

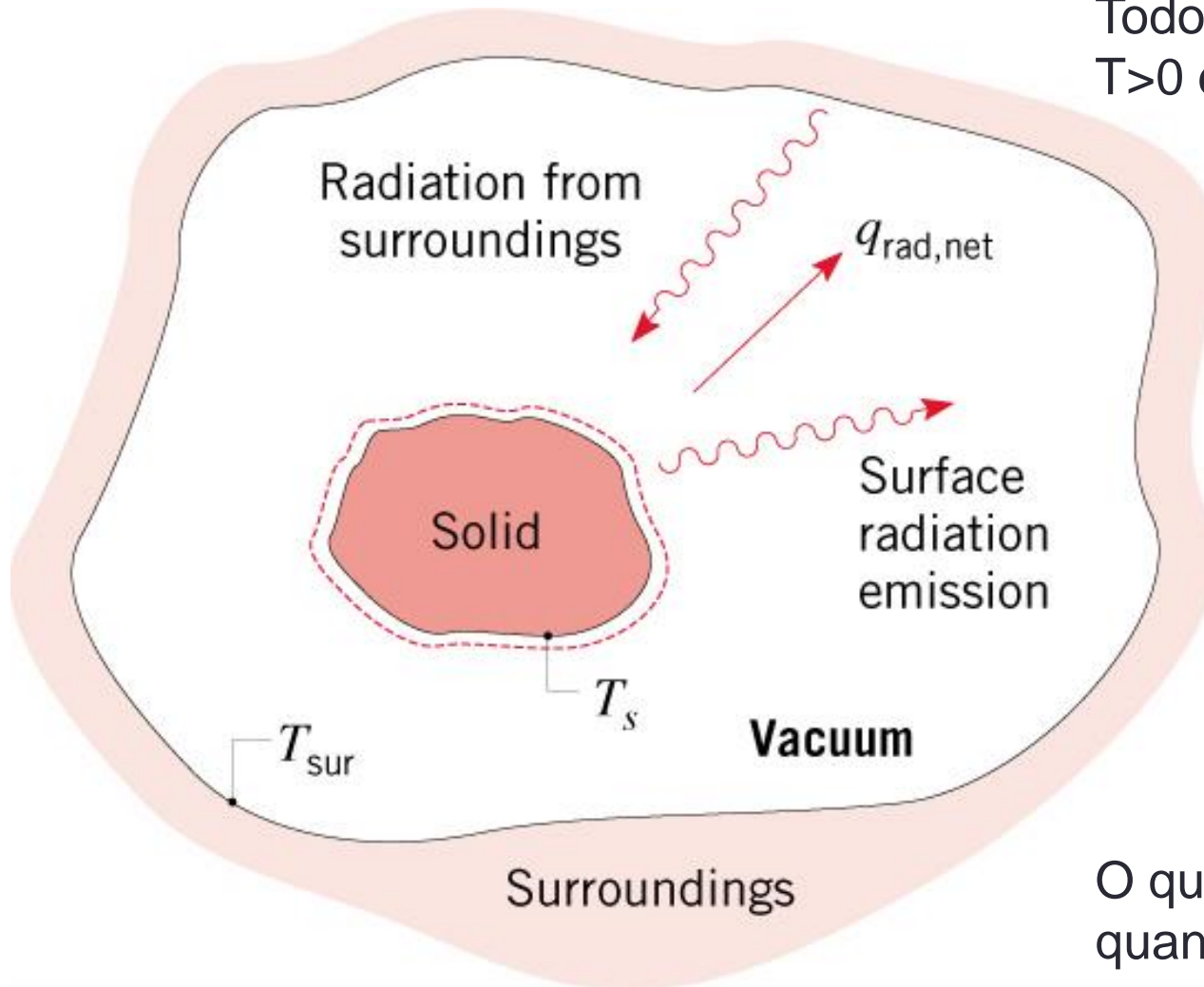
# RADIAÇÃO E ENERGIA SOLAR

---

Miguel Centeno Brito

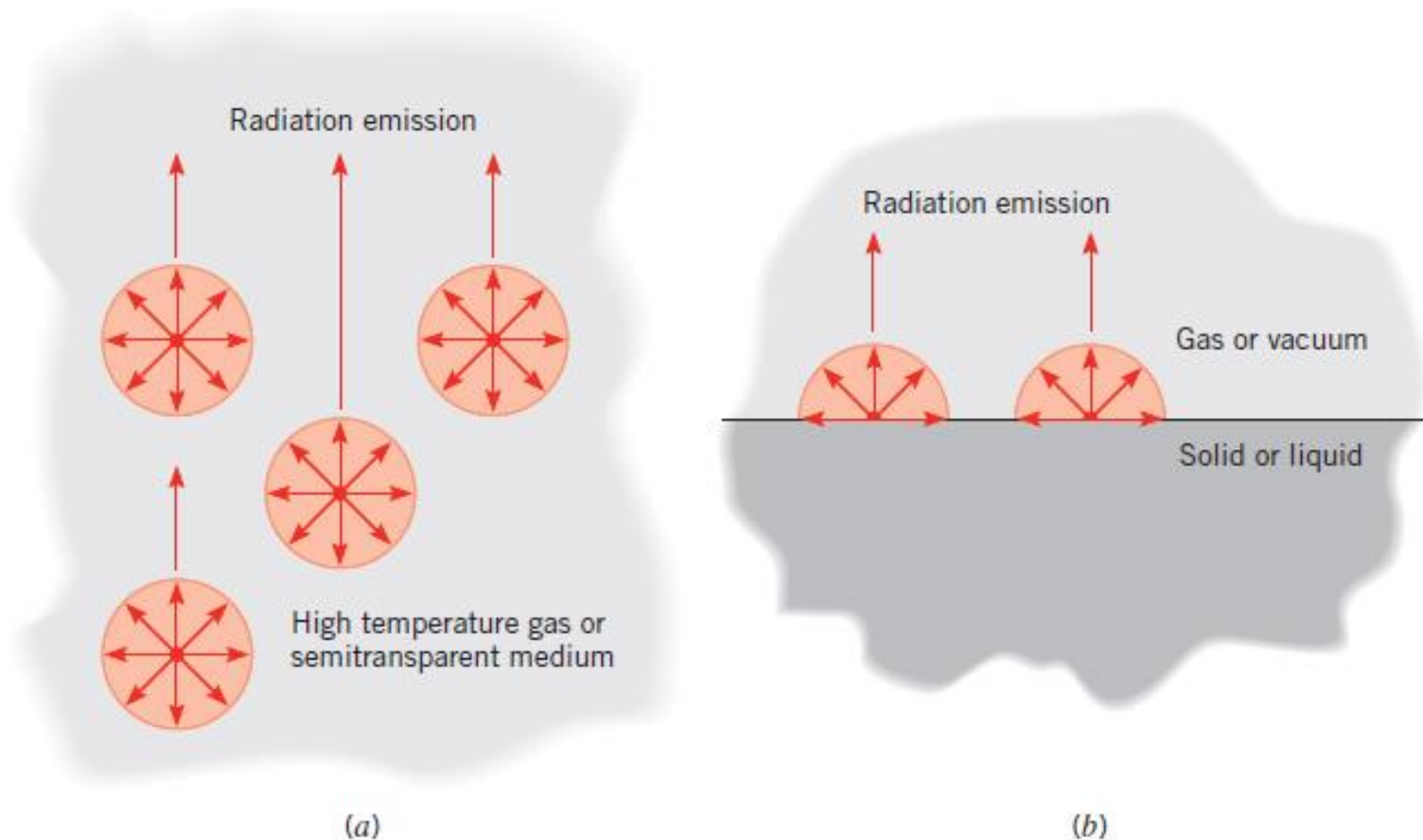
# Conceitos fundamentais

Todos os corpos com  $T > 0$  emitem radiação.



O que é que acontece quando  $T_s > T_{sur}$ ?

# Conceitos fundamentais



A emissão de radiação de um gás ou de um sólido ou líquido semitransparentes é um fenômeno **volúmico**. A emissão de radiação de um sólido ou líquido opaco é essencialmente um fenômeno de **superfície**.

