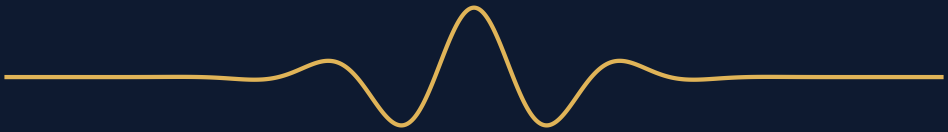
Ultrassons e aplicações

Geração, imagem e cavitação



Três perguntas

- Como é que um morcego apanha um mosquito no escuro?
- Como é que um eco se transforma numa imagem de ecografia?
- Como é que o som pode produzir luz?

CONCEITOS

O que vamos usar

- Fracção da intensidade reflectida numa fronteira: $R = \left(\dfrac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \right)^2$.
- Atenuação: a amplitude decresce como $e^{-\alpha z}$, e α cresce com f.
- Ondas estacionárias entre duas faces livres: espessura $= \lambda/2$.
- Eco de um alvo em movimento: $\Delta f = 2 f u \cos\theta / v$.
- Compressão adiabática de um gás ideal: $TV^{\gamma-1} =$ constante.

O que são ultrassons

São ondas sonoras, mas com $f > 20\,\text{kHz}$: acima do que o ouvido detecta.

Uso	f	λ
morcego, no ar	$50\,\text{kHz}$	$7\,\text{mm}$
sonar, na água	$50\,\text{kHz}$	$3\,\text{cm}$
ecografia do abdómen	$5\,\text{MHz}$	$0{,}3\,\text{mm}$
ecografia da pele e do olho	$30\,\text{MHz}$	$50\,\mu\text{m}$

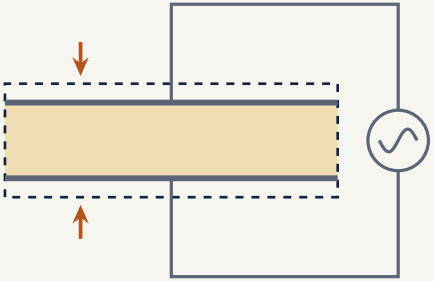
Um λ pequeno permite ver objectos pequenos.

O efeito piezoeléctrico

Certos cristais e cerâmicas (quartzo, PZT) deformam-se quando se lhes aplica uma tensão eléctrica.

O efeito é reversível: se uma pressão deformar o cristal, aparece uma tensão entre as suas faces.

Um elemento que converte sinais eléctricos em som, e som em sinais eléctricos, chama-se **transdutor**.



Placa entre dois eléctrodos; tracejado: a placa a dilatar.

GERAÇÃO E DETECÇÃO

Emissor e receptor

A mesma placa faz as duas coisas, à vez:

- **emite**: um impulso de tensão deforma a placa, que empurra o tecido ($1\,\mu s$);
- **escuta**: o eco deforma a placa, que gera uma tensão ($200\,\mu s$: ida e volta até $15\,cm$).

Depois, novo impulso: método **impulso–eco**.



A placa vibra em ressonância

A placa tem as duas faces livres. Como num tubo aberto nas duas pontas, a onda estacionária mais simples tem antinós nas duas faces: a espessura é meio comprimento de onda.

$$d = \frac{\lambda_c}{2} \qquad \Rightarrow \qquad f_0 = \frac{c_c}{2d}$$

c_c é a velocidade do som no cristal. No PZT, $c_c \approx 4000\,\mathrm{m\,s^{-1}}$; para $5\,\mathrm{MHz}$, $d = 0{,}4\,\mathrm{mm}$.

Frequências mais altas exigem placas mais finas.

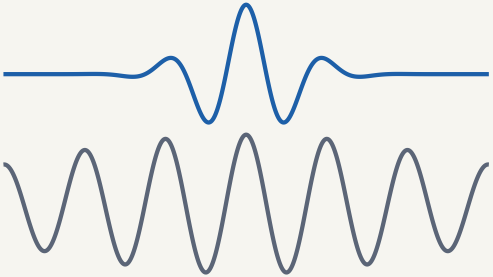
GERAÇÃO E DETECÇÃO

Impulsos curtos

Sozinha, a placa continuaria a vibrar muitos ciclos (em baixo).

