

1. Termodinâmica do ar

Exercício 1-1

Calcule as constantes dos gases ideais para o ar seco (R_d), para o vapor de Água (R_v) e para o ar húmido com 2% de vapor de Água (em volume). Considere $R = 8.3145 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$, e que o ar seco é constituído pelos componentes indicados em 2.a).

Massas molares: $M(\text{N}_2) = 28 \text{ g mol}^{-1}$, $M(\text{O}_2) = 32 \text{ g mol}^{-1}$, $M(\text{Ar}) = 40 \text{ g mol}^{-1}$, $M(\text{H}_2\text{O}) = 18 \text{ g mol}^{-1}$
(Sol: $R_d = 287 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$; $R_v = 462 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$; $R_m = 289 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$)

Exercício 1-2

O interior de um recipiente fechado encontra-se pressão de uma atmosfera e temperatura de 15°C . Calcule a densidade, no caso de esse gás ser constituído por (% volúmic):

a) Azoto (78.08%), Oxigénio (20.95%) e Árgon (0.93%);

b) Ar seco (98%) e Vapor de Água (2%);

(Sol: a) $\rho = 1.225 \text{ kg/m}^3$; b) $\rho = 1.216 \text{ kg/m}^3$)

Exercício 1-3

A atmosfera de Neptuno é constituída por Hidrogénio (85%), Hélio (12%) e Metano (2%). As massas molares são 2, 4 e 16 g/mol , respetivamente. Determine a constante dos gases ideais (mássica) para essa atmosfera. Tendo em consideração que a massa de Neptuno vale $1.02 \times 10^{26} \text{ kg}$ e que o seu raio é de $24.7 \times 10^6 \text{ m}$, calcule a sua velocidade de escape. É superior ou inferior à da Terra?

($G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$)

(Sol: $R_{nep} = 3325.6 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$; $v_{esc} = 23.5 \text{ km/s}$)

Exercício 1-4

Se à temperatura de 0°C a densidade do ar seco for de 1.275 kg/m^3 e a do vapor de água de $4.770 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^3$, qual a pressão exercida por uma mistura de ambos, à mesma temperatura?

(Sol: $p_{tot} = 1005.5 \text{ hPa}$)

Exercício 1-5

Considere ar húmido com 1% de vapor de Água e uma temperatura real de 288 K . Qual a correção na temperatura virtual ($\equiv T_v - T$)?

(Sol: $T_v = T + 1.05$)

Exercício 1-6

Partindo da equação da hidrostática ($\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$),

a) Mostre que, para uma atmosfera isotérmica se tem $p = p_0 e^{-\frac{g(z-z_0)}{R_d T}}$;

b) Mostre que para uma atmosfera com um gradiente térmico vertical de $\Gamma = -6.5 \text{ K km}^{-1}$, se

tem $p = p_0 \left(\frac{T_0 - \Gamma z}{T_0 - \Gamma z_0} \right)^{\frac{g}{R_d \Gamma}}$;

c) Calcule a pressão no topo do monte Everest ($8848m$), assumindo uma pressão de $1013hPa$ e temperatura de $15^{\circ}C$ ao nível do mar: (i) Usando a expressão da alínea a); (ii) Usando a expressão da alínea b); (iii) Usando a expressão da alínea a), mas admitindo uma temperatura média na camada supondo que a temperatura no topo é de $-40^{\circ}C$. Compare os resultados.

(Sol: c1) $355hPa$; c2) $314hPa$; c3) $316hPa$)

Exercício 1-7

Calcule a densidade do ar no topo da Serra da Estrela ($2000m$ de altitude), considerando uma temperatura de $0^{\circ}C$. Considere ar húmido com 2% de vapor de água (em massa, humidade específica), e que a pressão atmosférica ao nível do mar vale $1013 hPa$.

(Sol: $\rho \sim 1kg/m^3$)

Exercício 1-8

Um furacão com uma pressão no centro de $940hPa$ está embebido numa região com uma pressão (á superfície) de $1010hPa$. A tempestade está localizada sobre o oceano. Aos $200hPa$ o furacão já não tem expressão (i.e. a superfície isobárica torna-se plana, sem cavamento). Estime a diferença de temperatura entre o centro do furacão e as zonas envolventes na camada entre a superfície e os $200hPa$. Assuma que a temperatura média na região exterior ao furacão é de $-3^{\circ}C$ e ignore a correção da temperatura virtual (i.e. $T_v = T$).

