

1. Num furacão circular aos  $15^{\circ}\text{N}$  observa-se, a 200km do centro, um vento de 35m/s e um gradiente horizontal de pressão de 2Pa/km. Considere uma massa volúmica do ar de  $1.2\text{kg/m}^3$ . Admita que se trata de um sistema em equilíbrio estacionário.
  - a. Calcule o ângulo entre o vento e as isóbaras.
  - b. Calcule a convergência horizontal.
  - c. Estime as forças aplicadas sobre uma partícula de ar de massa unitária.
  - d. Esquematize a solução.
  
2. Considere uma depressão térmica circular numa superfície plana com um raio de 500km, com uma pressão central de 1000 hPa e uma pressão periférica de 1005 hPa, aos  $40^{\circ}\text{N}$ . Na zona central da depressão a temperatura do ar junto da superfície vale  $32^{\circ}\text{C}$ , valendo  $18^{\circ}\text{C}$  na zona periférica. Os gradientes verticais de temperatura são idênticos. Admita equilíbrio geostrófico.
  - a. Considere a superfície isobárica dos 1000 hPa, que toca a superfície no centro da depressão. Calcule a sua altitude na periferia.
  - b. Calcule a vorticidade média da depressão à superfície.
  - c. Calcule a altitude limite da depressão, i.e. a altitude na qual a vorticidade se anula.
  - d. A partir da vorticidade calcule o vento na periferia da depressão térmica.
  
3. Sabendo que o vento cresce em altitude, o Gervásio decidiu investir a fortuna da família na construção de um aerogerador com 2 km de altura aos  $38^{\circ}10'\text{N}$ . Escolheu um terreno, usando uma tabela atribuiu-lhe um rugosidade de  $z_0 \approx 2\text{cm}$ , colocou um anemómetro aos 10m onde mediu um vento de  $7\text{ms}^{-1}$  de SW. Numa carta meteorológica do dia estimou uma temperatura de  $10^{\circ}\text{C}$ , um gradiente de pressão de 1hPa/100km aos 900 hPa com a pressão a decrescer na direção norte-sul, e um gradiente de temperatura de  $2.85^{\circ}\text{C}/100\text{km}$  com a temperatura a decrescer na direção sul-norte em toda a troposfera acima dos 900 hPa.
  - a. Faça uma estimativa do vento aos 100m.
  - b. Faça uma estimativa do vento aos 900 hPa.
  - c. Faça uma estimativa do vento aos 800 hPa.

Resolução (simplificada)

1.

a. Ângulo entre o vento e isóbaras

Solução estacionária:

$$-\frac{v^2}{R} - fv - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} = 0$$

Com (atenção ao sinal):

$$-\frac{\partial p}{\partial n} = |\nabla p| \cos \alpha$$

Logo:

$$\alpha = \cos^{-1} \left\{ \frac{\frac{v^2}{R} + fv}{\frac{1}{\rho} |\nabla p|} \right\} \approx 63^\circ$$

b. A convergência resulta da componente normal às isóbaras:

$$v_{\perp} = v \sin \alpha \approx 31 \text{ ms}^{-1}$$

Tem-se:

$$CONV = -\nabla \cdot \vec{v} \approx -\left(-\frac{4v_{\perp}}{2R}\right) = \frac{2v_{\perp}}{R} \approx 3.1 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

c. Forças por unidade de massa (acelerações):

$$a_{COR} = fv \approx 0.0013 \text{ ms}^{-2}$$

$$a_p = \frac{1}{\rho} |\nabla p| \approx 0.0167 \text{ ms}^{-2}$$

$$a_{Atrito} = \frac{1}{\rho} |\nabla p| \sin \alpha \approx 0.0149 \text{ ms}^{-2}$$

$$a_{CF} = \frac{v^2}{R} \approx 0.0061 \text{ ms}^{-2}$$

d.