Atrás dela cola-se um material que absorve a vibração: o impulso dura só um ou dois ciclos (em cima).

Impulsos curtos dão ecos curtos, que não se misturam.



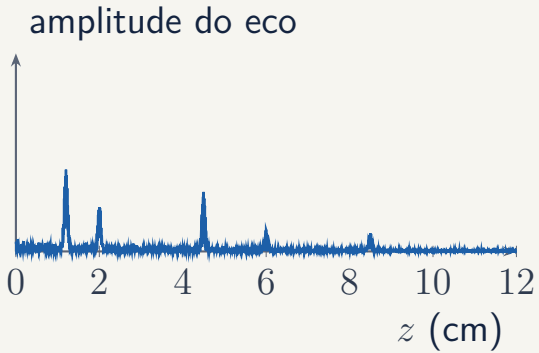
Tempo de voo

Como é que um eco se transforma numa imagem?

O eco de uma fronteira à profundidade z faz ida e volta:

$$t = \frac{2z}{v}$$

Com $v = 1540\,\mathrm{m\,s^{-1}}$, cada centímetro são $13\,\mu\mathrm{s}$.



Cada pico: uma fronteira (**modo A**).

PERGUNTA: A IMAGEM DE ECOGRAFIA

Quanto se reflecte

R depende do contraste de impedâncias:

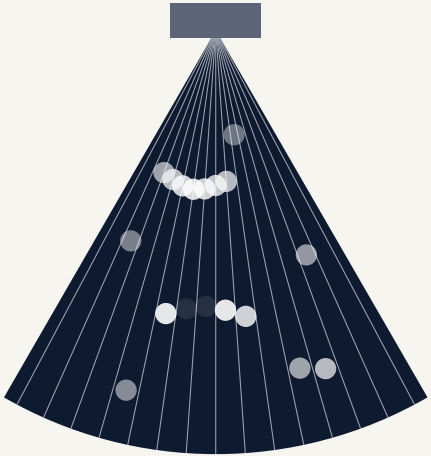
Fronteira	R
gordura / músculo	$1\,\%$
sangue / músculo	$0{,}1\,\%$
tecido mole / osso	$43\,\%$
tecido mole / ar	$99{,}9\,\%$

Entre tecidos moles quase tudo passa. O osso e o ar reflectem quase tudo: atrás deles a imagem fica escura, uma **sombra**.

PERGUNTA: A IMAGEM DE ECOGRAFIA

O modo B

- Cada impulso dá uma linha: o eco em função de z.
- A amplitude passa a brilho: eco forte, ponto claro.
- A sonda tem uma fila de pequenas placas, disparadas uma a uma: cada uma dá uma linha. Juntas, formam a imagem: o **modo B**, de *brilho*.



Compensar a atenuação

Um eco vindo de longe atravessou mais tecido, na ida e na volta: a amplitude chega multiplicada por $e^{-2\alpha z}$, mesmo que a fronteira reflicta o mesmo.

O aparelho amplifica cada eco consoante o tempo de chegada, com $z = vt/2$:

$$\text{ganho}(t) \propto e^{2\alpha z} = e^{\alpha v t}$$

Assim, fronteiras iguais aparecem com o mesmo brilho a qualquer profundidade.

PERGUNTA: A IMAGEM DE ECOGRAFIA

Quantas imagens por segundo

Antes de emitir a linha seguinte, é preciso esperar pelo eco mais profundo, a $D = 15\,\text{cm}$:

$$t_{\text{linha}} = \frac{2D}{v} = \frac{2 \times 0{,}15}{1540} = 195\,\mu\text{s}$$

Com 128 linhas por imagem:

$$t_{\text{imagem}} = 128 \times 195\,\mu\text{s} = 25\,\text{ms} \;\Rightarrow\; 40 \text{ imagens por segundo}$$

Rápido o suficiente para ver o coração a bater.

