Intensidade sonora e potência

Pressão eficaz, fontes e distância



Três perguntas

- Quantas pessoas a falar seriam precisas para acender uma lâmpada de $10\,\mathrm{W}$?
- Duas pessoas a falar fazem o dobro do som de uma?
- Porque é que os altifalantes são montados dentro de uma caixa?

CONCEITOS

O que vamos usar

- Intensidade: potência que atravessa a unidade de área, em $\mathrm{W\,m^{-2}}$.
- Numa onda sonora progressiva, $p' = Z\,u$, com $Z = \rho_0 v$; no ar, $Z = 413\,\mathrm{Rayl}$.
- Média num período: $\langle \cos^2 \rangle = \frac{1}{2}$.
- Duas ondas com a mesma frequência: $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\phi$.

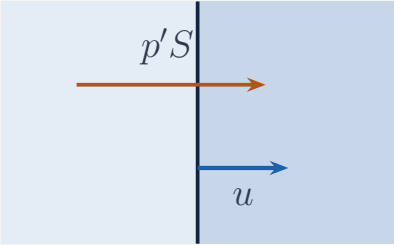
INTENSIDADE

A potência que o som transporta

Uma camada de ar empurra a seguinte com a força $p'S$ e move-se com velocidade u. Potência por unidade de área: $p'u$.

Como $p'u$ oscila, toma-se a média:

$$I = \langle p'\, u \rangle$$



A camada da esquerda empurra a da direita.

INTENSIDADE

Intensidade de uma onda progressiva

Com $s = s_m \cos(kx - \omega t)$: $u = \partial s/\partial t$ e $p' = -B\,\partial s/\partial x$ variam ambos como $\sin(kx - \omega t)$. Estão em fase, e $u = p'/Z$.

$$I = \langle p'\,u \rangle = \frac{\langle p'^2 \rangle}{Z}$$

- Como $p'u = p'^2/Z \geq 0$ em todos os instantes, a energia flui sempre no mesmo sentido, o da propagação.
- A intensidade não depende de p', mas da média de p'^2.

INTENSIDADE

Porque é preciso uma pressão eficaz

- A pressão média não serve: p' está tanto tempo acima como abaixo de p_0, e $\langle p' \rangle = 0$ para qualquer som, forte ou fraco.
- A amplitude p_m só está definida para uma sinusóide; a voz, a música e o ruído não o são.
- O que conta para a energia é p'^2, sempre positivo: $I = \langle p'^2 \rangle / Z$.

Precisamos de uma pressão que meça $\langle p'^2 \rangle$ para qualquer som.

INTENSIDADE

A pressão eficaz

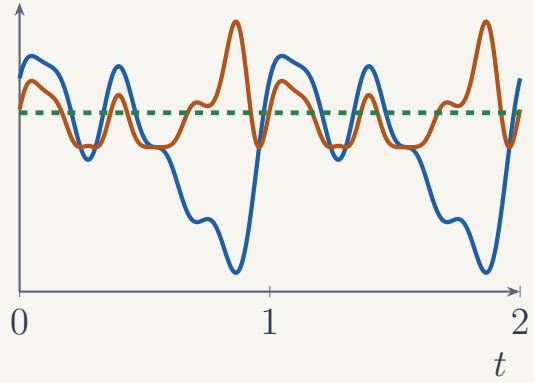
Define-se

$$p_{\text{ef}} = \sqrt{\langle p'^2 \rangle}$$

e então, para qualquer som,

$$I = \frac{p_{\text{ef}}^2}{Z}$$

É o que medem os sonómetros.



p' (azul), p'^2 (laranja), $\langle p'^2 \rangle$ (verde)

INTENSIDADE

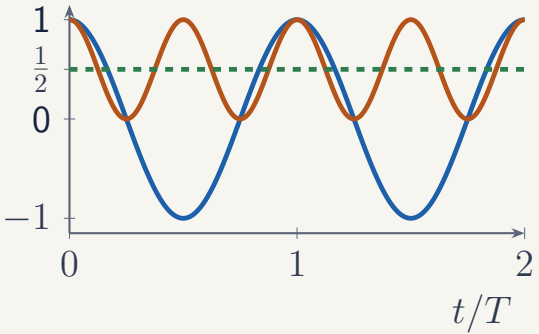
A pressão eficaz de uma onda harmónica

Com $p' = p_m \cos \omega t$:

$$\langle p'^2 \rangle = p_m^2 \langle \cos^2 \omega t \rangle = \tfrac{1}{2} p_m^2$$

$$p_{\text{ef}} = \frac{p_m}{\sqrt{2}}, \qquad I = \frac{p_m^2}{2Z}$$

Como na rede eléctrica: $230\,\text{V}$ eficazes, $325\,\text{V}$ de pico.



