

## 1. Termodinâmica do ar

### Exercício 1-1

Calcule as constantes dos gases ideais para o ar seco ( $R_d$ ), para o vapor de Água ( $R_v$ ) e para o ar húmido com 2% de vapor de Água (em volume). Considere  $R = 8.3145 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ , e que o ar seco é constituído pelos componentes indicados em 2.a).

Massas molares:  $M(N_2) = 28 \text{ g mol}^{-1}$ ,  $M(O_2) = 32 \text{ g mol}^{-1}$ ,  $M(Ar) = 40 \text{ g mol}^{-1}$ ,  $M(H_2O) = 18 \text{ g mol}^{-1}$   
(Sol:  $R_d = 287 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ;  $R_v = 462 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ;  $R_m = 289 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ )

### Exercício 1-2

O interior de um recipiente fechado encontra-se pressão de uma atmosfera e temperatura de  $15^\circ\text{C}$ . Calcule a densidade, no caso de esse gás ser constituído por (% volúmic):

a) Azoto (78.08%), Oxigénio (20.95%) e Árgon (0.93%);

b) Ar seco (98%) e Vapor de Água (2%);

(Sol: a)  $\rho = 1.225 \text{ kg/m}^3$ ; b)  $\rho = 1.216 \text{ kg/m}^3$ )

### Exercício 1-3

A atmosfera de Neptuno é constituída por Hidrogénio (85%), Hélio (12%) e Metano (2%). As massas molares são 2, 4 e  $16 \text{ g/mol}$ , respetivamente. Determine a constante dos gases ideais (mássica) para essa atmosfera. Tendo em consideração que a massa de Neptuno vale  $1.02 \times 10^{26} \text{ kg}$  e que o seu raio é de  $24.7 \times 10^6 \text{ m}$ , calcule a sua velocidade de escape. É superior ou inferior à da Terra?

( $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ )

(Sol:  $R_{nep} = 3325.6 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ;  $v_{esc} = 23.5 \text{ km/s}$ )

### Exercício 1-4

Se à temperatura de  $0^\circ\text{C}$  a densidade do ar seco for de  $1.275 \text{ kg/m}^3$  e a do vapor de água de  $4.770 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^3$ , qual a pressão exercida por uma mistura de ambos, à mesma temperatura?

(Sol:  $p_{tot} = 1005.5 \text{ hPa}$ )

### Exercício 1-5

Considere ar húmido com 1% de vapor de Água e uma temperatura real de  $288 \text{ K}$ . Qual a correção na temperatura virtual ( $\equiv T_v - T$ )?

(Sol:  $T_v = T + 1.05$ )

### Exercício 1-6

Partindo da equação da hidrostática ( $\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$ ),

a) Mostre que, para uma atmosfera isotérmica se tem  $p = p_0 e^{-\frac{g(z-z_0)}{R_d T}}$ ;

b) Mostre que para uma atmosfera com um gradiente térmico vertical de  $\Gamma = -6.5 \text{ K km}^{-1}$ , se

tem  $p = p_0 \left( \frac{T_0 - \Gamma z}{T_0 - \Gamma z_0} \right)^{\frac{g}{R_d \Gamma}}$ ;

c) Calcule a pressão no topo do monte Evereste ( $8848m$ ), assumindo uma pressão de  $1013hPa$  e temperatura de  $15^{\circ}C$  ao nível do mar: (i) Usando a expressão da alínea a); (ii) Usando a expressão da alínea b); (iii) Usando a expressão da alínea a), mas admitindo uma temperatura média na camada supondo que a temperatura no topo é de  $-40^{\circ}C$ . Compare os resultados.

(Sol: c1)  $355hPa$ ; c2)  $314hPa$ ; c3)  $316hPa$ )

#### Exercício 1-7

Calcule a densidade do ar no topo da Serra da Estrela ( $2000m$  de altitude), considerando uma temperatura de  $0^{\circ}C$ . Considere ar húmido com 2% de vapor de água (em massa, humidade específica), e que a pressão atmosférica ao nível do mar vale  $1013 hPa$ .

(Sol:  $\rho \sim 1kg/m^3$ )

#### Exercício 1-8

Um furacão com uma pressão no centro de  $940hPa$  está embebido numa região com uma pressão (á superfície) de  $1010hPa$ . A tempestade está localizada sobre o oceano. Aos  $200hPa$  o furacão já não tem expressão (i.e. a superfície isobárica torna-se plana, sem cavamento). Estime a diferença de temperatura entre o centro do furacão e as zonas envolventes na camada entre a superfície e os  $200hPa$ . Assuma que a temperatura média na região exterior ao furacão é de  $-3^{\circ}C$  e ignore a correção da temperatura virtual (i.e.  $T_v = T$ ).