RESPOSTA

Do eco à imagem

- O **tempo** de chegada de cada eco dá a profundidade: $z = vt/2$.
- A **amplitude**, compensada pela atenuação, dá o brilho.
- A **placa** que disparou dá a linha da imagem.

Cerca de cem linhas, cada uma em $0{,}2$ ms, formam uma imagem; dezenas de imagens por segundo formam um filme.

PERGUNTA: O MORCEGO

Resolução axial

Como é que um morcego apanha um mosquito no escuro?

Dois reflectores, um atrás do outro, a uma distância Δz. O impulso tem n ciclos: ocupa um comprimento $n\lambda$. O eco do segundo percorre mais $2\Delta z$. Os dois ecos não se sobrepõem se $2\Delta z > n\lambda$:

$$\Delta z_{\min} = \frac{n\lambda}{2}$$

Com 2 ciclos a $5\,\mathrm{MHz}$: $\Delta z_{\min} = \lambda = 0{,}31\,\mathrm{mm}$.

PERGUNTA: O MORCEGO

Resolução lateral

O feixe não é uma linha: tem uma largura w. Tudo o que está dentro dele aparece na mesma linha da imagem. Dois reflectores lado a lado só se distinguem se estiverem mais afastados do que w:

$$\Delta x_{\min} \approx w$$

Uma onda não pode formar um feixe mais estreito do que cerca de λ; na prática, w vale alguns λ. A $5\,\text{MHz}$, cerca de $1\,\text{mm}$: pior do que a resolução axial.

PERGUNTA: O MORCEGO

Resolução contra profundidade

O pormenor mais pequeno é da ordem de $\lambda = v/f$. Mas a atenuação cresce com f: cerca de $0{,}5$ dB por cm e por MHz, contados na ida e na volta.

Exame	f (MHz)	λ	profundidade
abdómen, gravidez	2 a 5	$0{,}5$ mm	10 cm a 25 cm
tiróide, tendões	7 a 15	$0{,}15$ mm	2 cm a 6 cm
pele, olho	20 a 50	50 µm	alguns mm

Pele e olho: tudo está a poucos milímetros, usa-se f alta.

RESPOSTA

O morcego



- Grito a $50\,\text{kHz}$: $\lambda \approx 7\,\text{mm}$, do tamanho do mosquito.
- O atraso do eco dá a distância, $d = vt/2$: a $1\,\text{m}$, $t = 5{,}8\,\text{ms}$.
- Os dois ouvidos dão a direcção; o desvio Doppler, a velocidade relativa.

RESPOSTA

A caça

Antes de gritar outra vez, o morcego espera pelo eco, $2d/v$. À medida que se aproxima, encurta e acelera os gritos:



- Longe: um grito a cada $100\,\text{ms}$. A $10\,\text{cm}$, o eco volta em $0{,}6\,\text{ms}$: cerca de 200 gritos por segundo.
- Gritos curtos: melhor resolução, $\Delta z = v\tau/2$. Gritos seguidos: a posição do mosquito actualizada mais vezes.

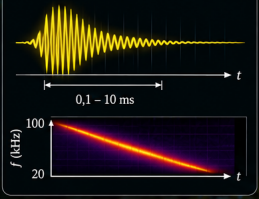
Ecolocalização do morcego

Um sistema biológico sofisticado que permite ao morcego emitir sons de alta frequência (ultrassons) e interpretar os ecos para localizar objectos no ambiente.



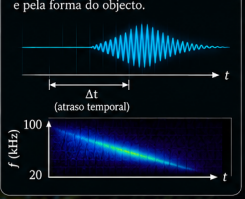
Sinais emitidos

Pulsos curtos de ultrassom, tipicamente 50 kHz, com duração de 0,1 – 10 ms.



Eco recebido

O eco é mais fraco, atrasado no tempo e modificado por reflexão, espalhamento e pela forma do objecto.