(Sol: $\Delta T = 12K$)

Exercício 1-9

O sonho do Gervásio é viajar num balão de passageiros. Para tal, conseguiu alugar um balão com lugar para 1 passageiro, com um volume de $600 m^3$ e cujo invólucro tem uma massa de $40kg$. O cesto tem $30kg$ e transporta $30kg$ em bilhas de gás que vão servir para aquecer o ar no interior do balão. No dia da viagem a pressão atmosférica era de $1013hPa$ e a temperatura de $15^{\circ}C$ à superfície. Considere que a atmosfera é isotérmica e que se despreza a resistência do ar.

a) Considerando que o Gervásio pesa $70kg$ e o ar no invólucro foi aquecido até $120^{\circ}C$, a que altitude estava o balão ao fim de $10s$? Admita que a temperatura do ar é constante durante esse período.

b) Se porventura o Gervásio se encontrar a $800hPa$ com uma temperatura de $0^{\circ}C$ e o gás restante não permitisse aquecer o ar mais que $75^{\circ}C$, estaria o Gervásio condenado a cair?

c) A que temperatura teria que estar o ar no invólucro caso o Gervásio quisesse manter o balão na mesma altitude? Considere as mesmas condições da alínea anterior.

(Sol: a) $z = 18.5m$; b) *sim*; c) $T = 105^{\circ}C$)

2. Termodinâmica do ar húmido

Exercício 2-1

Utilize o diagrama de fases para calcular os seguintes parâmetros: tensão de vapor, tensão de saturação, humidade relativa (RH), temperatura do ponto de orvalho e temperatura do ponto de geada, assumindo uma pressão de 1000hPa, e as seguintes condições iniciais:

- a) $T = 10^{\circ}\text{C}, r = 5\text{g/kg}$
- b) $T = 20^{\circ}\text{C}, r = 5\text{g/kg}$
- c) $T = 12^{\circ}\text{C}, r = 3\text{g/kg}$
- d) $T = 15^{\circ}\text{C}, r = 10\text{g/kg}$

(Sol: a) $RH = 66\%, e = 804\text{hPa}, T_d = 4^{\circ}\text{C}$; b) $RH = 35\%, e = 804\text{hPa}, T_d = 4^{\circ}\text{C}$; c) $RH = 34\%, e = 482\text{hPa}, T_d = -3.5^{\circ}\text{C}$; d) $RH = 95\%, e = 1608\text{hPa}, T_d = 14^{\circ}\text{C}$)

Exercício 2-2

O Gervásio está com frio em casa. A temperatura do ar, no seu quarto, é de 13°C e a humidade relativa de 40%. O Gervásio ligou o aquecedor, mas esqueceu-se de o desligar antes de ir dormir. A temperatura durante a noite, no quarto, subiu até aos 28°C . Sabendo que com uma humidade relativa abaixo dos 15% o ser humano pode apresentar dificuldades respiratórias, há alguma probabilidade do Gervásio morrer durante o sono? Durante o processo de aquecimento, qual a energia que o aquecedor cedeu ao ar, por kg do mesmo?

(Sol: $RH = 15.9\%$; $\frac{Q}{m} = 15.1\text{ kJ kg}^{-1}$)

Exercício 2-3

Um sistema de condicionamento de ar importa ar exterior à pressão de 1010 hPa, temperatura de 10°C e humidade relativa de 60%, e injecta a mesma quantidade de ar numa sala à temperatura de 22°C , com a mesma pressão e humidade relativa. O sistema dispõe de um depósito de água. Utilize a tabela *smithsonianana*.

- a) Calcule o consumo de água pelo sistema, por kg de ar injetado.
- b) Calcule o calor que tem que ser fornecido no processo de aquecimento/humidificação, por kg de ar.

(Sol: a) $r = 5.2\text{g/kg}$ b) $Q/m = 25.1\text{kJ/kg}$)

Exercício 2-4

A Hortelinda tem uma estação meteorológica. Às 20h observou-se uma temperatura de 8°C e uma humidade relativa de 85%. Às 7h do dia seguinte a Hortelinda acordou com nevoeiro com concentração de 1 g kg^{-1} de água líquida. A pressão atmosférica manteve-se constante nos 1000hPa.

