Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

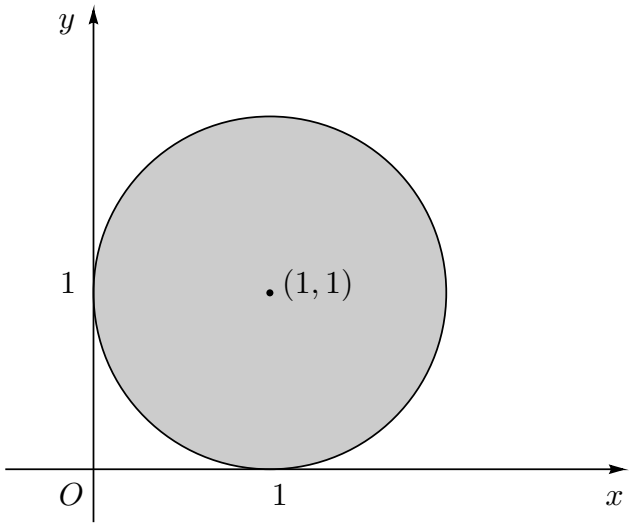
Cálculo II, Cálculo Infinitesimal II

Exame 2021.05.13 (segundo turno)

A duração do exame é de 1h30m. O exame é sem consulta. Não é permitido o uso de telemóveis ou calculadoras.

Pergunta **1** (3.5 valores, tempo estimado de resolução 15 minutos)

Esboce as linhas de nível da função $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x, y) = xy$. Desenhe, em três pontos do plano à sua escolha, o vector gradiente ∇f.



Pergunta **2** (3.5 valores, tempo estimado de resolução 30 minutos)

Calcule os valores mínimo e máximo de $f(x, y) = x + y\sqrt{3}$ no disco acima representado.

Pergunta **3** (3.5 valores, tempo estimado de resolução 20 minutos)

Resolva o problema de valor inicial

$$\begin{cases} u' = u^2 - 1 \\ u(0) = 1 \end{cases}$$

Pergunta **4** (3.5 valores, tempo estimado de resolução 15 minutos)

Seja $C \subset \mathbb{R}^2$ a curva cuja parametrização é $r : [-1, 1] \to \mathbb{R}^2$, $r(t) = (t^2, t + 2)$.

Calcule $\displaystyle\int_C y^2 \, dx$.