p'/p_m (azul), o seu quadrado (laranja) e a média (verde)

INTENSIDADE

Do limiar de audição ao limiar da dor

Limiar de audição: o som mais fraco que se consegue ouvir.

$$p_{\text{ef}} = 2 \times 10^{-5}\,\text{Pa} \;\Rightarrow\; I = \frac{(2 \times 10^{-5})^2}{413} \approx 1 \times 10^{-12}\,\text{W m}^{-2}$$

Limiar da dor: o som a partir do qual o ouvido sente dor física.

$$p_{\text{ef}} = 20\,\text{Pa} \;\Rightarrow\; I = \frac{20^2}{413} \approx 1\,\text{W m}^{-2}$$

Do primeiro ao segundo, p_{ef} fica 10^6 vezes maior e I fica 10^{12} vezes maior.

POTÊNCIA

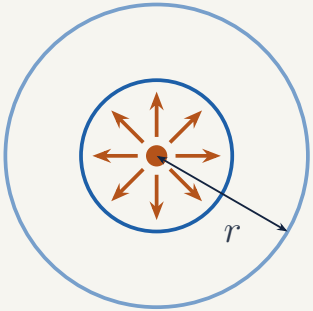
Uma fonte que emite para todos os lados

Sem absorção, toda a potência P atravessa cada esfera:

$$P = I \times 4\pi r^2 \quad \Rightarrow \quad I = \frac{P}{4\pi r^2}$$

Como $I = p_{\text{ef}}^2/Z$, $p_{\text{ef}} \propto 1/r$.

Fonte no chão, que emite só para cima: $2\pi r^2$ em vez de $4\pi r^2$.



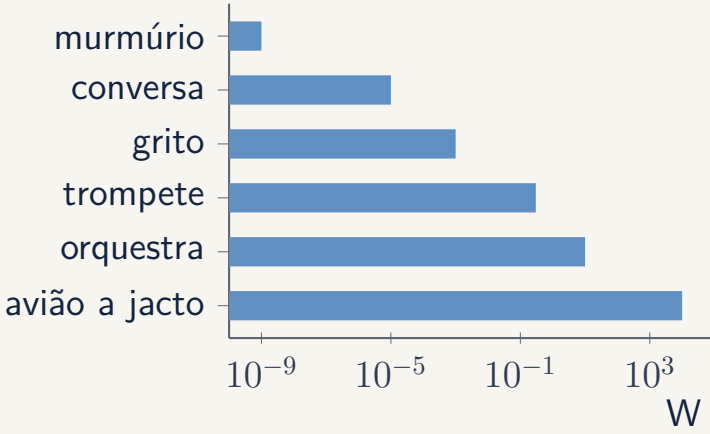
A mesma potência atravessa as duas esferas.

PERGUNTA: A LÂMPADA

A potência das fontes

Quantas pessoas a falar acendem uma lâmpada de $10\,\mathrm{W}$?

Potência sonora: energia emitida por segundo, em todas as direcções.



RESPOSTA

A lâmpada acesa pela voz

Uma pessoa a conversar emite cerca de $10\,\mu\mathrm{W}$:

$$N = \frac{10\,\mathrm{W}}{1 \times 10^{-5}\,\mathrm{W}} = 1\,000\,000$$

Um milhão de pessoas a falar ao mesmo tempo.

A $1\,\mathrm{m}$, $10\,\mu\mathrm{W}$ dão $I = 1 \times 10^{-5}/4\pi \approx 8 \times 10^{-7}\,\mathrm{W\,m^{-2}}$, quase um milhão de vezes o limiar: ouvimos bem porque o ouvido é muito sensível, não porque a voz leve muita energia.

PERGUNTA: DUAS PESSOAS

Duas fontes ao mesmo tempo

Duas pessoas a falar fazem o dobro do som de uma?

As pressões somam-se, $p' = p_1 + p_2$; a intensidade vai com o quadrado:

$$\langle p'^2 \rangle = \langle p_1^2 \rangle + \langle p_2^2 \rangle + 2\langle p_1 p_2 \rangle$$

Fontes incoerentes (duas vozes): as fases não têm relação, $p_1 p_2$ é tantas vezes positivo como negativo e $\langle p_1 p_2 \rangle = 0$.

$$I = I_1 + I_2$$

PERGUNTA: DUAS PESSOAS

Fontes coerentes

Duas fontes com o mesmo sinal (dois altifalantes ligados ao mesmo amplificador) têm uma relação de fase fixa: $\langle p_1 p_2 \rangle \neq 0$.