(Sol:  $\Delta T = 12K$ )

#### Exercício 1-9

O sonho do Gervásio é viajar num balão de passageiros. Para tal, conseguiu alugar um balão com lugar para 1 passageiro, com um volume de  $600 m^3$  e cujo invólucro tem uma massa de  $40kg$ . O cesto tem  $30kg$  e transporta  $30kg$  em bilhas de gás que vão servir para aquecer o ar no interior do balão. No dia da viagem a pressão atmosférica era de  $1013hPa$  e a temperatura de  $15^{\circ}C$  à superfície. Considere que a atmosfera é isotérmica e que se despreza a resistência do ar.

a) Considerando que o Gervásio pesa  $70kg$  e o ar no invólucro foi aquecido até  $120^{\circ}C$ , a que altitude estava o balão ao fim de  $10s$ ? Admita que a temperatura do ar é constante durante esse período.

b) Se porventura o Gervásio se encontrar a  $800hPa$  com uma temperatura de  $0^{\circ}C$  e o gás restante não permitisse aquecer o ar mais que  $75^{\circ}C$ , estaria o Gervásio condenado a cair?

c) A que temperatura teria que estar o ar no invólucro caso o Gervásio quisesse manter o balão na mesma altitude? Considere as mesmas condições da alínea anterior.

(Sol: a)  $z = 18.5m$ ; b) *sim*; c)  $T = 105^{\circ}C$ )

## 2. Termodinâmica do ar húmido

### Exercício 2-1

Utilize o diagrama de fases para calcular os seguintes parâmetros: tensão de vapor, tensão de saturação, humidade relativa (RH), temperatura do ponto de orvalho e temperatura do ponto de geada, assumindo uma pressão de 1000hPa, e as seguintes condições iniciais:

- a)  $T = 10^{\circ}\text{C}, r = 5\text{g/kg}$
- b)  $T = 20^{\circ}\text{C}, r = 5\text{g/kg}$
- c)  $T = 12^{\circ}\text{C}, r = 3\text{g/kg}$
- d)  $T = 15^{\circ}\text{C}, r = 10\text{g/kg}$

(Sol: a)  $RH = 66\%, e = 804\text{hPa}, T_d = 4^{\circ}\text{C}$ ; b)  $RH = 35\%, e = 804\text{hPa}, T_d = 4^{\circ}\text{C}$ ; c)  $RH = 34\%, e = 482\text{hPa}, T_d = -3.5^{\circ}\text{C}$ ; d)  $RH = 95\%, e = 1608\text{hPa}, T_d = 14^{\circ}\text{C}$ )

### Exercício 2-2

O Gervásio está com frio em casa. A temperatura do ar, no seu quarto, é de  $13^{\circ}\text{C}$  e a humidade relativa de 40%. O Gervásio ligou o aquecedor, mas esqueceu-se de o desligar antes de ir dormir. A temperatura durante a noite, no quarto, subiu até aos  $28^{\circ}\text{C}$ . Sabendo que com uma humidade relativa abaixo dos 15% o ser humano pode apresentar dificuldades respiratórias, há alguma probabilidade do Gervásio morrer durante o sono? Durante o processo de aquecimento, qual a energia que o aquecedor cedeu ao ar, por kg do mesmo?

(Sol:  $RH = 15.9\%$ ;  $\frac{Q}{m} = 15.1\text{ kJ kg}^{-1}$ )

### Exercício 2-3

Um sistema de condicionamento de ar importa ar exterior à pressão de 1010 hPa, temperatura de  $10^{\circ}\text{C}$  e humidade relativa de 60%, e injecta a mesma quantidade de ar numa sala à temperatura de  $22^{\circ}\text{C}$ , com a mesma pressão e humidade relativa. O sistema dispõe de um depósito de água. Utilize a tabela *smithsonianana*.

- a) Calcule o consumo de água pelo sistema, por kg de ar injetado.
- b) Calcule o calor que tem que ser fornecido no processo de aquecimento/humidificação, por kg de ar.

(Sol: a)  $r = 5.2\text{g/kg}$  b)  $Q/m = 25.1\text{kJ/kg}$ )

### Exercício 2-4

A Hortelinda tem uma estação meteorológica. Às 20h observou-se uma temperatura de  $8^{\circ}\text{C}$  e uma humidade relativa de 85%. Às 7h do dia seguinte a Hortelinda acordou com nevoeiro com concentração de  $1\text{ g kg}^{-1}$  de água líquida. A pressão atmosférica manteve-se constante nos 1000hPa.