# Conceitos fundamentais

## A natureza da luz | **dualidade onda-partícula**

Alguns processos de radiação podem ser melhor descritos considerando a sua natureza **corpuscular** (e.g. efeito **fotoelétrico**) enquanto outros exigem uma descrição **ondulatória** (e.g. fenômenos de **interferência**).



- Partículas de luz são **fotões**.
- Ondas de luz são **ondas electromagnéticas**.

*"Once and for all I want to know what I'm paying for. When the electric company tells me whether light is a wave or a particle I'll write my check."*

# Conceitos fundamentais

A natureza da luz | **dualidade onda-partícula**

Alguns processos de radiação podem ser melhor descritos considerando a sua natureza **corpuscular** (e.g. efeito **fotoelétrico**) enquanto outros exigem uma descrição **ondulatória** (e.g. fenômenos de **interferência**).



Comprimento de onda

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

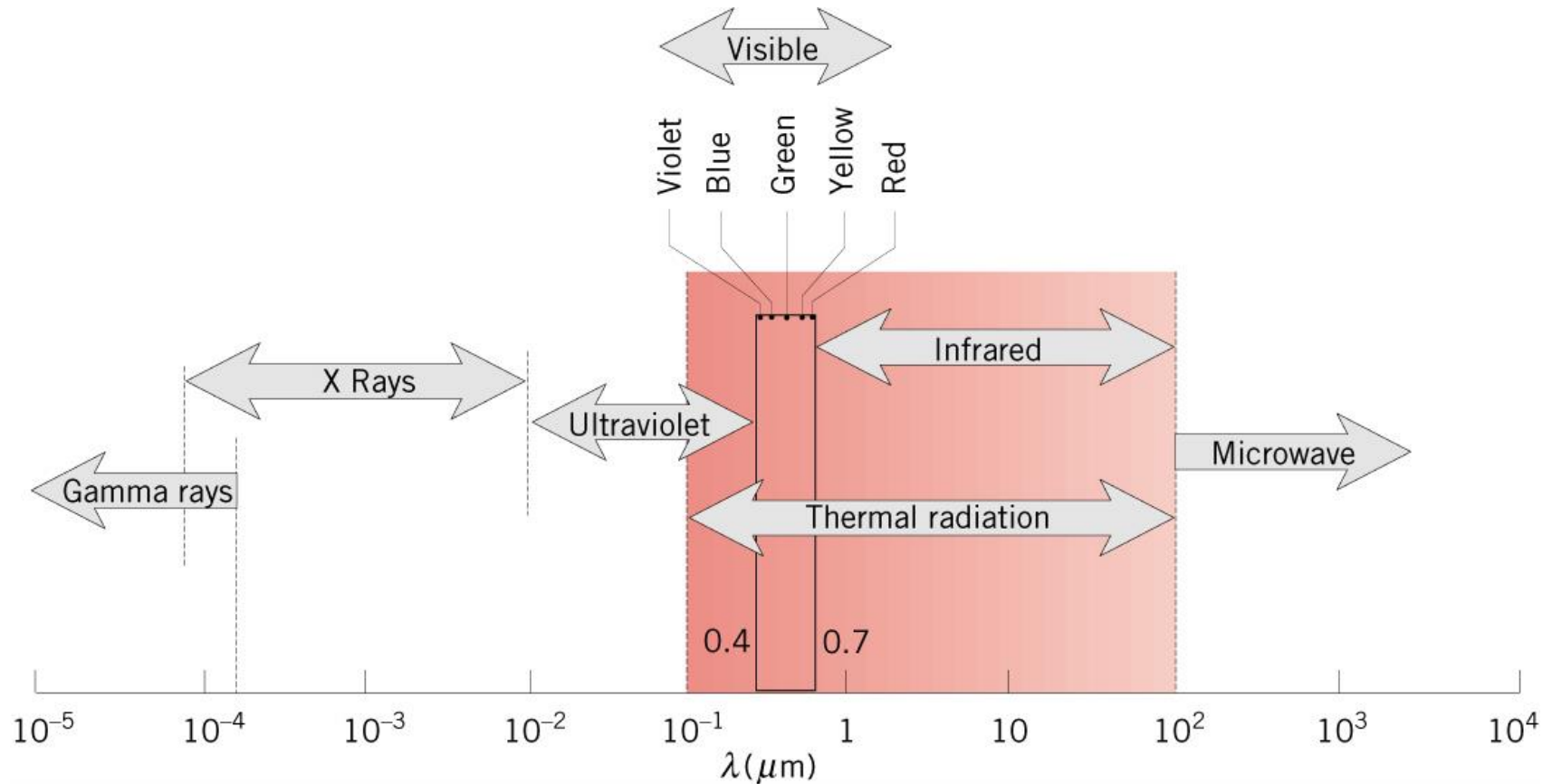
Velocidade da luz  
No caso de propagação  
no vácuo:

$$c = 2.998 \times 10^8 \text{ m/s}$$

Frequência

# Conceitos fundamentais

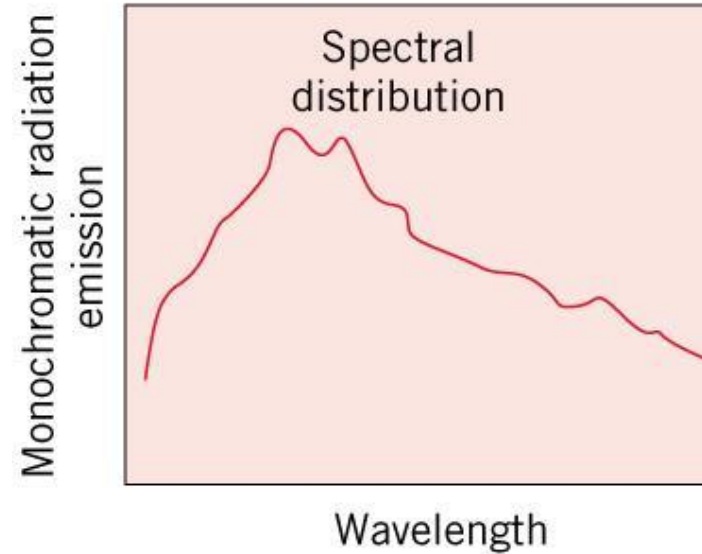
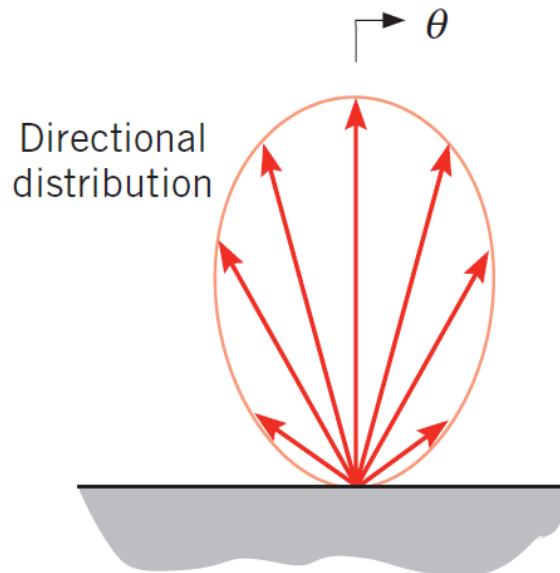
## Espectro electromagnético



# Emissão de radiação

Complicações:

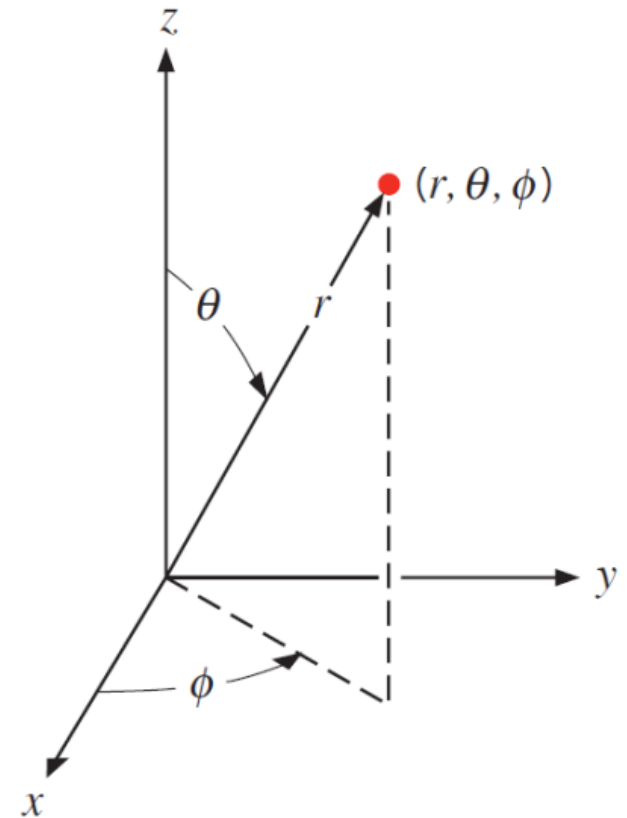
A intensidade da radiação emitida por um corpo depende do comprimento de onda e da direcção!