Informação extraída

A análise do eco permite determinar:

- distância (a partir do tempo de voo)
- direcção (a partir da diferença de chegada às duas orelhas)
- tamanho e forma (a partir da estrutura do eco)
- textura e tipo de superfície (a partir do conteúdo em frequências)
- movimento (a partir do desvio Doppler na frequência do eco)

Detecção do movimento

O movimento do objecto provoca um desvio Doppler na frequência do eco.



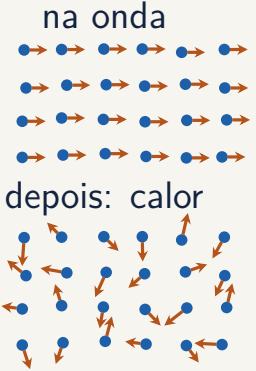
PERGUNTA: O SOM E A LUZ

Ultrassons que aquecem

Como é que o som pode produzir luz?

A onda põe as moléculas a oscilar em conjunto. A atenuação desfaz esse movimento ordenado em agitação desordenada: calor.

Focado, o feixe concentra a intensidade e destrói o tecido no foco, sem aquecer a pele.



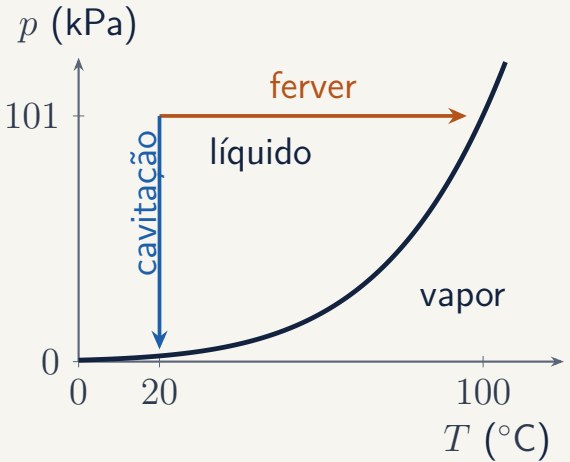
PERGUNTA: O SOM E A LUZ

Cavitação

A água passa a vapor ao atravessar a curva. A $1\,\text{atm}$, aquecendo até $100\,°\text{C}$.

A $20\,°\text{C}$, baixando a pressão até $2{,}3\,\text{kPa}$: é o que faz a rarefacção de um ultrassom intenso. Abrem-se bolhas.

Na compressão, o vapor condensa e nada trava a água: a bolha colapsa.

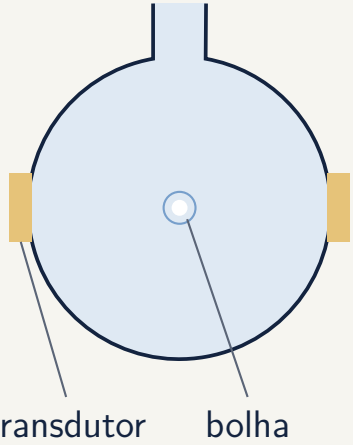


PERGUNTA: O SOM E A LUZ

Uma bolha presa no som

Num balão com água, dois transdutores criam uma onda estacionária a $26\,\text{kHz}$. No centro há um antinó de pressão: p' oscila com amplitude de $1{,}3\,\text{atm}$.

Uma bolha de ar com $5\,\mu\text{m}$ fica presa no centro. No escuro, vê-se nesse ponto uma pequena luz azul: é a **sonoluminescência**.



