



FACULDADE • DE • CIÊNCIAS UNIVERSIDADE • DE • LISBOA



# **Sistemas de referência e referenciais**



V. B. Mendes



Nas últimas décadas, a necessidade da elaboração de sistemas de referência bem definidos tem sido uma preocupação constante da comunidade geodésica mundial. O avanço tecnológico das técnicas extraterrestres e o aperfeiçoamento de modelos e teorias permitem hoje em dia o estudo de movimentos da crosta (à escala local, regional e global), da rotação da Terra e de outros fenômenos geodinâmicos com um grande rigor científico. Um dos requisitos básicos à descrição dos diversos processos geodinâmicos é um sistema de referência bem

definido, ao qual se podem relacionar observações, teorias e modelos físico-matemáticos. Em Geodesia Espacial, existem dois sistemas de referência fundamentais: um sistema inercial, fixo no espaço, e um sistema terrestre, que se desloca e gira com a Terra. O primeiro é necessário para descrever o movimento dos satélites, enquanto que o segundo é usado para definir as posições relativas dos pontos à superfície da Terra. Estes sistemas podem relacionar-se matematicamente de forma rigorosa.

Na sua essência, um **sistema de referência** é um conjunto de regras especificando como é que as coordenadas deverão ser atribuídas aos pontos, utilizando os seguintes parâmetros caracterizadores:

- dimensão (bidimensional, tridimensional, ...);
- localização da origem (geocêntrico, topocêntrico, ...);
- superfície de referência (plano, esfera, elipsóide, ...);
- orientação dos eixos (cartesiano, curvilíneo);
- polaridade (levogiro, dextrogiro);
- escala.

Para uma dada formulação teórica de um sistema de coordenadas, que designaremos por **sistema de referência**, (“*reference system*” na literatura inglesa), poderá existir mais do que uma concretização prática (“*reference frame*”), que designaremos por **referencial**. De acordo com Muller [1989]: “*A finalidade de um referencial é fornecer os meios necessários à materialização de um sistema de referência, que possa ser usado para descrever de forma quantitativa as posições e movimentos na Terra (referenciais terrestres), ou de outros corpos celestes, incluindo a Terra, no espaço (referenciais celestes).*” Muller [1989] define também o conceito de um sistema de referência ideal. No caso de um sistema de referência ideal terrestre, tal corresponderia a um sistema em relação ao qual a crosta terrestre sofreria apenas deformações, ou seja, não haveria rotações ou translações; no caso de um sistema de referência ideal celeste, seria um sistema inercial definido de modo que as equações de movimento possam ser escritas sem nenhum termo rotacional.

A necessidade de um certo consenso internacional no estabelecimento de um sistema de referência originou os sistemas convencionais. De acordo com as comissões de trabalho MERIT (MERIT – *Monitor Earth Rotation and Intercompare the Techniques of observation and analysis*) e COTES (COTES – *COventional TERrestrial reference System*) da União Astronômica Internacional (IAU – *International Astronomical Union*) e da União Internacional de Geodesia e Geofísica (IUGG – *International Union of Geodesy and Geophysics*), um **referencial terrestre convencional** é definido por um conjunto de estações de referência, teorias e constantes, escolhidas de forma que não exista rotação e translação residual entre o sistema de referência e a superfície da Terra [Muller, 1989]. O sistema deverá ser materializado por um conjunto de posições (dadas em coordenadas cartesianas ou geodésicas) e movimentos (velocidades) para as estações de referência seleccionadas, e referidas a uma dada época padrão, de forma que o equador médio e a orientação do sistema fiquem bem determinados. O sistema convencional

adoptado pelo IERS [McCarthy, 1996], por exemplo, segue os seguintes critérios:

- sistema geocêntrico;
- escala de um sistema local terrestre, no sentido da teoria gravitacional relativística;
- orientação dada pela orientação do BIH em 1984.0;
- ausência de rotação global residual, relativamente à crosta terrestre, na evolução temporal em orientação.

Um **referencial celeste convencional** é definido por um dado conjunto de fontes de rádio extragalácticas, teorias e constantes, escolhidas de forma que não exista rotação entre o sistema de referência e esse conjunto de fontes de rádio. O sistema deverá ser materializado com as posições e movimentos dessas fontes de rádio, com a origem localizada no baricentro do sistema solar.