# Emissão de radiação

Usando coordenadas esféricas, podemos descrever a distribuição direccional da radiação com dois ângulos:

- o ângulo **polar** ou zénite,  $\theta$
- ângulo **azimutal**,  $\phi$



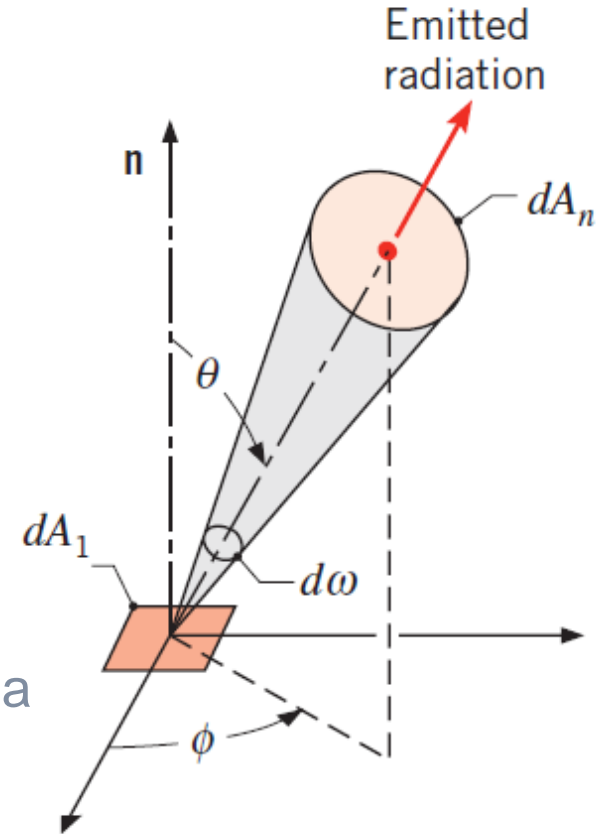


# Emissão de radiação

A quantidade de radiação emitida por uma superfície  $dA_1$  que se propaga numa dada direcção  $(\theta, \phi)$  é definida pelo **ângulo sólido** diferencial associado a essa direcção:

$$d\omega = \frac{dA_n}{r^2}$$

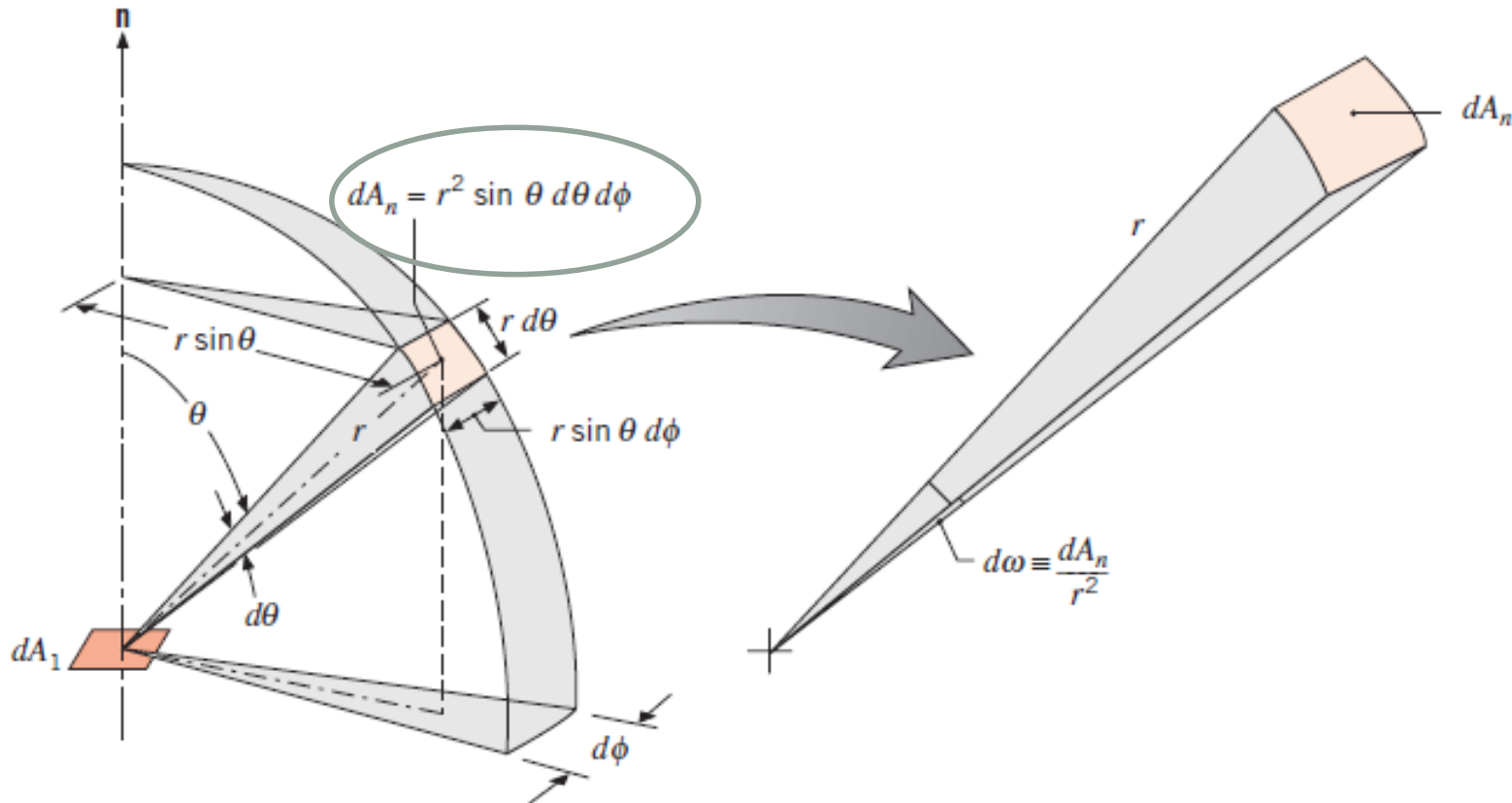
$dA_n$  é um elemento de área da superfície de uma esfera imaginária, perpendicular a  $(\theta, \phi)$



Nota: por analogia a 2D, o ângulo plano diferencial é descrito como a área entre dois raios de um círculo infinitamente próximos e portanto

$$dl = d\alpha \times l \leftrightarrow d\alpha = \frac{dl}{r}$$

# Emissão de radiação



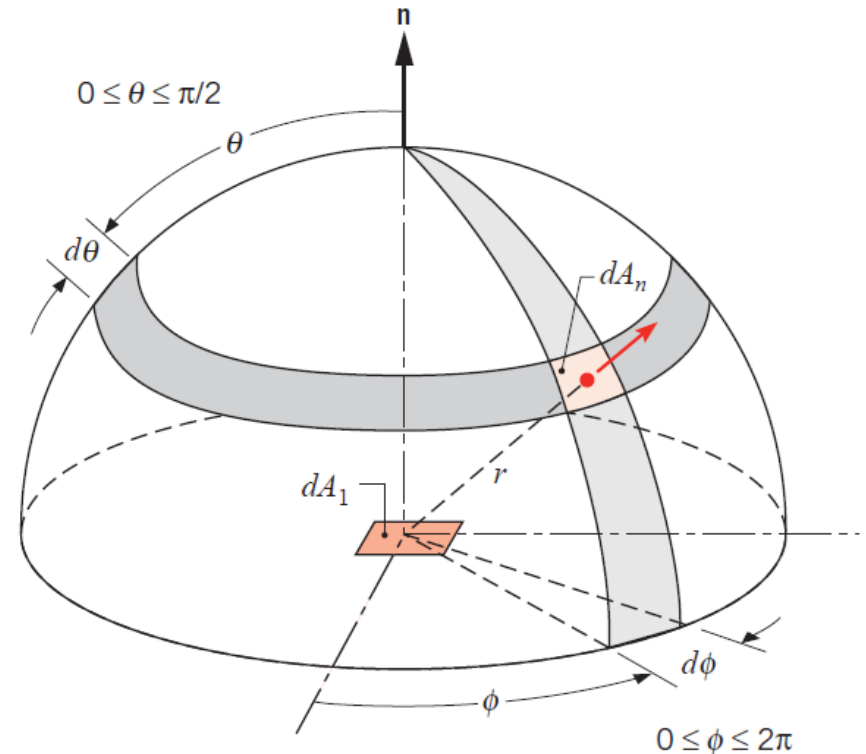
$$d\omega = \frac{dA_n}{r^2} = \frac{r^2 \sin \theta d\theta d\phi}{r^2}$$