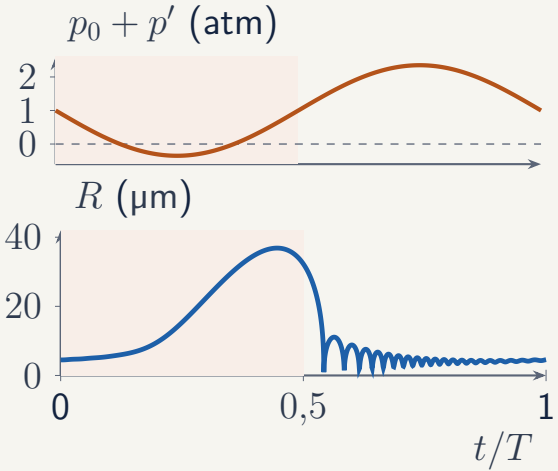
PERGUNTA: O SOM E A LUZ

A bolha cresce

Dentro da bolha está o gás, à pressão p_g. Fora está a água, a $p_0 + p'$.

Na **rarefacção**, $p_0 + p'$ desce até $-0{,}35$ atm: a água puxa a parede para fora e a bolha cresce, de $4{,}5$ µm até 37 µm.

O volume aumenta 550 vezes: o gás fica quase vazio.



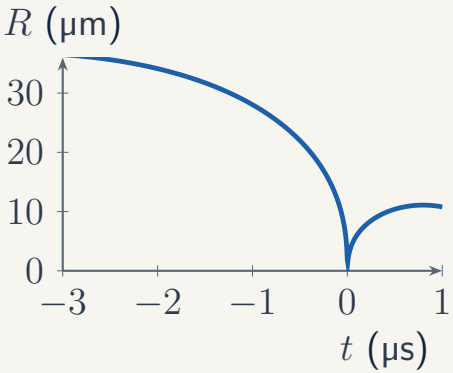
PERGUNTA: O SOM E A LUZ

A bolha colapsa

Quando a pressão da água volta a subir, nada lhe resiste dentro da bolha. O trabalho de p_0 passa a energia cinética da água:

$$p_0 \, \tfrac{4}{3}\pi \left(R_{\max}^3 - R^3\right) = \tfrac{1}{2}\, \rho \, 4\pi R^3 \, \dot{R}^2$$

$$|\dot{R}| \approx \sqrt{\frac{2p_0}{3\rho}} \left(\frac{R_{\max}}{R}\right)^{3/2}$$



A parede chega a $1500\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.

PERGUNTA: O SOM E A LUZ

O colapso aquece o gás

O colapso é tão rápido que o gás não perde calor: a compressão é **adiabática**. Com $V \propto R^3$:

$$TV^{\gamma-1} = \text{constante} \quad \Rightarrow \quad \frac{T_f}{T_i} = \left(\frac{R_i}{R_f}\right)^{3(\gamma-1)}$$

O gás na bolha é sobretudo árgon, $\gamma = 5/3$: o expoente é 2. De $R_i = 4{,}5\,\mu\text{m}$ a $R_f = 0{,}7\,\mu\text{m}$:

$$T_f \approx 300 \times \left(\frac{4{,}5}{0{,}7}\right)^2 \approx 1 \times 10^4\,\text{K}$$

RESPOSTA

O som que produz luz

- A rarefacção faz a bolha crescer; a compressão fá-la colapsar.
- O colapso concentra a energia do som, espalhada por todo o balão, numa esfera de $1\,\mu m$. A compressão adiabática leva o gás a $1 \times 10^4\,K$, mais do que a superfície do Sol.
- O gás emite um clarão com menos de $1\,ns$, uma vez por ciclo: $26\,000$ por segundo, que o olho vê como uma luz contínua.

ENUNCIADO

Exercício resolvido I

Um morcego emite a $40\,\text{kHz}$ no ar ($v = 343\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$) e detecta um insecto a $3{,}0\,\text{m}$.

(a) Calcule λ.

(b) Quanto tempo demora o eco?

(c) Com gritos de $0{,}5\,\text{ms}$, qual a resolução em distância?

(d) O morcego voa a $5\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$ em direcção ao insecto parado. Qual o desvio de frequência do eco?