- a) Represente o processo seguido pela massa de ar no diagrama de fases da água;
- b) Calcule a perda total de calor de cada kg de ar nesse processo, e a taxa de arrefecimento em g/kg.

(Sol: b)  $\frac{Q}{m} \approx -8\text{ kJ kg}^{-1}$ ,  $\frac{\dot{Q}}{m} \approx -0.2\text{ W kg}^{-1}$ )

### Exercício 2-5

Uma massa de ar à pressão de 1010hPa e com uma humidade relativa de 85% e uma temperatura de 11°C, sofre um processo de arrefecimento isobárico, que a leva aos 2°C, devido a uma perda radiativa à taxa de 1W/kg.

- Calcule o tempo decorrido até à formação de nevoeiro;
- Calcule o estado final da massa de ar e a razão de mistura da água líquida;
- Calcule o tempo total decorrido.

(Sol: a) 42min b) estado final  $r = 4.3g/kg$ , concentração de nevoeiro = 2.5g/kg c) 4h14min )

### Exercício 2-6

Na estação meteorológica da Hortelinda observou-se uma pressão de 1000hPa, uma temperatura de 15°C e uma humidade relativa de 60%. Sabendo que a estação mede a humidade relativa através de um psicrómetro, estime a temperatura do termómetro molhado e a do ponto de orvalho.

(Sol:  $T_w = 10.7^\circ\text{C}$ )

### Exercício 2-7

O Gervásio convidou a Hortelinda a um passeio no litoral, numa zona de falésias abruptas. O ar sobre o oceano encontra-se saturado à temperatura de 18°C. Sobre o continente o ar apresenta uma temperatura de 6°C e uma humidade relativa de 95%. A certa altura as massas de ar juntam-se no local do passeio. Assuma uma pressão atmosférica constante de 1010hPa.

- Poderão o Gervásio e a Hortelinda cair da falésia devido à reduzida visibilidade consequente da formação de nevoeiro?
- Calcule as propriedades do ar resultante, supondo que a mistura se faz em partes iguais.

(Sol: a)  $r = 0.2g/kg$  b)  $T_f = 12^\circ\text{C}$ ,  $e = 1450\text{Pa}$  )

### Exercício 2-8

Fez-se a seguinte observação:  $P = 1012\text{hPa}$ ,  $T = 12^\circ\text{C}$ ,  $T_w = 7^\circ\text{C}$ .

- Localize o estado da atmosfera no diagrama de fases e estime o valor da humidade relativa e da razão de mistura.
- Admita que esse ar sofre um arrefecimento isobárico com formação de um nevoeiro com uma concentração de água líquida de 0.8 g/kg. Localize esse estado no diagrama de fases.
- Represente o processo de arrefecimento no diagrama de fases.
- Calcule a quantidade de calor que tem de ser perdido pelo ar para atingir o estado da alínea b).

(Sol: a)  $r = 4.1g/kg$ ; b)  $r_F = 3.3 \frac{g}{kg}$ ,  $e_F = 544\text{Pa}$ ,  $T_F = -1.5^\circ\text{C}$ ; d)  $\frac{Q}{m} = -15.6\text{kJ kg}^{-1}$ )

### Exercício 2-9

Porque razão a temperatura do ponto de geada é superior à temperatura do ponto de orvalho?

### 3. Meteorologia: Série 3

#### Exercício 3-1

Considere que uma partícula de ar, não saturada, se encontra à superfície (1000 hPa) a uma temperatura de 30°C.

- Qual a temperatura potencial da partícula?
- Imagine ainda que a partícula se desloca adiabaticamente para os 600 hPa, onde a temperatura vale -11°C. Qual a temperatura potencial?

(Sol:  $\theta=30^\circ\text{C}$ )

#### Exercício 3-2

O estado de uma coluna da atmosfera é dado pela sondagem seguinte. Marque no tefigrama e calcule a humidade relativa em cada nível. Utilize também o diagrama de fases para verificar se se obtêm os mesmos resultados.

Pressão (hPa)	T(°C)	$T_d$ (°C)
1000	25	19
800	16	11
600	1	-3

(Sol: 1000 hPa:  $RH \approx 70\%$ ; 800 hPa:  $RH \approx 71\%$ ; 600 hPa:  $RH \approx 76\%$ )

#### Exercício 3-3

Fizeram-se as seguintes observações: 1- ( $p=1000$  hPa,  $T=25^\circ\text{C}$ ,  $RH=50\%$ ); 2- ( $p=800$  hPa,  $T=5^\circ\text{C}$ ,  $RH=80\%$ ). Marque-as no tefigrama, isto é, os pontos (T, P) e ( $T_d$ , P).