logo

$$d\omega = \sin \theta d\theta d\phi$$

# Emissão de radiação

Um ponto numa superfície opaca com área  $dA_1$  emite radiação em todas os elementos de área  $dA_n$  de um hemisfério imaginário por cima da superfície.



# Emissão de radiação

Um ponto numa superfície opaca com área  $dA_1$  emite radiação em todas os elementos de área  $dA_n$  de um hemisfério imaginário por cima da superfície.

O ângulo sólido associado a esse hemisfério é simplesmente:

$$\omega_{hemi} = \int d\omega = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \sin \theta \, d\theta \, d\phi = 2\pi \int_0^{\pi/2} d\theta = 2\pi \, sr$$

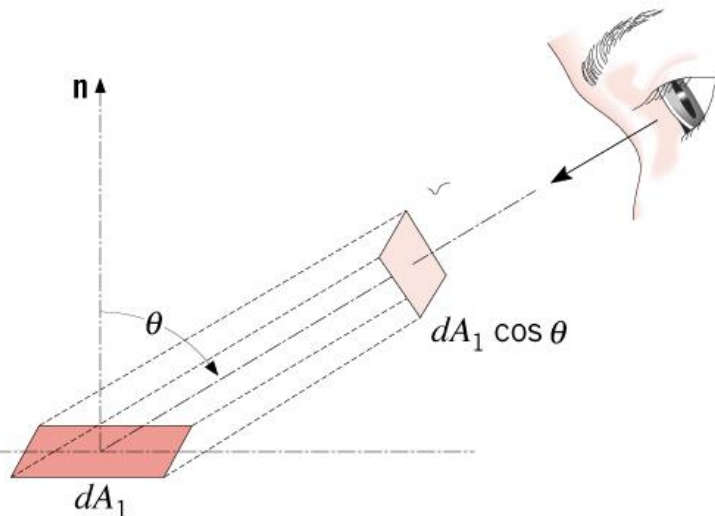
As unidades de um ângulo sólido é o estereorradiano (sr)

# Emissão de radiação

## Intensidade espectral de radiação

é definida como

- o fluxo de calor ( $\text{W}/\text{m}^2$ )
- segundo uma unidade de ângulo sólido para uma dada direcção ( $\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{sr}$ )
- e um intervalo unitário de comprimento de onda para um dado comprimento de onda ( $\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{sr} \cdot \mu\text{m}$ )



$$I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi) = \frac{dq}{dA_1 \cos \theta \cdot d\omega \cdot d\lambda}$$

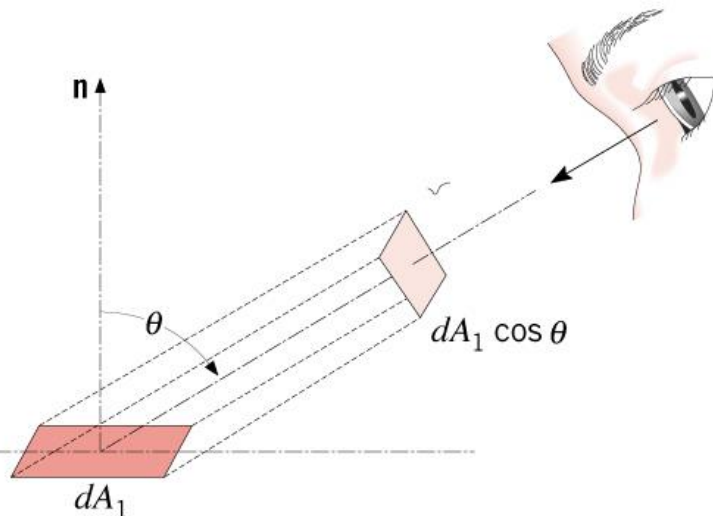
A área relevante é a **área projectada**.  
 Qual a intensidade espectral de radiação  
 quando  $\theta = 0$ ?  
 quando  $\theta = \pi/2$ ?

# Emissão de radiação

## Intensidade espectral de radiação

é definida como

- o fluxo de calor ( $\text{W}/\text{m}^2$ )
- segundo uma unidade de ângulo sólido para uma dada direcção ( $\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{sr}$ )
- e um intervalo unitário de comprimento de onda para um dado comprimento de onda ( $\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{sr} \cdot \mu\text{m}$ )



$$I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi) = \frac{dq}{dA_1 \cos \theta \cdot d\omega \cdot d\lambda}$$

Se a intensidade espectral de radiação não varia com a direcção, dizemos que a superfície é **difusa**, e a radiação é **isotrópica**.

# Emissão de radiação

## Intensidade de radiação

$$I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi) = \frac{dq}{dA_1 \cos \theta \cdot d\omega \cdot d\lambda}$$

$$dq_\lambda \equiv \frac{dq}{d\lambda} = I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi) dA_1 \cos \theta \cdot d\omega$$

Taxa a que radiação com o comprimento de onda  $\lambda$  sai de  $dA_1$  e passa por  $dA_n$   
Tem unidades de  $W/\mu\text{m}$ .

Por unidade de área da superfície emissora, o **fluxo de calor** é portanto

$$dq''_\lambda \equiv \frac{dq_\lambda}{dA_1} = I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi) \cos \theta \cdot d\omega = I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi) \cos \theta \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\phi$$

pois

$$d\omega = \sin \theta \, d\theta \, d\phi$$

# Emissão de radiação

Conhecendo a intensidade de radiação espectral, e as suas distribuições espectrais e direccionais, podemos determinar o fluxo de calor emitido por uma superfície integrando  $dq''_{\lambda}$ .

A **potência espectral de emissão** ( $\text{W/m}^2 \mu\text{m}$ ) é a emissão espectral para todas as direcções possíveis:

$$E_{\lambda}(\lambda) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} dq''_{\lambda} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi) \cos \theta \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\phi$$

A **potência emitida total** ( $\text{W/m}^2$ ) é a emissão para todas as direcções e comprimentos de onda possíveis:

$$E = \int_0^{\infty} E_{\lambda}(\lambda) \cdot d\lambda$$



# Emissão de radiação

Um **emissor difuso** é uma superfície que emite radiação que é independente da direcção, ou seja

$$I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi) = I_{\lambda,e}(\lambda)$$

Nesse caso podemos escrever

$$E_{\lambda}(\lambda) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{\lambda,e}(\lambda) \cos \theta \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\phi = \pi I_{\lambda,e}(\lambda)$$

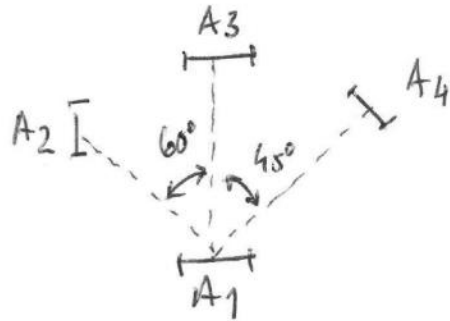
e

$$E = \pi I_e$$

Intensidade espectral  
de um emissor difuso

Intensidade total de  
um emissor difuso

## Exemplo



Emissão de radiação difusa

$$I_u = 7000 \text{ W/m}^2 \text{ sr} \quad (\text{direção vertical})$$

$$A_1 = A_2 = A_3 = A_4 = 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$\text{distância} = 0.5 \text{ m}$$

- Qual a intensidade da emissão em cada uma das três direções?
- Quais os ângulos sólidos correspondentes às três superfícies?
- Qual a radiação interceptada pelas três superfícies?

