13. Para um lote, selecionado ao acaso, sejam:
D_i – “O lote tem *i* componentes defeituosas”, *i* = 0, 1, 2
A – “Nenhuma das 2 componentes testadas apresenta defeitos”
“50% dos lotes não têm componentes defeituosas” $\Leftrightarrow$ $P(D_0) = 0.5$;
analogamente: $P(D_1) = 0.3$; $P(D_2) = 0.2$
a) $P(A) = P(A|D_0)P(D_0) + P(A|D_1)P(D_1) + P(A|D_2)P(D_2) =$
$= 1\times0.5 + 9/10\times8/9\times0.3 + 8/10\times7/9\times0.2 = 389/450$
$P(D_0|A) = P(A|D_0)P(D_0)/P(A) = 1\times0.5/(389/450) = \underline{450/778}$
b) $P(D_1|A) = P(A|D_1)P(D_1)/P(A) = 9/10\times8/9\times0.3/(389/450) = \underline{216/778}$
c) $P(D_2|A) = 1 - P(D_0|A) - P(D_1|A) = 1 - 666/778 = \underline{112/778}$

14.
a) Discreta
b) Contínua
c) Contínua
d) Contínua
e) Discreta
f) Contínua
g) Contínua
h) Contínua
i) Discreta

15.
a) {0, 1, 2, 3, 4}
b) $[0, +\infty) = \mathbb{R}_0^+$
d) [0, 5], em anos
e) {0, 1, 2, …, 10}
i) $\{0, 1, 2, \ldots\} = \mathbb{N}_0$

16.
a) X é uma variável discreta pois a sua função distribuição (f.d.) , F, é em escada.
b) $P(X\leq 2) = F(2) = \underline{0.7}$
$P(X> 1) = 1 - P(X\leq 1) = 1 - F(1) = 1 - 0.6 = \underline{0.4}$
$P(0\leq X\leq 3) = P(-1 < X\leq 3) = F(3) - F(-1) = 0.9 - 0.2 = \underline{0.7}$
$P(X= -2) = F(-2) - F(-2^-) = \underline{0}$
$P(X= 0) = F(0) - F(0^-) = 0.45 - 0.2 = \underline{0.25}$
$P(X= 5) = F(5) - F(5^-) = 1 - 1 = \underline{0}$
c) $F(1) = 0.6 \wedge F(0) = 0.45 \Rightarrow \chi_{0.5} = \underline{1}$
$F(1) = 0.6 \Rightarrow \chi_{0.6} = \underline{1}$
$F(3) = 0.9 \wedge F(2) = 0.7 \Rightarrow \chi_{0.75} = \underline{3}$
d) Os pontos de descontinuidade da f.d. correspondem aos valores que X pode tomar com probabilidade não nula; além disso, $P(X= x) = F(x) - F(x^-)$. Assim:
$P(X= -1) = 0.20 - 0 = 0.20$;
$P(X= 0) = 0.45 - 0.20 = 0.25$;
$P(X= 1) = 0.60 - 0.45 = 0.15$;
$P(X= 2) = 0.70 - 0.60 = 0.10$;
$P(X= 3) = 0.90 - 0.70 = 0.20$;
$P(X= 4) = 1 - 0.90 = 0.10$;
f.m.p. de X:

x_i	−1	0	1	2	3	4
$P(X= x_i)$	0.20	0.25	0.15	0.10	0.20	0.10

Valor médio de X:
$E(X) = \sum_i x_i P(X = x_i) = (-1)\times0.20 + 0\times0.20 + 1\times0.15 + 2\times0.10 + 3\times0.20 + 4\times0.10 = \underline{1.15}$
Desvio-padrão de X:
$\sigma = \sqrt{Var(X)}$, onde $Var(X) = E(X^2) - E^2(X)$;
$E(X^2) = \sum_i x_i^2 P(X = x_i) = (-1)^2\times0.20 + 0^2\times0.20 + 1^2\times0.15 + 2^2\times0.10 + 3^2\times0.20 + 4^2\times0.10 = 4.15$;
$Var(X) = 4.15 - (1.15)^2 = 2.8275 \;\Rightarrow \sigma \cong \underline{1.682}$