Num ponto onde chegam em fase, as pressões somam-se:

$$p_{\text{ef}} = 2\, p_{\text{ef},1}, \qquad I = 4 I_1$$

Onde chegam em oposição, anulam-se. A energia não se cria: muda de sítio. Em média sobre todo o espaço, a intensidade continua a ser $2I_1$.

RESPOSTA

Duas pessoas a falar

Duas vozes são fontes incoerentes. À mesma distância das duas:

$$I = 2I_1, \qquad p_{\text{ef}} = \sqrt{2}\, p_{\text{ef},1} \approx 1{,}41\, p_{\text{ef},1}$$

Em energia, sim: o dobro. Em pressão, não: só mais $41\,\%$.

E para o ouvido o dobro da intensidade está longe de soar ao dobro: é a escala logarítmica que o descreve.

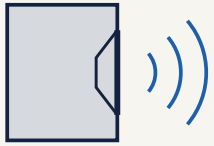
PERGUNTA: A CAIXA DO ALTIFALANTE

O altifalante

Porque é que os altifalantes são montados dentro de uma caixa?

Um íman faz vibrar uma membrana, o cone. Ao avançar, empurra o ar da frente e puxa o ar de trás.

Sem caixa, as duas faces do cone emitem som.



com caixa



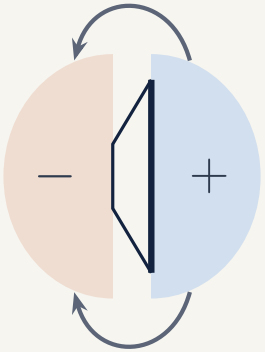
sem caixa

PERGUNTA: A CAIXA DO ALTIFALANTE

As duas faces em oposição

À frente, a pressão sobe ($+$); atrás, desce ($-$), ao mesmo tempo. São duas fontes iguais em **oposição de fase**.

Nos graves, o cone move-se devagar: o ar tem tempo de contornar a borda, da frente para trás, e as pressões igualam-se. Quase não sai som.



O ar contorna a borda do cone.

PERGUNTA: A CAIXA DO ALTIFALANTE

Duas fontes em oposição

Num ponto à frente chegam duas ondas de amplitude A. A de trás contorna o cone e percorre mais d, da ordem do tamanho do altifalante. Diferença de fase: π (oposição) mais kd (caminho):

$$A_{\text{tot}}^2 = A^2 + A^2 + 2A^2 \cos(\pi + kd) = 2A^2 \left(1 - \cos kd\right)$$

Comparando com uma face sozinha, $I_1 \propto A^2$:

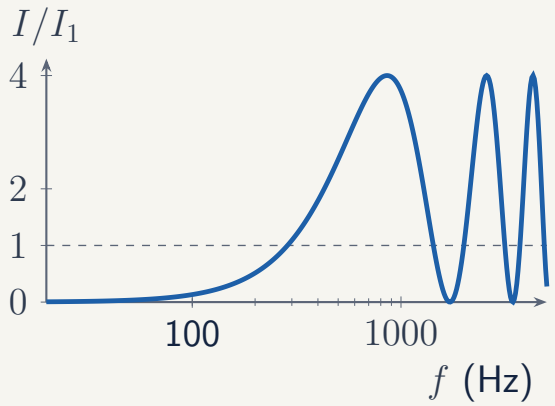
$$\frac{I}{I_1} = 2\left(1 - \cos kd\right)$$

Graves e agudos

Nos graves, $\lambda \gg d$ e $kd \ll 1$.
Com $\cos kd \approx 1 - \frac{1}{2}(kd)^2$:

$$\frac{I}{I_1} \approx (kd)^2$$

As duas faces anulam-se.



$d = 20\,\text{cm}$; tracejado: uma face.

RESPOSTA

Para que serve a caixa

Altifalante sem caixa, $d = 20\,\text{cm}$, a $100\,\text{Hz}$: $\lambda = 3{,}4\,\text{m}$ e $kd = 0{,}37$.

$$\frac{I}{I_1} = 2\,(1 - \cos 0{,}37) = 0{,}13$$

Ouve-se só $13\,\%$ do que daria uma face sozinha: nos graves, a frente e a traseira anulam-se.

A caixa fechada impede o ar de contornar o cone e prende a onda de trás. Fica só a face da frente, e os graves voltam.