- a) Represente o processo seguido pela massa de ar no diagrama de fases da água;
- b) Calcule a perda total de calor de cada kg de ar nesse processo, e a taxa de arrefecimento em g/kg .

(Sol: b) $\frac{Q}{m} \approx -8\text{ kJ kg}^{-1}, \frac{\dot{Q}}{m} \approx -0.2\text{ W kg}^{-1}$)

Exercício 2-5

Uma massa de ar à pressão de 1010hPa e com uma humidade relativa de 85% e uma temperatura de 11°C, sofre um processo de arrefecimento isobárico, que a leva aos 2°C, devido a uma perda radiativa à taxa de 1W/kg.

- Calcule o tempo decorrido até à formação de nevoeiro;
- Calcule o estado final da massa de ar e a razão de mistura da água líquida;
- Calcule o tempo total decorrido.

(Sol: a) 42min b) estado final $r = 4.3g/kg$, concentração de nevoeiro = 2.5g/kg c) 4h14min)

Exercício 2-6

Na estação meteorológica da Hortelinda observou-se uma pressão de 1000hPa, uma temperatura de 15°C e uma humidade relativa de 60%. Sabendo que a estação mede a humidade relativa através de um psicrómetro, estime a temperatura do termómetro molhado e a do ponto de orvalho.

(Sol: $T_w = 10.7^\circ\text{C}$)

Exercício 2-7

O Gervásio convidou a Hortelinda a um passeio no litoral, numa zona de falésias abruptas. O ar sobre o oceano encontra-se saturado à temperatura de 18°C. Sobre o continente o ar apresenta uma temperatura de 6°C e uma humidade relativa de 95%. A certa altura as massas de ar juntam-se no local do passeio. Assuma uma pressão atmosférica constante de 1010hPa.

- Poderão o Gervásio e a Hortelinda cair da falésia devido à reduzida visibilidade consequente da formação de nevoeiro?
- Calcule as propriedades do ar resultante, supondo que a mistura se faz em partes iguais.

(Sol: a) $r = 0.2g/kg$ b) $T_f = 12^\circ\text{C}$, $e = 1450\text{Pa}$)

Exercício 2-8

Fez-se a seguinte observação: $P = 1012\text{hPa}$, $T = 12^\circ\text{C}$, $T_w = 7^\circ\text{C}$.

- Localize o estado da atmosfera no diagrama de fases e estime o valor da humidade relativa e da razão de mistura.
- Admita que esse ar sofre um arrefecimento isobárico com formação de um nevoeiro com uma concentração de água líquida de 0.8 g/kg. Localize esse estado no diagrama de fases.
- Represente o processo de arrefecimento no diagrama de fases.
- Calcule a quantidade de calor que tem de ser perdido pelo ar para atingir o estado da alínea b).

(Sol: a) $r = 4.1g/kg$; b) $r_F = 3.3 \frac{g}{kg}$, $e_F = 544\text{Pa}$, $T_F = -1.5^\circ\text{C}$; d) $\frac{Q}{m} = -15.6\text{kJ kg}^{-1}$)

Exercício 2-9

Porque razão a temperatura do ponto de geada é superior à temperatura do ponto de orvalho?

3. Meteorologia: Série 3

Exercício 3-1

Considere que uma partícula de ar, não saturada, se encontra à superfície (1000 hPa) a uma temperatura de 30°C.

- Qual a temperatura potencial da partícula?
- Imagine ainda que a partícula se desloca adiabaticamente para os 600 hPa, onde a temperatura vale -11°C. Qual a temperatura potencial?

(Sol: $\theta=30^\circ\text{C}$)

Exercício 3-2

O estado de uma coluna da atmosfera é dado pela sondagem seguinte. Marque no tefigrama e calcule a umidade relativa em cada nível. Utilize também o diagrama de fases para verificar se se obtêm os mesmos resultados.

Pressão (hPa)	T(°C)	T _d (°C)
1000	25	19
800	16	11
600	1	-3

(Sol: 1000 hPa: RH ≈ 70% ; 800 hPa: RH ≈ 71% ; 600 hPa: RH ≈ 76%)

Exercício 3-3

Fizeram-se as seguintes observações: 1- (p=1000 hPa, T=25°C, RH=50%); 2- (p=800 hPa, T=5°C, RH=80%). Marque-as no tefigrama, isto é, os pontos (T, P) e (T_d, P).

