

EXERCÍCIOS DE LÓGICA MATEMÁTICA
FOLHA A

FERNANDO FERREIRA
FEVEREIRO DE 2017

- (1) Dê exemplos de fórmulas ϕ e ψ e palavras ρ e θ tais que $(\phi \wedge \psi)$ e $(\rho \wedge \theta)$ são a mesma palavra mas ϕ não é a mesma palavra que ρ .
- (2) Mostre que, para todo n , a seguinte fórmula do cálculo proposicional é uma tautologia:

$$\bigwedge_{i=1}^{n+1} \bigvee_{k=1}^n p_{ik} \rightarrow \bigvee_{1 \leq i < j \leq n+1} \bigvee_{k=1}^n (p_{ik} \wedge p_{jk}),$$

onde os p_{ik} 's são letras proposicionais. [Sugestão: pense em pombos ou gavetas...]

- (3) Diga se o conjunto de fórmulas $\{\neg(\phi \rightarrow \psi), \theta \rightarrow \neg\phi, \neg\psi \rightarrow \theta\}$ é ou não satisfazível. Justifique.
- (4) Seja Γ um conjunto finitamente satisfazível de fórmulas do cálculo proposicional. Dada uma fórmula φ do cálculo proposicional, mostre que ou $\Gamma \cup \{\varphi\}$ é finitamente satisfazível ou $\Gamma \cup \{\neg\varphi\}$ é finitamente satisfazível.
- (5) Pode evitar-se a ambiguidade sem utilizar parênteses. Isto pode ser feito através da notação *polaca*. Esta notação obtém-se da usual substituindo-se as cláusulas de formação associadas aos conectivos binários pelas seguintes cláusulas: se ϕ e ψ são fórmulas, então $\rightarrow\phi\psi$, $\wedge\phi\psi$ e $\vee\phi\psi$ também são fórmulas.
- (a) Escreva em notação polaca as fórmulas $\neg(p \rightarrow (q \vee \neg r))$ e $\neg(\neg p \wedge (\neg p \rightarrow q))$.
- (b) Escreva na notação usual a fórmula $\rightarrow \wedge pq \vee \neg r \rightarrow sr$.
- (c) Enuncie e demonstre a propriedade de unicidade de leitura para a notação polaca.
- (6) Segue-se a tabela de verdade do conectivo ternário \spadesuit . Defina este conectivo através duma fórmula do cálculo proposicional. Faça-o seguindo o algoritmo implícito na demonstração dada na aula teórica.

p	q	r	$\spadesuit(p, q, r)$
1	1	1	1
1	1	0	1
1	0	1	1
1	0	0	0
0	1	1	0
0	1	0	1
0	0	1	1
0	0	0	1