Métodos Estatísticos – Licenciatura em Geologia

Ano Letivo 2019/2020

Exercícios 20 a 22 – Resoluções

20. Para um estudante, escolhido ao acaso, que entra no curso em questão, seja p a probabilidade dele terminar a licenciatura; tem-se que p = 0.4. Chame-se ao acontecimento "Termina a licenciatura" um "sucesso". Contar o número de estudantes, em 5 escolhidos ao acaso naquelas condições, que terminam a licenciatura, corresponde a contar o número de sucessos em 5 provas de Bernoulli (porque os estudantes, sendo escolhidos ao acaso terminam, ou não, a licenciatura independentemente uns dos outros).
   Assim, considerando:
   X – v.a. que representa o n.º de estudantes, em 5 escolhidos ao acaso, que terminam a licenciatura, tem-se que:
   $$X \cap \text{Bi}(5, 0.4) \qquad (\text{f.m.p. de X: } P(X= k) = C^5_k \times 0.4^k \times 0.6^{5-k},\ k= 0, 1, 2, 3, 4, 5)$$
   a) "Nenhum concluir a licenciatura" $\Leftrightarrow$ {X= 0} (0 sucessos)
      $P(X= 0) = 0.6^5 \approx \underline{0.0778}$
   b) "Um concluir a licenciatura" $\Leftrightarrow$ {X= 1} (0 sucesso)
      $P(X= 1) = C^5_1 \times 0.4 \times 0.6^4 \approx \underline{0.2592}$
   c) "Pelo menos um concluir a licenciatura" $\Leftrightarrow$ {X≥ 1} (Pelo menos um sucesso)
      $P(X\geq 1) = 1 - P(X< 1) = 1 - P(X= 0) = 1 - 0.6^5 \approx \underline{0.9222}$

21. Para um carro roubado, escolhido ao acaso de entre todos os que foram roubados, seja p a probabilidade dele ser recuperado (sucesso); tem-se que p = 0.9. Sendo X a v.a. que representa o n.º de carros recuperados de entre um conjunto de 10 veículos roubados, tem-se que $X \cap \text{Bi}(10, 0.9)$.
   a) "Serem recuperados 8 dos 10 roubados" $\Leftrightarrow$ {X= 8} (8 sucessos)
      $P(X= 8) = C^{10}_8 \times 0.9^8 \times 0.1^2 \approx \underline{0.1937}$
   b) O n.º esperado de carros recuperados no total dos 10 roubados é o valor esperado de X, E(X):
      $X \cap \text{Bi}(10, 0.9) \Rightarrow E(X) = 10 \times 0.9 = \underline{9 \text{ carros}}$

22. Se o estudante não estuda a matéria, então responde ao acaso, pelo que acerta em cada questão (sucesso) com probabilidade 1/3 (há 3 respostas possíveis e só uma correcta) e independentemente de acertar, ou não, nas restantes questões que integram o teste.
   a) Seja N – v.a. que representa o n.º de respostas certas a 6 perguntas; tem-se que: $N \cap \text{Bi}(6, 1/3)$
      "Responder certo a metade de 6 perguntas" $\Leftrightarrow$ {N= 3} (3 sucessos)
      $P(N= 3) = C^6_3 \times (1/3)^3 \times (2/3)^3 \approx \underline{0.2195}$
   b) Considerem-se os acontecimentos:
      A_i (F_i) – "O estudante acerta (falha) na resposta à pergunta i", $i \geq 1$
      P("O estudante tem de responder a 4 questões até conseguir acertar uma") = $P(F_1 \cap F_2 \cap F_3 \cap A_4)$ =
      $= (2/3)^3 \times 1/3 \approx \underline{0.0988}$
      P("O estudante tem de responder a 4 questões até conseguir acertar três") = P("O estudante acerta
      P("O estudante tem de responder a 4 questões até conseguir acertar três") =
      = P("O estudante acerta apenas em duas das 3 primeiras perguntas e acerta na quarta pergunta" =
      $= C^3_2\, (1/3)^2 \times (2/3) \times (1/3) \approx \underline{0.0741}$