## Exemplo

## RESPOSTAS

(hipótese: vamos assumir que  $\frac{A_j}{r_j^2} \ll 1$  e portanto podemos considerar superfícies diferenciais).

a) Da definição de emissor difuso a intensidade de radiação é igual em todas as direções, e portanto

$$I = 7000 \text{ W/m}^2 \cdot \text{sr}$$

## Exemplo

$$b) \quad d\omega = \frac{dA_u}{r^2}$$

Como  $A_3$  e  $A_4$  são normais à direcção da radiação o sólido angular é directamente:

$$\omega_{3-1} = \omega_{4-1} = \frac{A_3}{r^2} = \frac{10^{-3} \text{ m}^2}{(0.5 \text{ m})^2} = 4 \times 10^{-3} \text{ sr}$$

Para  $A_2$  precisamos de determinar a área projectada

$$\omega_{2-1} = \frac{A_2 \cos \theta_2}{r^2} = \frac{10^{-3} \text{ m}^2 \cdot \cos 30^\circ}{(0.5 \text{ m})^2} = 3.46 \times 10^{-3} \text{ sr}$$

## Exemplo

$$c) \quad q_{1-j} = I \times A_1 \cos \theta_1 \cdot \omega_{j-1} \quad (j = 2, 3, 4)$$

↳ ângulo entre normal a  $A_1$   
e a direção da radiação

Logo

$$q_{1-2} = 7000 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{sr}} \times 10^{-3} \text{ m}^2 \times \cos 60^\circ \times 3.46 \times 10^{-3} \text{ sr}$$

$$= 12.1 \times 10^{-3} \text{ W}$$

$$q_{1-3} = 7000 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{sr}} \times 10^{-3} \text{ m}^2 \times \cos 0^\circ \times 4 \times 10^{-3} \text{ sr}$$

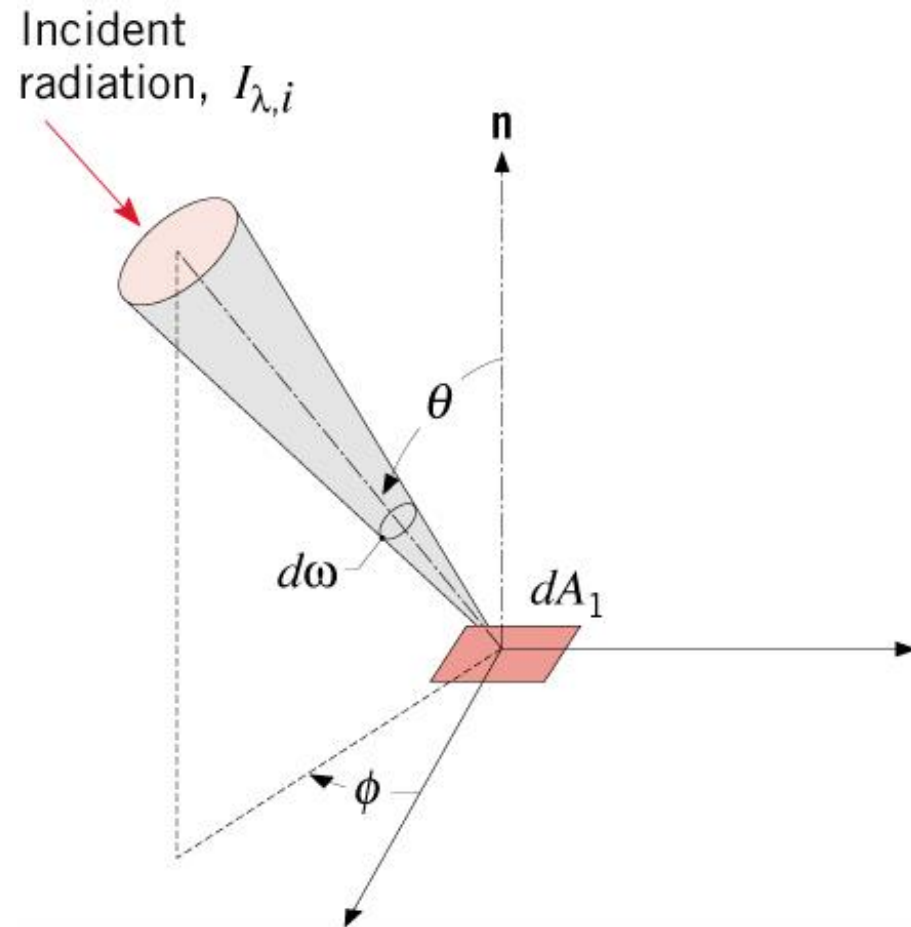
$$= 28 \times 10^{-3} \text{ W}$$

$$q_{1-4} = 7000 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{sr}} \times 10^{-3} \text{ m}^2 \times \cos 45^\circ \times 4 \times 10^{-3} \text{ sr}$$

$$= 19.8 \times 10^{-3} \text{ W}$$

# Radiação incidente

Da mesma forma que fizemos para a radiação emitida por uma superfície, podemos descrever a intensidade espectral da **radiação incidente**, com comprimento de onda  $\lambda$ , proveniente de uma direcção  $(\theta, \phi)$  por unidade de área da superfície que intercepta essa radiação, por unidade de ângulo sólido e unidade de comprimento de onda,



# Radiação incidente

A soma da radiação **incidente** para todas as **direcções** é denominada **IRRADIAÇÃO**.

A **irradiação espectral** ( $\text{W/m}^2 \mu\text{m}$ ) é a radiação incidente espectral de todas as direcções possíveis:

$$G_\lambda(\lambda) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{\lambda,i}(\lambda, \theta, \phi) \cos \theta \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\phi$$

Notar o *i* de incidente em vez de o *e* de emissão!!

# Radiação incidente

A soma da radiação **incidente para todas as direcções** é denominada **IRRADIAÇÃO**.

A **irradiação espectral** ( $\text{W/m}^2 \mu\text{m}$ ) é a radiação incidente espectral de todas as direcções possíveis:

$$G_{\lambda}(\lambda) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{\lambda,i}(\lambda, \theta, \phi) \cos \theta \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\phi$$

A **irradiação total** ( $\text{W/m}^2$ ) é a radiação incidente de todas as direcções e comprimentos de onda possíveis:

$$G = \int_0^{\infty} G_{\lambda}(\lambda) \cdot d\lambda$$



# Radiação incidente

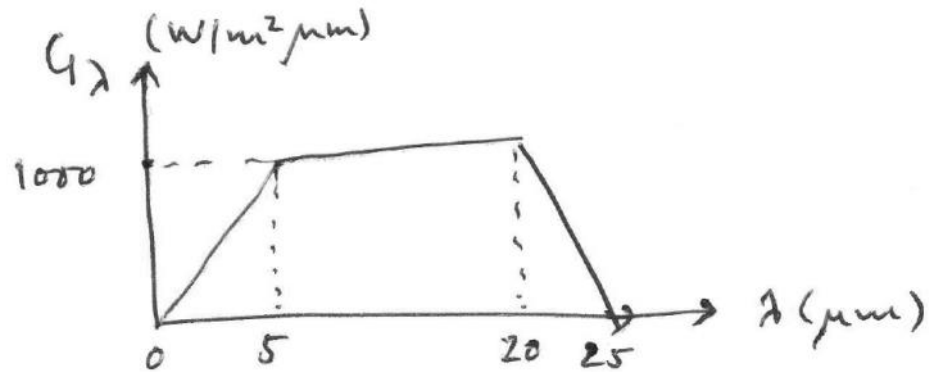
No caso de radiação incidente ser **difusa**  $I_{\lambda,i}(\lambda, \theta, \phi) = I_{\lambda,i}(\lambda)$   
temos

$$G_{\lambda}(\lambda) = \pi I_{\lambda,i}(\lambda)$$

$$G = \pi I_i$$

## Exemplo

Considerar a seguinte distribuição espectral de irradiação.