(Sol: 1) T_d=14°C; 2) T_d=2°C)

Exercício 3-4

Admitindo que a temperatura de uma partícula de ar à superfície é de 9°C e que o nível de condensação se encontra aos 850 hPa com uma temperatura de -5°C, determine os valores de pressão, razão de mistura e temperatura do ponto de orvalho à superfície.

(Sol: T_d = -3°C ; P = 1020 hPa; r = 3.1 g/kg)

Exercício 3-5

O Gervásio convidou a Hortelinda a passar um fim-de-semana na Serra da Estrela (2000 m no topo) para fazer *sku* na neve. Nesse fim-de-semana, uma massa de ar marítimo, com uma temperatura de 12°C e uma umidade relativa de 80% desloca-se em direção à Serra da Estrela e é obrigada a subir. Tendo em conta que o Gervásio e a Hortelinda encontraram um bom local aos 1500 m para a prática da atividade, verifique se quando a massa de ar atinge essa altitude, há condições de visibilidade para a prática de *sku* ou se correm o risco de ir contra uma árvore. Considere pressão ao nível do mar de 1000 hPa.

Dica: Em caso de formação de nuvem, estime a altitude da base da mesma.

(Sol: Z = 427 m)

Exercício 3-6

Uma partícula de ar aos 1000 hPa, com uma temperatura de 20°C e razão de mistura de 8 g/kg , inicia uma ascensão adiabática.

- Estime a temperatura do ponto de orvalho a partir do diagrama de fases e marque o ponto no tefigrama.
- Estime a razão de mistura de saturação da partícula utilizando o diagrama de fases. Marque o ponto (T, p) no tefigrama e verifique se obteve a mesma razão de mistura de saturação.
- A partícula sobe até aos 400 hPa. Qual a temperatura e a razão de mistura da partícula nesse estado?
- Sabendo que a temperatura final após a partícula voltar aos 1000 hPa é de 30°C , qual a percentagem de água condensada que precipitou? Qual é a humidade relativa final da partícula?

(Sol: a) $T_d = 10.8^{\circ}\text{C}$; b) $r = 14.5\text{ g/kg}$; c) $T \approx -31.5^{\circ}\text{C}$, $r \approx 0.7\text{ g/kg}$; d) $RH \approx 16\%$)

Exercício 3-7

Uma massa de ar marítimo entra de NW no território continental português e chega à encosta da Serra da Estrela, numa zona a cerca de 500 m de altitude e pressão 950 hPa, com 7°C e uma HR de 80%. Essa massa de ar é obrigada a subir adiabaticamente até ao topo (2000 m, pressão 780 hPa) e desce pela encosta SE da Serra até aos mesmos 500 m.

- Estime a temperatura no topo da Serra da Estrela.
- Supondo que $2/3$ da água condensada precipitou durante o percurso, estime a temperatura e a humidade relativa da massa de ar quando acaba de descer a encosta SE da Serra. Verifica-se o efeito de Fohn?

(Sol: a) $T \approx -5^{\circ}\text{C}$, b) $T \approx 10^{\circ}\text{C}$, $RH \approx 50\%$)

Exercício 3-8

Uma camada da atmosfera entre os 1000 e os 700 hPa encontra-se num estado isotérmico, a 17°C . A RH dessa camada é constante e igual a 75%.

- Marque o estado dessa camada no tefigrama aos 1000, 850 e 700 hPa e una por segmentos de recta.
- Considere o processo de mistura vertical dessa camada. Estime o estado final. No caso de existir formação de uma nuvem, indique a base da nuvem e a distribuição vertical de água líquida.

(Sol: b) $Z \approx 2046\text{ m}$; $r_l = 1.9\text{ g/kg}$)

4. Meteorologia: Série 4

Exercício 4-1

O Gervásio e a Hortelinda foram acampar e decidiram acender uma lanterna. A temperatura do meio é de 15°C e a pressão de 1020 hPa, mas suponha uma partícula de ar acima da lanterna que aquece até aos 60°C. Calcule a flutuação por unidade de massa e conclua se estamos perante uma situação de instabilidade. Considere o ar seco em primeira aproximação.

(Sol: $F \approx 1.56 \text{ N/kg}$)

Exercício 4-2

Considere uma camada seca da atmosfera caracterizada por uma taxa decrescente de temperatura de 5°C/km, com uma temperatura de 280K.