(Sol: 1)  $T_d=14^\circ\text{C}$ ; 2)  $T_d=2^\circ\text{C}$ )

#### Exercício 3-4

Admitindo que a temperatura de uma partícula de ar à superfície é de 9°C e que o nível de condensação se encontra aos 850 hPa com uma temperatura de -5°C, determine os valores de pressão, razão de mistura e temperatura do ponto de orvalho à superfície.

(Sol:  $T_d=-3^\circ\text{C}$ ;  $P=1020$  hPa;  $r=3.1$  g/kg)

#### Exercício 3-5

O Gervásio convidou a Hortelinda a passar um fim-de-semana na Serra da Estrela (2000 m no topo) para fazer *sku* na neve. Nesse fim-de-semana, uma massa de ar marítimo, com uma temperatura de 12°C e uma humidade relativa de 80% desloca-se em direção à Serra da Estrela e é obrigada a subir. Tendo em conta que o Gervásio e a Hortelinda encontraram um bom local aos 1500 m para a prática da atividade, verifique se quando a massa de ar atinge essa altitude, há condições de visibilidade para a prática de *sku* ou se correm o risco de ir contra uma árvore. Considere pressão ao nível do mar de 1000 hPa.

Dica: Em caso de formação de nuvem, estime a altitude da base da mesma.

(Sol:  $Z=427$  m)

### Exercício 3-6

Uma partícula de ar aos 1000 hPa, com uma temperatura de 20°C e razão de mistura de 8 g/kg, inicia uma ascensão adiabática.

- Estime a temperatura do ponto de orvalho a partir do diagrama de fases e marque o ponto no tefigrama.
- Estime a razão de mistura de saturação da partícula utilizando o diagrama de fases. Marque o ponto (T, p) no tefigrama e verifique se obteve a mesma razão de mistura de saturação.
- A partícula sobe até aos 400 hPa. Qual a temperatura e a razão de mistura da partícula nesse estado?
- Sabendo que a temperatura final após a partícula voltar aos 1000 hPa é de 30°C, qual a percentagem de água condensada que precipitou? Qual é a humidade relativa final da partícula?

(Sol: a)  $T_d = 10.8^\circ\text{C}$ ; b)  $r = 14.5 \text{ g/kg}$ ; c)  $T \approx -31.5^\circ\text{C}$ ,  $r \approx 0.7 \text{ g/kg}$ ; d)  $RH \approx 16\%$ )

### Exercício 3-7

Uma massa de ar marítimo entra de NW no território continental português e chega à encosta da Serra da Estrela, numa zona a cerca de 500 m de altitude e pressão 950 hPa, com 7°C e uma HR de 80%. Essa massa de ar é obrigada a subir adiabaticamente até ao topo (2000 m, pressão 780 hPa) e desce pela encosta SE da Serra até aos mesmos 500 m.

- Estime a temperatura no topo da Serra da Estrela.
- Supondo que 2/3 da água condensada precipitou durante o percurso, estime a temperatura e a humidade relativa da massa de ar quando acaba de descer a encosta SE da Serra. Verifica-se o efeito de Fohn?

(Sol: a)  $T \approx -5^\circ\text{C}$ , b)  $T \approx 10^\circ\text{C}$ ,  $RH \approx 50\%$ )

### Exercício 3-8

Uma camada da atmosfera entre os 1000 e os 700 hPa encontra-se num estado isotérmico, a 17°C. A RH dessa camada é constante e igual a 75%.

- Marque o estado dessa camada no tefigrama aos 1000, 850 e 700 hPa e una por segmentos de recta.
- Considere o processo de mistura vertical dessa camada. Estime o estado final. No caso de existir formação de uma nuvem, indique a base da nuvem e a distribuição vertical de água líquida.

(Sol: b)  $Z \approx 2046 \text{ m}$ ;  $r_l = 1.9 \text{ g/kg}$ )

#### 4. Meteorologia: Série 4

##### Exercício 4-1

O Gervásio e a Hortelinda foram acampar e decidiram acender uma lanterna. A temperatura do meio é de 15°C e a pressão de 1020 hPa, mas suponha uma partícula de ar acima da lanterna que aquece até aos 60°C. Calcule a flutuação por unidade de massa e conclua se estamos perante uma situação de instabilidade. Considere o ar seco em primeira aproximação.