2. Depressão térmica

a. Condição de equilíbrio hidrostático

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$$
$$\Delta z \approx \frac{\Delta p}{\rho g} \approx \frac{500}{\left(\frac{100500}{R_d T} g\right)} \approx 42.4 \text{ m}$$

Mais rigoroso:

$$\Delta z = \frac{R_d T}{g} \ln \left( \frac{1005}{1000} \right) \approx 42.5$$

b. Vorticidade geostrófica

$$\zeta_g = \frac{\nabla^2 \phi}{f} = \frac{g}{f} \nabla^2 z \approx \frac{g}{f} \frac{4(z_0 + \Delta z) - 4z_0}{R^2} \approx 7.1 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

c. Equilíbrio hidrostático e geostrófico

$$\frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{\nabla^2 \phi}{f} \right) = \frac{1}{f} \nabla^2 \left( \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) = -\frac{1}{f} \nabla^2 \left( -\frac{R_d T}{p} \right) = \frac{R_d}{fp} \nabla^2 T$$

Por diferenças finitas:

$$\nabla^2 T \approx \frac{4T_{per} - 4T_0}{R^2} \approx -2.24 \times 10^{-10} \text{ Km}^{-2}$$

em que  $T_0 = 32^\circ\text{C}$  é a temperatura central e  $T_{per} = 18^\circ\text{C}$  é a temperatura na periferia do sistema.

Integrando a condição de equilíbrio hidrostático, tem-se:

$$\nabla^2 \phi_p - \nabla^2 \phi_{p_0} = \frac{R_d}{f} \overline{\nabla^2 T} \ln \left( \frac{p}{p_0} \right)$$

A condição de vorticidade nula ocorrerá no nível  $p$ :

$$\frac{\nabla^2 \phi_{p_0}}{f} = \frac{R_d}{f} \overline{\nabla^2 T} \ln \left( \frac{p_0}{p} \right) \Rightarrow p = p_0 \exp \left( \frac{1}{R_d} \frac{\nabla^2 \phi_{p_0}}{\nabla^2 T} \right) \approx 902 \text{ hPa}$$

d. Por diferenças finitas, admitindo simetria axial

$$\zeta_g = \frac{4v_{per}}{2R} \Rightarrow v_{per} \approx \frac{\zeta_g R}{2} \approx 17.8 \text{ ms}^{-1}$$

3. Perfis de vento

a. Até aos 100m é válida a aproximação do perfil logarítmico

$$u = \frac{u_*}{k} \ln \left( \frac{z}{z_0} \right)$$

Usando a medida aos 10m, calcula-se  $u_*$ :

$$u_* = \frac{ku_{10}}{\ln \left( \frac{10}{z_0} \right)} \approx 0.45 \text{ ms}^{-1}$$

Logo

$$u_{100} = u_* \ln \left( \frac{100}{z_0} \right) \approx 9.6 \text{ ms}^{-1}$$

b. Aos 900 hPa só podemos utilizar a aproximação do vento geostrófico:

$$\vec{v}_{900} \approx \frac{\vec{k}}{\rho f} \times \nabla p \approx -10.3 \text{ ms}^{-1} \vec{e}_x$$

(trata-se de vento de Leste). Fez-se:

$$\rho = \frac{p}{R_d T} \approx 1.107 \text{ kgm}^{-3}$$

c. O gradiente horizontal de temperatura permite calcular o vento térmico na camada 900-800. Só existe gradiente meridional de temperatura (direção y) logo só existe vento térmico na direção x:

$$\begin{aligned}u_{800} - u_{900} &= -\frac{R_d}{f} \frac{dT}{dy} \ln\left(\frac{900}{800}\right) \Rightarrow u_{800} \\ &= u_{900} + \frac{R_d}{f} \frac{2.85}{10^5} \ln\left(\frac{9}{8}\right) \approx 0.01 \text{ms}^{-1}\end{aligned}$$

Azar.