Suponha que o coeficiente de arrasto depende apenas do número de Reynolds.

d) A potência necessária para compensar a força de arrasto num automóvel, à velocidade $u = 40$ m/s, com uma área de referência $A = 3.5 \text{ m}^2$, é determinada num túnel de vento. A área de referência do modelo não pode exceder $A_m = 0.5 \text{ m}^2$. Qual é a velocidade do ar que deve ser usada no túnel?