## 1. Sistemas de referência e referenciais celestes (inerciais)

O sistema de referência inercial convencional (CIS – *Conventional Inertial System*) é necessário à descrição do movimento orbital dos satélites e é definido como um sistema de referência tridimensional directo, com origem no baricentro do sistema solar (ou centro de massa da Terra) e eixos fixos relativamente aos quasares. De entre os diversos sistemas de coordenadas inerciais baseados neste conceito, são de destacar os estabelecidos pelas diferentes técnicas de observação: estrelas, interferometria de bases muito longas (VLBI – *Very Long Baseline Interferometry*) e satélites. O sistema de referência estabelecido através de VLBI é o mais exacto.

O sistema de referência inercial estelar convencional (**CIS-estelar**) está ligado ao catálogo de estrelas FK5 (5º catálogo fundamental, produzido pelo

*Astronomischen Rechen Institute*, Heidelberg, Alemanha). O CIS-estelar é materializado pela adopção de um catálogo de posições e movimentos próprios de um número de estrelas fundamentais, referidas a J2000.0. Tem origem no centro de massa da Terra, o eixo dos ZZ dirigido para o pólo norte, o eixo dos XX dirigido para o equinócio vernal e o eixo dos YY escolhido de forma a tornar o sistema directo. O equador e o ponto vernal são definidos pelas ascensões rectas e declinações adoptadas para as estrelas do FK5.

O **CIS-VLBI** tem a sua origem no baricentro do sistema solar e está ligado a fontes de rádio que são quasares (“quasi-stellar”) ou núcleos galácticos. É materializado através da adopção de coordenadas instantâneas ou médias de um conjunto apropriado de fontes, referidas a uma dada época padrão (J2000.0). Existem actualmente diversos catálogos de fontes de rádio referidos a J2000.0, variando consideravelmente no número de fontes, distribuição e precisão.

Seguindo as recomendações da IAU, o IERS definiu o referencial ICRF (*IERS Celestial Reference Frame*) baseado num VLBI-CIS. O ICRF apresenta as seguintes características fundamentais: (1) tem origem no baricentro do sistema solar; (2) as direcções dos seus eixos são fixas relativamente aos quasares e alinhados com os eixos do FK5; (3) é materializado pelas coordenadas equatoriais de objectos extragalácticos determinadas por VLBI, referidos a J2000.0 [IERS, 1995]. O catálogo de coordenadas das fontes de rádio é constituído por 608 fontes de rádio extragalácticas, uniformemente distribuídas. A orientação dos eixos é definida pelas coordenadas de 236 dessas fontes de rádio [IERS, 1995]. A segunda materialização do ICRF (denominada ICRF2) é baseado em 3414 fontes de rádio extragalácticas, determinadas por VLBI.

Um **CIS-satélite** é definido pelo plano orbital do satélite e pelo equador, sendo a orientação inicial definida de forma mais ou menos arbitrária. Existem certas limitações num sistema de referência deste tipo. Devido à precessão e nutação, a

orientação da Terra (e o próprio campo gravitacional) definida nestes sistemas varia com o tempo. Devido às diversas forças perturbadoras, o movimento da linha dos nodos é difícil de prever com precisão, para períodos superiores a algumas semanas ou meses, pelo que um sistema de referência deste tipo apenas se pode considerar inercial durante um curto intervalo de tempo. É útil no controlo da rotação da Terra.

O **CIS-planetário** é definido pelas efemérides dos centros de massa dos planetas, incluindo o baricentro do sistema Terra-Lua. As efemérides são baseadas nas observações do Sol, planetas e sondas espaciais. O conjunto de efemérides mais recente é o *JPL Development Ephemeris DE406*, elaborado pelo JPL (JPL – *Jet Propulsion Laboratory*).

O **CIS-lunar** é definido pelas efemérides da Lua, determinadas a partir de observações laser para a Lua (LLR – *Lunar Laser Ranging*). O conjunto de efemérides mais recente é o *JPL Lunar Ephemeris LE406*.

Os CIS-planetário e CIS-lunar são exemplos de sistemas de coordenadas dinâmicos.