RESOLUÇÃO

Exercício resolvido I

(a) $\lambda = 343/40\,000 = 8{,}6\,\text{mm}$

(b) $t = 2 \times 3/343 = 17{,}5\,\text{ms}$

(c) O grito ocupa $v\tau$: $\Delta z_{\min} = v\tau/2 = 343 \times 0{,}5 \times 10^{-3}/2 = 8{,}6\,\text{cm}$

(d) O morcego é fonte e observador em movimento:

$$\Delta f \approx \frac{2fu}{v} = \frac{2 \times 40\,000 \times 5}{343} = 1{,}2\,\text{kHz}$$

ENUNCIADO

Exercício resolvido II

Sonda para a tiróide: $7{,}5\,\text{MHz}$, impulsos de 2 ciclos, placa de PZT ($c_c = 4000\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$). Nos tecidos, $v = 1540\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$; atenuação $0{,}5\,\text{dB}$ por cm e por MHz.

(a) Calcule a espessura da placa.

(b) Calcule λ nos tecidos e a resolução axial.

(c) Quantos dB perde o eco de uma fronteira a $4\,\text{cm}$?

(d) Porque não serve para o abdómen, a $15\,\text{cm}$? Compare com $3\,\text{MHz}$.

RESOLUÇÃO

Exercício resolvido II

(a) $d = c_c/2f = 4000/(2 \times 7{,}5 \times 10^6) = 0{,}27\,\text{mm}$

(b) $\lambda = v/f = 1540/7{,}5 \times 10^6 = 0{,}21\,\text{mm}$;
$\Delta z_{\min} = 2\lambda/2 = 0{,}21\,\text{mm}$

(c) Ida e volta, $8\,\text{cm}$:

$$0{,}5 \times 7{,}5 \times 8 = 30\,\text{dB}$$

A intensidade do eco chega 10^3 vezes mais fraca.

RESOLUÇÃO

Exercício resolvido II

(d) Ida e volta, $30\,\text{cm}$:

$7{,}5\,\text{MHz}: \; 0{,}5 \times 7{,}5 \times 30 \approx 112\,\text{dB}$ $\qquad$ $3\,\text{MHz}: \; 0{,}5 \times 3 \times 30 = 45\,\text{dB}$

A $7{,}5\,\text{MHz}$, o eco chega 10^{11} vezes mais fraco: perde-se no ruído. A $3\,\text{MHz}$ ainda se detecta, à custa de pior resolução:

$$\lambda = 0{,}51\,\text{mm}, \qquad \Delta z_{\min} = 0{,}51\,\text{mm}$$

ENUNCIADO

Exercício resolvido III

Numa ecografia a $5\,\mathrm{MHz}$, com impulsos de 2 ciclos, o aparelho assume $v = 1540\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.

(a) Um eco chega ao fim de $65\,\mu\mathrm{s}$. A que profundidade?

(b) Qual a resolução axial?

(c) Com $10\,\mathrm{cm}$ e 200 linhas, quantas imagens por segundo?

(d) Se esses $5\,\mathrm{cm}$ forem gordura ($v = 1450\,\mathrm{m\,s^{-1}}$), onde aparece a fronteira?

RESOLUÇÃO

Exercício resolvido III

(a) $z = vt/2 = 1540 \times 65 \times 10^{-6}/2 = 5{,}0\,\text{cm}$

(b) $\lambda = 0{,}31\,\text{mm}$; $\Delta z_{\min} = 2\lambda/2 = 0{,}31\,\text{mm}$

(c) $t_{\text{linha}} = 2 \times 0{,}10/1540 = 130\,\mu\text{s}$; $200 \times 130\,\mu\text{s} = 26\,\text{ms}$:

cerca de 38 imagens por segundo

RESOLUÇÃO

Exercício resolvido III

(d) O eco demora, na realidade,

$$t = \frac{2 \times 0{,}050}{1450} = 69\,\mu\text{s}$$

O aparelho converte com $1540\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$:

$$z_{\text{aparente}} = \frac{1540 \times 69 \times 10^{-6}}{2} = 5{,}3\,\text{cm}$$

A fronteira aparece $3\,\text{mm}$ mais funda do que está: o erro é de $6\,\%$.