(Sol:  $F \approx 1.56 \text{ N/kg}$ )

##### Exercício 4-2

Considere uma camada seca da atmosfera caracterizada por uma taxa decrescente de temperatura de 5°C/km, com uma temperatura de 280K.

- Discuta o estado desta camada do ponto de vista da estabilidade estática.
- Se uma partícula de ar for perturbada na vertical, vai sofrer uma oscilação. Calcule o período da mesma.

(Sol: a) Estaticamente estável; b)  $T=483\text{s}$ )

##### Exercício 4-3

O estado de uma coluna na atmosfera é dado pela sondagem seguinte. Marque os pontos no tefigrama.

Pressão (hPa)	T(°C)	T <sub>d</sub> (°C)
1000	30	21.5
970	25	21
900	19	18
850	16.5	16.5
800	20	5
700	11	-4

- Classifique as diferentes camadas quanto à estabilidade estática.
- Classifique as diferentes camadas quanto à estabilidade potencial.
- Estime a frequência de Brunt-Väisälä da camada 900-850 hPa.

(Sol: a) de baixo para cima: Abs. Instável, cond. Instável, abs. Estável, cond. Instável; b) Só a camada 850-800 não é potencialmente instável; c)  $N = 0.0125 \text{ s}^{-1}$ )

##### Exercício 4-4

Considere a seguinte sondagem atmosférica e marque-a no tefigrama.

Pressão (hPa)	T(°C)	r (g/kg)
1000	28	16
800	17.5	9

700	10	9
500	-7	0.4
400	-25	0.4
300	-35	-
200	-40	-

- a) Classifique as várias camadas quanto à estabilidade estática e estabilidade potencial.
- b) Determine o nível de condensação por ascensão, o nível de convecção livre e o nível de flutuação nula.
- c) Classifique o perfil quanto à instabilidade latente, para uma ascensão a partir da superfície.

(Sol: a) Estabilidade estática: Cond.instável até 500 hPa, abs.instável em 500-400 e abs.estável acima dos 400 hPa; Estabilidade Potencial: Potencialmente instável até 400 hPa, potencialmente estável acima dessa camada. b)  $P_c=890$  hPa ;  $P_{cl}=700$  hPa ;  $P_{fn}=270$  hPa; c) Há condições de instabilidade latente.)

#### Exercício 4-5

Represente a seguinte sondagem no tefigrama:

Pressão (hPa)	T(°C)	$T_d$ (°C)
1000	20	12
900	15	7
650	-5	-10
450	-25	-35
300	-35	-55

- a) Classifique o perfil quanto à instabilidade latente, para uma ascensão a partir da superfície.
- b) Localize no tefigrama o nível de condensação, o nível de convecção livre e o nível de flutuação nula (se existir).
- c) Admita que uma partícula de ar ascendente atinge os 650 hPa com uma velocidade vertical de 0.5 m/s. Estime a sua velocidade aos 450 hPa.

(Sol: a) Não há condições de instabilidade latente; b)  $P_c=890$  hPa ;  $P_{cl}=730$  hPa ;  $P_{fn}=430$  hPa; c)  $w(450)=20.5$   $\text{ms}^{-1}$ )

#### Exercício 4-6

O Gervásio levou a Hortelinda à pesca. Se fosse feita uma sondagem no local da pescaria, a atmosfera teria o seguinte perfil:



Pressão (hPa)	T(°C)	T <sub>d</sub> (°C)
1000	30	22
900	25	15
800	16	5
700	5	0
600	-2	-7
500	-10	-21
400	-20	-35
300	-27	-50

a) Calcule CAPE e CIN.

b) Sabendo que o Gervásio usa uma cana de pesca de carbono, conclua se há risco de o Gervásio morrer atingido por um relâmpago.

<https://www.youtube.com/watch?v=xiznkjCPpEw&feature=related>

(Sol: a)  $CAPE \approx 1689 \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ ,  $CIN = 160 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ )

#### Exercício 4-7

O ar que ascende num cumulonimbus atinge os 850 hPa, aos 5°C, saturado, com uma velocidade vertical positiva de 0.5 m/s. Entre os 850 hPa e os 500 hPa a temperatura do meio segue a adiábata saturada dos 8°C.

a) Estime a espessura da camada 850-500.

b) Estime a flutuação aos 850 hPa.

c) Estime a velocidade vertical aos 500 hPa.

(Sol: a)  $\Delta z \approx 4012\text{m}$ ; b)  $b \approx 0.18 \text{ Nm}^{-3}$ , c)  $w_{500} \approx 41 \text{ m/s}$ )