## 2. Sistema de referência e referenciais terrestres

---

O sistema de referência convencional terrestre tem a sua materialização através da adopção de coordenadas para um grupo seleccionado de estações fixas à crosta terrestre. A determinação das coordenadas destas estações terrestres pode ser feita à custa de observações astronómicas de latitude e longitude, VLBI e satélite, por exemplo. Cada tipo de observação irá proporcionar um sistema de referência diferente, sendo as materializações conseguidas com as novas técnicas extraterrestres mais estáveis do que as conseguidas usando as técnicas clássicas.

## International Terrestrial Reference Frame (ITRF)

O IERS mantém um referencial terrestre convencional denominado **ITRF** (*International Terrestrial Reference Frame*), que consiste numa lista de coordenadas (e velocidades) de um conjunto de estações adoptadas pelo IERS, actualizada periodicamente. Cada ITRF é designado por ITRF<sub>yy</sub> (ou ITRF<sub>yyyy</sub>), onde yy (yyyy) especifica o último ano para o qual se realizaram observações utilizadas na construção desse sistema. O ITRS (*International Terrestrial Reference System*) tem a sua origem no centro de massa da Terra (incluindo os oceanos e a atmosfera), o eixo dos ZZ dirigido para o pólo de referência do IERS (IRP – *IERS Reference Pole*) e o eixo dos XX dirigido para o meridiano de referência do IERS (IRM – *IERS Reference Meridian*). As direcções do IRP e do IRM são próximas das direcções correspondentes no Sistema Terrestre do BIH (**BTS** – *BIH Terrestrial System*). O pólo de referência do BTS foi ajustado à Origem Convencional Internacional (CIO – *Conventional International Origin*) em 1967. A CIO corresponde à posição média do pólo para o período compreendido entre 1900 e 1905 (resolução 19 da IUGG, *Bulletin Géodésique*, N. 86, p. 379, 1967).

## World Geodetic System 1984 (WGS84)

O Sistema Geodésico Mundial 1972 (WGS72 – *World Geodetic System 1972*) era usado pelo sistema TRANSIT e constituiu o sistema de referência para o GPS até Janeiro de 1987.

Os parâmetros elipsoidais que definem o WGS72 são:

$$a = 6\,378\,135 \text{ m}$$

$$GM = 3\,986\,008 \times 10^8 \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$$

$$\bar{C}_{20} = -484.1605 \times 10^{-6}$$

$$\omega = 7.292\,115 \times 10^{-5} \text{ rad s}^{-1}$$

A orientação é definida adoptando as coordenadas das estações de rastreio.

O Sistema Geodésico Mundial 1984 (WGS84 – *World Geodetic System 1984*) utiliza os mesmos parâmetros que definem o GRS80. Para a materialização deste sistema foram adoptadas coordenadas WGS84 para mais de 1500 estações TRANSIT. Estas coordenadas foram obtidas modificando o conjunto de coordenadas daquelas estações – inicialmente referidas ao referencial NSWG 9Z-2 (NSWC – *Naval Surface Warfare Center*), em origem, escala e orientação – de modo a torná-las consistentes com as coordenadas adoptadas para as estações BIH.

O WGS94 foi actualizado em 1994, 1996 e 2002. Estas actualizações tiveram inicialmente como objectivo a eliminação de erros sistemáticos (concretamente um erro de escala, existente entre as coordenadas Doppler e as coordenadas GPS correspondentes de cada estação), possivelmente induzidos pelas limitações das técnicas então utilizadas na determinação das coordenadas Doppler. Para tal, o DMA (*U.S. Defense Mapping Agency*, actualmente parte de uma nova agência, denominada NIMA - *U.S. National Imagery and Mapping Agency*) efectuou uma revisão das coordenadas das estações de rastreio GPS do Departamento de Defesa dos EUA (DoD – *Department of Defense*), utilizando dados GPS de estações permanentes GPS do DMA e do IGS (*International GNSS Service*). No processo de ajustamento que conduziria a coordenadas refinadas, foram fixadas as coordenadas ITRF de um subconjunto de estações IGS. Os melhoramentos introduzidos no WGS84 conduziram a um aumento da precisão das coordenadas do referencial. As coordenadas referidas a este WGS84 refinado foram designadas respectivamente como **WGS84 (G730)**, **WGS84 (G873)** e **WGS84 (G1150)**, onde “G” indica que as coordenadas foram obtidas via GPS e os números indicam a semana GPS correspondente à época em que os sistemas refinados foram implementados no processo de geração de órbitas. A incerteza das coordenadas WGS84 é da ordem de 1 cm



para o WGS84 (G1150), de 5 cm para o WGS84 (G873) e de 10 cm para WGS84 (G730), quando comparadas com as estações da USAF (*US Air Force*) e NGA (*National Geospatial-Intelligence Agency*).