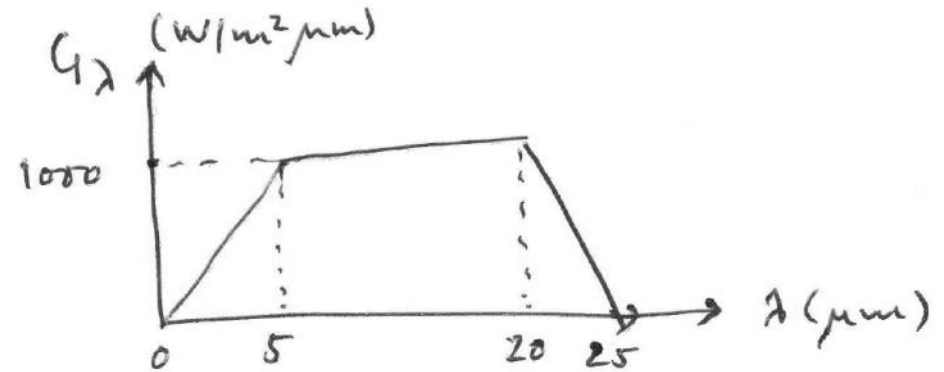


Determinar a irradiação total !

## Exemplo

RESPOSTA

$$Q = \int_0^{\infty} Q_{\lambda} d\lambda$$



ou, integrando por partes

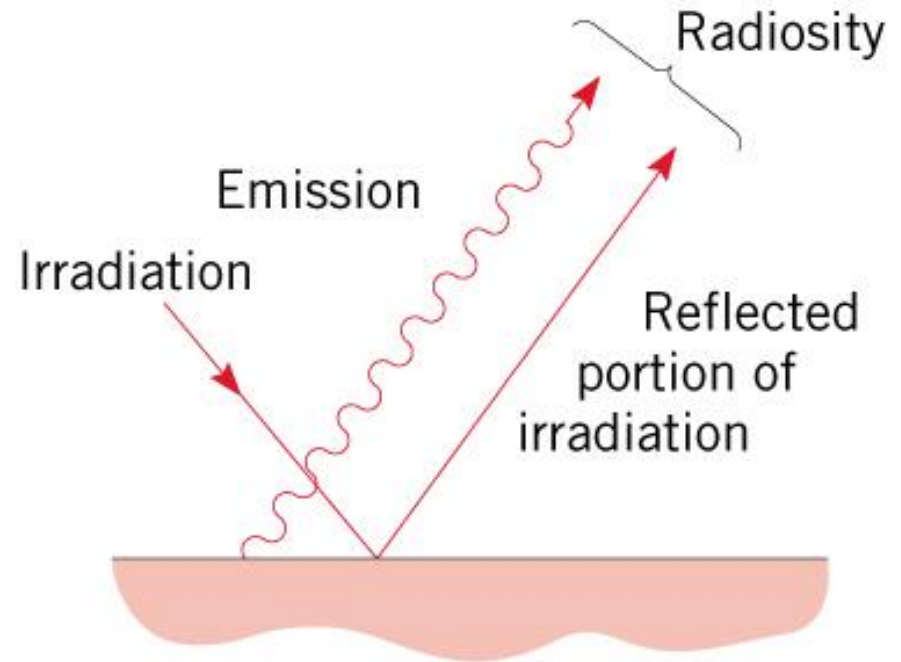
$$Q = \int_0^5 Q_{\lambda} d\lambda + \int_5^{20} Q_{\lambda} d\lambda + \int_{20}^{25} Q_{\lambda} d\lambda + \int_{25}^{\infty} Q_{\lambda} d\lambda$$

$$Q = \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot (5-0) + 1000 (20-5) + \frac{1}{2} \cdot 1000 (25-20) + 0$$

$$Q = 20\,000 \text{ W/m}^2$$

# Radiosidade

É definida como a toda a radiação que sai da superfície, nomeadamente a radiação emitida e a radiação reflectida.



$$J_{\lambda}(\lambda) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{\lambda,e+r}(\lambda, \theta, \phi) \cos \theta \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\phi$$

$$J = \int_0^{\infty} J_{\lambda}(\lambda) \cdot d\lambda$$

$$J_{\lambda}(\lambda) = \pi J_{\lambda,e+r}(\lambda)$$

$$J = \pi I_{e+r}$$

# Radiação do corpo negro

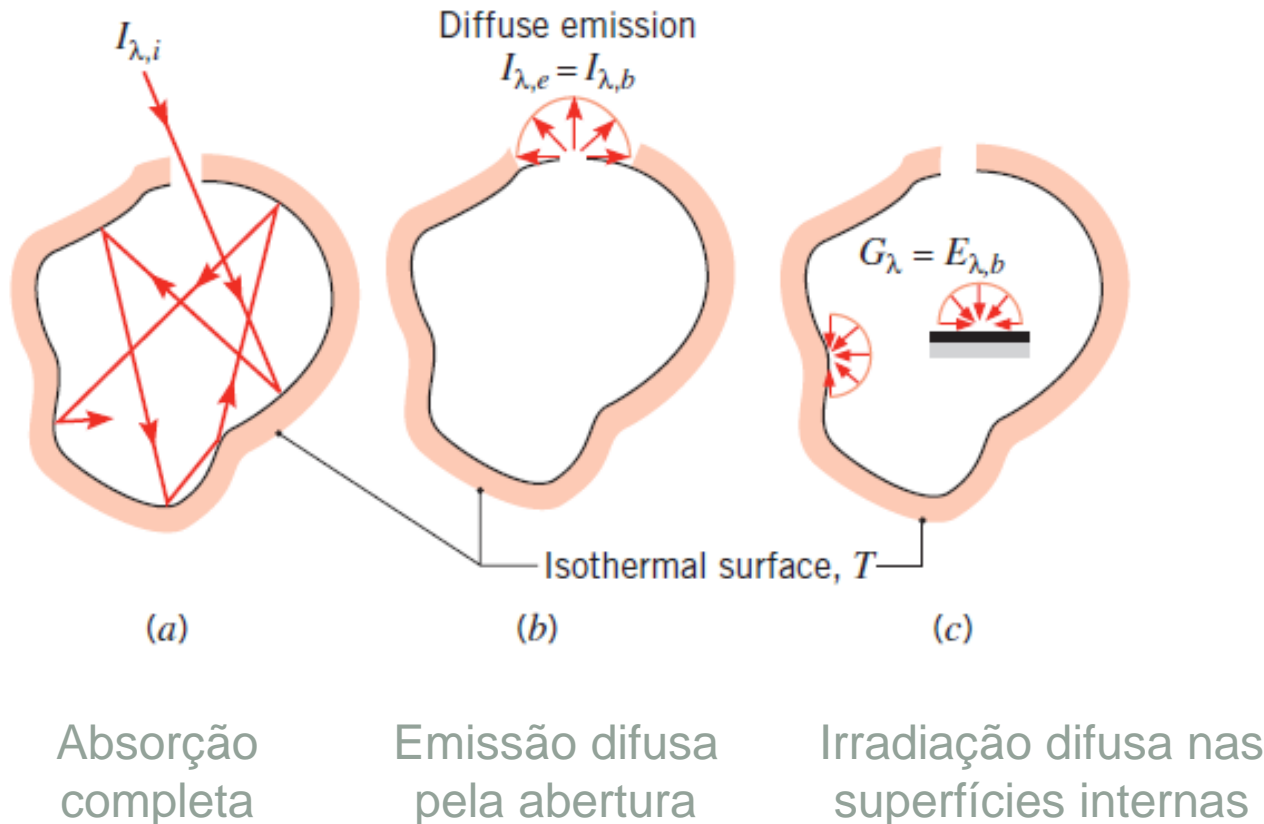
**Corpo negro** é uma superfície ideal com as seguintes características:

- ❑ **Absorve toda a radiação incidente**, independente da direcção e do comprimento de onda
- ❑ Para uma determinada temperatura e comprimento de onda, **nenhuma superfície pode emitir mais** radiação do que um corpo negro
- ❑ Embora a radiação emitida por um corpo negro seja uma função de  $\lambda$  e da temperatura, ela é independente da direcção; logo, o corpo negro é um **emissor difuso**.

**Corpo negro** é um absorvedor e emissor perfeito, que serve como padrão de comparação para as propriedades radiativas de superfícies reais.