ENUNCIADO

Exercício resolvido I

Uma coluna de som no chão, ao ar livre, emite igualmente para o semiespaço acima. A $10\,\text{m}$, $p_{\text{ef}} = 2{,}0\,\text{Pa}$; $Z = 413\,\text{Rayl}$.

(a) Calcule a intensidade a $10\,\text{m}$.

(b) Calcule a potência sonora da coluna.

(c) Calcule p_m e a amplitude de u.

(d) Junta-se outra coluna igual. Quanto vale p_{ef} se forem incoerentes? E em fase?

RESOLUÇÃO

Exercício resolvido I

(a) $I = p_{\text{ef}}^2/Z = 4/413 = 9{,}7 \times 10^{-3}\,\text{W m}^{-2}$

(b) A potência atravessa uma semiesfera de área $2\pi r^2$:

$$P = 2\pi r^2 I = 2\pi \times 100 \times 9{,}7 \times 10^{-3} = 6{,}1\,\text{W}$$

(c) $p_m = \sqrt{2}\, p_{\text{ef}} = 2{,}8\,\text{Pa}, \quad u_m = p_m/Z = 6{,}8\,\text{mm s}^{-1}$

RESOLUÇÃO

Exercício resolvido I

(d) Incoerentes: as intensidades somam-se.

$$p_{\text{ef}} = \sqrt{2} \times 2{,}0 = 2{,}8\,\text{Pa}$$

Em fase: as pressões somam-se.

$$p_{\text{ef}} = 2 \times 2{,}0 = 4{,}0\,\text{Pa}, \qquad I \to 4I$$

Noutros pontos as duas ondas anulam-se em parte; em média, a intensidade só duplica.

ENUNCIADO

Exercício resolvido II

Altifalante sem caixa, com $d = 20\,\text{cm}$; $v = 343\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$. Ponto à frente, no eixo.

(a) Calcule kd a $50\,\text{Hz}$, $100\,\text{Hz}$ e $1\,\text{kHz}$.

(b) Calcule $I/I_1 = 2(1 - \cos kd)$ nessas frequências.

(c) Num painel, d aumenta. Que d dá $I = I_1$ a $100\,\text{Hz}$?

(d) Com uma caixa fechada, quanto aumentam os graves a $100\,\text{Hz}$?

RESOLUÇÃO

Exercício resolvido II

(a) $kd = 2\pi f d/v$: $0{,}18$, $0{,}37$ e $3{,}7$.

(b)

$$\frac{I}{I_1} = 0{,}034, \qquad 0{,}13, \qquad 3{,}7$$

Nos graves, quase tudo se anula. A $1\,\text{kHz}$, as duas ondas quase se somam em fase.

RESOLUÇÃO

Exercício resolvido II

(c) $2(1-\cos kd) = 1 \Rightarrow \cos kd = \frac{1}{2} \Rightarrow kd = \pi/3$:

$$d = \frac{\lambda}{6} = \frac{3{,}43}{6} = 0{,}57\,\text{m}$$

É preciso um painel com mais de meio metro.

(d) A caixa fechada prende a onda de trás: $I = I_1$ a qualquer frequência. A $100\,\text{Hz}$, os graves aumentam $1/0{,}13 \approx 7{,}5$ vezes.

ENUNCIADO

Exercício resolvido III

Uma máquina emite $0{,}10\,\mathrm{W}$, igualmente em todas as direcções. Para 8 horas de exposição, recomenda-se $I < 3 \times 10^{-4}\,\mathrm{W\,m^{-2}}$. No ar, $Z = 413\,\mathrm{Rayl}$.

(a) Calcule I a $2\,\mathrm{m}$ da máquina.

(b) Calcule p_{ef} a essa distância.

(c) A que distância mínima pode trabalhar uma pessoa?

(d) E se houver três máquinas iguais no mesmo sítio?

RESOLUÇÃO

Exercício resolvido III

(a) $I = P/4\pi r^2 = 0{,}10/(4\pi \times 4) = 2{,}0 \times 10^{-3}\,\mathrm{W\,m^{-2}}$

(b) $p_{\mathrm{ef}} = \sqrt{IZ} = \sqrt{2{,}0 \times 10^{-3} \times 413} = 0{,}91\,\mathrm{Pa}$

(c)

$$r = \sqrt{\frac{P}{4\pi I}} = \sqrt{\frac{0{,}10}{4\pi \times 3 \times 10^{-4}}} = 5{,}1\,\mathrm{m}$$

(d) Incoerentes: $P \to 3P$, logo $r \to \sqrt{3} \times 5{,}1 = 8{,}9\,\mathrm{m}$.