É de notar que estes melhoramentos no WGS84 apenas são relevantes para as aplicações de média e alta precisão. Os conjuntos de coordenadas refinadas foram implementadas pelo segmento de controlo GPS em 29 de Junho de 1994 (WGS84 (G730)), 29 de Janeiro de 1997 (WGS84 (G873)) e 20 de Janeiro de 2002 (WGS84 (G1150)). O WSG84 “original” foi utilizado no período compreendido entre o dia 1 de Janeiro de 1987 e o dia 28 de Junho de 1994.

Os melhoramentos efectuados no WGS84 estenderam-se ainda ao modelo gravitacional da Terra e ao modelo de geóide. O modelo geopotencial WGS84 foi substituído pelo **EGM96** (*Earth Gravitational Model 1996*), que serve também de base ao geóide **WGS84 (EGM96)**, que substitui o geóide WGS84.

O elipsóide de referência WGS84 foi também sujeito a alterações. Em 1994, um novo valor de GM foi adoptado, segundo as *Convenções 1996* do IERS. Foi ainda decidido que os parâmetros caracterizadores do WGS84 seriam  $a$ ,  $f$ , GM e  $\omega$ .

### European Terrestrial Reference System 89 (ETRS89)

O **European Terrestrial Reference System 89** (ETRS89) é recomendado pela Subcomissão da IAG para a EUREF (European Reference Frame) para ser adoptado pela EUREF, na sequência da Resolução I do encontro de Florença, em 1990. Este sistema de referência é coincidente com o ITRS à época 1989.0 e é fixo à parte estável da placa Euro-asiática.

O referencial ERTF89 pode ser materializado por duas vias distintas:

- Através dos diferentes referenciais ITRF

Nesta situação, cada referencial ITRF<sub>Fyy</sub> ou ITRF<sub>Fyyyy</sub> tem um correspondente ETRF<sub>Fyy</sub> ou ETRF<sub>Fyyyy</sub>.

O grupo técnico de trabalho da EUREF (TGW - EUREF Technical Working Group) recomenda que não seja utilizado o ETRF2005, preferindo adotar o ETRF2000. No entanto, e no sentido de beneficiar da qualidade da solução ITRF2005, o TWG recomenda que todas as coordenadas de estações europeias constantes do ITRF2005 sejam expressas no ETRF2000 e que esse conjunto de posições e velocidades seja denominado ETRF2000(R05).

- Através do processamento de dados GPS de campanhas ou de estações permanentes.

Neste caso, usam-se as coordenadas das estações ITRF e as órbitas pós-processadas do IGS e segue-se a metodologia descrita em Boucher and Altamimi [2008].

### 3. Transformação de coordenadas

A conversão entre sistemas de referência cartesianos pode ser levada a cabo através de vários tipos de transformação. O caso mais típico envolve 7 parâmetros:

- três parâmetros de translação ( $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ,  $\Delta Z$ ), correspondentes às coordenadas da origem do sistema 2 em relação ao sistema 1;
- três rotações diferenciais ( $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ ), em torno dos eixos dos XX, YY e ZZ, respectivamente, necessárias ao estabelecimento de paralelismo entre os dois sistemas;
- um factor de escala.