17.

a) $P(X=x) = F(x) - F(x^-)$:
$P(X=1) = F(1) - F(1^-) = 1/6 - 0 = 1/6$
$P(X=2) = F(2) - F(2^-) = 1/2 - 1/6 = 1/3$
$P(X=3) = F(3) - F(3^-) = 1 - 1/2 = ½$
f.m.p. de X:

x	1	2	3
$P(X=x)$	1/6	1/3	1/2

b) $P(1.5 \leq X \leq 3) = P(X=2) + P(X=3) = 1/3 + 1/2 = 5/6$
$P(1 \leq X < 3) = P(X=1) + P(X=2) = 1/6 + 1/3 = 1/2$
$P(2 \leq X \leq 5) = P(X=2) + P(X=3) = 5/6$
$P(X > 2) = P(X=3) = 1/2$

18.

a) X é uma variável contínua pois tem função densidade de probabilidade (f.d.p.).

b) Uma vez que o gráfico da f.d.p. de *X* é simétrico em torno da recta de equação $x = 5$, então tem-se necessariamente que $E(X) = 5$. Pela mesma razão (simetria), a área para a esquerda de $x = 5$ é igual a 0.5, logo, $\chi_{0.5} = 5$.

c) Para qualquer real *a*, tem-se que $P(X<a)$ é igual à área da região delimitada pelo gráfico da f.d.p., pelo eixo das abcissas e pela recta de equação $x=a$. Como o gráfico da f.d.p. é simétrico em torno da recta $x=5$, e a área da região delimitada pelo gráfico da f.d.p. e o eixo das abcissas é necessariamente igual a 1, é imediato que $P(X< 5) = 0.5$.
Para quaisquer reais $a < b$, tem-se que $P(a<X<b)$ é igual à área da região delimitada pelo gráfico da f.d.p., pelo eixo das abcissas e pelas rectas de equação $x=a$ e $x=b$. Assim:
$P(5< X< 6) = P(X> 5) - P(X> 6) = 0.5 - 0.159 = 0.341$;
$P(4< X< 6) = 2 \times P(5< X< 6) = 0.682$.
$P(X= 6) = 0$, pois X é uma v.a. contínua.

d) $P(X< 3) = 0.023 \Rightarrow \chi_{0.023} = 3$;
$P(X> 6) = 0.159 \Rightarrow P(X< 4) = 0.159 \Rightarrow \chi_{0.159} = 4$;
$P(X> 6) = 0.159 \Leftrightarrow P(X< 6) = 1 - 0.159 = 0.841 \Rightarrow \chi_{0.841} = 6$

19.

a) Verdadeira: a função de probabilidade só pode ser uma densidade de probabilidade (pois a f.d. de qualquer v.a. é não decrescente), logo *X* é uma variável contínua e, portanto, $P(X= a) = 0$, para todo o *a* real.

b) Falsa: $P(X= 1.25) = 0$

c) Verdadeira: $P(X \leq 1.088) = 0.151 + 0.349 = 0.5 \Rightarrow 1.088 = \chi_{0.5}$

d) Verdadeira: $P(X \leq 0.5) = 0.151 \Rightarrow 0.5 = \chi_{0.151}$

e) Falsa: se o valor médio de *X* fosse 1.088, seria igual à mediana, o que obrigaria a que o gráfico fosse simétrico em torno do eixo $x = 1.088$

f) Falsa: $P(X \leq 2.5) = 1 - 0.075 = 0.925 \Rightarrow 2.5 = \chi_{0.925}$

g) Verdadeira: $P(X > \chi_{0.95}) = 1 - 0.95 = 0.05 \Rightarrow \chi_{0.925} > 2.5$

h) Verdadeira: $P(X \leq 1.25) = 1 - P(X > 1.25) = 1 - (0.341 + 0.075) = 0.584$