- Discuta o estado desta camada do ponto de vista da estabilidade estática.
- Se uma partícula de ar for perturbada na vertical, vai sofrer uma oscilação. Calcule o período da mesma.

(Sol: a) Estaticamente estável; b) $T=483\text{s}$)

Exercício 4-3

O estado de uma coluna na atmosfera é dado pela sondagem seguinte. Marque os pontos no tefigrama.

Pressão (hPa)	T(°C)	T _d (°C)
1000	30	21.5
970	25	21
900	19	18
850	16.5	16.5
800	20	5
700	11	-4

- Classifique as diferentes camadas quanto à estabilidade estática.
- Classifique as diferentes camadas quanto à estabilidade potencial.
- Estime a frequência de Brunt-Väisälä da camada 900-850 hPa.

(Sol: a) de baixo para cima: Abs. Instável, cond. Instável, abs. Estável, cond. Instável; b) Só a camada 850-800 não é potencialmente instável; c) $N = 0.0125 \text{ s}^{-1}$)

Exercício 4-4

Considere a seguinte sondagem atmosférica e marque-a no tefigrama.

Pressão (hPa)	T(°C)	r (g/kg)
1000	28	16
800	17.5	9

700	10	9
500	-7	0.4
400	-25	0.4
300	-35	-
200	-40	-

- a) Classifique as várias camadas quanto à estabilidade estática e estabilidade potencial.
- b) Determine o nível de condensação por ascensão, o nível de convecção livre e o nível de flutuação nula.
- c) Classifique o perfil quanto à instabilidade latente, para uma ascensão a partir da superfície.

(Sol: a) Estabilidade estática: Cond.instável até 500 hPa, abs.instável em 500-400 e abs.estável acima dos 400 hPa; Estabilidade Potencial: Potencialmente instável até 400 hPa, potencialmente estável acima dessa camada. b) $P_c=890$ hPa ; $P_{cl}=700$ hPa ; $P_{fn}=270$ hPa; c) Há condições de instabilidade latente.)

Exercício 4-5

Represente a seguinte sondagem no tefigrama:

Pressão (hPa)	T(°C)	T_d (°C)
1000	20	12
900	15	7
650	-5	-10
450	-25	-35
300	-35	-55

- a) Classifique o perfil quanto à instabilidade latente, para uma ascensão a partir da superfície.
- b) Localize no tefigrama o nível de condensação, o nível de convecção livre e o nível de flutuação nula (se existir).
- c) Admita que uma partícula de ar ascendente atinge os 650 hPa com uma velocidade vertical de 0.5 m/s. Estime a sua velocidade aos 450 hPa.

(Sol: a) Não há condições de instabilidade latente; b) $P_c=890$ hPa ; $P_{cl}=730$ hPa ; $P_{fn}=430$ hPa; c) $w(450)=20.5$ ms^{-1})

Exercício 4-6

O Gervásio levou a Hortelinda à pesca. Se fosse feita uma sondagem no local da pescaria, a atmosfera teria o seguinte perfil:

Pressão (hPa)	T(°C)	T _d (°C)
1000	30	22
900	25	15
800	16	5
700	5	0
600	-2	-7
500	-10	-21
400	-20	-35
300	-27	-50

a) Calcule CAPE e CIN.

b) Sabendo que o Gervásio usa uma cana de pesca de carbono, conclua se há risco de o Gervásio morrer atingido por um relâmpago.

<https://www.youtube.com/watch?v=xiznkjCPpEw&feature=related>

(Sol: a) $CAPE \approx 1689 \text{ m}^2\text{s}^{-1}$, $CIN = 160 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$)

Exercício 4-7

O ar que ascende num cumulonimbus atinge os 850 hPa, aos 5°C, saturado, com uma velocidade vertical positiva de 0.5 m/s. Entre os 850 hPa e os 500 hPa a temperatura do meio segue a adiábata saturada dos 8°C.

a) Estime a espessura da camada 850-500.

b) Estime a flutuação aos 850 hPa.

c) Estime a velocidade vertical aos 500 hPa.

(Sol: a) $\Delta z \approx 4012\text{m}$; b) $b \approx 0.18 \text{ Nm}^{-3}$, c) $w_{500} \approx 41 \text{ m/s}$)