A equação que relaciona ambos os sistemas é dada por (ver, por exemplo, Seeber [1993]):

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_2 = \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}_{1 \rightarrow 2} + (1+s) \begin{bmatrix} 1 & \varepsilon_z & -\varepsilon_y \\ -\varepsilon_z & 1 & \varepsilon_x \\ \varepsilon_y & -\varepsilon_x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_1 \quad (1)$$

Actualmente são usadas transformações que envolvem 14 parâmetros (são consideradas as variações temporais dos 7 parâmetros que definem a transformação clássica de Helmert). Consideremos um dado referencial referido a uma dada época padrão  $t_0$ , SC1yy, e um referencial referido a uma época genérica  $t$ , SC2zz. A transformação rigorosa de coordenadas entre estes dois sistemas cartesianos terrestres – SC1yy ( $t_0$ )  $\rightarrow$  SC2zz( $t$ ) – é dada pela seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{SC2zz(t)} = \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} + (1+s) \begin{bmatrix} 1 & \varepsilon_z & -\varepsilon_y \\ -\varepsilon_z & 1 & \varepsilon_x \\ \varepsilon_y & -\varepsilon_x & 1 \end{bmatrix} \left( \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{SC1yy(t_0)} + \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{bmatrix}_{SC1yy(t_0)} (t-t_0) \right) \\ + \begin{bmatrix} \Delta \dot{X} \\ \Delta \dot{Y} \\ \Delta \dot{Z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \dot{\varepsilon}_z & -\dot{\varepsilon}_y \\ -\dot{\varepsilon}_z & 0 & \dot{\varepsilon}_x \\ \dot{\varepsilon}_y & -\dot{\varepsilon}_x & 0 \end{bmatrix} + \dot{s} \begin{bmatrix} 1 & \varepsilon_z & -\varepsilon_y \\ -\varepsilon_z & 1 & \varepsilon_x \\ \varepsilon_y & -\varepsilon_x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{SC1yy(t_0)} \quad (t-t_0)$$

As suas variações temporais destes 7 parâmetros são representadas por  $\dot{\square}$ , devendo as unidades ser coerentes com o intervalo de tempo considerado ( $t-t_0$ ).

As coordenadas das estações que definem um sistema de referência é usualmente do tipo cartesiano (X, Y, Z). Se pretendermos obter coordenadas geográficas, é necessário definir um **sistema de coordenadas elipsoidal** ( $\phi, \lambda, h$ ). Os parâmetros usualmente seleccionados para definir um sistema de coordenadas elipsoidal são o semi-eixo maior do elipsóide, **a**, a constante

gravitacional da Terra (incluindo a atmosfera),  $\mathbf{GM}$ , o coeficiente gravitacional zonal de segundo grau normalizado,  $\bar{C}_{20}$ , e a velocidade angular da Terra,  $\omega$ . Outras constantes e parâmetros de interesse são obtidos a partir das seguintes relações:

$$J_2 = -\sqrt{5} \bar{C}_{20} \quad (2)$$

$$e^2 = -3\sqrt{5}\bar{C}_{20} + \frac{4}{15} \frac{\omega^2 a^3}{GM} \frac{e^3}{2q_0} \quad (3)$$

$$2q_0 = \left[ 1 + \frac{3}{(e')^2} \right] \arctan(e') - \frac{3}{e'} \quad (4)$$

onde  $\mathbf{J}_2$  é o *factor de forma dinâmica da Terra* e  $e'$  é a segunda excentricidade, definida como

$$e' = \frac{e}{\sqrt{1-e^2}} \quad (5)$$

ou, em alternativa,

$$e' = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{b}, \quad (6)$$

onde  $b$  é o semi-eixo menor do elipsóide, dado por

$$b = a\sqrt{1-e^2}. \quad (7)$$

A equação (3) é resolvida iterativamente para a excentricidade.

Em 1991, durante a XVII Assembleia Geral da IUGG, foi adoptado o **Sistema Geodésico de Referência 1980** (GRS80 — *Geodetic Reference System 1980*).

O GRS80 baseia-se na teoria do elipsóide equipotencial geocêntrico é definido pelas seguintes constantes:

$$a = 6\,378\,137 \text{ m}$$

$$GM = 3\,986\,005 \times 10^8 \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$$

$$J_2 = 108\,263 \times 10^{-8}$$

$$\omega = 7.292\,115 \times 10^{-5} \text{ rad s}^{-1}$$

Um elipsóide equipotencial é um elipsóide que define uma superfície equipotencial. Dado um elipsóide de revolução, podemos definir uma superfície equipotencial certa função potencial  $U$ , chamada potencial gravítico normal  $U$ :

$$U = U_0 = \text{constante.}$$

A função  $U$  é determinada unicamente por um sistema de 4 parâmetros independentes, tais como os semi-eixos maior e menor do elipsóide de referência, a massa envolvida e a velocidade angular média.