# Radiação do corpo negro

A melhor aproximação para um corpo negro é a de uma cavidade



Absorção completa

Emissão difusa pela abertura

Irradiação difusa nas superfícies internas

A radiação de corpo negro existe na cavidade independentemente da sua superfície ser altamente reflectiva ou absorvente!!

# Radiação do corpo negro

## Distribuição de Planck

A distribuição espectral da emissão do corpo negro é dada por

$$I_{\lambda,b}(\lambda, T) = \frac{2hc_o^2}{\lambda^5 [\exp (hc_o/\lambda k_B T) - 1]}$$

$$h = 6.6256 \times 10^{-34} \text{ J.s}$$

$$k = 1.3805 \times 10^{-23} \text{ J/K}$$

$$c_o = 2.998 \times 10^8 \text{ m/s}$$

T é temperatura do corpo negro (K)

# Radiação do corpo negro

## Distribuição de Planck

A potência espectral emitida pelo corpo negro é

$$E_{\lambda, cn} = \pi I_{\lambda, cn} = \frac{C_1}{\lambda^5 [\exp(C_2 / \lambda T) - 1]}$$

$$C_1 = 2\pi hc_o = 3.742 \times 10^8 \text{ W} \cdot \mu\text{m}^4/\text{m}^2$$

$$C_2 = (hc_o/k) = 1.439 \times 10^4 \mu\text{m} \cdot \text{K}$$

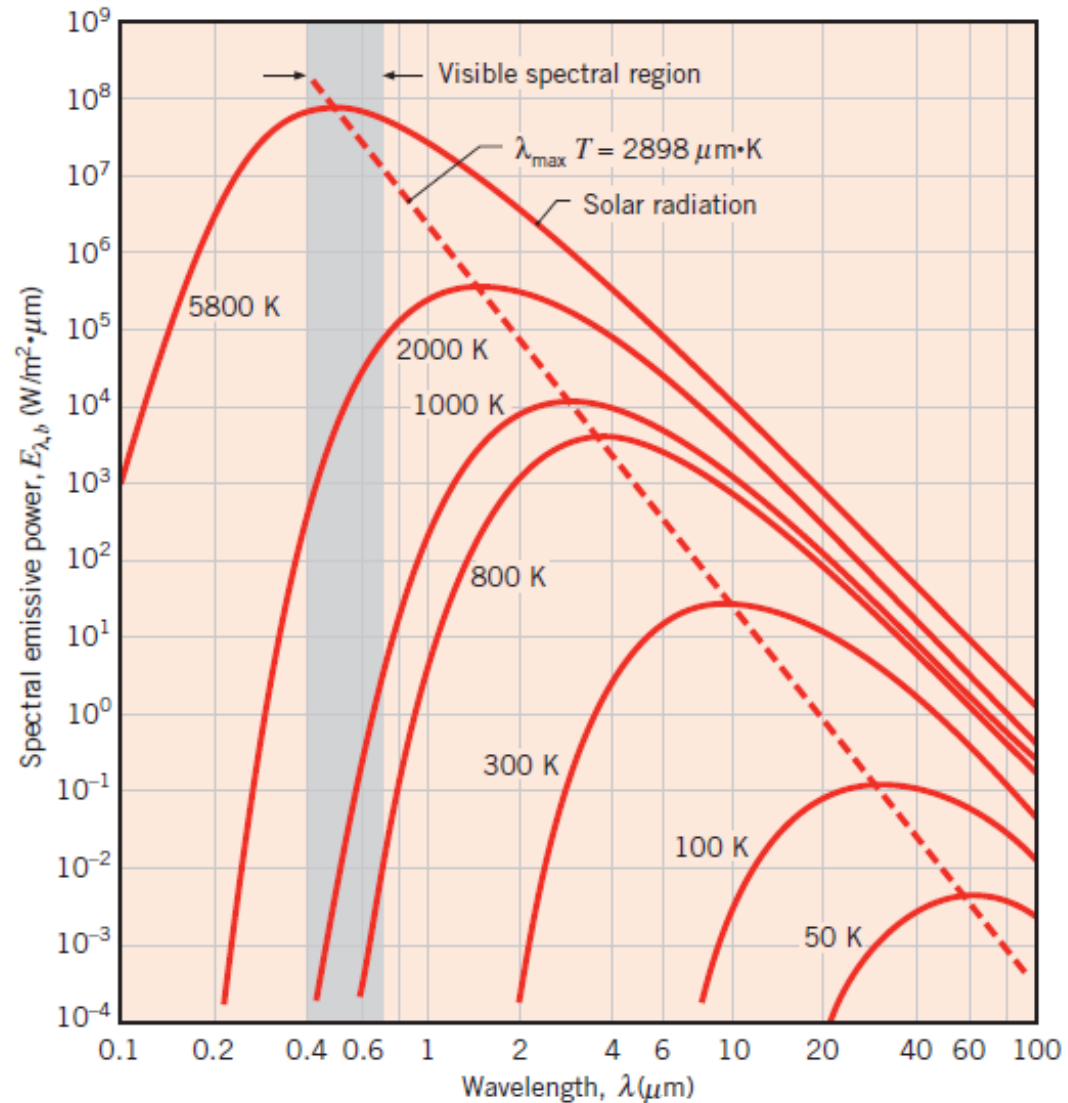


# Radiação do corpo negro

## Distribuição de Planck

Notar que:

- ❑ A radiação emitida varia continuamente com o comprimento de onda;
- ❑ Para todos os comprimentos de onda, a magnitude da radiação emitida cresce com a temperatura;
- ❑ Pico de radiação diminui com o aumento da temperatura;

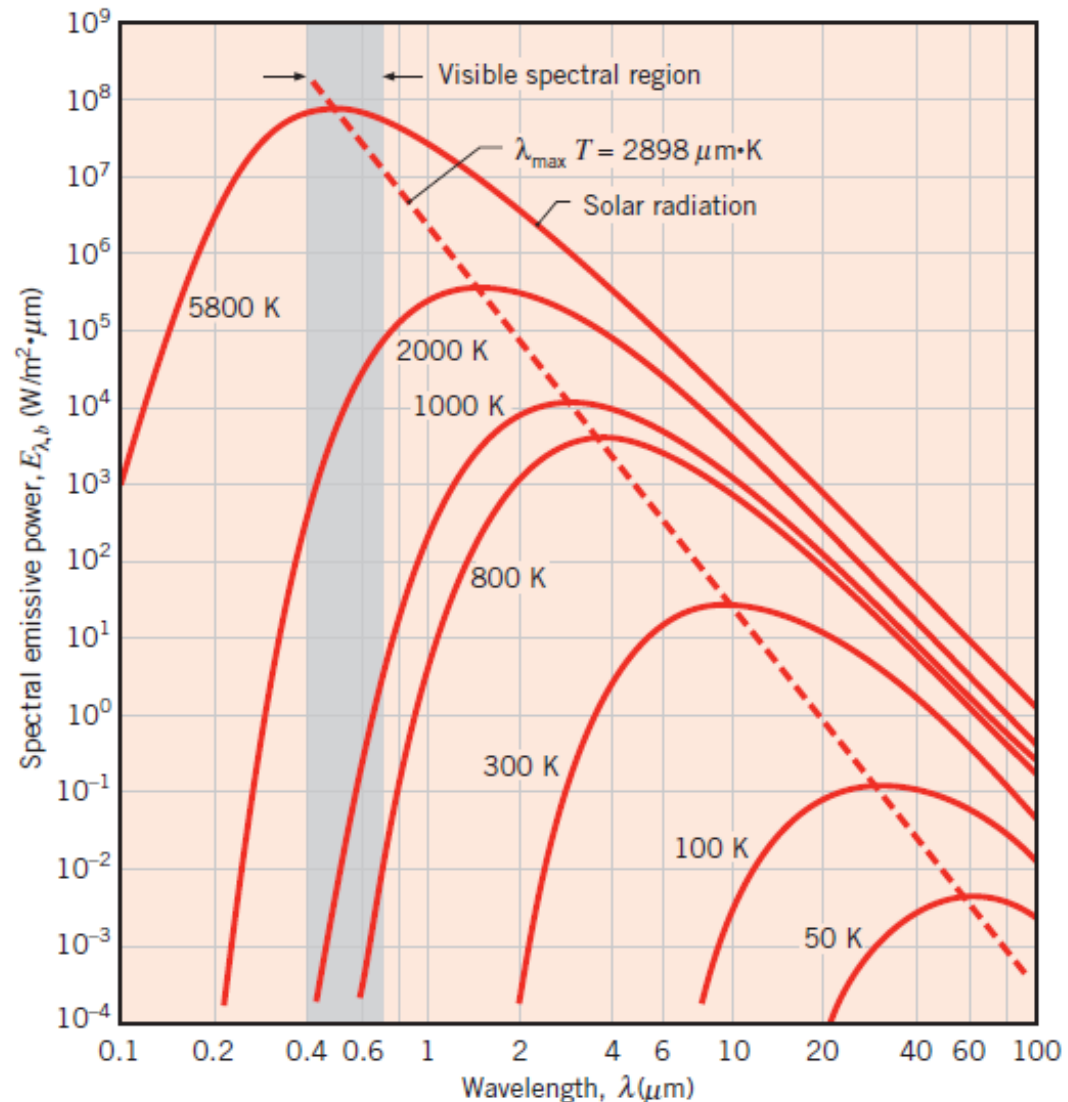


# Radiação do corpo negro

## Distribuição de Planck

... e ainda:

- ❑ A radiação solar pode ser aproximada por um corpo negro a **5800 K**;
- ❑ Uma fracção importante da potência está na região **visível** do espectro;
- ❑ Por outro lado, para  $T < 800$  K, a emissão é predominantemente na região infravermelho, e não é visível ao olho humano.



# Radiação do corpo negro

## Distribuição de Planck

A potência espectral emitida pelo corpo negro é

$$E_{\lambda, cn} = \pi I_{\lambda, cn} = \frac{C_1}{\lambda^5 [\exp(C_2 / \lambda T) - 1]}$$

Derivando em ordem a  $\lambda$  e igualando a zero obtemos a  
**Lei do deslocamento de Wien:**

$$\lambda_{max} T = C_3$$

$$C_3 = 2898 \mu\text{m K}$$

- ❑ Para o espectro solar (5800K) o pico encontra-se no centro da região do visível (0.5 $\mu\text{m}$ ).
- ❑ Para uma lâmpada de luz branca de filamento de tungstênio (2900 K) o pico encontra-se já no infravermelho (1 $\mu\text{m}$ )

# Radiação do corpo negro

## Lei de Stefan-Boltzman

A potência espectral emitida pelo corpo negro é

$$E_{\lambda, cn} = \pi I_{\lambda, cn} = \frac{C_1}{\lambda^5 [\exp(C_2 / \lambda T) - 1]}$$

E portanto a potência emitida por um corpo negro é

$$E_{cn} = \int_0^{\infty} \frac{C_1}{\lambda^5 [\exp(C_2 / \lambda T) - 1]} d\lambda$$

$$E_{cn} = \sigma T^4$$

$$\sigma = 5.670 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$$

$$I_{cn} = \frac{E_{cn}}{\pi}$$

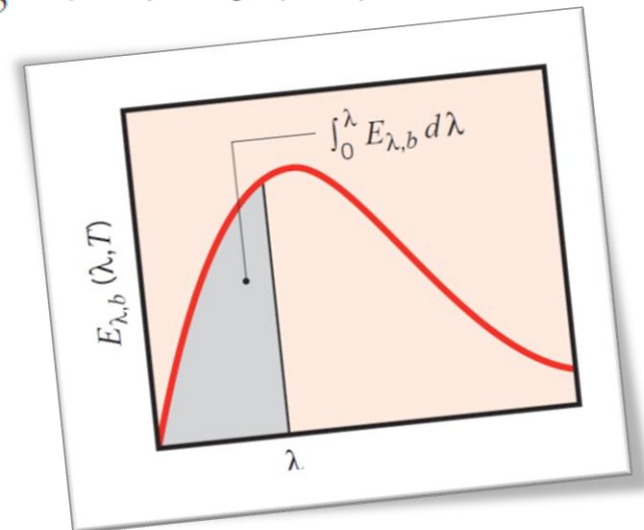
Porque a emissão do corpo negro é difusa!

# Radiação do corpo negro

## Emissão por bandas

A fracção da emissão total de um corpo negro que está num intervalo de comprimentos de onda (banda) é dado por:

$$F_{(0 \rightarrow \lambda)} \equiv \frac{\int_0^{\lambda} E_{\lambda,b} d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{\lambda,b} d\lambda} = \frac{\int_0^{\lambda} E_{\lambda,b} d\lambda}{\sigma T^4} = \int_0^{\lambda T} \frac{E_{\lambda,b}}{\sigma T^5} d(\lambda T) = f(\lambda T)$$



# Radiação do corpo negro

## Emissão por bandas

A fracção da emissão total de um corpo negro que está num intervalo de comprimentos de onda (banda) é dado por:

$$F_{(0 \rightarrow \lambda)} \equiv \frac{\int_0^{\lambda} E_{\lambda,b} d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{\lambda,b} d\lambda} = \frac{\int_0^{\lambda} E_{\lambda,b} d\lambda}{\sigma T^4} = \int_0^{\lambda T} \frac{E_{\lambda,b}}{\sigma T^5} d(\lambda T) = f(\lambda T)$$

Para um intervalo entre  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  temos

$$F_{(\lambda_1 \rightarrow \lambda_2)} = \frac{\int_0^{\lambda_2} E_{\lambda,b} d\lambda - \int_0^{\lambda_1} E_{\lambda,b} d\lambda}{\sigma T^4} = F_{(0 \rightarrow \lambda_2)} - F_{(0 \rightarrow \lambda_1)}$$

# Radiação do corpo negro

## Emissão por bandas

**TABLE 12.2** Blackbody Radiation Functions

$\lambda T$ ( $\mu\text{m} \cdot \text{K}$ )	$F_{(0 \rightarrow \lambda)}$	$I_{\lambda,b}(\lambda, T)/\sigma T^5$ ( $\mu\text{m} \cdot \text{K} \cdot \text{sr})^{-1}$	$\frac{I_{\lambda,b}(\lambda, T)}{I_{\lambda,b}(\lambda_{\text{max}}, T)}$
200	0.000000	$0.375034 \times 10^{-27}$	0.000000
400	0.000000	$0.490335 \times 10^{-13}$	0.000000
600	0.000000	$0.104046 \times 10^{-8}$	0.000001
800	0.000016	$0.991126 \times 10^{-7}$	0.001371
1,000	0.000321	$0.118505 \times 10^{-5}$	0.016406
1,200	0.002134	$0.523927 \times 10^{-5}$	0.072534
1,400	0.007790	$0.134411 \times 10^{-4}$	0.186082
1,600	0.019718	0.249130	0.344904
1,800	0.039341	0.375568	0.519949
2,000	0.066728	0.493432	0.683123
2,200	0.100888	$0.589649 \times 10^{-4}$	0.816329
2,400	0.140256	0.658866	0.912155
2,600	0.183120	0.701292	0.970891
2,800	0.227897	0.720239	0.997123
2,898	0.250108	$0.722318 \times 10^{-4}$	1.000000
3,000	0.273232	$0.720254 \times 10^{-4}$	0.997143
3,200	0.318102	0.705974	0.977373
3,400	0.361735	0.681544	0.943551
3,600	0.403607	0.650396	0.900429
3,800	0.443322	$0.615225 \times 10^{-4}$	0.851727
4,000	0.480331	0.578279	0.800000
4,200	0.514982	0.540279	0.746667
4,400	0.547599	0.501974	0.692000
4,600	0.578497	0.463219	0.637000
4,800	0.607982	0.423964	0.581667
5,000	0.636357	0.384169	0.526000
5,200	0.662827	0.343894	0.470000
5,400	0.687600	0.303209	0.413667
5,600	0.710982	0.262164	0.357000
5,800	0.732277	0.220829	0.300000
6,000	0.750782	0.179264	0.242667
6,200	0.766797	0.137529	0.185000
6,400	0.780627	0.095664	0.127000
6,600	0.792677	0.053729	0.068667
6,800	0.803242	0.011764	0.010000
7,000	0.812617	0.000000	0.000000

$$F_{0 \rightarrow \lambda} = \frac{\int_0^{\lambda} E_{\lambda, cn} d\lambda}{\sigma T^4} = f(\lambda T)$$

